

UN MODÈLE THERMOPLASTIQUE COUPLÉ À L'ENDOMMAGEMENT POUR LE BÉTON SOUS CHARGEMENTS CYCLIQUES À HAUTES TEMPÉRATURES

W. NECHNECH
J. M. REYNOUARD
URGC/ST/INSA de Lyon

RÉSUMÉ

Dans ce papier, un nouveau modèle thermo-plastique endommageable pour le béton soumis à des chargements mécaniques cycliques et thermiques combinés est développé. Basé sur la théorie de l'endommagement, deux variables d'endommagement sont introduites, une première variable pour modéliser les effets du chargement mécanique et une deuxième variable pour modéliser les effets du chargement thermique. L'influence du chargement mécanique sur le processus de déformation thermique est introduit en utilisant le concept de déformation d'interaction. Un critère multi-surface de plasticité est utilisé. Les relations constitutives de la réponse thermo-elasto-plastique sont découplées de celles de la réponse endommagée en utilisant le concept de la contrainte effective. Cette méthode confère une souplesse dans l'implémentation numérique. Une variable de dégradation scalaire est introduite pour simuler les effets d'endommagement thermo-mécanique sur la rigidité et l'effet unilatéral lors de la fermeture de fissures. Ce modèle est mis en œuvre dans l'analyse du comportement de spécimens en béton soumis à des sollicitations thermo-mécaniques cycliques à hautes températures. Le résultat des simulations est comparé avec l'expérience.

MOTS CLÉS

théorie de l'endommagement • plasticité • thermique • armature • phénomène unilatéral • déformation de fluage transitoire.

1. Introduction

Le comportement non-linéaire du béton armé à hautes températures, devient de plus en plus un sujet très important dans l'analyse de ruine des structures de génie civil, avec une particulière attention aux effets de hautes températures (déformation thermique, fluage transitoire) et aux effets de dégradations mécaniques causées par le processus progressif d'endommagement (Baker, G. et Stabler, J. [1]).

En particulier, l'évaluation de la résistance résiduelle de composants structurels qui ont été endommagés pendant leurs services est devenue impératif pour l'ingénierie. Les causes des processus préjudiciables de structures en béton peuvent être attribuées aux effets mécaniques (par exemple, déformation imposée, charge variable appliquée et effet de fatigue), ainsi qu'aux effets thermiques et leurs interactions avec la mécanique (par exemple contrainte thermique, déformation du fluage transitoire), ce qui contribue fortement à la perte de la capacité portante. De ce fait, il est nécessaire de concevoir des outils numériques capables de représenter correctement le comportement du béton sous l'ensemble des sollicitations.

Dans la présente étude, un nouveau modèle thermo-plastique couplé à l'endommagement est développé pour le béton sous chargement cyclique. Deux variables d'endommagement sont définies, une première variable pour modéliser une part de l'endommagement thermique représentée par la chute du module d'élasticité sous l'effet de la thermique et une deuxième variable pour modéliser la part restante de l'effet thermique et l'effet mécanique représentée par la chute de la cohésion thermique et la chute du module d'élasticité sous l'effet de la mécanique. Un critère multi-surfaces de plasticité et de rupture permettant de décrire le comportement spécifique du matériau béton à hautes températures est développé. Le modèle élaboré prend en compte l'influence du chargement mécanique sur le processus de déformation thermique. Ce phénomène a été bien étudié par Anderberg et Thelandersson [2] et décrit sous le terme d'interaction thermo-mécanique ou fluage thermique transitoire. De plus,

lors de chargements cycliques, il est nécessaire de prendre en considération l'effet unilatéral, ce phénomène s'observe lors du passage d'une sollicitation de traction à une sollicitation de compression par une augmentation de la raideur dégradée par l'effet d'endommagement de traction dû à la fermeture de fissures.

Ce modèle est mis en œuvre dans l'analyse du comportement de spécimens en béton soumis à des sollicitations thermo-mécaniques cycliques à hautes températures. Les résultats de simulations sont comparés à ceux de l'expérience.

2. Formulation du problème

Dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus, notre problème est gouverné par l'ensemble des équations d'équilibre et de conservation d'énergie,

$$\text{div}(\sigma) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \dot{e} = \sigma : \dot{\epsilon} - \text{div}(q)$$

où σ est le tenseur de contrainte, $\dot{\epsilon}$ le tenseur de vitesse de déformation, $\dot{e}$ le taux d'énergie interne, la masse volumique du matériau et q le vecteur flux de chaleur donnée par la loi de Fourier,

$$q = -\lambda \text{grad}T \quad (2)$$

où λ représente le coefficient de conductivité thermique, fonction de l'état d'endommagement thermo-mécanique de la microstructure du matériau dû à la variation de la porosité sous effet du chargement.

Dans le but d'effectuer une modélisation isotrope des phénomènes thermo-plastiques couplés à l'endommagement dans le cadre général de la thermodynamique des processus irréversibles, on postule l'existence d'un potentiel thermodynamique (dans notre cas on a choisi l'énergie libre de Helmholtz) s'exprimant comme une fonction à valeur scalaire et convexe par rapport aux variables d'états,

$$\psi = \psi_e(\epsilon^e, \theta, D, \Lambda) + \psi_p(k, \Lambda) \quad (3)$$

et lié à l'énergie interne du matériau donné dans Eq. 1.b par :

$$e = \psi + T.s \quad (4)$$

où T et S sont respectivement la température et

l'entropie du matériau. Dans Eq.3, ψ_e désigne le potentiel thermo-élastique endommageable,

$$\psi_e(\varepsilon, \theta, D, \Lambda) = \frac{1}{2} \varepsilon : E : \varepsilon - \theta m : \varepsilon - \frac{1}{2} C \frac{\theta^2}{T_0} \quad (5)$$

dans lequel C représente la chaleur spécifique et T_0 la température de référence du système. Le tenseur de rigidité du matériau E et le tenseur du deuxième ordre de couplage m sont donnés par :

$$E = (1-D)(1-\Lambda) E_0 \quad m = 3 K \alpha, 1 \quad (6)$$

où E_0 est le tenseur de rigidité du matériau non endommagé,

K, α désignent le module de compressibilité volumique et le coefficient de dilatation thermique fonction de la température, I le tenseur unité. Les variables d'états sont alors, le tenseur de déformation élastique ε , la température relative $\theta = T - T_0$, la variable d'endommagement mécanique D et la variable d'endommagement thermique Λ .

En outre ψ_p désigne le potentiel thermo-plastique endommageable et κ représente le paramètre d'écrouissage qui contrôle le processus de plasticité. L'hypothèse du découplage entre les effets de plasticité et les autres phénomènes est utilisée. La déformation totale ε est alors décomposée en une part réversible, une part irréversible ε^p et une part thermique ε^θ comme suit :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^\theta \quad (7)$$

De plus, le paramètre d'écrouissage κ est égal à l'intégration au long du chargement de la déformation cumulée $\bar{\kappa}$ donnée par :

$$\bar{\kappa} = \sqrt{\frac{2}{3}} \varepsilon^p : \varepsilon^p \quad (8)$$

$$\kappa = \int \bar{\kappa} dt \quad (9)$$

3. Evolution de

l'endommagement

La variable d'endommagement associée au processus de dégradation mécanique ou thermique peut être interprétée comme la densité de la surface des défauts affectant la matière (Kachanov, L.M. [4], et sera définie comme la proportion de la surface occupée par les micro-

fissures ramenée à la surface totale. Cette définition signifie que le paramètre d'endommagement ne peut être décroissant.

L'effet de la dégradation thermique sur le matériau béton est une baisse supplémentaire de la surface résistante endommagée mécaniquement. La variable d'endommagement totale d , peut être définie par une combinaison des deux endommagements mécanique et thermique comme suit :

$$d = 1 - (1-D)(1-\Lambda) \quad (10)$$

où D est la variable d'endommagement mécanique et Λ la variable d'endommagement thermique. La relation contrainte-déformation s'écrit alors,

$$\sigma = (1-D)(1-\Lambda) E_0 : \varepsilon = E : (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^\theta) \quad (11)$$

où σ est le tenseur de contrainte apparente.

L'influence du chargement mécanique sur le processus de déformation thermique, décrit sous le terme d'interaction thermo-mécanique est introduit en utilisant le concept de déformation d'interaction thermo-mécanique développé par Anderberg et Thelandersson [2].

La déformation d'interaction thermo-mécanique est donnée par :

$$\varepsilon^{im} = T.Q : \sigma \quad (12)$$

où Q est un tenseur d'ordre quatre d'interaction thermo-mécanique. L'éq.11 s'écrit alors,

$$\sigma = E : (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^\theta - \varepsilon^{im}) \quad (13)$$

3.1 Variable d'endommagement mécanique

Dans la présente analyse, nous utilisons un modèle d'endommagement scalaire. La loi d'évolution de l'endommagement détermine la forme globale de la courbe adoucissante. Le degré de dégradation du matériau sous un chargement externe est représenté par une variable scalaire unique d'endommagement D affectant le module de Young,

$$E = (1-D) E_0 \quad (14)$$

La loi d'évolution de cette variable est donnée par une loi exponentielle

$$1 - D_x = \exp(-c_x \kappa_x) \quad (15)$$

de la déformation plastique cumulée, ou c_x est

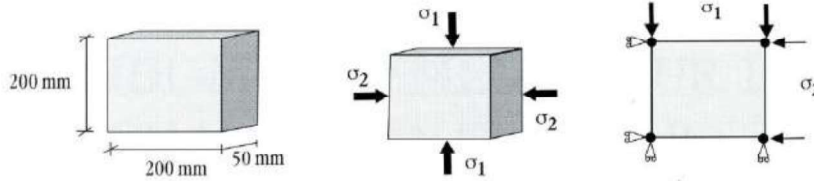


Figure 1 : Géométrie, dimensions, maillage et conditions aux limites de l'essai

un paramètre du matériau.

Pour décrire au mieux le comportement différent du béton en traction et en compression, l'endommagement total est subdivisé en deux parts, une première part pour le comportement en traction ($x = t$) et une deuxième part pour décrire le comportement en compression ($x = c$). Le phénomène unilatéral observé lors d'un chargement cyclique est introduit en modifiant l'endommagement de traction en le multipliant par un paramètre p [5].

$$D = 1 - (1 - D_c)(1 - p(\bar{\sigma})D_t) \quad (16)$$

$$p = p_0 + (1 - p_0) \cdot r(\bar{\sigma})$$

$$r(\bar{\sigma}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle_+}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|} \quad (17)$$

où : $0 \leq p_0 \leq 1$, $r(\bar{\sigma})$ est une quantité scalaire représentant un facteur poids et $\hat{\sigma} = \sigma/(1-D)$ est le tenseur de contrainte effective.

En ce qui concerne les lois uniaxiales de traction et de compression, une relation exponentielle décrit la partie post pic de la courbe contrainte-déformation plastique (σ , κ_x) elle s'écrit sous la forme :

$$\sigma_x = f_{x0} \left[\frac{(1 + a_x) \exp(-b_x \kappa_x)}{-a_x \exp(-2b_x \kappa_x)} \right] \quad (18)$$

où :

(a_x, b_x) sont les paramètres du modèle, la constante a_x détermine si oui ou non on a un écrouissage positif après avoir atteint la limite d'élasticité.

- ($a_t < 1$) correspond à un comportement de traction.
- ($a_c > 1$) correspond à un comportement de compression.

Les paramètres du modèle (a_x, b_x, c_x), sont déterminés à partir d'une série d'essais : traction simple, compression simple et un essai de traction/compression cyclique.

3.2 Variable d'endommagement thermique

La haute température produit une perte irréver-

sible du module d'élasticité. Dans une description macroscopique des phénomènes généralement, ce comportement est décrit par une dépendance du module d'élasticité à la température $E = E(T)$. L'endommagement thermique peut être défini à partir de la relation liant la variation du module d'élasticité avec la température $E(T)$ d'une manière analogue à celle qui a été utilisée pour définir l'endommagement mécanique.

$$\Lambda(T) = \frac{E(T)}{E_0} \quad (19)$$

4. Couplage entre plasticité et endommagement

Une fois les micro-fissures initiées, on suppose que les contraintes locales dues à cette micro-fissuration, sont redistribuées dans un domaine «effectif». Ces redistributions provoquent un état de contraintes dans ce domaine plus important que celui qui est lié par l'équilibre mécanique à un effort extérieur. En conséquence l'écoulement plastique est supposé dû aux «quantités effectives» [4]. Le critère de plasticité et la condition d'écoulement s'écrivent alors :

$$\bar{\sigma} \in C_{k-\lambda} \Leftrightarrow f = f(\bar{\sigma}, k) \leq 0 \quad (20)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \bar{\sigma}} \quad (21)$$

où λ_i représente le paramètre multiplicateur plastique correspondant au potentiel plastique g_i de traction ou de compression.

Dans notre modèle un critère multi-surface de plasticité est utilisé. Il est formé d'un critère de Rankine en traction et d'un critère de Drucker-Prager en compression [6].

5.Aspects algorithmes du modèle

Nous présentons dans cette partie les développements correspondant à l'application de l'algorithme de type Euler-Backward à notre modèle. La contrainte et la déformation plastique au pas $n + 1$ peuvent s'exprimer par :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta \sigma \quad (22)$$

$$\epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta \epsilon$$

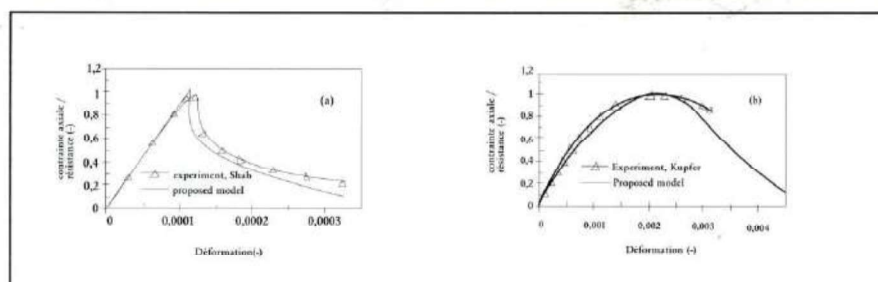


Figure 2 : réponse du modèle sous un chargement monotone : (a) cas de la traction; (b) cas de la compression

D'après l'équation (13), la contrainte est donnée par:

$$\sigma_{n+1} = (1 - d_{n+1}) \tilde{\sigma}_{n+1} \quad (23)$$

$$1 - d_{n+1} = (1 - \Lambda_{n+1})(1 - D_{n+1}) \quad (24)$$

où la contrainte effective est exprimée par :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{n+1} &= E_0 : (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^p) - (m_0)_{n+1} \Delta T_{n+1} - E_0 : \epsilon_{n+1}^p \\ &= \tilde{\sigma}_{n+1}^e - \{E_0 : (\Delta \epsilon_{n+1}^p + \Delta \epsilon_{n+1}^p)\} \end{aligned} \quad (25)$$

$\tilde{\sigma}_{n+1}^e$ représente la contrainte effective du prédicteur élastique, elle est donnée par :

$$\tilde{\sigma}_{n+1}^e = E_0 : (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^p - \epsilon_{n+1}^p) - (m_0)_{n+1} \Delta T_{n+1} \quad (26)$$

En remplaçant l'équation (12) dans l'équation (24) on obtient :

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = H_{n+1}^{-1} \{ \tilde{\sigma}_{n+1}^e - E_0 : \Delta \epsilon_{n+1}^p \} \quad (27)$$

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = \tilde{\sigma}_{n+1}^m - D_{n+1} : \Delta \epsilon_{n+1}^p \quad (28)$$

avec

$$H_{n+1} = (I + \Delta T_{n+1} E_0 : Q_{n+1}) \quad (29)$$

et

$$\begin{aligned} D_{n+1} &= H_{n+1}^{-1} : E_0 \\ \tilde{\sigma}_{n+1}^m &= H_{n+1}^{-1} : \tilde{\sigma}_{n+1}^e \\ \tilde{\sigma}_{n+1}^e &= D_{n+1} : \left(\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^p - \sum_{i=0}^n \Delta T_i Q_{i+1} : \tilde{\sigma}_i \right) - (H^{-1} : m_0)_{n+1} \Delta T_{n+1} \end{aligned} \quad (30)$$

Les équations (22) et (27) peuvent être interprétées de la manière suivante :

- $\tilde{\sigma}_{n+1}^m$ représente la contrainte effective du prédicteur thermo-élastique corrigée par l'effet du fluage transitoire.
- $(D_{n+1} : \Delta \epsilon_{n+1}^p)$ représente le correcteur plastique corrigé par l'effet du fluage transitoire.
- $d_{n+1} \tilde{\sigma}_{n+1}$ représente le correcteur d'endommagement.

La résolution du système (27) consiste en la détermination des incréments de multiplicateurs plastiques qui satisfont les conditions classiques de Kuhn-Tucker à la température θ_{n+1} :

$$f_1 = f_2 = 0 \quad (31)$$

6. Validations numériques

Afin de vérifier la capacité du modèle à reproduire le comportement du béton, ce modèle est mis en œuvre dans l'analyse du comportement de spécimens en béton soumis à des sollicitations thermo-mécaniques cycliques à hautes températures. Les résultats des simulations sont comparés avec l'expérience.

La géométrie des essais et les dimensions des spécimens testés sont présentées respectivement à la figure 1.

6.1 Essai sous chargements monotones

Ces essais permettent de vérifier en quelque sorte, que le modèle restitue parfaitement les paramètres introduits. Les résultats expérimentaux utilisés sont ceux obtenus par Kupfer et al. [7] pour la compression et Gopalaratnam et Shar [8] pour la traction, les propriétés matérielles suivantes sont utilisées : (1) pour le cas de traction $E_0 = 31 \times 10^3$ MPa, la résistance en traction $f_t = 3,48$ MPa, l'énergie de rupture en traction $G_f = 0,06$ N/mm, la longueur caractéristique $l = 96$ mm et les paramètres du modèle $a_t = -0,5$ et $\tilde{D}_t = 0,25$ (2) pour le cas de compression, $E_0 = 34 \times 10^3$ MPa, la résistance en compression $f_c = 32,8$ MPa et les paramètres du modèle $a_c = 11,25$, $b_c = 542$ et $\tilde{D}_c = 0,18$.

Les résultats de calculs reproduits sur la figure 2 indiquent un bon accord avec les résultats expérimentaux.

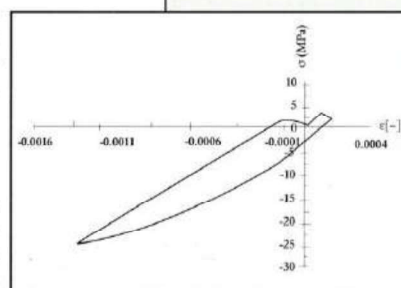
6.2 Essai sous chargements cycliques

Sur la figure 3, on représente l'essai cyclique traction-compression. Nous avons utilisé les mêmes données matérielles que celles utilisées lors de l'essai monotone. Lors de la décharge en traction et le passage à la compression, on observe que le modèle décrit bien la fermeture des fissures par une restitution de la raideur.

6.3 Essais thermo-mécaniques

Pour comparer les réponses du présent modèle avec les résultats expérimentaux (Schneider [9]; Anderberg

Figure 3 : Réponse du modèle sous un chargement cyclique



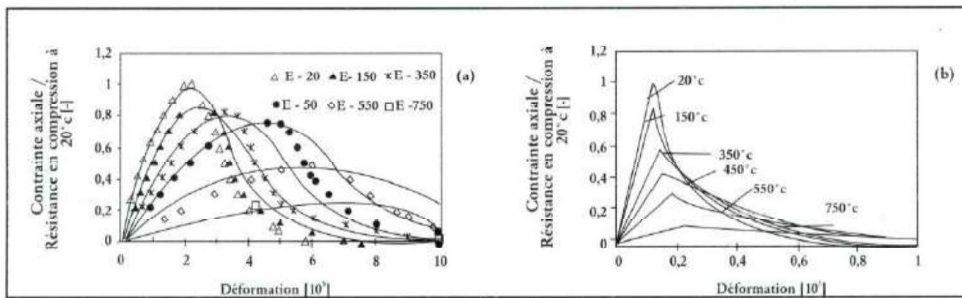


Figure 4 : Contrainte-Déformations à différentes températures : (a) cas de la compression ; (b) cas de la traction

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G.Baker, J. Stabler «Computational modelling of thermally induced fracture in concrete. Proc. Euro-C» 1999.
- [2] Y.Anderberg, S.Thelandersson «Stress and deformation characteristics of concrete at high temperature: 2. Bulletin 54, Lund Institute of technology», 1976.
- [3] L.M. Kachanov «Time of rupture process under creep conditions». Akademii Nauk (in Russian). 8 PP.26-31, 1958.
- [4] Ju, J.W. on energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects». Int. J. Solids Struct. 25(7), pp 803-833, 1978.
- [5] G.L.Fenves, J.Lee « plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. Journal of engineering mechanics, 10, pp 892-900, 1998.
- [6] J.F. Georgin «Contribution à la modélisation du béton sous sollicitation de dynamique rapide. La prise en compte de l'effet de vitesse par la viscoplasticité». PhD Thesis INSA de Lyon, France, 204P, 1998.
- [7] H.B. Kupfer, «A. Behavior Of concrete under biaxial stresses». Journal of american concrete institute, 66(8), pp. 656-666, 1969.
- [8] J.V.S. Gopalratnam, S.P. Shah «Softening response of plain concrete in direct tension». Journal of american concrete institute 82(3), pp. 310-323, 1985.
- [9] Shneider U. «Concrete at high temperature : A general review. Fire safety journal» 13, 55-68, 1988.

and Thelandersson [2], les propriétés matérielles suivantes sont utilisées : $E_0 = 29 \times 10^3$ MPa, la résistance en traction $f_t = 3.48$ MPa, $f_c = 32$ MPa, et le coefficient de dilatation thermique $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Les paramètres du modèle sont ceux utilisés dans le premier essai. Il est à noter que la variation des caractéristiques mécaniques avec la température utilisée dans cet essai, sont celles données par Schneider [9].

En premier lieu les courbes contraintes-déformation à différentes températures mais constantes, ont été simulées. Les courbes contraintes-déformation en compression obtenues avec le présent modèle sont présentées en figure 4(a), comparées à celles données par les essais expérimentaux rapportées par Schneider [9].

À toute les températures, la contrainte maximale est correctement prédit par le modèle ainsi que l'évolution de l'énergie de fissuration. L'accord entre les deux courbes est parfaite. Ces résultats montrent que le modèle capture les principales tendances rapportées dans les données expérimentales.

En deuxième lieu, le modèle est utilisé pour simuler la réponse d'un spécimen de béton soumis à une température variable sous contrainte constante. Les résultats donnés par le modèle sont comparés aux essais de fluage transitoires d'Anderberg et Thelandersson [4].

Durant ces essais, la déformation dans les deux directions est enregistrée en fonction de la température. Nous présentons ici les résultats de trois simulations.

- Contrainte constante appliquée dans une direction égale à 22.5%, 45% et 67.5% de la résistance en compression uniaxiale à 20 °C.

La figure 5 présente les résultats obtenus dans les trois cas. Dans celui où les déformations d'interactions thermo-mécanique sont prises en compte. L'accord entre la réponse du modèle et l'expérience est bonne jusqu'à approximative-

ment 500°C, ce qui correspond à la température pour laquelle le modèle rentre en plasticité. Bien qu'il simule bien les tendances globales, l'accord entre la réponse du modèle et les courbes expérimentales n'est pas aussi bon que celui de la phase élastique.

7. Conclusion

Un modèle formulé dans le cadre de la théorie

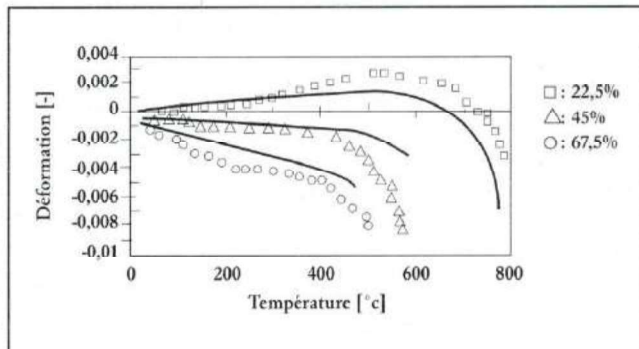


Figure 5 : Essai du fluage transitoire

de l'endommagement couplée à la plasticité prenant en compte les variations des caractéristiques mécaniques du béton avec la température et le développement de déformation d'interaction thermo-mécanique. Ainsi que la fermeture des fissures lors du chargement cyclique a été proposé. Les résultats de calculs numériques réalisés sur des éléments de structure en béton sont en concordance avec les résultats expérimentaux.

Le problème de la perte de la nature elliptique des équations due à la prise en compte de l'adoucissement thermo-mécanique n'a pas été discuté dans ce papier. Ce problème pouvant conduire à une description erronée du comportement du matériau et conduisant à une solution dépendante pathologiquement du maillage est en cours d'étude et constitue une perspective importante de ce travail ■