

FORMULATIONS SIMPLIFIÉES DES MODULES D'ÉLASTICITE D'UN COMPOSITE HYBRIDE UD.

K.Ait tahir¹, H. Dehmous²,

²Laboratoire LaMoMS Département de Génie Civil, Université de Tizi ouzou. E-mail: aittaharK@yahoo.fr.

¹Laboratoire LMMC- Université de Boumerdes, 35000. Algeria.

RÉSUMÉ

Une matériau composite est défini en général comme une association d'au moins deux matériaux miscibles, à savoir une matrice et un renfort, présentant différentes propriétés mécaniques. L'étude du comportement mécanique d'une matière composite passe généralement par l'utilisation du concept d'homogénéisation.

La détermination du module de cisaillement d'un matériau composite est basée sur une relation simplifiée qui donne des résultats loin de ceux obtenus expérimentalement. Le but de notre travail est de présenter un nouveau modèle pour l'estimation des caractéristiques mécaniques d'un composite unidirectionnel, en particulier le module de déformation transversal E_T , le module de cisaillement G et le module de compressibilité K d'un matériau composite hybride.

Mots-Clés

composite, hybride, approches, modules, traction axiale

1. INTRODUCTION

Un matériau composite est défini comme une association d'au moins deux matériaux miscibles (matériaux homogènes) [1]. La phase discontinue (renforts) est habituellement plus résistante ayant des propriétés mécaniques plus performantes que celles de la phase continue (matrice).

Dans la conception des matériaux composites le but est de chercher à améliorer les performances mécaniques : module élevé, faible densité et un coût moins prohibitif, selon la destination [1.6.7].

La nouvelle approche dans la conception des composites consiste à combiner des fibres de renforts de nature différentes mais présentant une certaine compatibilité du travail mécanique, ce qui permettra de conjuguer les performances de l'ensemble pour une destination mécanique définie au préalable. [9].

Les caractéristiques mécaniques de la matrice composite peuvent être estimées à partir des caractéristiques de chaque composant. Elles existent à ce sujet, dans la littérature plusieurs relations résultant du développement théorique ou semi empirique [1.5.6.7.8.9]. Notons que les résultats donnés par ces relations ne coïncident pas toujours avec les valeurs expérimentales.

Le but de notre travail est de présenter un nouveau modèle pour le calcul des modules de l'ingénieur tel que : le module de déformation transverse, de cisaillement longitudinal, transverse et de compressibilité d'un composite hybride uni-directionnel UD, soumis à une traction uni-axiale.

2. COMPOSITE UNIDIRECTIONNEL SOUMIS À UNE TRACTION LONGITUDINALE.

Soit un composite unidirectionnel soumis à un effort F de traction longitudinal (même sens que l'orientation des fibres) Fig.1.

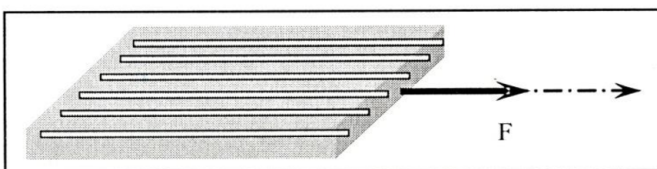


Figure-1 composite unidirectionnel soumis à une traction longitudinale

Selon que la déformation ultime de la fibre ϵ_{fu} soit supérieure ou inférieure à la déformation ultime de la matrice ϵ_{mu} , on obtient les deux courbes contraintes déformations suivantes (Fig.2).

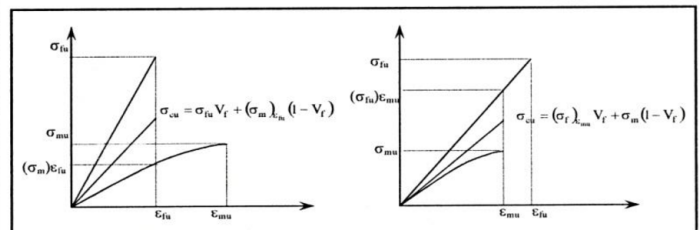


Figure-2 composite unidirectionnel soumis à une traction Longitudinale

Dans la littérature existante, La détermination du module d'élasticité transversale est basée sur une relation simplifiée qui donne des résultats loin des résultats expérimentaux. Dans le cadre de ce chapitre nous allons proposer une nouvelle approche pour la détermination de E_T

3. APPROCHE SIMPLIFIÉE POUR LE CALCUL DU MODULE D'ÉLASTICITÉ TRANSVERSALE E_T

Soit un composite unidirectionnel soumis à une traction transversale. L'effort F est dirigé dans le sens perpendiculaire aux fibres (Fig.3).

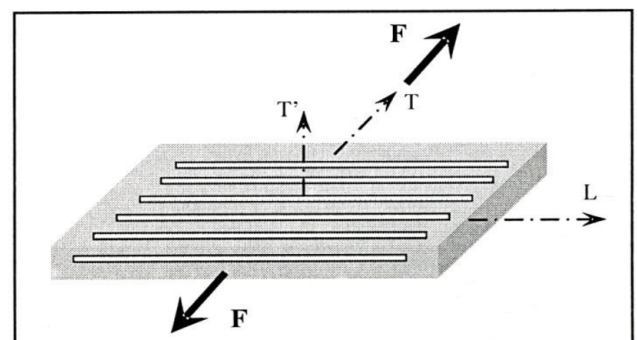


Figure-3 Matériau composite unidirectionnel soumis à une traction transversale

L'approche simplifiée développée dans la littérature, considère que le composite est constitué d'une succession de couches alternées ayant les propriétés de la fibre et de la matrice. La transmission des efforts est totale de la matrice vers la fibre sur chaque couche (Fig.4).

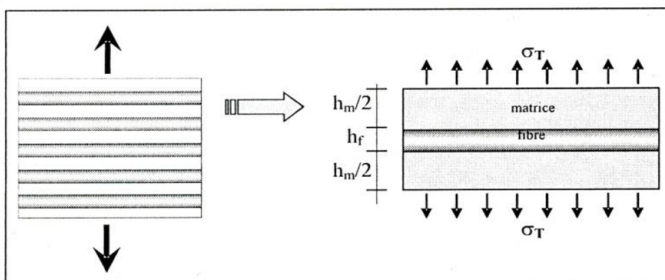


Figure-4 Schéma du modèle utilisé

La cellule élémentaire est représentée par une fibre de hauteur h_f , entourée par une matrice de hauteur h_m telle que :

$$\tilde{V}_f = \frac{h_f}{h_f + h_m} \quad \text{et} \quad \tilde{V}_m = \frac{h_m}{h_f + h_m}$$

Avec : $\tilde{V}_f$: fraction volumique des fibres et $\tilde{V}_m$: fraction volumique de la matrice

L'approche simplifiée se base sur les deux hypothèses suivantes :

- la matrice transmet la totalité de l'effort à la fibre (égalité des contraintes)
- la déformation totale est égale à la somme des déformations dans la fibre et la matrice

En tenant compte de ces deux hypothèses, le développement nous permet d'écrire que la déformation totale de la cellule suivant l'axe T notée ε_T est égale à :

$$\varepsilon_T = \varepsilon_f \cdot \tilde{V}_f + \varepsilon_m \cdot (1 - \tilde{V}_f) \quad (1)$$

Avec ε_T , ε_f , et ε_m : représentent respectivement la déformation totale du composite, la déformation de la fibre et déformation de la matrice

En considérant l'hypothèse de l'égalité des contraintes, nous avons :

$$E_T = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T}, \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma_T}{E_m} \quad \text{et} \quad \varepsilon_f = \frac{\sigma_T}{E_f}$$

Finalement, le module d'élasticité transversale, E_T peut être calculé par la relation suivante :

$$\frac{1}{E_T} = \frac{\tilde{V}_f}{E_f} + \frac{1 - \tilde{V}_f}{E_m}$$

Avec E_T : module d'élasticité transversal, E_f : module d'élasticité de la fibre

L'utilisation de cette relation donne des valeurs du module d'élasticité transversal faible par rapport aux valeurs obtenues expérimentalement et par rapport aux valeurs calculées en utilisant les relations issues des approches variationnelles, données précédemment

4. PROPOSITION D'UNE NOUVELLE APPROCHE.

Notre approche dans le cadre de ce travail est basée en partie sur la méthode simplifiée, sauf que nous considérons que c'est le matériau homogénéisé autour d'une fibre qui transmet la contrainte (fig.5).

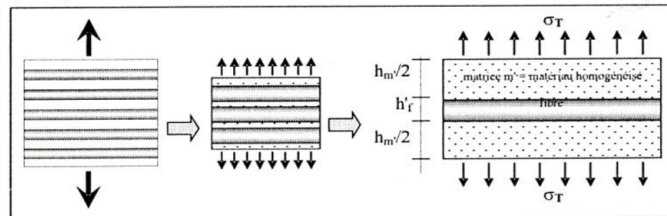


Figure-5 Schéma du nouveau modèle utilisé

Soit la cellule constituée d'une fibre entourée par un nouveau matériau constitué de la matrice et d'un pourcentage donné de fibre. Ce nouveau matériau sera considéré comme la nouvelle matrice ayant comme propriétés, celles du matériau homogénéisé. Les hauteurs h sont choisies de telle sorte que :

$$\tilde{V}_f' = \frac{h_f'}{h_f' + h_{m'}} \quad \text{et} \quad \tilde{V}_m' = (1 - \tilde{V}_f') = \frac{h_{m'}}{h_f' + h_{m'}}$$

Avec : $\tilde{V}_f'$: fraction volumique de la fibre dans le nouveau mélange, $\tilde{V}_m'$: fraction volumique de la nouvelle matrice m' dans le nouveau mélange

Comme la matrice m' est constituée de la matrice ' m ' et d'un pourcentage (partie) donné de fibre, nous allons considérer que $\tilde{V}_f' = \alpha \cdot \tilde{V}_f$ Avec $0 \leq \alpha \leq 1$. Nous rappelons que $\tilde{V}_f$ représente la fraction volumique des fibres dans le composite. En vertu de la relation (2), le module d'élasticité transversal du matériau homogénéisé entourant la fibre est donné par la relation suivante (3) :

$$E_{Tm'} = \frac{E_m}{\frac{E_m}{E_f} \cdot \tilde{V}_f' + (1 - \tilde{V}_f')} \quad (3)$$

si l'on considère la fibre entourée d'une matrice m' . L'application une autre fois de la relation (2), nous permet d'écrire que le module d'élasticité transversal du composite est égal à (4) :

$$E_T = \frac{E_{Tm'}}{\frac{E_{Tm'}}{E_f} \cdot \tilde{V}_f' + (1 - \tilde{V}_f')} \quad (4)$$

a)- Choix des valeurs de $\tilde{V}_f'$ et $\tilde{V}_f^*$

Lors du choix des hauteurs h de la cellule, les hauteurs sont telles que : $\tilde{V}_f' = \tilde{V}_f^*$. En tenant compte des relations précédentes et en substituant l'expression de $E_{m'}$ dans l'expression de E_T , on obtient :

$$E_T = \frac{E_m}{\frac{E_m}{E_f} \cdot \tilde{V}_f' \cdot (2 - \tilde{V}_f^*) + (1 - \tilde{V}_f^*)}$$

sachant que $\tilde{V}_f' = \alpha \cdot \tilde{V}$, on obtient finalement l'équation du modèle proposé (5) :

$$E_T = \frac{E_m}{\frac{E_m}{E_f} \cdot \alpha \cdot \tilde{V}_f \cdot (2 - \alpha \cdot \tilde{V}_f) + (1 - \alpha \cdot \tilde{V}_f)} \quad (5)$$

Avec E_T : module d'élasticité transversal ; E_f : module d'élasticité de la fibre ; E_m : module d'élasticité de la matrice ; $\tilde{V}_f'$: fraction volumique des fibres ; α : coefficient fonction du module des fibres.

b)- Détermination de la valeur de α

L'analyse d'une série de résultats expérimentaux montre que le coefficient α prend deux valeurs moyennes égales à : $\alpha = 0.73$, pour les faibles valeurs du module E_L des fibres et $\alpha = 0.863$, pour les grandes valeurs de E_L . Il est à noter que dans le cas où V_f est égal à 1, on prend le coefficient α égal à 1.

5. COMPOSITE HYBRIDE SOUMIS À UNE TRACTION LONGITUDINALE

Notre matériau composite hybride est constitué d'une matrice (m) et de deux renforts (f_1 , f_2). L'approche proposée est de considérer que la deuxième fibre (f_2) est noyée dans une matrice m_1 , cette dernière est constituée d'une matrice (m) et du renfort (f_1) ; L'étude de ce type de matériaux peut être ramenée à l'étude de la cellule élémentaire représentée sur les figures 6,7. Cette cellule élémentaire est constituée d'une fibre noyée dans un cylindre représentant la nouvelle matrice m_1 . Le modèle de calcul est représenté par la figure 5.

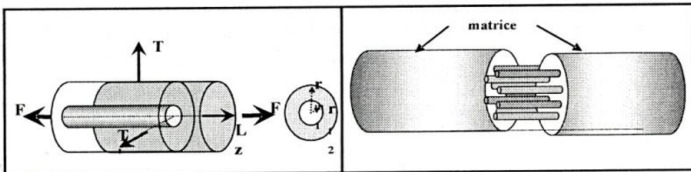


Figure-6 Cellule élémentaire d'un composite unidirectionnel

Figure-7 Matériau composite hybride

Remarque

Soit la cellule constituée d'une fibre entourée par un nouveau matériau constitué de la matrice et d'un pourcentage donné de fibre. Ce nouveau matériau sera considéré comme la nouvelle matrice ayant comme propriétés, celles du matériau homogénéisé.

5.1. EXPRESSIONS DES MODULES DE LA CELLULE ÉLÉMENTAIRE DU COMPOSITE UD

5.1.1. MODULE DE CISAILLEMENT LONGITUDINAL

L'état de contraintes de cisaillement dans la cellule élémentaire considérée est représenté dans la figure 8.

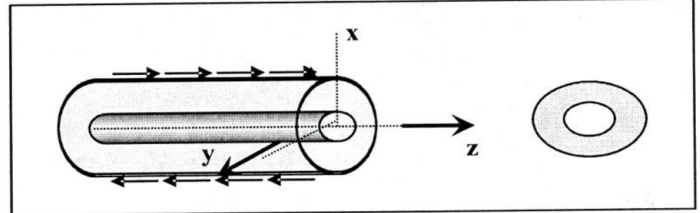


Figure-8 Etat de contraintes de cisaillement dans la cellule élémentaire du composite unidirectionnel

Dans le cas d'un composite constitué d'une matrice et d'un seul renfort, le coefficient de Coulomb longitudinal (G_{LT}) donné dans la littérature actuelle, s'écrit comme suit :

$$G_{LT} = G_m \frac{G_f(1 + V_f) + G_m(1 - V_f)}{G_f(1 - V_f) + G_m(1 + V_f)} \quad (6)$$

5.1.2. MODULE DE COMPRESSION LATÉRALE

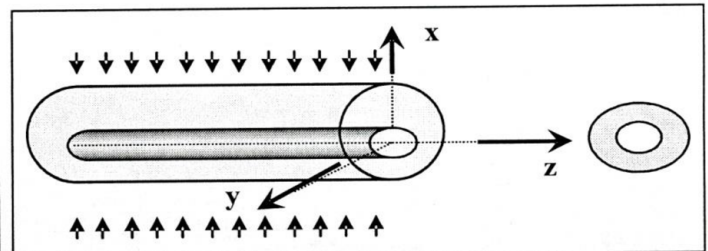


Figure-9 Etat de contraintes de compression latéral dans la cellule élémentaire du composite UD

Dans le cas d'un composite constitué d'une matrice et d'un renfort (même type de fibre), le coefficient de compression latérale s'écrit comme suit :

$$K_L = K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{k_f - k_m + \frac{G_f - G_m}{3}} + \frac{1 - V_f}{k_m + \frac{4 \cdot G_m}{3}}} \quad (7)$$

5.1.3. MODULE DE CISAILLEMENT TRANSVERSAL

$$G_{TT'} = G_m \cdot \left(1 + V_f \left/ \frac{G_f - G_m}{3} + \frac{k_m + \frac{7}{3}G_m}{2k_m + \frac{8}{3}G_m} (1 - V_f) \right. \right) \quad (8)$$

6. EXPRESSIONS DES MODULES D'UN COMPOSITE HYBRIDE

6.1. MODULE DE CISAILLEMENT LONGITUDINAL G_{LT}

On considère un composite hybride constitué d'une matrice m et deux types de renforts f_1 et f_2 . Les fractions volumiques des différents constituants sont comme suit : $\tilde{V}_m$, $\tilde{V}_{f_1}$, $\tilde{V}_{f_2}$. Si l'on considère que la fibre f_2 est noyée dans une matrice m_1 , nous pouvons écrire que :

$$G_{LT} = G_{m_1} \frac{G_{f_2}(1 + \tilde{V}_{f_2}) + G_{m_1}(1 - \tilde{V}_{f_2})}{G_{f_2}(1 - \tilde{V}_{f_2}) + G_{m_1}(1 + \tilde{V}_{f_2})} \quad (9)$$

Sachant que la matrice m_1 est constituée donc de la fibre f_1 noyée dans la matrice m , nous pouvons écrire que :

$$G_{m_1} = G_m \frac{G_{f_1}(1 + \tilde{V}'_{f_1}) + G_m(1 - \tilde{V}'_{f_1})}{G_{f_1}(1 - \tilde{V}'_{f_1}) + G_m(1 + \tilde{V}'_{f_1})} \quad \text{Avec :}$$

$$\tilde{V}'_{f_1} = \frac{\tilde{V}_{f_1}}{1 - \tilde{V}_{f_2}} \quad (10)$$

En se basant sur les relations précédentes, après développement, les relations de G_u et G_{m_1} et s'écrivent comme suit :

$$G_{TT} = G_{m_1} \cdot \left(1 + \frac{\tilde{V}_{f_2}}{\frac{G_{f_2} - G_{m_1}}{3} + \frac{k_{m_1} + \frac{7}{3}G_{m_1}}{2k_{m_1} + \frac{8}{3}G_{m_1}} (1 - \tilde{V}_{f_2})} \right) \quad \text{et}$$

$$G_{m_1} = G_m \cdot \left(1 + \frac{\tilde{V}'_{f_1}}{\frac{G_{f_1} - G_m}{3} + \frac{k_m + \frac{7}{3}G_m}{2k_m + \frac{8}{3}G_m} (1 - \tilde{V}'_{f_1})} \right) \quad (11)$$

6.2 COEFFICIENT DE COMPRESSION LATÉRALE K_L

En considérant le même principe développé précédemment pour le calcul du module de cisaillement, la relation du module de compression latérale K_L est donnée alors comme suit :

$$K_L = K_{m_1} + \tilde{V}_{f_2} / \left(\frac{1}{k_{f_2} - k_{m_2} + \frac{G_{f_2} - G_{m_1}}{3}} + \frac{1 - \tilde{V}_{f_2}}{k_{m_1} + \frac{4 \cdot G_{m_1}}{3}} \right) \quad (12)$$

Sachant que la matrice m_1 est constituée donc de la fibre f_1 noyée dans la matrice m , nous pouvons écrire que :

$$K_L = K_m + \tilde{V}'_{f_1} / \left(\frac{1}{k_{f_1} - k_m + \frac{G_{f_1} - G_m}{3}} + \frac{1 - \tilde{V}'_{f_1}}{k_m + \frac{4 \cdot G_m}{3}} \right) ; \text{ Avec :}$$

$$\tilde{V}'_{f_1} = \frac{\tilde{V}_{f_1}}{1 - \tilde{V}_{f_2}} \quad (13)$$

La substitution des relations (12) dans la relation (11), donne lieu à des expressions un peu compliquées. Pour cette raison nous avons établi un organigramme de calcul qui permet de déterminer la valeur du coefficient de Coulomb G_{LT} et ce pour n'importe quelle valeur des paramètres suivants, à savoir les fractions volumiques $\tilde{V}_m, \tilde{V}_{f_1}, \tilde{V}_{f_2}$ des constituants et leurs coefficient de Coulomb G_m, G_{f_1}, G_{f_2} . De la même manière que pour le cas du G_{LT} , la substitution des relations (13) dans la relation (12), permet de déterminer la valeur du coefficient de compression latérale K_L .

7. APPLICATION NUMÉRIQUE

7.1 DONNÉES DE CALCUL

Les caractéristiques des constituants à savoir de la matrice et des renforts sont résumées dans le tableau 1.

Constituants	matrice époxyde	renforts			
		Verre		carbone	
Caractéristique		E	R	HR	HM
σ MPa	70	3500		2100	2800
E GPa	3,45	72,4		390	130
ν	0,3	0,22		0,33	0,37
G MPa	1,32	29,67		146,61	47,44
k compressibilité	2,87	43,09		382,35	166,66
K compressibilité latéral	3,31	52,98		431,22	182,48

Tableau-1 Caractéristiques des constituants

7.2. RÉSULTATS DE CALCUL

Les différents résultats sont présentés dans les figures 10 et 11.

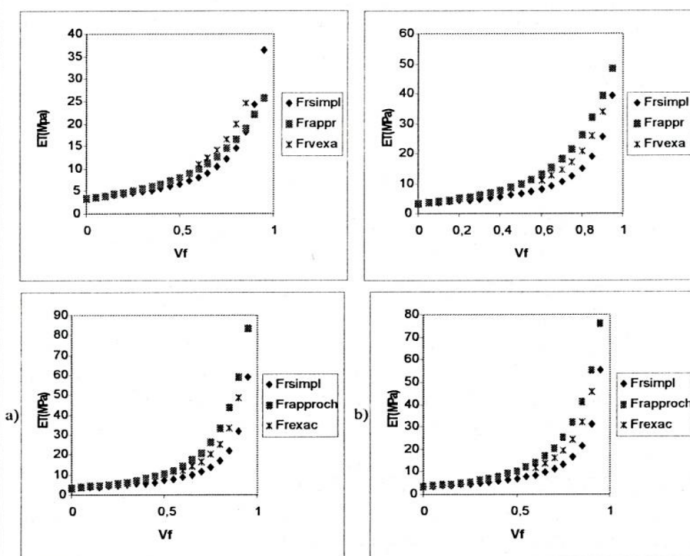


Figure-10 Variation du Module d'élasticité transversal E_t en fonction de la fraction volumique $\tilde{V}_t$

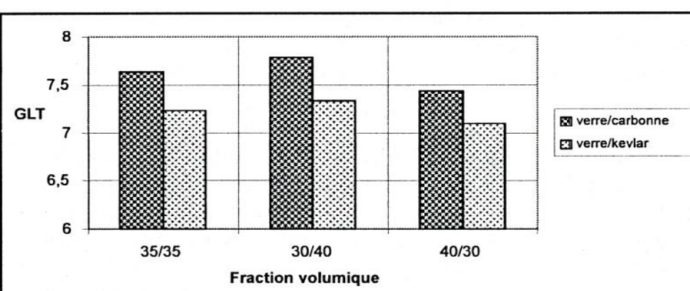


Figure-11a Variation du module G_{LT} pour différentes valeurs de V_p et V_r

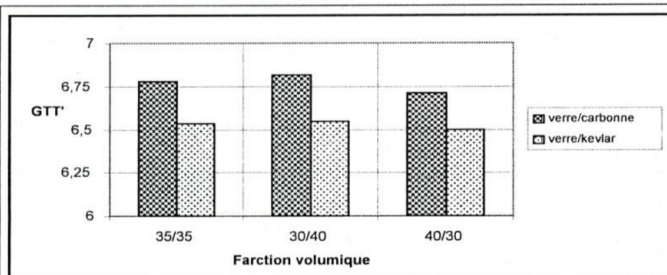


Figure-11b Variation du module G_{TT} pour différentes valeurs de V_f et V_c

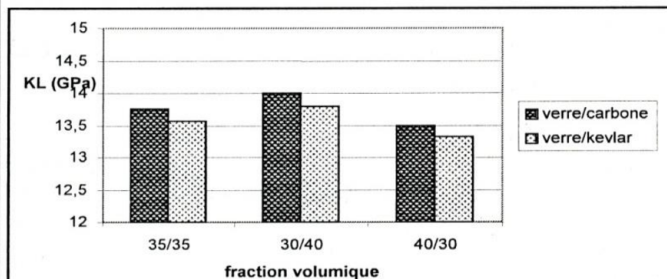


Figure-11c Variation du module K_L pour différentes valeurs de V_f et V_c

8. ANALYSE DES RÉSULTATS

la comparaison des différentes courbes du module de déformation transversale a permis de relever une certaine convergence des résultats théoriques et expérimentaux.

- Pour la fibre de verre, le modèle donne de très bons résultats;
- L'homogénéisation peut s'effectuer sous différentes formes que sont les méthodes empiriques, analytiques, numériques, statistiques ou une combinaison de ces dernières appliquées aux théories d'élasticité, de viscoélasticité, de plasticité, de la rupture ou autres;

- Les résultats du modèle proposé, sont très proches des résultats expérimentaux. Néanmoins, nous estimons qu'une étude plus affinée est recommandée pour justifier les valeurs de α .

9. CONCLUSION

L'étude du comportement mécanique d'un matériau composite passe généralement par l'utilisation du concept d'homogénéisation. Elle peut être effectuée dans diverses formes qui sont les méthodes empiriques, analytiques, numériques, et statistiques ou combinaison des ces modèles appliqués aux théories de l'élasticité, viscoélasticité, de plasticité, de rupture ou de d'autres.

La nécessité de concevoir des matériaux composites hybride est d'actualité, la combinaison de différents types de fibres permet de conjuguer les performances mécaniques individuelles de chaque fibre avec un apport d'autres performances mécaniques. Les résultats mettent en évidence tout l'intérêt de cette approche conceptuelle et de calcul.

L'inconvénient des relations proposées est la négligence des interactions possibles entre les fibres dues à la présence de la matrice qui assure le transfert des charges, une étude complémentaire basée sur l'application de modèles probabilistes et l'étude de la convergence de leur résultats, permettra sans aucun doute de mieux appréhender le phénomène de la rupture des

matériaux composites hybrides.

Les différentes formulations proposées dans cette étude permettent de déterminer respectivement, d'une manière très simplifiée, les valeurs du module de déformation transversale, de cisaillement et de compressibilité d'un matériau composite hybride unidirectionnel (UD) à renforts multiples. La détermination des autres modules de l'ingénieur permettra de caractériser le comportement mécanique de tels matériaux.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Berthelot, J. 'matériaux composites-comportement mécanique et analyse des structures'. -Paris, tech & doc, 1999. - 642p.
- [2] Gay, D. 'matériaux composites', -Paris, Hermès, 1997-672p.
- [3] Bledzki, A., Gassan, S. J. composites reinforced with cellulose based fibers, progress in polymers science. 1999, vol 24, p. 221-274.
- [4] Gommers.B, Verpoest.I, Van houtte P. « Determination of the mechanical properties of composite materials by tensile tests. ii. strength properties, journal of composite materials, vol.32(2), 1998.
- [5] Jones, R.M. « mechanics of composite materials », John Wiley & Sons, New York, 355 pages.
- [6] Ait tahar.K, Karama.M, Bezzazi.B, Dehmous.H, Kondratas“ influence combination of fiber and their percentages on stress the rupture and the modulus of elasticity of composite material hybrid”, revue mechanika; n°5 (49) octobre 2004.