

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics

Direction post-graduation & recherche scientifique



## MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Structure et Matériaux

Préparé par :

**TERCHI BRAHIM**

Ingénieur d'état en travaux publics

École nationale supérieure des travaux publics

*Thème :*

**INVESTIGATION NUMERIQUE DU CONTROLE ACTIF DE LA REPONSE  
SISMIQUE DES STRUCTURES AVEC ET SANS INTERACTION SOL-  
STRUCTURE**

Soutenu le 22/11/2011 devant le jury composé de :

|                    |                                     |                   |
|--------------------|-------------------------------------|-------------------|
| <b>A. ZERZOUR</b>  | <b>Maître de Conférences, ENSTP</b> | <b>Président</b>  |
| <b>M. HADID</b>    | <b>Maître de Conférences, ENSTP</b> | <b>Rapporteur</b> |
| <b>M. DJEDDI</b>   | <b>Professeur, UMBB</b>             | <b>Examineur</b>  |
| <b>M. BOURAHLA</b> | <b>Professeur, USTB</b>             | <b>Examineur</b>  |
| <b>N. MEZOUE</b>   | <b>Maître de Recherche, CGS</b>     | <b>Examineur</b>  |
| <b>K. TOUNSI</b>   | <b>Maître Assistant, ENSTP</b>      | <b>Invité</b>     |

## ملخص :

يعتبر الزلزال من بين الظواهر المؤثرة على إستقرار البنايات, ومن أجل التخفيف من حدتها, قام الإنسان بالبحث عن حلول فعالة. من بين هذه الأخيرة, توجد طريقة المراقبة النشيطة التي قمنا بدراستها في هذه المذكرة. في هذه الدراسة, قمنا بتطبيق هذه الطريقة على عدة بنايات بإستعمال ثلاثة قوانين للمراقبة مثل: قانون المراقبة بالحلقة المفتوحة, الآخر بالحلقة المغلقة والثالث بالحلقة المفتوحة والمغلقة معا. هذه الدراسة أثبتت أن هذا النوع من المراقبة يعتبر حلا ناجعا ضد الزلازل. بعد ذلك, قمنا بإدخال الرابطة الموجودة ما بين الأرضية و البناية في حركة البنايات المراقبة. تبين لنا من ذلك أنه في الحالة التي تكون فيها تربة الأرضية رديئة, يجب الأخذ بعين الإعتبار لهذه الرابطة من أجل التقرب إلى التصرف الحقيقي للبنايات. **الكلمات الرئيسية :** المراقبة النشيطة, قوانين المراقبة, الحلقة المفتوحة, الحلقة المغلقة, الرابطة الموجودة ما بين الأرضية و البناية.

## Résumé :

Le séisme est un phénomène qui perturbe la stabilité des constructions, et pour réduire les dégâts qu'il engendre, l'homme a cherché à trouver des solutions fiables. Parmi ces dernières, il y a la technique de contrôle actif qui fait l'objet de cette étude.

Dans cette étude, on a fait des investigations de ce type de contrôle sur des structures pour montrer son efficacité dans la réduction des effets sismiques, en utilisant trois lois de contrôle telles que ; la loi de contrôle à boucle ouverte, celle à boucle fermée et celle à boucle ouverte fermée. Cette étude a montré que ce type de contrôle est une solution fiable pour protéger les structures contre les séismes.

Dans une autre partie de cette étude, on a introduit l'effet d'interaction sol-structure (SSI) dans la réponse des structures contrôlées. Cela a montré que dans le cas où les sols sous la base des structures ayant une grande déformabilité, il est très important d'introduire l'effet d'interaction pour y rapprocher au comportement réel des structures.

**Mots clés :** Contrôle actif, Lois de contrôle, Boucle ouverte, Boucle fermée, Interaction sol-structure (SSI).

## Abstract:

The earthquake is a phenomenon disturbing the stability of structures, and to reduce the damage it causes, man sought to find reliable solutions. Among these, there is the active control technique that is the subject of this study.

In this study, we made investigations of this type of control on several structures to demonstrate its effectiveness in reducing seismic effects, by using three control laws such as: the control law with open loop, the closed loop and the open-closed loop. This study has shown that this type of control is a reliable solution for protecting structures to earthquakes.

In another part of this study, we introduced the effect of soil-structure interaction (SSI) in the response of controlled structures. This has shown that if the soil beneath the base of structures have a high deformability, it is very important to introduce the effect of interaction in order to find the real behavior of structures.

**Keys words :** Active control, Control law, Open loop, Closed loop, Interaction sol-structure (SSI).

# REMERCIEMENTS

D'abord et avant tout, je dois remercier le dieu le tout puissant de m'avoir donné la force, la patience, le courage et la volonté pour donner terme à ce modeste travail.

J'ai l'honneur d'être encadré par Mr. **HADID Mohamed**, Maître de conférences à l'ENSTP. Je tiens ici de vous remercier monsieur pour la proposition de ce sujet d'actualité. Je vous remercie aussi pour votre confiance et pour votre effort afin d'achever ce travail, qu'à travers lui j'ai fait mes premiers pas de recherche dans le domaine du génie parasismique.

Un grand merci à Mr. **ZERZOUR Ali**, Maître de conférences et le directeur de l'ENSTP, d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire.

Je remercie Mr. **DJEDDI Mabrouk**, Professeur à UMBB, d'avoir accepté d'être examinateur de ce mémoire, que vous trouviez monsieur mes sincères considérations.

Je remercie Mr. **BOURAHLA Noureddine**, Professeur à USTB, d'avoir accepté d'être examinateur de ce mémoire, que vous trouviez monsieur mes sincères considérations.

Je remercie Mr. **N. MEZOUER**, Maître de recherche à CGS, d'avoir accepté d'être examinateur de ce mémoire, que vous trouviez monsieur mes sincères considérations.

Je suis également très reconnaissant à Mr. **TOUNSI Khaled**, Maître assistant à l'ENSTP, d'avoir accepté de participer au jury d'examen, que vous trouviez ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je témoigne également ma parfaite reconnaissance, à tous les responsables de l'école nationale supérieure des travaux publics, directeur, chefs de départements, enseignants. Sans oublier M<sup>elle</sup> **R.MOHRI** et tous ceux qui m'ont aidé pour mettre au point ce travail.

# SOMMAIRE

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| <b>INTRODUCTION GENERALE</b> ..... | 1 |
|------------------------------------|---|

## **CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES DIFFERENTES METHODES DE CONTROLE DE LA REPONSE SISMIQUE DES STRUCTURES**

|  |    |
|--|----|
| I.1 Introduction.....                                | 3  |
| I.2 Conception de contrôle des structures.....       | 3  |
| I.3 Historique.....                                  | 7  |
| I.4 Méthodes de contrôle.....                        | 9  |
| I.4.1 Contrôle passif.....                           | 9  |
| I.4.1.1 Systèmes d'isolation à la base.....          | 9  |
| I.4.1.2 Dissipateurs d'énergie.....                  | 10 |
| I.4.2 Contrôle actif.....                            | 12 |
| I.4.2.1 Configuration de base du contrôle actif..... | 12 |
| I.4.2.2 Différents systèmes du contrôle actif.....   | 14 |
| I.4.3 Contrôle semi-actif.....                       | 16 |
| I.4.4 Contrôle hybride.....                          | 17 |
| I.5 Conclusion.....                                  | 19 |

## **CHAPITRE II : FORMULATION MATHEMATIQUE DU CONTROLE ACTIF DE LA REPONSE SISMIQUE DES STRUCTURES**

|  |    |
|--|----|
| II.1 Introduction.....   | 20 |
| II.2 Modèle analytique des structures activement contrôlées.....   | 20 |
| II.2.1 Equation du mouvement des structures contrôlées par des câbles actifs.....                                      | 20 |
| II.2.2 Equation du mouvement des structures contrôlées par le système amortisseur<br>actif à masse accordée (AMD)..... | 23 |
| II.2.3 Représentation des variables d'état des structures.....   | 24 |
| II.2.4 Différentes méthodes de contrôle actif.....   | 25 |
| II.2.4.1 Contrôle à boucle ouverte.....  | 26 |
| II.2.4.2 Contrôle à boucle fermée.....   | 27 |
| II.2.4.3 Contrôle à boucle ouverte-fermée.....   | 28 |
| II.2.5 Procédure de la solution de l'équation d'état.....  | 30 |
| II.3 Emplacement optimal des actionneurs.....  | 33 |
| II.4 Conclusion.....   | 34 |

## CHAPITRE III : DIFFERENTES LOIS DU CONTROLE ACTIF

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| III.1       | Introduction.....  | 35 |
| III.2       | Lois de contrôle classiques.....                                   | 35 |
| III.2.1     | Loi de contrôle optimale de Riccati (ROAC).....                    | 35 |
| III.2.1.1   | Indice quadratique de performance.....                             | 36 |
| III.2.1.2   | Détermination de la force de contrôle.....                         | 37 |
| III.2.1.2.1 | Force de contrôle en utilisant la boucle ouverte-fermée.....       | 41 |
| III.2.1.2.2 | Force de contrôle en utilisant la boucle ouverte.....              | 42 |
| III.2.1.2.3 | Force de contrôle en utilisant la boucle fermée.....               | 42 |
| III.2.2     | Loi d'emplacement des pôles.....                                   | 43 |
| III.3       | Lois de contrôle modernes.....                                     | 44 |
| III.3.1     | Loi de contrôle instantanée optimale (IOAC).....                   | 44 |
| III.3.2     | Loi de contrôle généralisée optimale (GOAC).....                   | 45 |
| III.4       | Application du contrôle actif aux structures à base encastrée..... | 46 |
| III.4.1     | Introduction.....  | 46 |
| III.4.2     | Structure à 1 ddl.....   | 46 |
| III.4.3     | Structure à $n$ ddl.....   | 59 |
| III.5       | Conclusion.....  | 68 |

## CHAPITRE IV : CONTROLE ACTIF DES STRUCTURES PRENANT EN COMPTE L'EFFET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE (SSI)

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| IV.1     | Introduction.....  | 69        |
| IV.2     | Différents types d'interaction.....  | 69        |
| IV.3     | Formulation mathématique.....  | 72        |
| IV.3.1   | Structure à 1 ddl prenant en compte l'effet de SSI.....                                | 72        |
| IV.3.1.1 | Equation du mouvement.....   | 72        |
| IV.3.2   | Structure à $n$ ddl prenant en compte l'effet de SSI.....                              | 76        |
| IV.3.2.1 | Equation du mouvement.....   | 76        |
| IV.3.2.2 | Equation d'état du système.....  | 80        |
| IV.4     | Application du contrôle actif sur des structures prenant en compte l'effet de SSI..... | 81        |
| IV.4.1   | Introduction.....  | 81        |
| IV.4.2   | Structure à 1 ddl.....   | 81        |
| IV.4.3   | Structure à $n$ ddl.....   | 88        |
| IV.5     | Conclusion.....  | 94        |
|          | <b>CONCLUSION GENERALE.....</b>  | <b>95</b> |
|          | <b>REFERENCES.....</b>   | <b>98</b> |

# LISTE DES FIGURES

|   |    |
|---|----|
| <b>Figure 1.1</b> : Principe de fonctionnement des appuis parasismiques.....                              | 10 |
| <b>Figure 1.2</b> : a) Appui en élastomère fretté. b) Appui en pendule glissant.....                      | 10 |
| <b>Figure 1.3</b> : Configuration de base du contrôle actif.....  | 12 |
| <b>Figure 1.4</b> : Actionneur électrohydraulique .....   | 14 |
| <b>Figure 1.5</b> : Deux systèmes de contrôle AMD et TMD.....   | 14 |
| <b>Figure 1.6</b> : Structure contrôlée par des câbles actifs .....                                       | 15 |
| <b>Figure 1.7</b> : Système de contreventement en K avec un actionneur hydraulique .....                  | 16 |
| <b>Figure 1.8</b> : Schéma d'un système masse amortisseur hybride.....                                    | 18 |
| <b>Figure 1.9</b> : Système hybride équipé par des isolateurs et des actionneurs.....                     | 18 |
| <b>Figure 1.10</b> : Système hybride d'un amortisseur et un contrevent avec un actionneur<br>(HDABC)..... | 19 |
| <b>Figure 2.1</b> : Schéma des forces d'une structure contrôlée par des câbles actifs.....                | 20 |
| <b>Figure 2.2</b> : Schéma des forces d'une structure contrôlée par le système AMD .....                  | 23 |
| <b>Figure 2.3</b> : Schéma du contrôle actif à boucle ouverte.....  | 26 |
| <b>Figure 2.4</b> : Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle ouverte .....                        | 26 |
| <b>Figure 2.5</b> : Schéma du contrôle actif à boucle fermée .....  | 27 |
| <b>Figure 2.6</b> : Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle fermée.....                          | 27 |
| <b>Figure 2.7</b> : Schéma du contrôle actif à boucle ouverte-fermée.....                                 | 28 |
| <b>Figure 2.8</b> : Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle ouverte-fermée.....                  | 28 |
| <b>Figure 3.1</b> : Variation de la matrice de Ricatti dans le temps : a) excitation b) réponse..         | 42 |
| <b>Figure 3.2</b> : Structure à 1 ddl contrôlée par des câbles actifs .....                               | 46 |
| <b>Figure 3.3</b> : Composante nord-sud du séisme EL CENTRO 18 MAI 1940.....                              | 47 |
| <b>Figure 3.4</b> : Spectre d'accélération de la composante N-S de EL CENTRO 18 MAI 1940..                | 47 |
| <b>Figure 3.5</b> : Réponse en déplacement de la structure non contrôlée.....                             | 49 |
| <b>Figure 3.6</b> : Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée.....              | 50 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure 3.7 :</b> Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée .....                 | 51 |
| <b>Figure 3.8 :</b> Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée .....  | 51 |
| <b>Figure 3.9 :</b> Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.....                        | 52 |
| <b>Figure 3.10 :</b> Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....               | 53 |
| <b>Figure 3.11 :</b> Réponse en effort tranchant de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....          | 53 |
| <b>Figure 3.12 :</b> Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....                     | 54 |
| <b>Figure 3.13 :</b> Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.....         | 55 |
| <b>Figure 3.14 :</b> Réponse en effort tranchant de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.....    | 55 |
| <b>Figure 3.15 :</b> Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée .....              | 56 |
| <b>Figure 3.16 :</b> Réponses en déplacement de la structure sans et avec contrôle .....   | 56 |
| <b>Figure 3.17 :</b> Réponses en effort tranchant de la structure sans et avec contrôle .....  | 57 |
| <b>Figure 3.18 :</b> Forces de contrôle appliquées à la structure .....  | 57 |
| <b>Figure 3.19 :</b> Spectres de réponse de la structure sans et avec contrôle .....   | 57 |
| <b>Figure 3.20 :</b> Structure à 8 ddl contrôlée par des câbles actifs .....   | 59 |
| <b>Figure 3.21 :</b> Réponse en déplacement du dernier étage de la structure non contrôlée .....   | 60 |
| <b>Figure 3.22 :</b> Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée.....  | 61 |
| <b>Figure 3.23 :</b> Réponse en déplacement du dernier étage de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée .....         | 61 |
| <b>Figure 3.24 :</b> Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée ..... | 62 |
| <b>Figure 3.25 :</b> Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée .....                      | 62 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure 3.26</b> : Réponse en déplacement du dernier étage de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....        | 63 |
| <b>Figure 3.27</b> : Réponse en effort tranchant à la base de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....          | 63 |
| <b>Figure 3.28</b> : Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte .....                     | 64 |
| <b>Figure 3.29</b> : Réponse en déplacement du dernier étage de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée ..... | 64 |
| <b>Figure 3.30</b> : Réponse en effort tranchant à la base de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée .....   | 65 |
| <b>Figure 3.31</b> : Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée .....              | 65 |
| <b>Figure 3.32</b> : Réponses en déplacement du dernier étage de la structure sans et avec contrôle .....                                  | 66 |
| <b>Figure 3.33</b> : Réponses en effort tranchant à la base de la structure sans et avec contrôle .....                                    | 66 |
| <b>Figure 3.34</b> : Forces de contrôle appliquées au dernier étage de la structure .....  | 67 |
| <b>Figure 3.35</b> : Spectres de réponse du dernier étage de la structure sans et avec contrôle ....                                       | 67 |
| <b>Figure 4.1</b> : Réponses dynamiques d'une fondation.....   | 70 |
| <b>Figure 4.2</b> : Structure à 1 ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI. ....                               | 72 |
| <b>Figure 4.3</b> : Structure à n ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI.....                                | 76 |
| <b>Figure 4.4</b> : Structure contrôlée à 1 ddl.....   | 81 |
| <b>Figure 4.5</b> : Réponse en déplacement de la fondation d'une structure non contrôlée ....  | 83 |
| <b>Figure 4.6</b> : Réponse en rotation de la fondation de la structure non contrôlée .....  | 83 |
| <b>Figure 4.7</b> : Réponse en déplacement de la structure non contrôlée .....   | 84 |
| <b>Figure 4.8</b> : Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée .....  | 84 |
| <b>Figure 4.9</b> : Réponse en déplacement de la structure contrôlée .....   | 85 |
| <b>Figure 4.10</b> : Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée.....  | 85 |
| <b>Figure 4.11</b> : Réponses en déplacement de la structure contrôlée SSI.....  | 86 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure 4.12</b> : Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée sans et avec SSI .....                     | 86 |
| <b>Figure 4.13</b> : Forces de contrôle appliquées à la structure sans et SSI .....                                    | 87 |
| <b>Figure 4.14</b> : Structure à 8 ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI.....           | 88 |
| <b>Figure 4.15</b> : Réponses en déplacement de la structure non contrôlée prenant en compte l'effet de SSI .....      | 89 |
| <b>Figure 4.16</b> : Réponses en effort tranchant de la structure non contrôlée prenant en compte l'effet de SSI ..... | 90 |
| <b>Figure 4.17</b> : Réponses en déplacement de la structure contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.....           | 90 |
| <b>Figure 4.18</b> : Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.....      | 91 |
| <b>Figure 4.19</b> : Forces de contrôle appliquées à la structure prenant en compte l'effet de SSI.....                | 91 |
| <b>Figure 4.20</b> Réponses en déplacement de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.....                  | 92 |
| <b>Figure 4.21</b> : Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.....           | 92 |
| <b>Figure 4.22</b> : Forces de contrôle appliquées à la structure sans et avec l'effet de SSI.....                     | 93 |
| <b>Figure 4.23</b> :Déplacements inter étages de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.                   | 93 |

## LISTE DES TABLEAUX

|   |    |
|---|----|
| <b>Tableau 4.1 :</b> Valeurs des coefficients de rigidité du sol d'une fondation rectangulaire données par Richart et Lysmer (1970).....      | 73 |
| <b>Tableau 4.2 :</b> Valeurs des coefficients d'amortissement du sol d'une fondation rectangulaire données par Richart et Lysmer (1970) ..... | 73 |

# **Introduction Générale**

## Introduction générale :

Les tremblements de terre ou séismes constituent une activité géologique naturelle. Ils induisent des destructions importantes. L'être humain cherche à satisfaire son besoin d'être protégé contre ces phénomènes. De ce fait, il a pensé à construire des abris. Face au développement que le monde connaît, ces derniers sont devenus des bâtiments, des gratte ciel et d'autres structures très dangereuses.

Etant arrivé à ce stade, les structures elles mêmes sont devenues un danger réel face aux facteurs influant tels que le vent, le séisme et sans oublier les vibrations causées par l'homme lui-même, par exemple les explosions. A ce niveau l'être humain a pensé de nouveau à d'autres solutions pour éliminer ces risques majeurs menaçant sa stabilité.

Tout à fait au début, il a conçu des bâtisses très solides avec des normes empiriques mais suffisamment strictes pour pouvoir se prémunir contre les phénomènes naturels.

Avec le développement qui a touché l'urbanisation, l'importance de ces normes a pris une grande place surtout sur le plan des fondations. La réalisation d'un projet selon les nouvelles normes n'a pas beaucoup aidé contre la lutte face aux séismes et les dégâts qu'ils provoquent. Cela a poussé les recherches vers d'autres solutions telles que le contrôle.

Etant donné que les sources d'excitation sont diverses et différentes d'un point de vue intensité, origines et influence, nous allons nous concentrer sur le phénomène le plus agressif et le plus répandu dans le monde tel que le séisme. D'un point de vue technique, ce dernier est considéré comme une source de vibration aléatoire. La probabilité qu'il se produit diffère d'une région à une autre. Alors prévoir l'instant qui vient juste avant l'arrivée de ce phénomène devient le souci des recherches actuelles.

Le contrôle des bâtiments qui ont déjà été sujets à des vibrations est envisagé sur le terrain réel et ceci selon les différents types de contrôle. Il existe deux grands types : le contrôle passif qui se fait soit à base de béton et de renforcement des murs et des poutres ou soit par des systèmes incorporés qui ont le rôle d'absorber l'énergie des forces appliquées, et le contrôle actif auquel nous allons intéresser dans ce travail. Ce dernier est géré par des dispositifs électriques dirigés par une commande robuste. La partie électrique se divise en deux groupes : les capteurs électriques sensés capter

l'information lors du début du phénomène et avant que ce dernier se propage dans la structure et le deuxième groupe contient les actionneurs électriques présentant la partie mobile qui agit sur la structure. Ces deux groupes sont gérés par ordinateur qui traite l'information.

Plusieurs travaux ont été déjà dirigés dans ce sens depuis près de 20 ans particulièrement au Japon et un peu plus tard à l'U.S.A. Les études faites ont poussé les industries ainsi que les chercheurs à enrichir les techniques de commandes et à concevoir des appareillages de pointe et de précision.

Donc, Le contrôle actif de la réponse sismique des structures est considéré parmi les techniques développées pour réduire les risques engendrées par les séismes, ce qui est le but que nous voulons montrer dans ce travail.

Dans ce modeste travail d'initiation à la recherche, quatre chapitres ont été faits. Nous commençons dans le premier chapitre à citer les différentes méthodes de contrôle de la réponse sismique des structures en démontrant la conception de base du contrôle, ainsi un aperçu historique sur ces méthodes.

Par la suite, le deuxième chapitre est consacré au développement mathématique du control actif de la réponse sismique des structures, nous allons présenter le modèle analytique des structures activement contrôlées, par des systèmes de contrôle, en montrant ses équations du mouvement.

Le troisième chapitre cite les différentes lois de contrôle à utiliser dont le but est de calculer la force nécessaire à appliquer à la structure. Ainsi, on va présenter brièvement la théorie de l'emplacement optimal des actionneurs. Une application du contrôle actif de la réponse sismique des structures sera faite dans ce chapitre.

Nous terminons par un quatrième chapitre dans lequel on va étudier le contrôle actif avec l'effet de l'interaction sol structure (SSI) afin de rapprocher à la réalité du comportement des structures sous les sollicitations sismiques.

A la fin, on terminera par une conclusion générale.

# **Chapitre I :**

## **Généralités sur les Différentes Méthodes de Contrôle de la Réponse Sismique des Structures**

I.1 Introduction.

I.2 Conception de contrôle des structures.

I.3 Historique.

I.4 Différentes méthodes de contrôle :

I.4.1 Contrôle passif.

I.4.2 Contrôle actif.

I.4.3 Contrôle semi-actif.

I.4.4 Contrôle hybride.

I.5 Conclusion.

# Chapitre I : Généralités sur les différentes méthodes de contrôle de la réponse sismique des structures

## I.1. Introduction :

A cause de l'insuffisance de l'amortissement propre de la structure, des dispositifs sont ajoutés à la structure afin d'augmenter sa capacité de dissipation d'énergie. Ces structures sont appelées « structures intelligentes », qui reposent alors non seulement sur ses propres caractéristiques pour résister aux excitations sismiques mais aussi sur les dispositifs ou les systèmes incorporés. Cette technologie des structures intelligentes est devenue une alternative intéressante pour augmenter la sécurité et la fonctionnalité des structures car elle peut grandement améliorer la performance sismique des systèmes structuraux.

Dans ce chapitre, on va présenter la conception de base du contrôle de la réponse sismique des structures à partir de leurs équations du mouvement puis, on donne l'état d'art des différentes recherches qui ont été faites dans cet axe de recherche. Par la suite, on va citer les différentes méthodes de contrôle, qui sont le contrôle passif, actif, semi actif et hybride.

## I.2. Conception de contrôle des structures :

Dans ce qui suit, une structure à un seul degré de liberté est utilisée pour illustrer les principes de base de la technologie de contrôle de la réponse sismique des structures. Une structure à 1 DDL soumise à une excitation sismique, son équation de mouvement peut s'exprimer comme suit :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.1)$$

d'où :

$m$  : la masse de la structure.

$c$  : l'amortissement de la structure.

$k$  : la rigidité élastique linéaire de la structure.

$\ddot{x}_g(t)$  : l'accélération de l'excitation sismique.

L'équation (1.1) peut se récrire d'une autre façon comme suit :

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = -\ddot{x}_g(t) \quad (1.2)$$

d'où :

$\xi$ : le coefficient d'amortissement.

$\omega_n$ : la pulsation propre de la structure.

En utilisant la théorie de la dynamique des structures, la réponse de la structure sera comme suit [1] :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 \cos \bar{\omega}_n t + C_2 \sin \bar{\omega}_n t) - \frac{1}{\bar{\omega}_n} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \bar{\omega}_n(t-\tau) d\tau \quad (1.3)$$

d'où :

$\bar{\omega}_n = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$  : la pseudo-pulsation de la structure.

$C_1$  et  $C_2$  : des constantes à déterminer par les conditions initiales.

Tant que le séisme peut se développer en séries de fourrier, la réponse sismique est alors une sommation de réponses par des séries d'excitation sinusoïdales. La réponse d'une structure à 1 ddl, sous une excitation sinusoïdale ( $P \sin \theta t$ ), est alors :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 \cos \bar{\omega}_n t + C_2 \sin \bar{\omega}_n t) + \frac{P \sin(\theta t - \varphi)}{m \sqrt{(\omega_n^2 - \theta^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \theta^2}} \quad (1.4)$$

d'où :  $\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{2\xi\omega_n\theta}{\omega_n^2 - \theta^2} \right)$ .

Mathématiquement, L'équation (1.4) montre qu'on peut adopter trois méthodes pour minimiser la réponse sismique des structures telles que:

- La minimisation de l'amplitude de  $\ddot{x}_g(t)$ .
- L'augmentation du coefficient d'amortissement  $\xi$ .
- L'évitement de la résonance par l'augmentation de la différence entre  $\omega_n$  et  $\theta$ .

Ces concepts mathématiques se réalisent par les structures intelligentes à travers les mécanismes suivantes :

- Des systèmes d'isolation à la base qui ont pour objet de dissiper l'énergie de l'excitation transmise vers la superstructure.
- Des systèmes de contrôle dont le rôle est d'appliquer des forces de contrôle à la structure au moyen des dispositifs comme les amortisseurs à masse accordée, les câbles et les contrevents. Ces forces sont considérées comme un amortissement supplémentaire de la structure.
- Des systèmes de contrôle utilisant la capacité des matériaux à absorber l'énergie de l'excitation par ses caractéristiques non linéaires comme la ductilité.

Donc, Les différents mécanismes cités précédemment montrent que les structures intelligentes peuvent utiliser soit des systèmes d'isolation à la base, soit des systèmes de contrôle de la réponse sismique. Ces derniers ajoutent à la structure soit un amortissement supplémentaire, soit modifient les caractéristiques dynamiques de la structure.

L'amortissement ajouté à la structure augmente sa capacité de dissipation d'énergie et modifie sa rigidité, même il peut éviter la résonance. Ainsi la réduction de sa réponse.

Mathématiquement, une structure intelligente à 1 ddl utilisant un système de contrôle, sous une excitation sismique, son équation de mouvement peut s'exprimer comme suit :

$$(m + m_c)\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + F_c(t) = -(m + m_c)\ddot{x}_g(t) \quad (1.5)$$

d'où :

$m_c$  : la masse du système de contrôle, qui est plus petite devant celle  $m$  de la structure.

$F_c(t)$  : la force de contrôle générée par le système de contrôle. Un modèle linéaire typique de  $F_c(t)$  peut s'exprimer comme suit :

$$F_c(t) = c_c\dot{x}(t) + k_c x(t) \quad (1.6)$$

L'équation (1.5) peut se récrire comme suit :

$$(m + m_c)\ddot{x}(t) + (c + c_c)\dot{x}(t) + (k + k_c)x(t) = -(m + m_c)\ddot{x}_g(t) \quad (1.7)$$

En comparant les deux équations (1.1) et (1.5), il apparaît que le système de contrôle ajouté à la structure est conçu pour appliquer des forces de contrôle afin de modifier les propriétés de la structure de telle sorte qu'elle peut répondre favorablement aux excitations sismiques.

Donc, l'addition du système de contrôle est faite pour augmenter l'amortissement de la structure et /ou d'éviter la résonance par la modification de sa rigidité et sa masse afin que la réponse sera minimale.

En pratique, dans le domaine du génie civil, l'augmentation de l'amortissement de la structure est la plus utilisée par rapport la modification de la masse et de la rigidité. Ainsi, les systèmes de contrôle de la réponse sismique sont généralement conçus par l'ajout de l'amortissement à la structure avec des petites modifications de sa rigidité et de sa masse.

### **I.3. Historique :**

L'addition des systèmes aux structures pour la suppression des vibrations a une longue histoire. Des amortisseurs passifs ont été émergés dans les années 1900. Une application récente de ces amortisseurs dans le domaine de génie civil a été trouvée dans les tours avec des réservoirs d'eau élevés [2]. Les amortisseurs passifs ont été disponibles dans le commerce depuis les années 1970 et ont été largement appliqués pour la suppression des vibrations dans les automobiles, les avions et les structures de génie civil. Les technologies modernes de contrôle et les systèmes adaptatifs sont à maturité également dans les industries mécaniques et électriques. Toutefois, la technologie de structures intelligentes dans le génie civil, pour le contrôle de la réponse devant le vent et les séismes, n'a pas été faite avant les années 1950 [3] parce qu'il s'agit d'une tâche très difficile de développer des systèmes de contrôle pour les structures à grande importance.

La notion de contrôle de la réponse sismique des structures a eu d'origine dans les années 1950 avec les chercheurs japonais Kobori et Minai [3]. Ils ont trouvé un résultat important concernant le contrôle de la réponse sismique qui doit être fait sur l'extrémité de la réception de la réponse de la structure. Alors que Yao [4] a trouvé que dans un tel système structurel, les séismes et les vents ne sont pas contrôlés seulement par les membres structurels, mais aussi par une force extérieure de contrôle.

Des progrès remarquables ont suivi ces concepts initiaux en matière de contrôle de la réponse sismique des structures.

Le Japon a pris d'avance dans l'application pratique des systèmes de contrôle des structures. En 1985, des essais sur le système de contrôle ont été lancés pour progresser vers les applications pratiques. En 1989, un amortisseur actif à masse accordée (Active Mass Damper, AMD) a été installé dans un bâtiment pour réduire sa réponse sismique. Le système AMD a été vérifié par l'observation en temps réel et simulation numérique [5].

Aux États-Unis, sous la direction NSF (National Science Foundation), suite à un support important de projets de recherche différents de contrôle dans les tremblements de terre, un groupe d'experts américains dans la recherche sur le contrôle des structures a été officiellement établi, et un programme de recherche de 5 ans a été lancé en 1992 pour la sécurité, la performance et l'atténuation des risques [6].

Avec ces travaux de recherche, des grands achèvements ont été effectués dans la technologie des structures intelligentes pour le contrôle de la réponse sismique. Ces efforts peuvent être groupés dans ce qui suit :

- La modélisation des systèmes de contrôle et le développement des algorithmes : cette partie consiste à améliorer l'applicabilité de la théorie de contrôle moderne de la réponse sismique pour des différentes structures civiles caractérisées par des différents paramètres incertains.
- Le développement des dispositifs de contrôle et la vérification expérimentale : des amortisseurs et des actionneurs capables de générer des forces importantes de contrôle, pour réduire la réponse sismique de la structure, ont été développés. Des tests sur la table vibrante ont été faits pour vérifier l'efficacité des dispositifs et des algorithmes de contrôle proposés.
- L'application des matériaux intelligents : les matériaux électrorhéologique (ER) et magnétorhéologique (MR) et piezoélectrique (PZT) ont été étudiés pour les applications de l'ingénierie. Les structures équipées avec les matériaux intelligents, les amortisseurs et les capteurs sont appliqués pour les structures d'ingénierie de telle sorte que ces structures sont capables à répondre spontanément aux excitations sismiques afin de minimiser les dégâts.
- L'applicabilité des solutions proposées : ces études ont augmenté l'applicabilité des systèmes de contrôle pour les structures. Les solutions proposées incluent les systèmes incorporés, la fiabilité du contrôle robuste, la technique d'observabilité-contrôlabilité pour les capteurs avec les mesures de l'accélération, la capacité des actionneurs à générer les forces et les stratégies du contrôle hybride, l'emplacement optimal des dispositifs de contrôle et l'ensemble des systèmes de sécurité, stabilité et maintenance.
- Réalisation : ici, des systèmes de contrôle sont actuellement installés sur les structures. Tant que les systèmes du contrôle passif ont été beaucoup appliqués pour les structures d'ingénierie, les systèmes de contrôle actif ont commencé avec élan [7].
- Développement de conception : les spécifications de conception sismique ont été actualisées avec des guides pour la conception des structures intelligentes.

#### **I.4. Méthodes de contrôle :**

Il est important à noter que les structures intelligentes peuvent utiliser plusieurs types de systèmes de contrôle, comme les systèmes d'isolation à la base des structures et les systèmes de contrôle actifs. Ces derniers utilisent une source d'énergie externe pour appliquer la force de contrôle, qui est déterminée par des algorithmes de contrôle. Ainsi, ils sont des systèmes adaptés formant une structure complètement intelligente vis-à-vis les excitations extérieures. Il y a aussi les systèmes de contrôle passifs qu'ils utilisent des dispositifs de dissipation d'énergie.

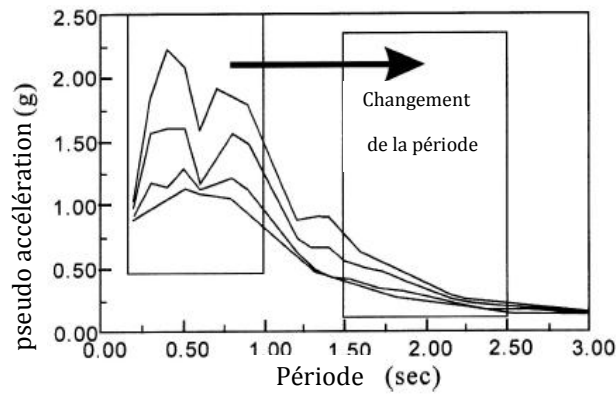
##### **I.4.1. Contrôle passif :**

Les techniques passives d'amortissement, des vibrations structurelles, utilisent l'intégration ou l'addition des matériaux ou des systèmes, possédant des propriétés amortissantes, couplés à la structure de telle façon que les vibrations de la structure soient amorties passivement, c'est à dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire et sans apport d'énergie de l'extérieure. Principalement, il existe deux catégories de systèmes passifs : la première est l'isolation sismique et la deuxième est la dissipation d'énergie.

##### **I.4.1.1. Systèmes d'isolation à la base:**

L'isolation à la base est une application bien connue de l'approche du contrôle passif. Ces systèmes consistent à mettre, entre les fondations et la superstructure, des dispositifs qui ont une déformabilité horizontale très importante et une rigidité verticale très élevée. Ces dispositifs permettent à découpler le mouvement du sol à la superstructure dont le but de réduire les forces transmises à cette dernière. L'isolateur absorbe les déformations inélastiques et filtre les accélérations des hautes fréquences de telle sorte que la superstructure isolée se déplace essentiellement selon un mode rigide subissant des faibles accélérations et presque pas de déformations [8].

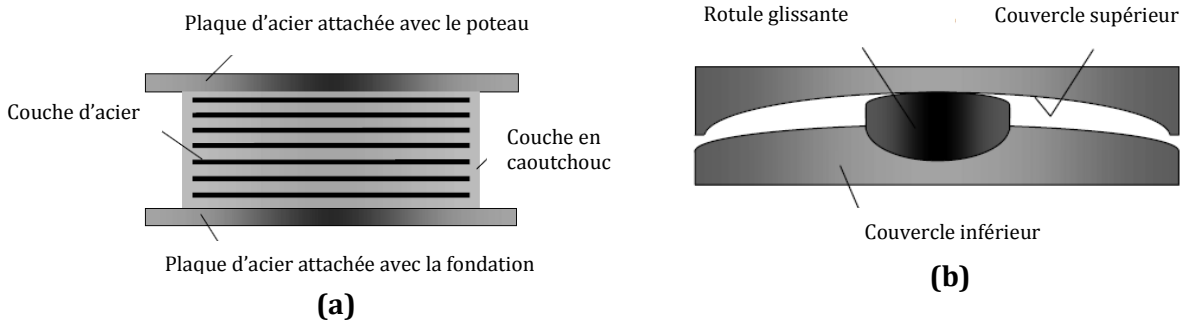
Ainsi, l'isolation de la base est un outil efficace pour assurer la protection sismique des structures rigides parce qu'elles sont caractérisées par des hautes fréquences (voir figure 1.1).



**Figure 1.1 :** Principe de fonctionnement des appuis parasismiques.

Plusieurs types d'appuis parasismiques existent. Certains ont déjà été utilisés, d'autres sont restés au stade d'études théoriques. Selon leur mode de fonctionnement, ils peuvent être classés en plusieurs catégories :

- Appuis à déformation;
- Appuis à glissement;
- Appuis à déformation et glissement.



**Figure 1.2 :** a) Appui en élastomère fretté. b) Appui en pendule glissant.

#### I.4.1.2. Dissipateurs d'énergie :

Les systèmes passifs de dissipation d'énergie ont le même principe de base de celui des isolateurs sismiques lorsqu'ils sont incorporés dans la structure : ils peuvent absorber une portion de l'énergie d'excitation extérieure. En plus, ils peuvent réduire substantiellement le mouvement différentiel entre les éléments de la structure et par conséquent réduire les dégâts de cette dernière. Ces dernières années, des efforts sérieux ont amélioré le concept des systèmes de dissipation d'énergie, et plusieurs appareils ont été installés dans des structures partout dans le monde. En général, ils sont

caractérisés par leur capacité de dissiper l'énergie de vibration de la structure ou de la convertir en un autre mode de vibration ou en une autre forme d'énergie [8]. Les principaux systèmes sont :

- amortisseurs métalliques.
- amortisseurs à friction.
- amortisseurs viscoélastiques.
- amortisseurs à fluide visqueux.
- amortisseurs à masse accordée (Tuned Mass Damper, TMD).
- amortisseurs à liquide accordée (Tuned Liquid Damper, TLD).

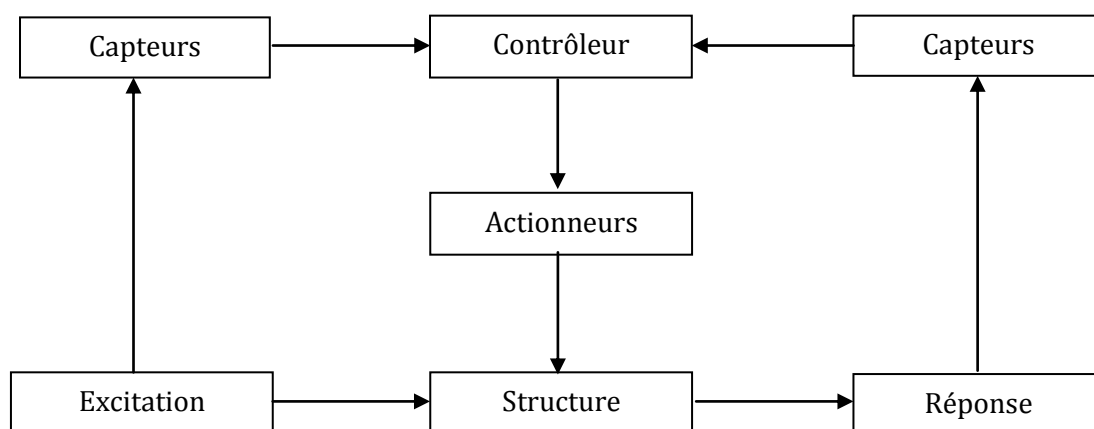
Toutefois, les systèmes passifs n'ont qu'une capacité de contrôle limitée. Certains systèmes, tels que TMD et TLD, ne sont efficaces que dans une bande étroite de fréquence parce qu'ils sont conçus sur la fréquence du premier mode de la structure. Ces systèmes peuvent être appliqués à la suppression des vibrations des structures sous les excitations dont le premier mode domine la réponse, mais il leur manque la capacité à contrôler la réponse sismique dans le cas où plusieurs modes sont importants. Les structures intelligentes utilisant des systèmes passifs ont limité l'intelligence comme ils sont incapables de s'adapter à l'excitation et la réponse structurelle globale. D'où l'apparition du contrôle actif.

### I.4.2. Contrôle actif :

Un amortisseur passif est fondamentalement conçu pour réduire seulement un mode de vibration particulier de la structure. En revanche, un amortisseur actif peut amortir une bande large de fréquence. D'où, l'étude du contrôle actif des structures est une extension logique de la technologie du contrôle passif. Un système de contrôle est actif, si un ou plusieurs actionneurs appliquant des forces sur une structure selon une loi de contrôle et en utilisant pour leur fonctionnement une source d'énergie externe. Ces forces peuvent être utilisées pour ajouter ou dissiper l'énergie de la structure à contrôler. Afin de construire un tel système, il existe deux approches qui sont radicalement différentes : la première consiste à identifier l'excitation sismique qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation "inverse". Cette stratégie de contrôle actif est appelée contrôle par anticipation (*feedforward*). Elle est surtout développée en acoustique [9], mais elle est aussi très utile pour le contrôle de vibration des structures [10]. La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer. Elle nécessite donc, la modélisation du comportement dynamique de la structure. Le travail de contrôle des vibrations qui porte sur ce type de stratégie est appelé contrôle par boucle de rétroaction (*feedback*).

#### I.4.2.1. Configuration de base du contrôle actif :

Un système de contrôle actif des structures a la configuration de base comme elle est montrée dans la figure 1.3.



**Figure 1.3 :** Configuration de base du contrôle actif.

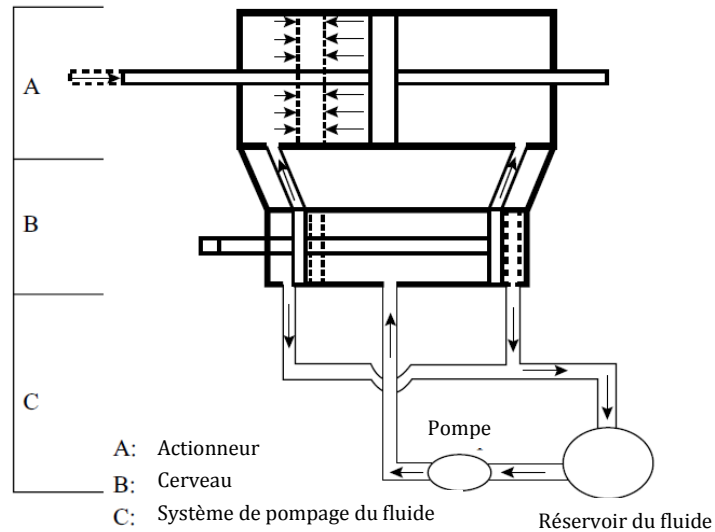
Il consiste, premièrement, à placer des capteurs sur la structure pour identifier, à chaque instant, la réponse ou l'excitation. Lorsque seulement la réponse de la structure est mesurée, la configuration de contrôle est connue sous le nom de contrôle à boucle fermée ; la réponse est mesurée à chaque instant et cette information est utilisée pour le calcul de la force de contrôle nécessaire à appliquer instantanément. Mais, lorsque seulement l'excitation est mesurée, le contrôle prend le nom de boucle ouverte. Par contre, si la réponse et l'excitation sont mesurées ensemble, le terme utilisé dans la littérature est le contrôle à boucle fermée-ouverte. En deuxième étape, il consiste à choisir une loi de contrôle convenable qui permet, à chaque instant, à l'actionneur en apportant de l'énergie extérieure, de produire une force de contrôle. Par la suite, lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, on commence par étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler, puis on choisit une loi de contrôle de rétroaction qui répond au mieux à la problématique. Les lois des contrôles par rétroaction auxquelles on s'intéresse par la suite se définissent en fonction de l'état de la structure sur laquelle elles sont appliquées. L'efficacité de ce type de contrôle dépend du :

- placement optimal des capteurs : en vue d'une discrétisation modale du déplacement d'une structure, le positionnement des capteurs est primordial pour le contrôle de la structure et l'estimation de l'état du modèle.
- choix d'une loi de contrôle efficace : si le comportement du système n'est pas satisfaisant, l'objectif du contrôle est d'agir sur le système à travers des variables notées  $u(t)$  (forces), pour obtenir le comportement désiré de la réponse de la structure ou du système.

Le problème de contrôle consiste donc à définir une loi de contrôle robuste afin que les réponses ou les sorties du système soient celles désirées.

- placement optimal des actionneurs : comme les actions de contrôle sont localisées au niveau des actionneurs, c'est à dire que le contrôle agit sur la structure par l'intermédiaire des actionneurs, et donc évidemment l'efficacité du contrôle dépend de la position de ces derniers. Pour un contrôle actif, l'optimisation du positionnement des actionneurs consiste à minimiser l'énergie qu'il faut fournir pour stabiliser le système.

Un actionneur typique le plus utilisé dans le contrôle des structures est celui montré dans la figure 1.4 [12] :



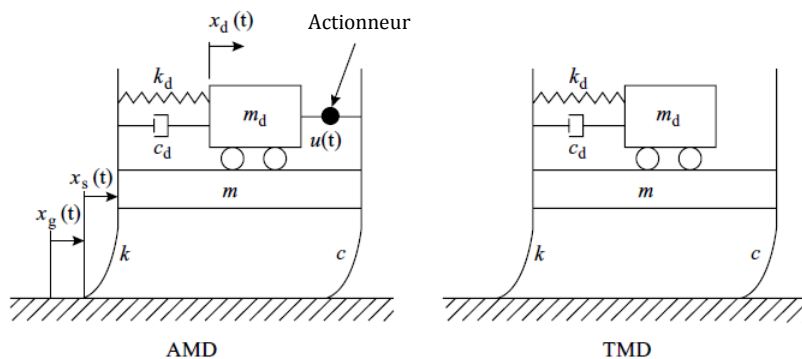
**Figure 1.4 :** Actionneur électrohydraulique.

#### I.4.2.2. Différents systèmes du contrôle actif :

##### I.4.2.2.1. Système amortisseur actif à masse accordée (AMD) :

Ce système a été proposé au début de 1980 [11], il est développé à partir de celui de l'amortisseur passif à masse accordée (TMD) en utilisant le mécanisme du contrôle actif. La figure 1.5 montre la différence entre les systèmes AMD et TMD.

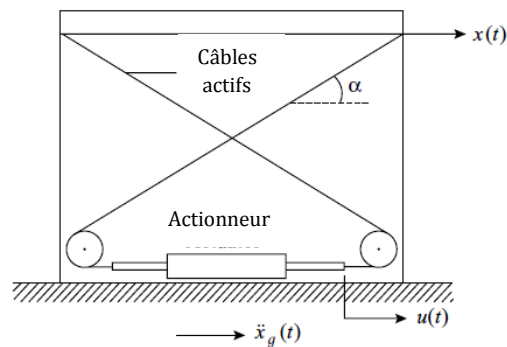
Un actionneur est placé entre la structure et le système auxiliaire TMD, d'où la masse de ce système ne dépasse pas généralement 1% de celle de la structure. Le mouvement de ce système est contrôlé par l'actionneur.



**Figure 1.5 :** Deux systèmes de contrôle AMD et TMD.

#### I.4.2.2.2. Système des câbles actifs :

Ce système consiste à introduire des câbles de précontrainte (tendons) dont la force appliquée est contrôlée par un mécanisme électro-hydraulique. La figure 1.6 montre une configuration typique du contrôle actif utilisant ce système. Les câbles actifs sont installés entre deux étages d'une structure. L'actionneur cylindrique est attaché à l'étage inférieur. L'un des extrémités des câbles est connecté à l'étage supérieur et l'autre au piston de l'actionneur. Sous l'excitation sismique, la réponse de la structure induit un déplacement inter étage qui provoque le piston de l'actionneur à déplacer par rapport le cylindre de l'actionneur. Ce déplacement relatif change la tension dans les câbles, d'où l'application de la force dynamique de contrôle sera introduite à la structure pour réduire sa réponse [12].

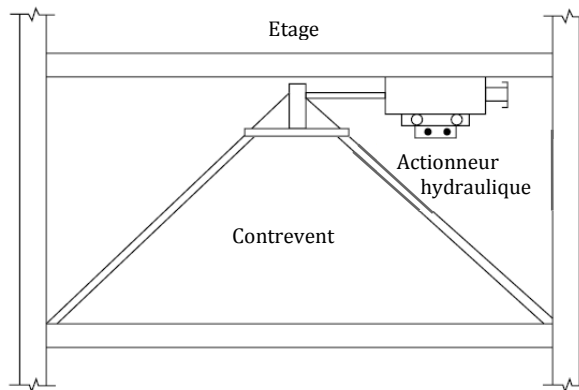


**Figure 1.6 :** Structure contrôlée par des câbles actifs.

#### I.4.2.2.3. Système de contreventement actif :

Ce système utilise des éléments de contreventement existants pour installer un dispositif de contrôle actif sur la structure. Il existe trois types de systèmes de contreventement, soit diagonal, en K ou en V. un actionneur hydraulique, monté au dessus du système de contreventement et fixé à l'étage, est capable de générer une large force de contrôle. La figure 1.7 montre ce système, qui comporte une servovalve, un actionneur hydraulique, énergie externe, capteurs et ordinateur de contrôle avec une loi prédéterminée. Les capteurs mesurent le mouvement de la structure dû à l'excitation sismique. L'ordinateur de contrôle utilise l'algorithme de contrôle pour traiter ces mesures afin de générer le signal de contrôle. En suite, La servovalve utilise le signal de contrôle produisant une différence de pression entre les deux chambres de l'actionneur.

Ainsi, la force de contrôle, donc, est produite par cette différence de pression pour résister aux sollicitations sismiques [12].



**Figure 1.7 :** Système de contreventement en K avec un actionneur hydraulique.

### I.4.3. Contrôle semi-actif:

L'idée principale du contrôle semi-actif est très simple : elle consiste à changer, en temps réel, les caractéristiques des dispositifs passifs de dissipation d'énergie et ce changement ne nécessite qu'une source minimale d'énergie. Le concept de ce type de contrôle est introduit pour la première fois par Karnopp [13] qui a proposé de modifier la force d'amortissement du fluide en contrôlant l'ouverture de la valve d'un amortisseur conventionnel, par exemple, un amortisseur hydraulique muni d'une servovalve qui contrôle le débit d'huile à travers une restriction. L'action de contrôle, pour une approche de type semi-actif, se réalise à travers le réglage, en temps réel, des paramètres mécaniques de dissipation réagit passivement avec le reste de la structure. La modalité de réglage de ces paramètres est déterminée, sur la base d'un choix d'algorithme de contrôle, en fonction de l'excitation et/ou de la réponse de la structure. Par conséquent, comme pour le contrôle actif, le système de contrôle semi-actif nécessite des capteurs, processeurs et actionneurs. L'énergie demandée de l'extérieure, par contre, est minimale par rapport à un système de contrôle actif : sert seulement à modifier les caractéristiques mécaniques des dispositifs de contrôle, et peut être fournie, par exemple, d'une simple batterie. Les systèmes de contrôle semi-actif, donc, représentent une évolution des systèmes passifs, et par conséquent ils en conservent les caractéristiques fondamentales de fiabilité, de sécurité et de simplicité, en les plaçant à côté de celle de l'adaptation, dans le but d'augmenter ses performances jusqu'à les approcher aux systèmes de contrôle actif [37]. Il existe une liaison conceptuelle forte

entre les systèmes semi-actifs et les systèmes passifs. Les systèmes de contrôle semi-actif incluent deux catégories : la première est à rigidité variable et la deuxième est à amortisseur variable. Dans la première, la raideur de la structure est ajustée pour établir une condition non résonnante entre la structure et l'excitation [14]. Les appareils à raideurs variables peuvent être réglés en éliminant ou en ajoutant une rigidité à une section particulière de la structure. Dans la deuxième, le coefficient d'amortissement des appareils de dissipation d'énergie varie entre une valeur minimale et une autre maximale. Ces coefficients sont modifiés à partir d'un algorithme de contrôle, en ajustant les propriétés mécaniques du dispositif de contrôle, pour accomplir des réductions considérables de la réponse de la structure. Dans les deux catégories, comme les systèmes passifs, les forces de contrôle sont produites en utilisant le mouvement de la structure et, comme les systèmes actifs, des contrôleurs qui, à partir d'une loi de contrôle, développent des signaux pour sélectionner la rigidité ou le coefficient d'amortissement de l'appareil.

Plusieurs études sont concentrées sur l'usage des algorithmes de contrôle semi-actif pour les structures avec variation du coefficient d'amortissement du dispositif utilisé. Ils ont étudié l'efficacité de ces algorithmes en réduisant la réponse des structures sous différents chargements dynamiques.

#### **I.4.4. Contrôle hybride :**

Le contrôle actif est utilisé pour palier la limite d'intelligence des systèmes passifs et semi-actifs. Cependant, le contrôle actif a toujours deux inconvénients. Le premier, s'agit de la dépendance totale de ses opérations à une source d'énergie externe et il nécessite des systèmes compliqués de mesure et de traitement. Le deuxième, s'agit de la nécessité d'un grand équipement pour générer la force de contrôle, qui représente les actionneurs. Afin de palier cette insuffisance, la technologie du contrôle hybride a été développée en combinant le contrôle passif et le contrôle actif.

Il existe trois types de systèmes de contrôle ; masse et amortisseur hybride (Hybrid Mass Damper, HMD), système hybride à base d'isolation et le système de contreventement hybride (Hybrid Damper Actuator Bracing Control, HDABC).

#### I.4.4.1. Système masse-amortisseur hybride :

Ce système combine soit un système TMD et un système de contrôle actif, soit le système AMD accordé avec le système TMD (voir figure 1.8). Le système AMD est attaché au système TMD sur la structure dont la masse du système AMD est plus petite que celui TMD d'un rapport de 10-15% [12]. La capacité du système HMD pour la suppression des vibrations relie principalement par le mouvement de TMD. L'actionneur est destiné à appliquer la force de contrôle qui va améliorer le mouvement du système TMD et d'augmenter l'efficacité et la robustesse de changer les caractéristiques de la structure. D'autre terme, le système TMD a pour objet de contrôler le mode fondamentale de la structure et le système AMD est désigné pour améliorer l'efficacité du contrôle pour les modes supérieurs de la structure. Ainsi, l'énergie et la force nécessaire pour fonctionner le système HMD est plus petite que pour le système AMD.

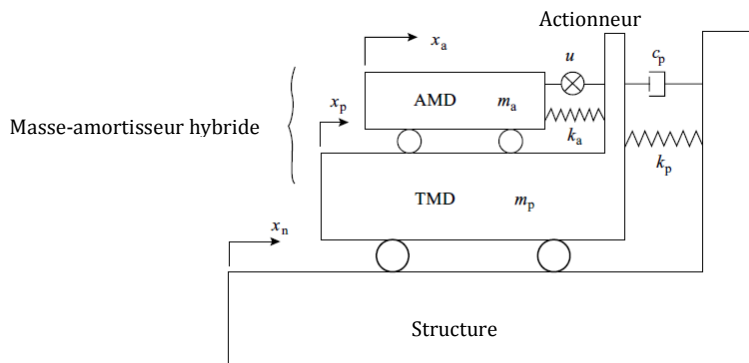


Figure 1.8 : Schéma d'un système masse amortisseur hybride.

#### I.4.4.2. Système hybride à base d'isolation :

Ce système combine le système d'isolation à la base avec un système de contrôle actif [15]. Il consiste à placer le système câble actif dans la superstructure et un système d'isolation à la base entre la fondation et la superstructure (voir figure 1.9).

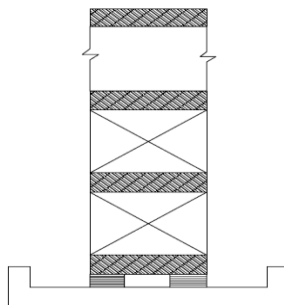
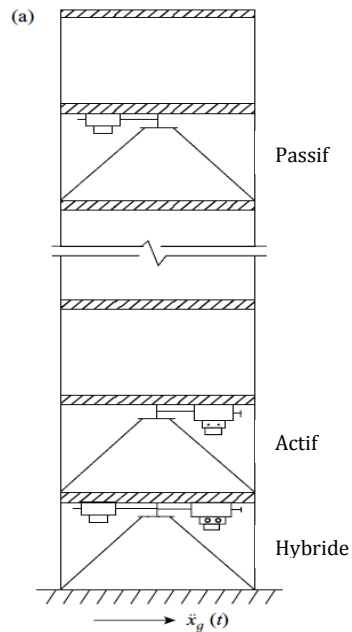


Figure 1.9 : Système hybride équipé par des isolateurs et des actionneurs.

#### I.4.4.3. Système hybride d'amortisseur et contrevent avec actionneur (HDABC) :

Dans le début des années 1990, Cheng et ses camarades ont commencé de développer ce système. Il consiste à placer un actionneur entre l'étage et un système de contreventement (en forme de K, par exemple) [16], voir figure 1.10.



**Figure 1.10 :** Système hybride d'un amortisseur et un contrevent avec un actionneur (HDABC).

#### I.5 Conclusion :

Les différentes méthodes de contrôle citées au dessus sont considérées comme des solutions pour protéger les structures devant les excitations extérieures, on va s'intéresser dans le chapitre suivant, par la théorie du contrôle actif.

# **Chapitre II :**

## **Formulation Mathématique du Contrôle Actif de la Réponse Sismique des Structures**

II.1 Introduction.

II.2 Modèle analytique des structures activement contrôlées :

II.2.1 Equation du mouvement des structures contrôlées par des câbles actifs.

II.2.2 Equation du mouvement des structures contrôlées par le système Amortisseur actif à masse accordée (AMD).

II.2.3 Représentation des variables d'état des structures.

II.2.4 Différentes méthodes de contrôle actif.

II.2.5 Procédure de la solution de l'équation d'état.

II.3 Emplacement optimal des actionneurs.

II.4 Conclusion.

## Chapitre II : Formulation mathématique du contrôle actif de la réponse sismique des structures

### II.1. Introduction :

Dans ce chapitre, on va étudier analytiquement les structures activement contrôlées, en montrant leurs équations de mouvements.

### II.2. Modèle analytique des structures activement contrôlées :

Afin d'étudier une structure utilisant des systèmes de contrôle actif, un modèle analytique de l'ensemble, structure et systèmes de contrôle, est donc nécessaire.

#### II.2.1. Equation du mouvement des structures contrôlées par des câbles actifs :

La figure 2.1 montre une structure à  $n$  ddl, contrôlée par des câbles actifs montés à quelques étages, sollicitée par une excitation sismique. Le système câble actif a une servovalve hydraulique de contrôle qui relie les câbles. Chaque étage de la structure peut avoir un actionneur ou pas de dispositif de contrôle.

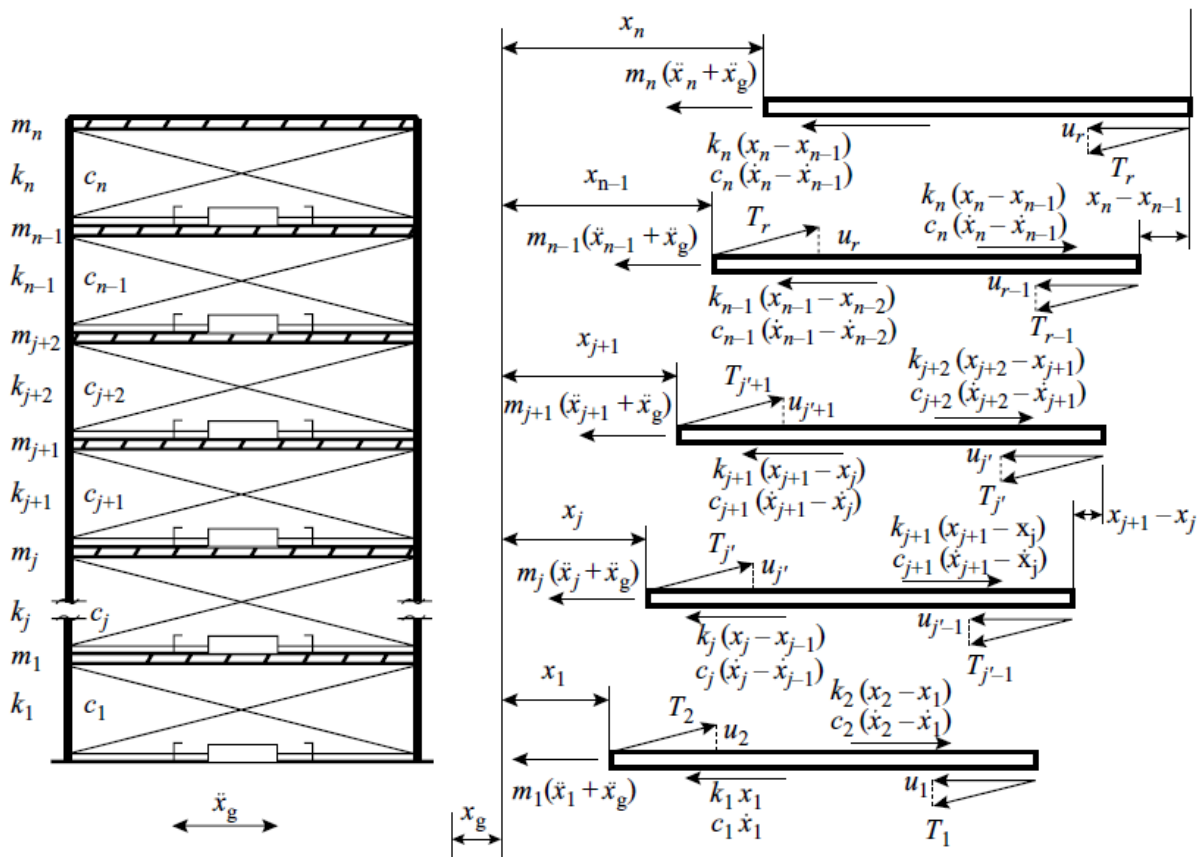


Figure 2.1 : Schéma des forces d'une structure contrôlée par des câbles actifs.

Lorsque les  $n$  étages de la structure sont équipés par  $r$  actionneurs,  $r \leq n$ , l'équation du mouvement d'une telle structure contrôlée activement, sous une excitation sismique, peut s'exprimer comme suit [12] :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\gamma]\{u(t)\} + \{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (2.1)$$

avec :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & m_{n-1} \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & & & & \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & -c_i & (c_i + c_{i+1}) & -c_{i+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & -c_{n-1} & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ & & & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & & & & \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & -k_i & (k_i + k_{i+1}) & -k_{i+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & -k_{n-1} & (k_{n-1} + k_n) & -k_n \\ & & & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$$\{\delta\} = [-m_1, -m_2, \dots, -m_i, \dots, -m_n]^T$$

$$\{x(t)\} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t)]^T$$

$$\{u(t)\} = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_i(t), \dots, u_r(t)]^T$$

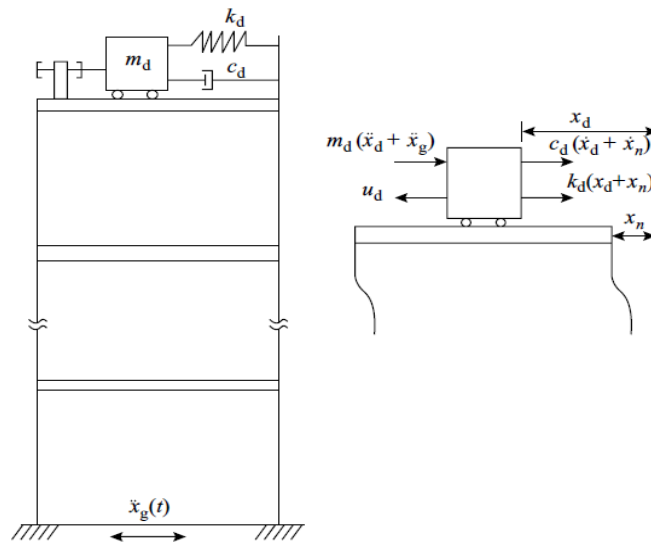
Dans l'équation (2.1),  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  sont des matrices, carrées d'ordre  $n$ , de la masse, de l'amortissement et de la rigidité de la structure, respectivement.



### II.2.2. Equation du mouvement des structures contrôlées par le système amortisseur actif à masse accordée (AMD) :

On peut répéter la même procédure, citée au dessus, pour une structure à  $n$  ddl contrôlée par le système AMD placé à la toiture (voir figure 2.2).

La différence est que la structure avec le système AMD a un seul actionneur hydraulique placé à la toiture (c.à.d  $\{u(t)\} = u_d(t)$ ), alors que dans le premier système de contrôle, on peut avoir plusieurs actionneurs. La figure 2.2 montre le schéma des forces d'une structure contrôlée par le système AMD.



**Figure 2.2 :** Schéma des forces d'une structure contrôlée par le système AMD.

La masse du système AMD ajoute un degré de liberté supplémentaire à la structure. Le déplacement relatif du système AMD par rapport le dernier étage de la structure est exprimé comme suit :

$$\Delta_d(t) = x_d(t) - x_n(t)$$

Donc, la totalité du système devient de  $n+1$  ddl. Donc, le vecteur de déplacements  $\{x(t)\}$  sera défini comme suit :

$$\{x(t)\} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t), x_d(t)]^T$$

L'équation du mouvement de la structure est comme celle (2.1).

avec :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & m_n \\ & & & & & & m_d \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & & & & \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & -c_i & (c_i + c_{i+1}) & -c_{i+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & -c_{n-1} & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ & & & & & & -c_n & c_n \\ & & & & & & & -c_d c_d \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & & & & \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & -k_i & (k_i + k_{i+1}) & -k_{i+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & -k_{n-1} & (k_{n-1} + k_n) & -c_n \\ & & & & & & -k_n & k_n \\ & & & & & & & -k_d k_d \end{bmatrix}$$

$$\{\delta\} = [-m_1, -m_2, \dots, -m_i, \dots, -m_n, -m_d]^T$$

$$\{\gamma\} = [0, 0, \dots, 0, \dots, -1, 1]^T.$$

### II.2.3. Représentation des variables d'état des structures :

L'équation (2.1) peut se récrire comme suit :

$$\{\ddot{x}(t)\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{x}(t)\} - [M]^{-1}[K]\{x(t)\} + [M]^{-1}[\gamma]\{u(t)\} + [M]^{-1}\{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (2.2)$$

En d'autre forme, on peut écrire :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[\gamma] \end{bmatrix} \{u(t)\} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{\delta\} \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (2.3)$$

Sachant que la théorie du contrôle linéaire optimale est développée pour les équations dynamiques de premier ordre. Afin d'appliquer cette théorie pour le contrôle de la réponse sismique, l'équation du second ordre (l'équation 2.1) sera transformée à une équation d'état de premier ordre définie par le vecteur d'état suivant [17,18]:

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}$$

Donc, l'équation (2.1) peut se récrire sous la forme suivante :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t) \quad (2.4)$$

avec:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[\gamma] \end{bmatrix}$$

$$\{B_r\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{\delta\} \end{Bmatrix}.$$

#### II.2.4. Différentes méthodes de contrôle actif :

On constate que l'équation (2.4) ne puisse pas être résolue directement parce qu'il y a  $2n$  équations et on a  $(2n+r)$  variables inconnues, qui sont  $\{Z(t)\}$  de  $(2n \times 1)$  et  $\{u(t)\}$  de  $(r \times 1)$ . Donc, on a  $r$  équations supplémentaires requises pour résoudre le problème du contrôle actif représenté par l'équation (2.4). Ces  $r$  équations sont appelées loi de contrôle obtenue à partir d'un algorithme de contrôle.

Il existe trois méthodes de contrôle actif dans lesquelles, la loi de contrôle puisse être réalisée [19], qui sont :

- Contrôle à boucle ouverte.
- Contrôle à boucle fermée.
- Contrôle à boucle ouverte- fermée.

### II.2.4.1. Contrôle à boucle ouverte :

Dans cette méthode, mentionnée dans la figure 2.3, la force de contrôle est déterminée par anticipation de l'excitation sismique. Ainsi, la loi de contrôle requiert seulement l'information de l'excitation sismique [20]. Le diagramme de réalisation de cette méthode dont l'utilisation des câbles actifs est représenté dans la figure 2.4. Un accéléromètre, placé à la base de la structure, mesure l'accélération du séisme. Ainsi, cette information est utilisée pour calculer la force de contrôle requise, puis la force sera appliquée à la structure.

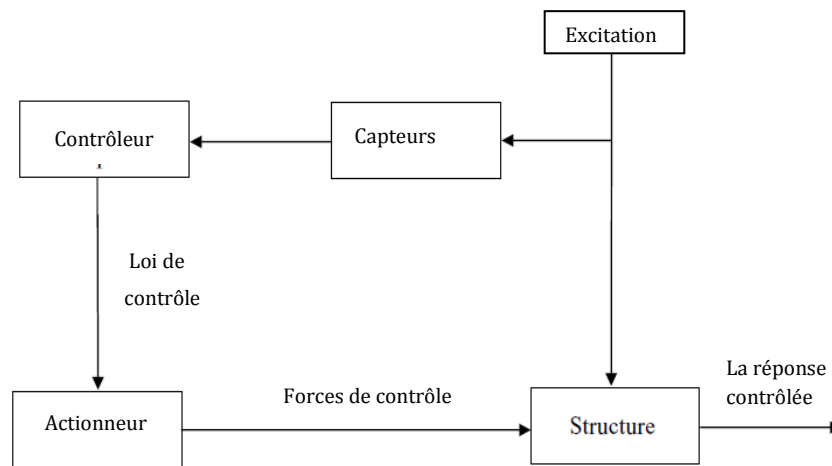


Figure 2.3 : Schéma du contrôle actif à boucle ouverte.

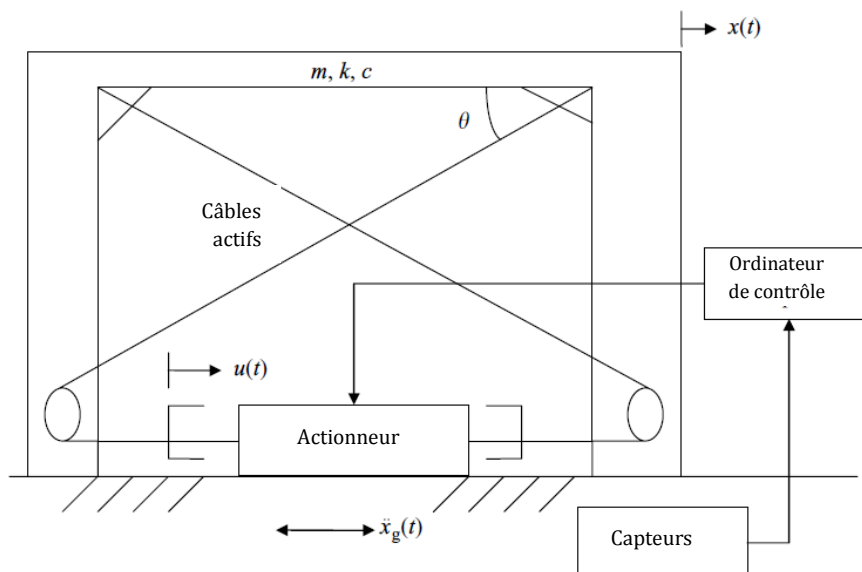


Figure 2.4 : Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle ouverte.

### II.2.4.2. Contrôle à boucle fermée :

Dans cette méthode, montrée dans la figure 2.5, la force de contrôle est déterminée par l'information de la réponse de la structure exprimée par les variables d'état. Ces variables incluent les déplacements et les vitesses de la structure. Le schéma d'implantation de cette méthode est mentionné dans la figure 2.6 avec l'utilisation des câbles actifs comme un système de contrôle. Ainsi, la réponse mesurée est utilisée pour calculer la force requise.

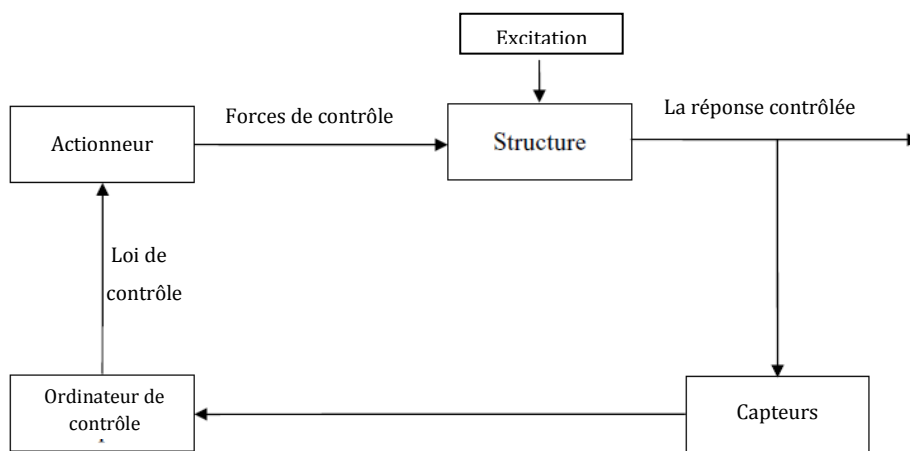


Figure 2.5 : Schéma du contrôle actif à boucle fermée.

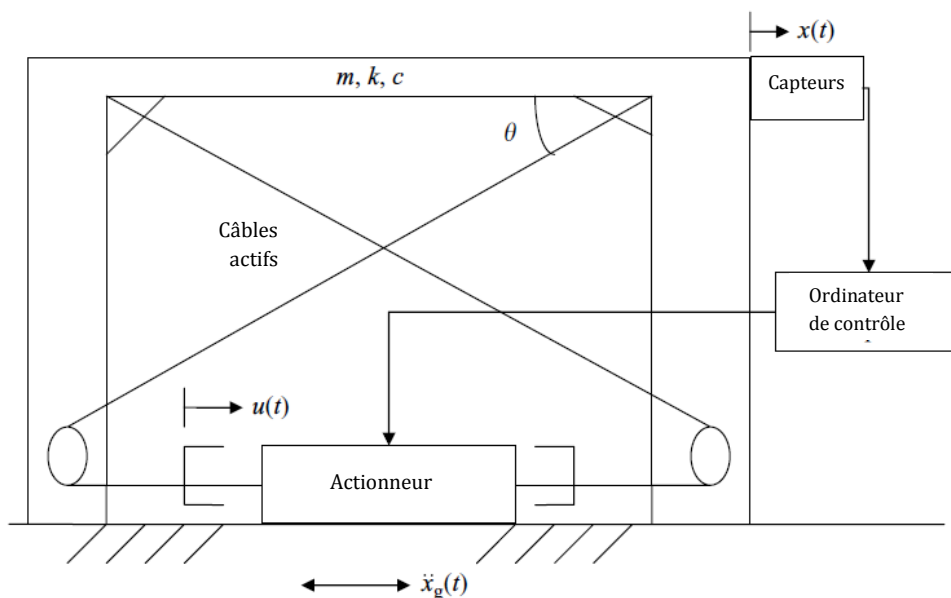
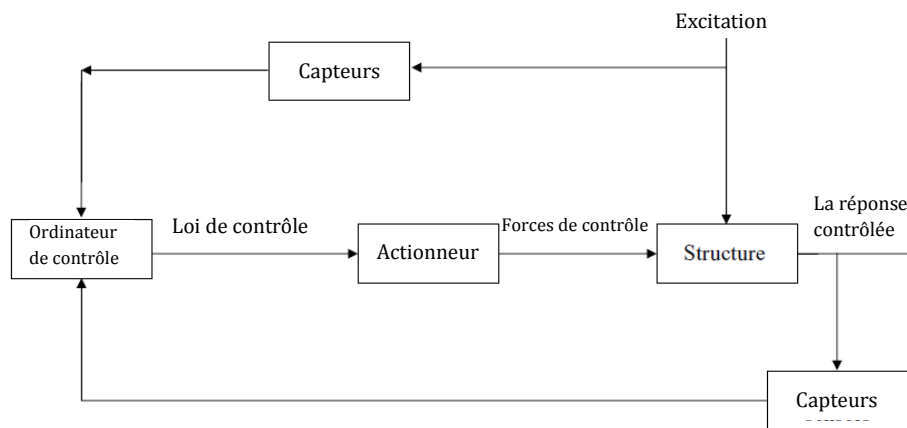


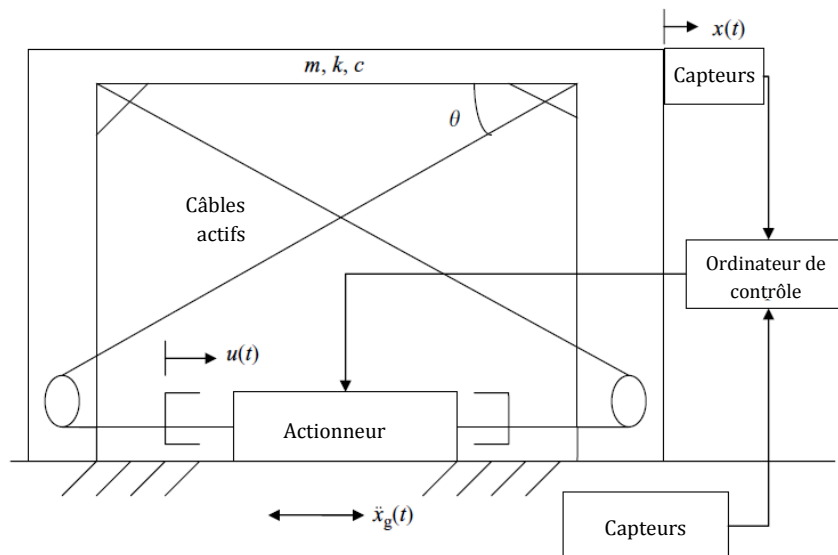
Figure 2.6 : Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle fermée.

### II.2.4.3. Contrôle à boucle ouverte-fermée :

Cette méthode est une combinaison des deux méthodes précédentes. Comme elle montre la figure 2.7, il consiste à avoir l'information de la réponse de la structure et de la perturbation extérieure. Le diagramme de la réalisation de cette méthode, avec l'utilisation des câbles actifs, est montré dans la figure 2.8. Chacun de l'accélération du séisme et les déplacements relatifs et les vitesses sont mesurés et puis utilisés pour calculer la force de contrôle afin de l'appliquer à la structure.



**Figure 2.7 :** Schéma du contrôle actif à boucle ouverte-fermée.



**Figure 2.8 :** Schéma d'implantation du contrôle actif à boucle ouverte-fermée.

Le contrôle de la réponse sismique à boucle ouverte a l'avantage de l'utilisation d'un seul système simple de mesure comme l'accéléromètre. Mais, son gain optimal ne peut être trouvé que le mouvement sismique, sur toute sa durée, est connu a priori. Cela n'est pas possible pour la plus part des cas des structures intelligentes [12].

Le contrôle de la réponse sismique à boucle fermée a l'avantage du bon développement des algorithmes optimaux de contrôle pour déterminer le gain optimal. Son inconvénient se situe dans la nécessité d'utilisation des systèmes de mesure compliqués.

Le contrôle de la réponse sismique à boucle fermée-ouverte a le même inconvénient de la boucle ouverte. Donc, le contrôle à boucle fermée est le plus utilisé tant que les deux autres sont généralement infaisables pour le contrôle de la réponse sismique.

Avec une de ces méthodes de contrôle actif, l'équation (2.4) devient mathématiquement solvable. En prenant le contrôle à boucle fermée comme exemple, le vecteur des forces de contrôle est déterminé par l'utilisation des mesures de la réponse de la structure. Ainsi, la loi de contrôle peut s'écrire comme suit [12]:

$$\{u(t)\}_{rx1} = -[G]_{rx2n}\{Z(t)\}_{2nx1} \quad (2.5)$$

d'où :  $[G]$  est la matrice de gain de  $(rx2n)$ .

Avec ces  $r$  équations supplémentaires, la réponse,  $\{Z(t)\}$  dans l'équation 2.4, sera mathématiquement solvable. Donc le point clé est de trouver la matrice de gain  $[G]$ . Lorsque  $[G]$  sera déterminée, l'équation 2.4 va prendre la forme suivante :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_c]\{Z(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t) \quad (2.6)$$

avec :

$$[A_c] = [A] - [B_u][G]$$

Pour le contrôle de la réponse sismique, les variables d'état sont les déplacements et les vitesses de tous les degrés de liberté de la structure, et l'équation (2.4) peut s'écrire comme suit :

$$\{u(t)\}_{rx1} = -[G]\{Z(t)\} = -[[G_d]_{rxn} \quad [G_v]_{rxn}] \begin{Bmatrix} x(t)_{nx1} \\ \dot{x}(t)_{nx1} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

d'où :  $[G_d]$  et  $[G_v]$  sont les matrices de gain des déplacements et des vitesses, respectivement.

Avec les équations (2.5) et (2.7), la matrice d'état  $A_c$  peut s'écrire comme suit :

$$[A_c] = [A] - [B_u][G]$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[\gamma] \end{bmatrix} [[G_d] \ [G_v]] \\
 &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}([K] + [\gamma][G_d]) & -[M]^{-1}([C] + [\gamma][G_v]) \end{bmatrix} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Il est à noter qu'il y a la chance de mesurer une partie des variables d'état par l'utilisation de la technique d'observabilité. Un cas typique est de mesurer les vitesses seulement. Cela signifie que le gain des déplacements  $[G_d]$  sera nul, alors la force de contrôle sera exprimée comme suit:

$$\{u(t)\}_{rx1} = -[G_v]_{rxn} \dot{x}(t)_{nx1} \quad (2.9)$$

Substituant l'équation (2.5) dans l'équation (2.1), cela produit :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + ([C] + [\gamma][G_v])\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{\delta\}\ddot{x}_g(t)$$

Ce qui montre que le contrôle avec le traitement de l'information des vitesses accroît l'amortissement et réduit la réponse de la structure. On observe que la rigidité de la structure n'est pas modifiée dans ce cas. Donc, La matrice d'état  $[A_c]$  peut s'écrire comme suit:

$$[A_c] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}([K] + [\gamma]) & -[M]^{-1}([C] + [\gamma][G_v]) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Puisque les déplacements et les vitesses sont difficiles à mesurer, à la place de ces mesures, il y a la mesure de l'accélération qui est plus simple. Quelques recherches ont été proposées pour appliquer cette méthode qui a la possibilité de modifier la force d'inertie [21].

### II.2.5. Procédure de la solution de l'équation d'état :

Dans ce qui suit, on va présenter la résolution mathématiquement de l'équation (2.4) en supposant que la force optimale de contrôle  $\{u(t)\}$  est obtenue par une loi de contrôle, et l'excitation sismique  $\ddot{x}_g(t)$  est mesurée à l'instant t, donc la réponse structurelle  $\{Z(t)\}$  puisse être trouvée analytiquement par la procédure suivante :

En mettant le vecteur d'état sous une forme modale suivante [12] :

$$\{Z(t)\} = [T]\{\psi(t)\} \quad (2.11)$$



d'où : chaque sous matrice  $[\Phi]_j$  est de  $(2 \times 2)$ , donnée par :

$$[\Phi]_j = \begin{bmatrix} \mu_j & \nu_j \\ -\nu_j & \mu_j \end{bmatrix}, \quad j=1,2,\dots,n$$

Dans laquelle  $\mu_j$  et  $\nu_j$  sont la partie réelle et la partie imaginaire, respectivement, du  $j^{\text{ème}}$  valeur propre de la matrice  $[A]$ .

La solution de l'équation (2.13) puisse être obtenue par la résolution de l'intégrale suivante :

$$\{\psi(t)\} = \int_0^T e^{([\Phi](t-\tau))} \{\Gamma(t)\} d\tau \quad (2.14)$$

d'où :  $\tau$  est une variable d'intégration muette, et  $e^{([\Phi](t-\tau))}$  de  $(2n \times 2n)$  est une matrice exponentielle.

En utilisant les conditions initiales, l'intégrale montrée dans l'équation (2.14) puisse être résolue numériquement par l'utilisation de la méthode de trapèze ou une autre méthode d'intégration numérique. La solution analytique de cette équation nous donne:

$$\{\psi(t)\} = \{\Lambda(t - \Delta t)\} + \{\Gamma(t)\} \left(\frac{\Delta t}{2}\right) \quad (2.15)$$

d'où:

$$\{\Lambda(t - \Delta t)\} = e^{([\Phi]\Delta t)} \{\Lambda(t - 2\Delta t)\} + \{\Gamma(t - \Delta t)\} \Delta t$$

$$e^{([\Phi]_j \Delta t)} = e^{\begin{bmatrix} \mu_j & \nu_j \\ -\nu_j & \mu_j \end{bmatrix} \Delta t} = e^{(\mu_j \Delta t)} \begin{bmatrix} \cos \mu_j \Delta t & \sin \nu_j \Delta t \\ -\sin \nu_j \Delta t & \cos \mu_j \Delta t \end{bmatrix}$$

et donc :

$$\{Z(t)\} = [T] \left( \{\Lambda(t - \Delta t)\} + \{\Gamma(t)\} \left(\frac{\Delta t}{2}\right) \right) \quad (2.16)$$

La procédure citée ci-dessus pour la résolution de la réponse de la structure se trouve dans le logiciel de programmation *Matlab* sous la fonction *LSIM*.

Il est à noter que cette procédure est basée sur le fait que la force de contrôle  $\{u(t)\}$  est connue. Pour le contrôle optimal à boucle fermée, la force de contrôle optimale  $\{u(t)\}$  est calculée par les mesures du vecteur d'état  $\{Z(t)\}$  seulement ; les mesures requises

sont les réponses à chaque instant  $t$ . ça peut se faire par le placement des capteurs de déplacement et de vitesses dans chaque étage.

### II.3. Emplacement optimal des actionneurs :

Il est vital d'installer des systèmes de contrôle dans des endroits optimaux sur la structure. L'emplacement optimal des systèmes de contrôle est un issue important dans la technologie des structures intelligentes pour le contrôle de la réponse sismique.

Comme on a vu précédemment, les systèmes de contrôle actif utilisent des actionneurs alimentés par une source d'énergie externe pour générer la force de contrôle. Le coût des actionneurs et l'énergie requise pour les opérer sont des facteurs significatifs pour la conception des systèmes du contrôle actif. L'emplacement optimal des actionneurs est très important parce qu'il peut grandement améliorer l'efficacité des actionneurs. Des études sur l'emplacement optimal des actionneurs ont été commencées dans le début des années 1980 et après ces études sont concentrées sur la simplification du critère d'optimisation. Comme il existe plusieurs critères d'optimisation sur l'emplacement des actionneurs, on va citer le critère d'indice de performance.

La méthode des indices de performance utilise un scalaire de mesure qui est défini par l'intégration de l'énergie de contrôle ou de la réponse sismique structurelle.

L'endroit optimal d'un actionneur correspond à la minimisation de ce scalaire de mesure.

Un de ces deux indices est l'indice de l'énergie de contrôle  $J_E$ , il est défini comme suit :

$$J_E = \int_{t_0}^{t_f} \{u(t)\}^T \{u(t)\} dt \quad (2.17)$$

d'où :  $\{u(t)\}$  est le vecteur des forces de contrôle actif,  $t_0$  et  $t_f$  sont le temps initial et final, respectivement.

Ce concept est basé sur le fait que si l'actionneur est bien placé, le travail des systèmes de contrôle reflété par l'équation (2.17) doit être minimal. Cependant, la minimisation de l'énergie de contrôle, équation 2.17, seulement ne peut pas nous conduire à la solution optimale puisque la réduction de l'énergie de contrôle peut produire une réponse structurelle importante.

Donc, un nouveau indice de performance, indice de la réponse, a été proposé. Cet indice est défini par :

$$J_R = \int_0^{T_0} \{Z(t)\}^T \{Z(t)\} dt \quad (2.28)$$

d'où :  $\{Z(t)\}$  est le vecteur d'état incluant les déplacements et les vitesses de la structure, cet indice reflète la mesure de la réduction de la réponse structurelle.

L'endroit optimal des actionneurs correspond à la minimisation de l'indice de performance  $J_R$ , qui est, la réponse structurelle la plus petite.

#### **II.4. Conclusion :**

La détermination de la force de contrôle par l'information du vecteur d'état et/ou de l'excitation sismique est appelée les algorithmes de contrôle, qui seront discutées dans le chapitre suivant.

Ces algorithmes de contrôle actif sont utilisés par le contrôleur pour déterminer la force de contrôle à partir des informations mesurées par les capteurs. Ainsi que ces algorithmes auront produits une loi de contrôle.

# **Chapitre III:**

## **Différentes Lois du Contrôle Actif**

III.1 Introduction.

III.2 Lois de contrôle classiques :

III.2.1 Loi de contrôle optimale de Riccati (ROAC).

III.2.2 Loi d'emplacement des pôles.

III.3 Lois de contrôles modernes :

III.3.1 Loi de contrôle instantanée optimale (IOAC).

III.3.2 Loi de contrôle généralisée optimale (GOAC).

III.4 Application du contrôle actif aux structures à base encastrée.

III.5 Conclusion.

## Chapitre III : Différentes lois du contrôle actif

### III.1. Introduction :

Les lois de contrôle sont utilisées par l'ordinateur pour calculer la force requise à appliquer. Il en existe sous deux types telle que les lois classiques et celles modernes, qu'on va les expliquer par ce qui suit.

### III.2. Lois de contrôle classiques :

#### III.2.1. Loi de contrôle optimale de Riccati :

Afin de trouver un contrôle optimal, la loi de contrôle doit achever son objectif, en réduisant au maximum la réponse de la structure avec la minimisation de la force de contrôle. Cependant, beaucoup de réduction de la réponse structurelle nécessite une force de contrôle importante.

Un indice de performance est utilisé dans ce cas afin de trouver un compromis entre le besoin de réduire la réponse de la structure et le besoin de minimiser la force de contrôle. Une évaluation différente des indices de performance produit différents types d'algorithmes. L'indice quadratique de  $n$  variables est une expression dans laquelle chaque terme contient le carré du variable et le produit de deux différentes variables.

$$J(x_k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j = a_{11} x_1 x_1 + a_{12} x_1 x_2 + \dots + a_{11} x_1 x_1 + a_{1n} x_1 x_n + a_{21} x_2 x_1 + a_{22} x_2 x_2 + \dots + a_{2n} x_2 x_n + \dots + a_{n1} x_n x_1 + a_{n2} x_n x_2 + \dots + a_{nn} x_n x_n \quad (3.1)$$

d'où :  $k=1,2,\dots,n$ .

En mettant :

$$\{x(t)\} = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}^T$$

L'équation (3.1) peut s'écrire sous une forme matricielle :

$$J(\{x\}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j = \sum_{j=1}^n x_j ([A]\{x\}) = \{x\}^T ([A]\{x\})$$

Dans laquelle  $a_{ij}$  est le  $(i,j)$ <sup>ème</sup> élément de la matrice  $[A]$ .

Dans l'indice quadratique  $J=\{x\}^T[A]\{x\}$ , la matrice  $[A]$  est dite positive-définie si cet indice est positif pour tout  $\{x\}$  sauf  $\{x\} = \{0\}$ ; la matrice  $[A]$  est dite positive-semi définie si cet indice est non négatif pour tout  $\{x\}$ , et il y a peut être un vecteur  $\{x\}$  non nul pour lequel  $J=\{x\}^T[A]\{x\}=0$ . A partir de cette définition, on a les deux théorèmes suivants :

- Théorème 1 : la matrice  $[A]$  est positive-définie si et seulement si toutes les valeurs propres de  $[A]$  sont positives, et la matrice  $[A]$  est positive-semi définie si et seulement si toutes les valeurs propres de  $[A]$  sont non négatives et quelques valeurs propres peuvent être nulles.

- Théorème 2 : la matrice  $[A]$  est positive-définie si les cofacteurs de la matrice  $[A]$  sont tous positifs, qui sont :

$$a_{11} > 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} > 0, \dots, |A| > 0$$

Et la matrice  $[A]$  est positive-semi définie si les cofacteurs de  $[A]$  sont tous non positifs, qui sont :

$$a_{11} \geq 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \geq 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \geq 0, \dots, |A| \geq 0$$

### III.2.1.1. Indice de performance:

L'algorithme de contrôle optimal de Riccati détermine la force de contrôle  $\{u(t)\}$  par la minimisation de l'indice quadratique de performance  $J$ , donné par [12] :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}) dt \quad (3.2)$$

d'où :

$t_0$  et  $t_f$  dans l'équation (3.2) sont, respectivement, le temps initial et le temps final de l'excitation. La matrice  $[Q]$  de  $(2n \times 2n)$  est semi-définie positive et symétrique. Si  $[Q]$  est définie positive, tous les degrés de liberté sont inclus dans l'indice  $J$ ; Si  $[Q]$  est semi-définie avec quelques valeurs propres nulles, quelques degrés de liberté peuvent être non inclus. Par exemple, si on veut de réaliser un système avec la rétroaction des vitesses seulement, on peut mettre :

$$[Q]_{2nx\ 2n} = \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} & [0]_{n \times n} \\ [0]_{n \times n} & [I]_{n \times n} \end{bmatrix}$$

d'où :  $[I]_{n \times n}$  est une matrice d'identité d'ordre  $n$ .

La matrice  $[Q]$  dans l'équation (3.2) est semi-définie positive. Alors :

$$\begin{aligned} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} &= \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix} \\ &= \{\dot{x}(t)\}^T [I] \dot{x}(t) \end{aligned}$$

Ce qui signifie que l'indice  $J$  est en relation avec les vitesses  $\dot{x}(t)$  seulement au lieu de tout le vecteur d'état  $\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix}$ . Pour le système des câbles actifs,  $[R]$  est une matrice symétrique de  $(r \times r)$  définie positive. Pour le système avec AMD, la matrice  $[R]$  est réduite à un nombre scalaire c.à.d qu'il y a une seule force de contrôle.

$[Q]$  et  $[R]$  sont des matrices de pondération de la réponse et la force de contrôle, respectivement. L'indice de performance  $J$  représente la balance entre la réponse structurelle et l'énergie de contrôle dont le but est de réduire la réponse de la structure. La performance montrée dans l'équation (3.2) est choisie de telle façon à minimiser la réponse structurelle et l'énergie de contrôle sur l'intervalle du temps de  $t_0$  à  $t_f$ . Lorsque les éléments de  $[Q]$  sont importants, la réponse du système sera minimisée à une force de contrôle importante. Lorsque les éléments de  $[R]$  sont importants, la force de contrôle sera faible mais la réponse structurelle ne puisse pas être suffisamment réduite.

### III.2.1.2. Détermination de la force de contrôle :

On suppose que le système est contrôlable, c.à.d. que la force de contrôle est disponible et suffisante de prendre la structure d'un état initial à un état désiré. On suppose aussi que le système est observable, c.à.d. que la sortie de réponse de la structure donne une information suffisante pour déterminer le vecteur d'état à chaque instant  $t$ . puis la solution de ce problème d'optimisation puisse être obtenue par l'approche variationnelle de calcul suivante [12] :

On définit le Hamiltonian  $H$  comme suit:

$$H = \frac{1}{2} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \frac{1}{2} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} + \{\lambda(t)\}^T ([A] \{Z(t)\} + [B_u] \{u(t)\} - \{\dot{Z}(t)\}) \quad (3.3)$$

d'où :  $\{\lambda(t)\}$  de  $(2n \times 1)$  est le vecteur multiplicateur de Lagrange.

A partir de la théorie des fonctionnels, les équations d'Euler, mentionnées ci-dessous, sont les conditions nécessaires de l'optimalité :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial \{Z(t)\}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial H}{\partial \{u(t)\}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \{\dot{u}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial H}{\partial \{\lambda(t)\}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \{\dot{\lambda}(t)\}} \right) = \{0\} \end{cases} \quad (3.4)$$

En substituant l'équation (3.3) dans les deux premières expressions de l'équation (3.4), il nous donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \{Z(t)\}} \left[ \frac{1}{2} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{\lambda(t)\}^T [A] \{Z(t)\} \right] - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial (-\{\lambda(t)\}^T \{Z(t)\})}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial}{\partial \{u(t)\}} \left[ \frac{1}{2} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} + \{\lambda(t)\}^T [B_u] \{u(t)\} \right] = \{0\} \end{cases} \quad (3.5)$$

avec :  $\frac{\partial H}{\partial \{\dot{u}(t)\}} = 0$ .

Pour chaque terme de l'équation (3.5), nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Z_k} \left[ \frac{1}{2} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} \right] &= \frac{\partial}{\partial Z_k} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} Z_i q_{ij} Z_j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{2n} Z_i q_{ik} + \sum_{j=1}^{2n} q_{kj} Z_j \right) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{2n} Z_i q_{ik} + \sum_{i=1}^{2n} q_{ki} Z_i \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Parce que  $[Q]$  est une matrice symétrique,  $q_{ik} = q_{ki}$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, 2n$ . donc l'équation (3.6) sera comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial Z_k} \left[ \frac{1}{2} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} \right] = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{2n} Z_i q_{ik} + \sum_{i=1}^{2n} q_{ki} Z_i \right) = \sum_{i=1}^{2n} q_{ki} Z_i$$

Ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial \{Z(t)\}} \left[ \frac{1}{2} \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} \right] = [Q] \{Z(t)\}$$

De la même façon :

$$\frac{\partial}{\partial Z_k} [\{\lambda\}^T [A] \{Z(t)\}] = \frac{\partial}{\partial Z_k} \left( \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} \lambda_i a_{ij} Z_j \right) = \sum_{i=1}^{2n} \lambda_i a_{ik} = \sum_{i=1}^{2n} a_{ik} \lambda_i$$

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial \{Z(t)\}} (\{\lambda\}^T [A] \{Z(t)\}) = [A]^T \{\lambda\}$$

Et :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{Z}_k} (-\{\lambda(t)\}^T \{\dot{Z}(t)\}) \right] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{Z}_k} \left( - \sum_{i=1}^{2n} \lambda_i \dot{Z}_i \right) \right] = \frac{d}{dt} (-\lambda_k) = -\dot{\lambda}_k$$

Donc :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} (-\{\lambda(t)\}^T \{\dot{Z}(t)\}) \right) = -\{\dot{\lambda}(t)\}$$

Aussi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_k} \left[ \frac{1}{2} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \right] &= \frac{\partial}{\partial u_k} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} u_i r_{ij} u_j \right) \\ &= \frac{1}{2} (\sum_{i=1}^{2n} u_i r_{ik} + \sum_{j=1}^{2n} r_{kj} u_j) = \frac{1}{2} (\sum_{i=1}^{2n} u_i r_{ik} + \sum_{i=1}^{2n} r_{ki} u_i) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Parce que  $[R]$  est une matrice symétrique,  $r_{ik} = r_{ki}$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, 2n$ . donc l'équation (3.7) sera comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial u_k} \left[ \frac{1}{2} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \right] = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{2n} r_{ki} u_i + \sum_{i=1}^{2n} r_{ki} u_i \right) = \sum_{i=1}^{2n} r_{ki} u_i$$

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial \{u(t)\}} \left[ \frac{1}{2} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \right] = [R] \{u(t)\}$$

De la même façon :

$$\frac{\partial}{\partial \{u(t)\}} [\{\lambda\}^T [B_u] \{u(t)\}] = \frac{\partial}{\partial u_k} \left( \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} \lambda_i b_{ij} u_j \right) = \sum_{i=1}^{2n} \lambda_i b_{ik} = \sum_{i=1}^{2n} b_{ik} \lambda_i$$

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial \{u(t)\}} (\{\lambda\}^T [B_u] \{u(t)\}) = [B_u]^T \{\lambda(t)\}$$

En arrangeant ces équations dans l'équation (3.5), il nous donne :

$$\begin{cases} [Q] \{Z(t)\} + [A]^T \{\lambda(t)\} + \{\dot{\lambda}(t)\} = \{0\} \\ [R] \{u(t)\} + [B_u]^T \{\lambda(t)\} = \{0\} \end{cases} \quad (3.8)$$

A partir de la deuxième expression de l'équation (3.8), on obtient :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1} [B_u]^T \{\lambda(t)\} \quad (3.9)$$

Puisque, il n'y a pas un contrôle au temps final  $t_f$ , cela signifie que :

$$\{u(t_f)\} = \{0\}$$

A partir de l'équation de (3.9), on peut voir que pour appliquer la deuxième équation de (3.8) à une telle matrice  $[R]^{-1}$  définie positive,  $\{\lambda(t_f)\}$  doit être égal à  $\{0\}$ . Cela est référé sous la condition de la transversalité qu'elle doit satisfaire par la solution de l'équation d'Euler au point final  $t_f$ .

$$\{\lambda(t_f)\} = \{0\}$$

La première équation dans l'équation (3.8) exprime la relation entre  $\{\lambda(t)\}$  et  $\{Z(t)\}$ .

Dans le cas général où le vecteur de contrôle est calculé à partir de la réponse et l'excitation sismique, on peut prendre le vecteur  $\{\lambda(t)\}$  comme suit :

$$\{\lambda(t)\} = [P(t)]\{Z(t)\} + \{q(t)\} \quad (3.10)$$

D'où le premier terme dans le coté droit indique le contrôle à boucle fermée et le second terme représente le contrôle à boucle ouverte. La matrice  $[P(t)]$  et le vecteur  $\{q(t)\}$  sont déterminés par la substitution de l'équation (3.10) dans les équations (2.2), (3.8) et (3.9) donnant l'expression suivante [35]:

$$\begin{aligned} & ([\dot{P}(t)] + [P(t)][A] - [P(t)][B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P(t)] + [A]^T[P(t)] + [Q]) + \{\dot{q}(t)\} - \\ & ([P(t)][B_u][R]^{-1}[B_u]^T - [A]^T)\{q(t)\} + [P(t)][B_r]\ddot{x}_g(t) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

En relation avec les différentes méthodes de contrôle actif, trois algorithmes de contrôle optimal ont été dérivés, qui sont :

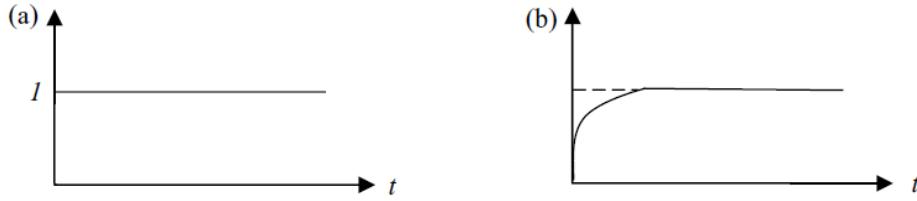
### III.2.1.2.1. Force de contrôle en utilisant la boucle ouverte-fermée :

Dans ce cas, le vecteur de la force de contrôle,  $\{\lambda(t)\}$ , est calculé par le vecteur d'état de la réponse  $\{Z(t)\}$  et l'accélération du sol,  $\ddot{x}_g(t)$ . L'équation (3.11) peut s'écrire comme suit :

$$[\dot{P}(t)] + [P(t)][A] - [P(t)][B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P(t)] + [A]^T[P(t)] + [Q] = 0; \quad [\dot{P}(t_f)] = [0] \quad (3.12)$$

$$\{\dot{q}(t)\} - ([P(t)][B_u][R]^{-1}[B_u]^T - [A]^T)\{q(t)\} + [P(t)][B_r]\ddot{x}_g(t) = 0; \quad \{\dot{q}(t_f)\} = \{0\} \quad (3.13)$$

d'où: la matrice  $[P(t)]$  est connue sous le nom "*la matrice de Riccati*". Les différentes applications dans le domaine de génie civil a montré que cette matrice reste constante (chaque éléments de la matrice reste constant) sur toute la durée de l'excitation et revient rapidement à zéro au temps  $t_f$  (voir Figure 3.1) [22,23].



**Figure 3.1** : Variation de la matrice de Riccati dans le temps : a) excitation ; b) réponse.

Dans ce cas, l'équation de Riccati (3.12) devient come suit :

$$[P][A] - [P][B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P] + [A]^T[P] + [Q] = 0 \quad (3.14)$$

Et l'équation (3.13) devient :

$$\{\dot{q}(t)\} - ([P][B_u][R]^{-1}[B_u]^T - [A]^T)\{q(t)\} + [P]\{B_r\}\ddot{x}_g(t) = \{0\} \quad (3.15)$$

Après qu'on trouve la solution  $p(t)$ , par l'équation (3.14), et  $q(t)$ , par l'équation (3.15), on les substitue dans la solution d'optimisation donnée par l'équation (3.2) avec l'équation (2.2) comme équation de contrainte. La loi linéaire du contrôle utilisant la boucle ouverte-fermée peut s'écrire comme suit :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T[P]\{Z(t)\} - [R]^{-1}[B_u]^T\{q(t)\} \quad (3.16)$$

### III.2.1.2.2. Force de contrôle en utilisant la boucle ouverte :

Le vecteur de force est calculé à partir de l'excitation seulement, qui est donnée par :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T\{q(t)\} \quad (3.17)$$

d'où :  $\{q(t)\}$  est déterminé par l'équation (3.15).

### III.2.1.2.3. Force de contrôle en utilisant la boucle fermée:

Pour le contrôle à boucle fermée, le vecteur de la force est gouverné par la réponse seulement, c.à.d.  $q(t)=0$ , l'équation (3.15) peut se réduire comme suit :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T[P]\{Z(t)\} \quad (3.18)$$

Dans laquelle la matrice de Riccati a été approximée par une matrice constante  $P$  (obtenue par l'équation (3.17)).

Il est à noter que l'algorithme de Riccati (Riccati Optimal Active Control, ROAC) qu'on a utilisé ici est un cas spécial du régulateur quadratique linéaire (Linear quadratic regulator, LQR) dans la théorie du contrôle moderne [24]. La fonction de LQR est définie comme suit :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} + 2\{Z(t)\}^T [N] \{u(t)\}) dt \quad (3.19)$$

Et la matrice de gain  $[G]$  du contrôle est donné par :

$$[G] = [R]^{-1} ([B_u]^T [P] + [N]^T) \quad (3.20)$$

En mettant  $[N] = [0]$ , on trouve l'équation algébrique de Riccati (ARE).

La solution de l'équation de Riccati et l'algorithme LQR sont données dans le *Matlab* sous les fonctions *ARE* et *LQR*, respectivement.

### III.2.2. Loi d'emplacement des pôles :

Cette loi est parmi les algorithmes classiques dans la technologie du contrôle actif. Comme il est cité ci-dessus, les valeurs propres de la matrice d'état  $[A]$  donnent les caractéristiques du système en terme d'amortissement et de rigidité. De la même façon, celles de la matrice  $[Ac]$  caractérise l'amortissement et les fréquences de la structure contrôlée. Evidement, les valeurs propres de la matrice  $[Ac]$  sont différentes de celles de la matrice  $[A]$ . Cela est du par l'introduction du gain de control  $[G]$ . à partir de la théorie de la dynamique des structures, l'amortissement et la fréquence de chaque mode détermine la réponse de la structure devant l'excitation extérieure. Donc, les valeurs propres désirées pour la structure contrôlée, on peut les choisir sur la base de minimiser la réponse, et après le gain du contrôle sera déterminé par les valeurs propres choisies, qu'on les appelle *les pôles*. Cette stratégie nous conduit à la loi d'emplacement des pôles, qu'elle est appliquée largement dans les domaines d'électricité et de la mécanique [25].

Ces pôles peuvent être déterminés par la formule suivante [12]:

$$p_i = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}, j = \sqrt{-1} \quad (3.21)$$

d'où :

$\xi_i$  et  $\omega_i$  : sont le coefficient d'amortissement et la fréquence du mode  $i$  de la structure, respectivement.

Egalement, on peut trouver cette loi dans les logiciels commerciaux tels que le *Matlab* sous ces deux commandes *ACKER*, *PLACE*.

### III.3. Lois de contrôle modernes :

#### III.3.1. Loi de contrôle instantanée optimale (IOAC) :

Au lieu de minimiser l'indice de performance dans l'algorithme de Riccati, il existe un autre algorithme de contrôle basé sur la minimisation de cet indice sur un intervalle de temps, cet algorithme s'appelle la loi de contrôle optimale instantanée (Instantaneous Optimal Active Control, IOAC) et qu'elle participe dans l'avancement de la théorie de contrôle d'une manière remarquable.

Yang, Akbarpour et Ghaemmaghami [26] ont adapté cette idée pour le contrôle des structures devant les séismes. Cheng et Pantelides [27] ont élargi le même concept avec les systèmes AMD et les câbles actifs. La loi IOAC détermine la force de contrôle  $\{u(t)\}$  par la minimisation de l'intégrale de l'indice de performance  $J_p$  suivant :

$$J_p(t) = \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \quad (3.22)$$

$J_p(t)$  sera minimisé à chaque instant  $t$  sur la durée de l'excitation sismique,  $t_0 \leq t \leq t_f$ .

Par la suite, la force de contrôle optimale est donnée par la formule suivante :

$$\{u(t)\} = - \left( \frac{\Delta t}{2} \right) [R]^{-1} [B_u]^T [Q] \{Z(t)\} \quad (3.23)$$

Donc, la force de contrôle est proportionnelle avec la réponse de la structure, ainsi qu'elle est sensible au choix de l'intervalle  $\Delta t$ .

### III.3.2. Loi de contrôle généralisée optimale (GOAC) :

Cheng et Tian ont développé cette technique [28].

Cet algorithme s'appelle la loi de contrôle généralisée optimale (General Optimal Active Control, GOAC). Il consiste à minimiser l'indice de performance suivant :

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}) dt \quad (3.24)$$

Cet indice de performance sera intégré pas à pas dans le domaine temporelle.

Par la suite, la force de contrôle sera calculée par la formule suivante :

$$\{u(t)\} = -[G]\{Z(t)\} \quad (3.25)$$

d'où :

$$[G] = [R]^{-1}[B_u]^T[S] \quad (3.26)$$

et  $[S]$  est une matrice de pondération de  $2n \times 2n$ , elle doit être semi définie.

Dans la loi de Riccati,  $[S]$  sera choisie égale à  $[P]$ , ( $[S] = [P]$ ).

### III.4. Application du contrôle actif aux structures à base encastrée :

#### III.4.1. Introduction :

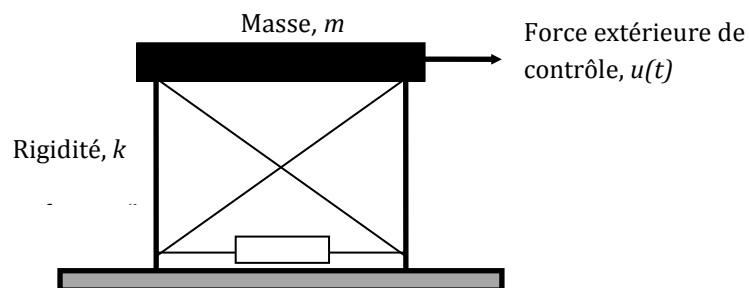
Toute la théorie citée dans le chapitre précédent nécessite des applications afin de montrer l'efficacité du contrôle actif dans la réduction des effets sismiques sur les constructions. Deux applications ont été étudiées; la première a été faite sur des structures ayant un degré de liberté et la deuxième sur celles ayant  $n$  degré de liberté. Dans les deux cas, trois algorithmes de contrôle ont été utilisés à savoir ; la loi de contrôle à boucle fermée, celle à boucle ouverte et celle à boucle ouverte-fermée. Une analyse comparative a été faite entre les structures contrôlées activement et celles non contrôlées en terme de déplacements, accélérations, efforts tranchants et énergie de contrôle nécessaire à appliquer.

#### III.4.2. Structure à 1 ddl :

##### a) Hypothèses de calcul :

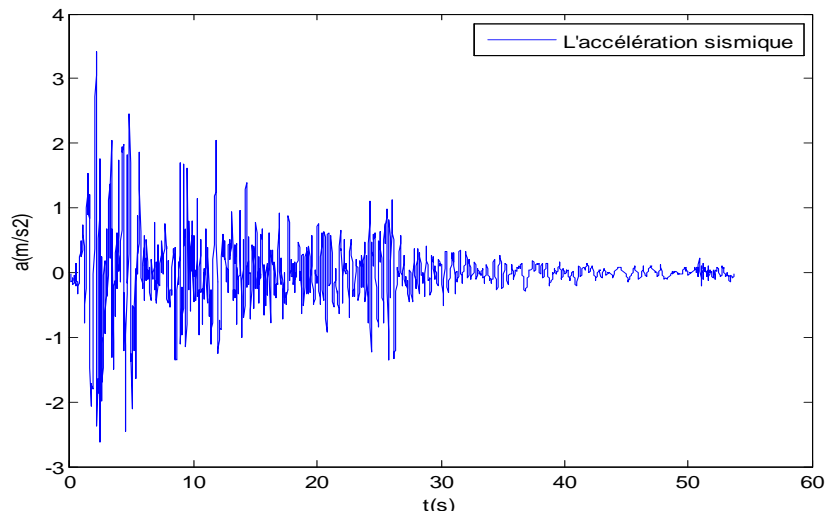
Pour faire valider les résultats, on examine une structure (figure 3.2) qui a été étudiée dans un article [35], elle a les caractéristiques suivantes :

- La masse :  $m=2921 \text{ Kg}$ .
- La rigidité :  $k=1389 \text{ KN/m}$ .
- L'amortissement :  $\xi=1.24 \%$  d'où :  $c = 2m\xi\omega=1580 \text{ KN.s/m}$ .

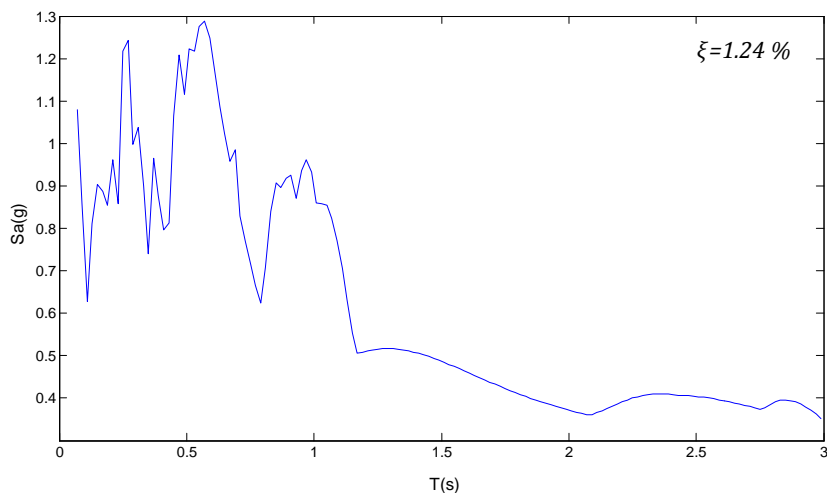


**Figure 3.2 :** Structure à 1 ddl contrôlée par des câbles actifs.

Le mouvement sismique appliqué à cette structure est la composante nord-sud de celui d'EL CENTRO 18 MAI 1940 mentionné dans la figure suivante (figure 3.3) :



**Figure 3.3** : Composante N-S du séisme EL CENTRO 18 MAI 1940.



**Figure 3.4** : Spectre d'accélération de la composante N-S de EL CENTRO 18 MAI 1940.

On a choisi les câbles actifs pour la structure comme étant un système de contrôle.

La force de contrôle sera calculée par la minimisation de l'indice quadratique de performance en choisissant au préalable les matrices de pondération  $Q$  et  $R$ .

Dans ce cas, ces matrices ont été choisies comme suit [35], d'où le contrôle des vitesses est nul :

$$[Q] = 10^4 \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 0.05$$

## b) Résultats et interprétations :

On va présenter les résultats de la structure sans et avec contrôle en utilisant les trois lois de détermination de la force requise à savoir : la boucle fermée, ouverte et ouverte fermée.

### b.1. Sans contrôle :

En utilisant le logiciel de programmation *Matlab* comme un outil de travail, et ce, pour calculer la réponse de la structure, et par la suite l'effort tranchant à la base ainsi que la force de contrôle nécessaire dans le cas où la structure est contrôlée par des systèmes actifs.

Par l'utilisation des données citées ci-dessus, on commence à résoudre l'équation d'état de la structure, équation 2.2, qu'elle a la forme suivante :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t)$$

avec :

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -475.52 & -0.54 \end{bmatrix}$$

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[\gamma] \end{bmatrix} = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.34 \end{bmatrix}$$

$$\{B_r\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

$\{u(t)\} = 0$  (c'est le cas où la structure n'est pas contrôlée).

L'équation d'état devient comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -475.52 & -0.54 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t)$$

Maintenant, on est en face de calculer la réponse par la résolution de cette équation différentielle. Il est à noter que le *Matlab* nous offre la fonction *LSIM (Linear SIMulate)* calculant la réponse comme suit :

$$[\{y(t)\}, \{Z(t)\}] = \text{LSIM}([A], \{B_r\}, \{C_c\}, \{D_c\}, \ddot{x}_g(t), t) \quad (3.27)$$

d'où :

$t$  : est le temps.

$\{C_c\}, \{D_c\}$  : deux vecteurs qui contiennent 1 ou 0 calculant le vecteur  $\{x(t)\}$ , ils font la relation suivante :

$$\{x(t)\} = \{C_c\}\{Z(t)\} + \{D_c\} \ddot{x}_g(t) \quad (3.28)$$

On prend :

$\{C_c\} = [1 \ 0]$  pour que la réponse  $\{y(t)\}$  sera un déplacement et  $\{C_c\} = [0 \ 1]$  pour qu'elle sera une vitesse.

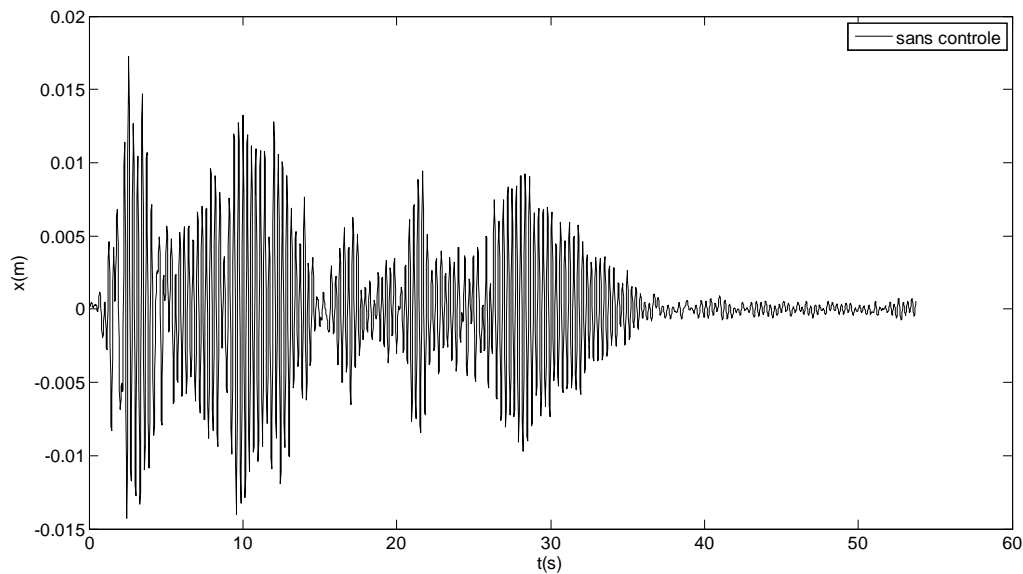
$\{D_c\} = 0$ .

Lorsque la réponse  $\{Z(t)\}$  est calculée, on peut trouver l'effort tranchant à la base par la relation suivante :

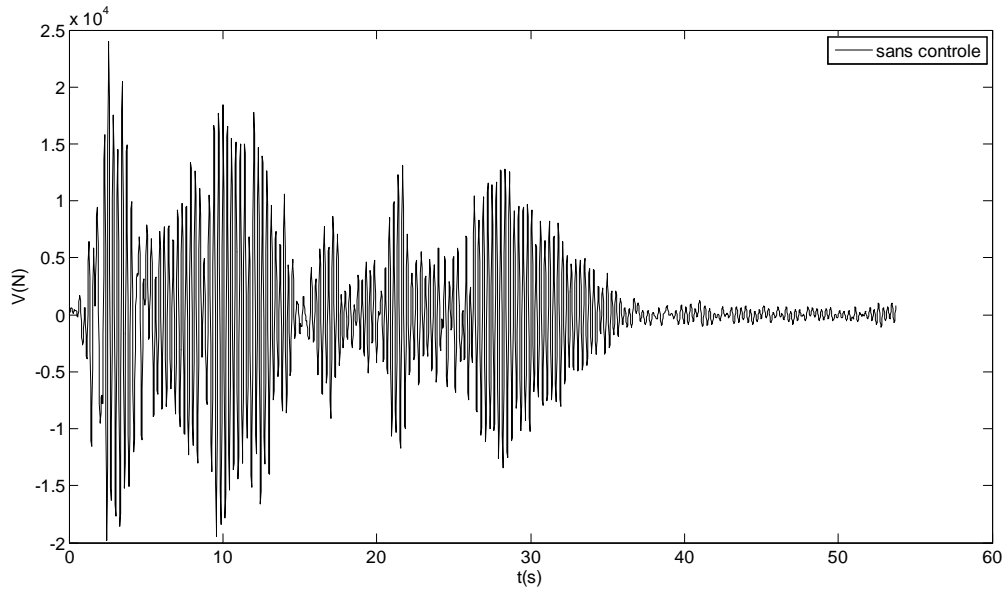
$$V = [K]\{x(t)\}$$

d'où :  $\{x(t)\}$  dans ce cas représente la réponse en déplacement de la masse  $m$ .

Les différents résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes (figure 3.5 et figure 3.6)



**Figure 3.5 :** Réponse en déplacement de la structure non contrôlée.



**Figure 3.6 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée.

On remarque que ces deux courbes ont la même allure. Cela est dû à la relation linéaire entre l'effort tranchant et le déplacement représentée par la rigidité.

### **b.2. contrôle à boucle fermée :**

De la même façon, on va trouver la réponse de la structure avec l'introduction de la force de contrôle  $\{u(t)\}$ , qui est donnée par la formule suivante :

$$\{u(t)\} = -[G]\{Z(t)\}$$

d'où : la matrice de gain  $[G] = 10^4[-9.66 \quad -2.22]$ .

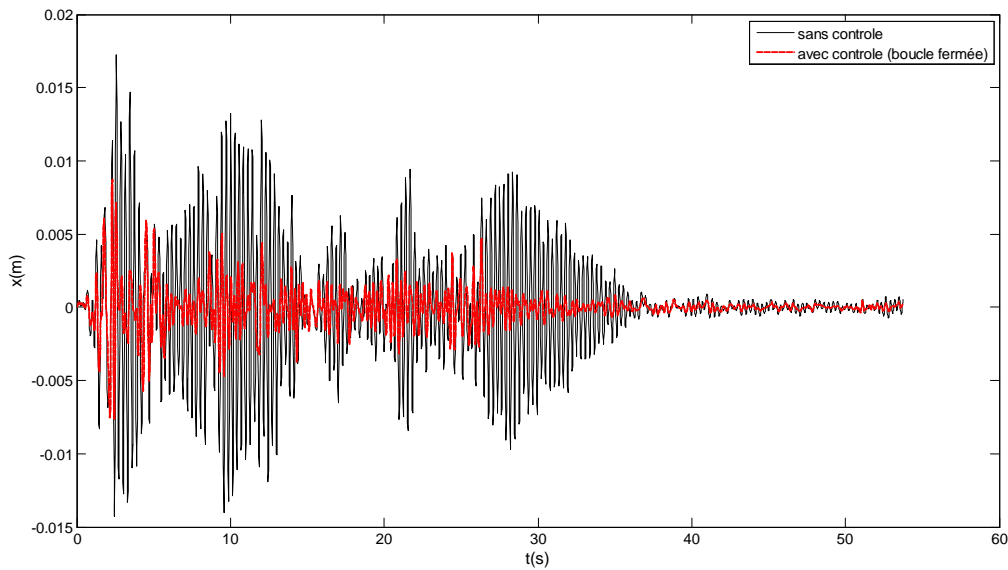
L'équation d'état sera comme suit :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_c]\{Z(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t)$$

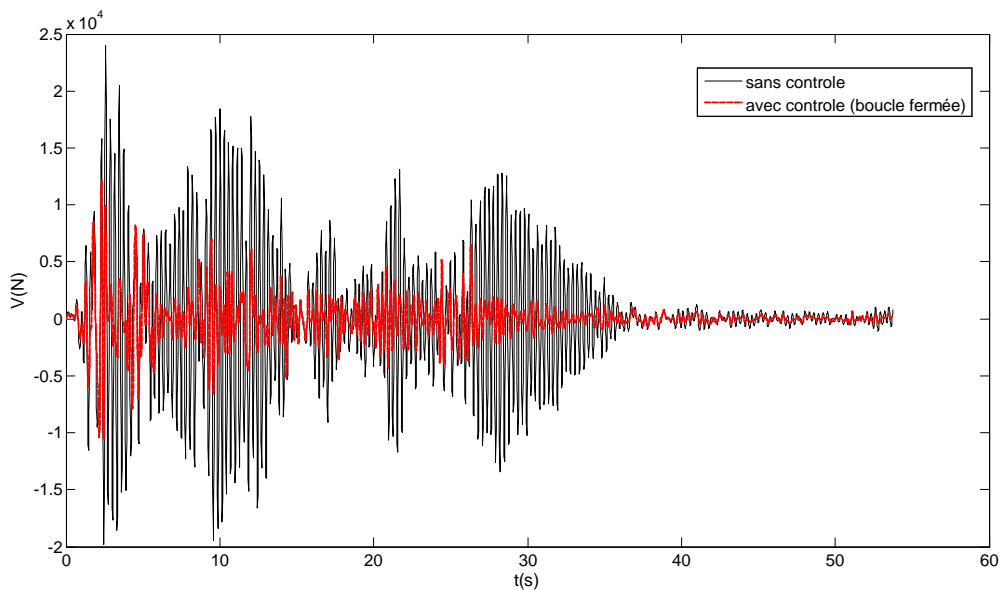
avec :

$$[A_c] = [A] - [B_u][G] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -508.61 & -8.15 \end{bmatrix}$$

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes (figure 3.7 et figure 3.8 et figure 3.9) :



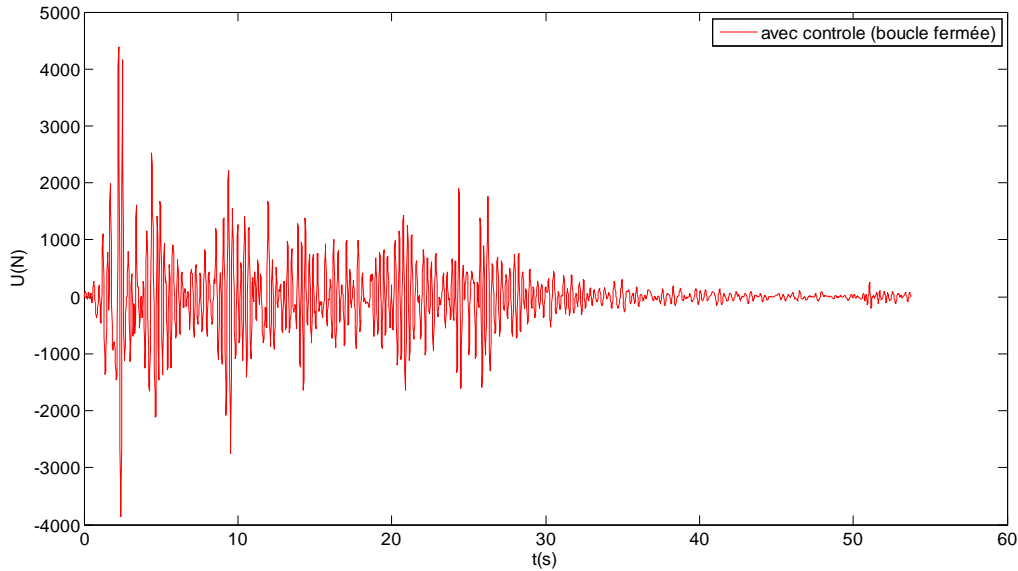
**Figure 3.7 :** Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.



**Figure 3.8 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.

On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 40% et de 50% en termes d'efforts tranchants. L'allure de réponse a été changée dû à la modification des caractéristiques de la structure causée par la force de contrôle.

Ces pourcentages de réduction peuvent varier, si on change les caractéristiques de la structure.



**Figure 3.9 :** Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.

### b.3. Contrôle à boucle ouverte :

Toujours de la même façon d'où la force de contrôle  $\{u(t)\}$  sera donnée par la formule suivante :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T\{q(t)\}$$

d'où :  $\{q(t)\}$  est calculé par l'équation différentielle (3.15) suivante :

$$\{\dot{q}(t)\} - ([P][B_u][R]^{-1}[B_u]^T - [A]^T)\{q(t)\} + [P][B_r]\ddot{x}_g(t) = 0$$

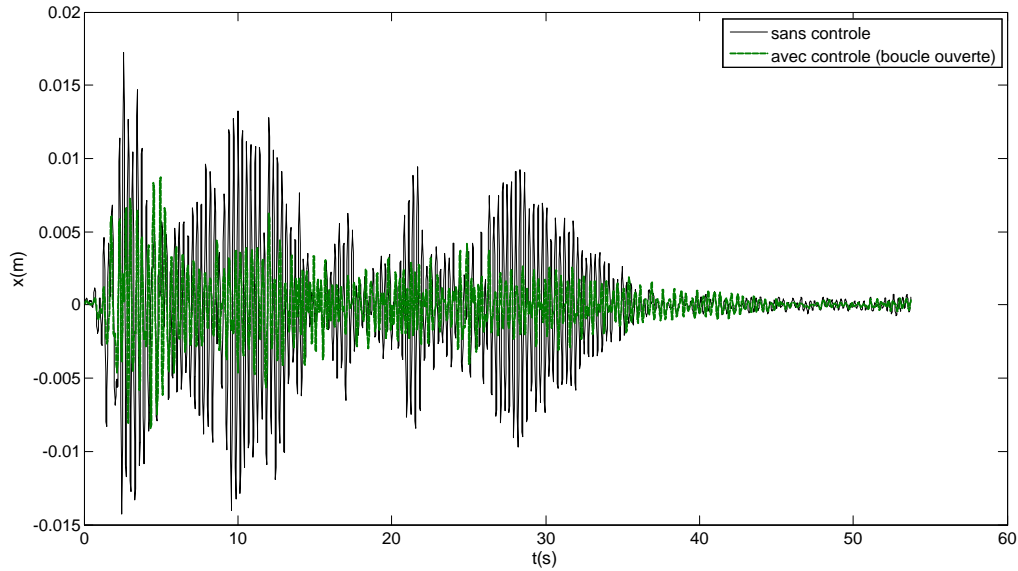
d'où :  $[P]$  est la matrice de Riccati qui vaut :

$$[P] = 10^9 \begin{bmatrix} 1.66 & 0.014 \\ 0.014 & 0.003 \end{bmatrix}$$

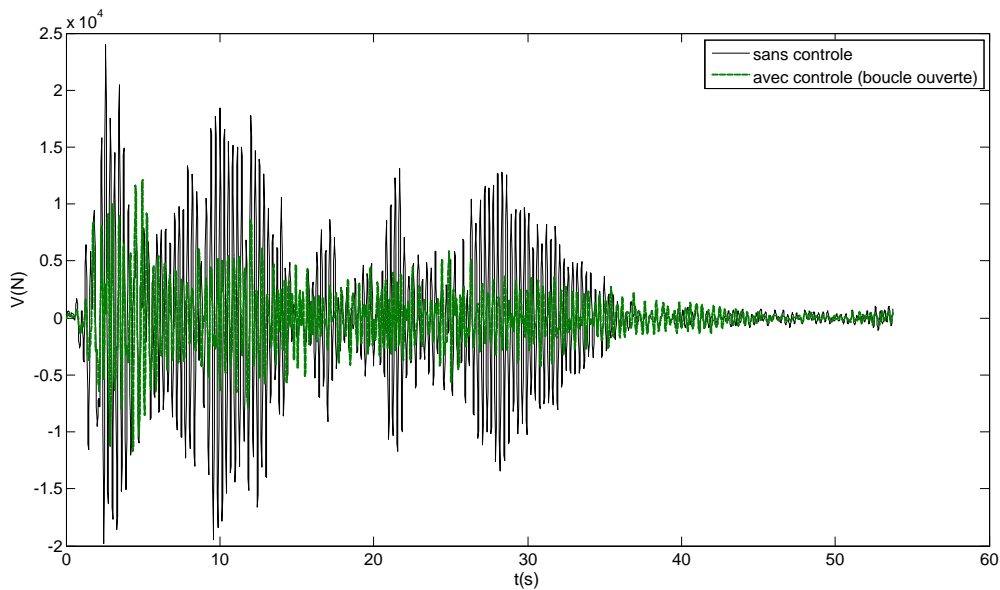
Une fois  $\{q(t)\}$  sera déterminé, on fait la résolution de l'équation d'état suivante:

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} - [R]^{-1}[B_u]^T\{q(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t)$$

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes (figure 3.10 et figure 3.11 et figure 3.12) :

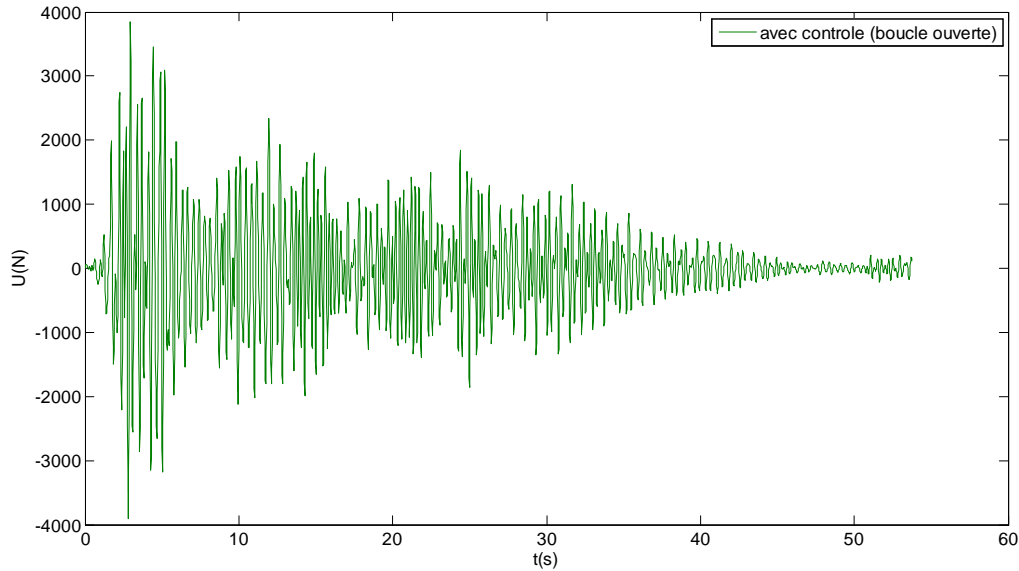


**Figure 3.10** : Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte.



**Figure 3.11** : Réponse en effort tranchant de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte.

On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 35% et de 45% en termes d'efforts tranchants. Ainsi le changement de l'allure de réponse causée par la force de contrôle.



**Figure 3.12 :** Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte.

#### **b.4. Contrôle à boucle ouverte-fermée :**

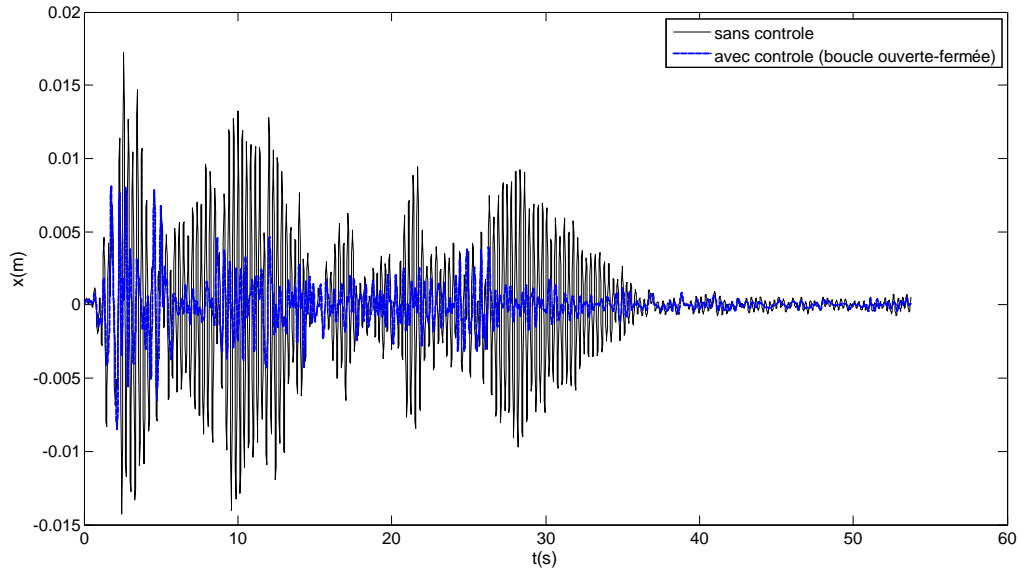
Dans ce cas, la force de contrôle contient deux termes, l'un vient de la part du contrôle à boucle fermée et l'autre de celui à boucle ouverte, elle est donnée comme suit :

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T [P]\{Z(t)\} - [R]^{-1}[B_u]^T \{q(t)\}$$

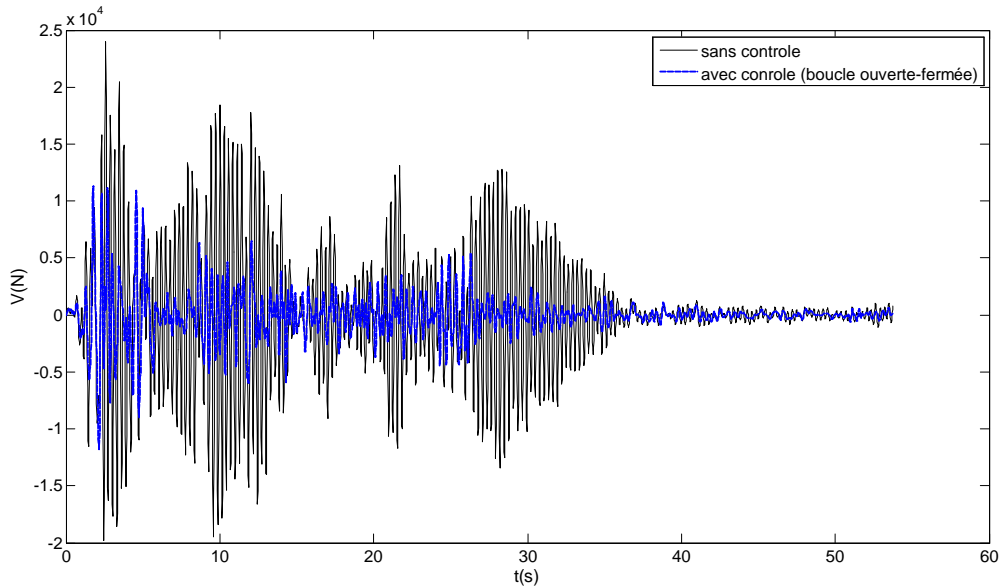
L'équation d'état sera comme suit :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_c]\{Z(t)\} - [R]^{-1}[B_u]^T \{q(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t)$$

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes (figure 3.13 et figure 3.14 et figure 3.15) :

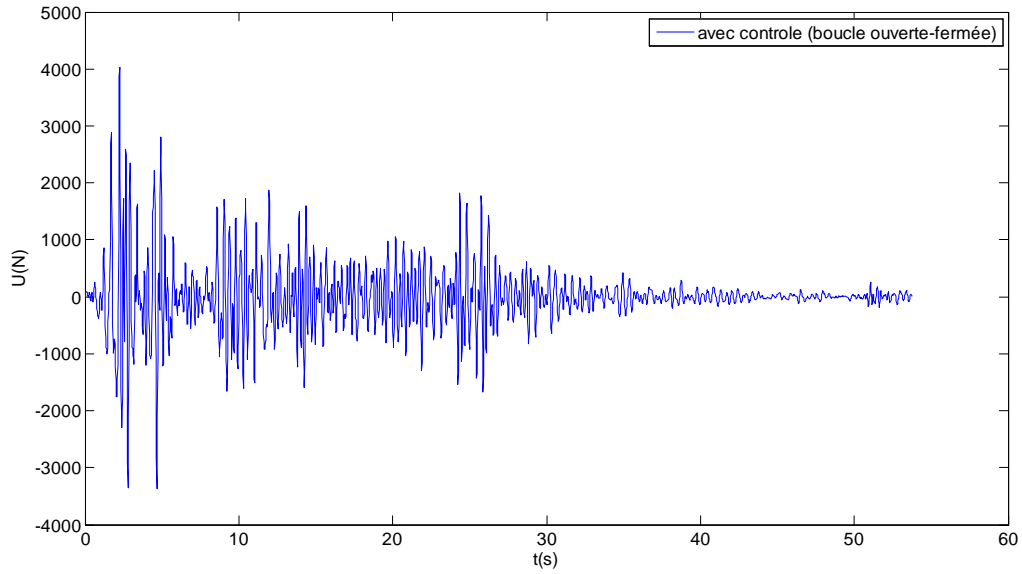


**Figure 3.13 :** Réponse en déplacement de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.



**Figure 3.14:** Réponse en effort tranchant de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.

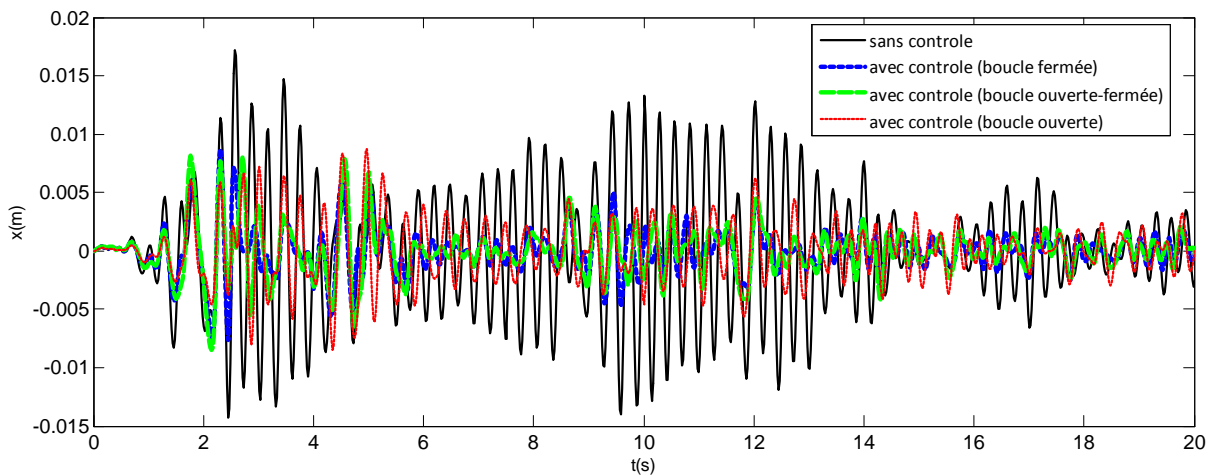
On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 50% et de 55% en termes d'efforts tranchants. Ainsi le changement de l'allure de réponse causée par la force de contrôle.



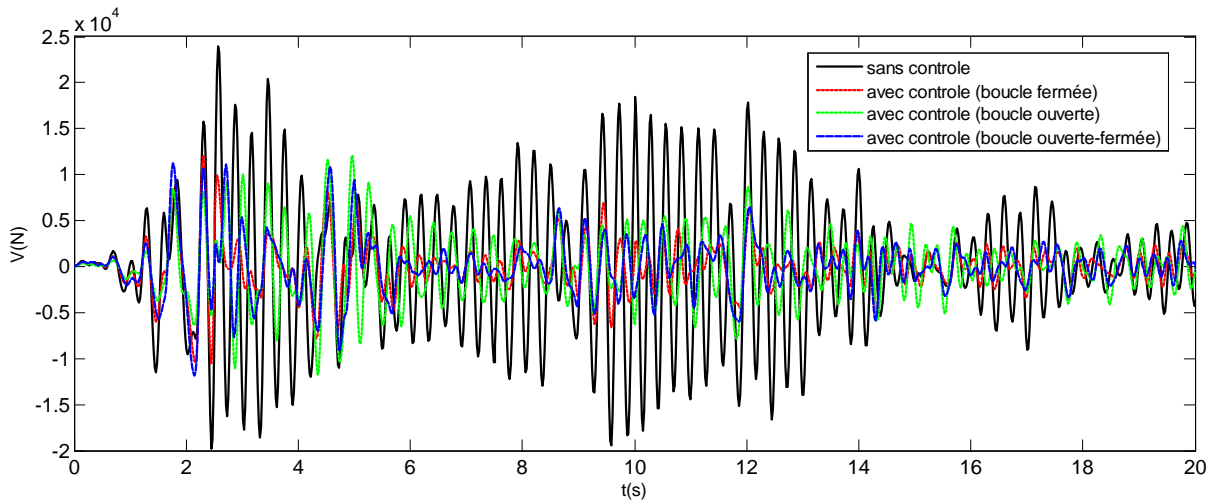
**Figure 3.15 :** Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.

### b.5. Comparaison des résultats :

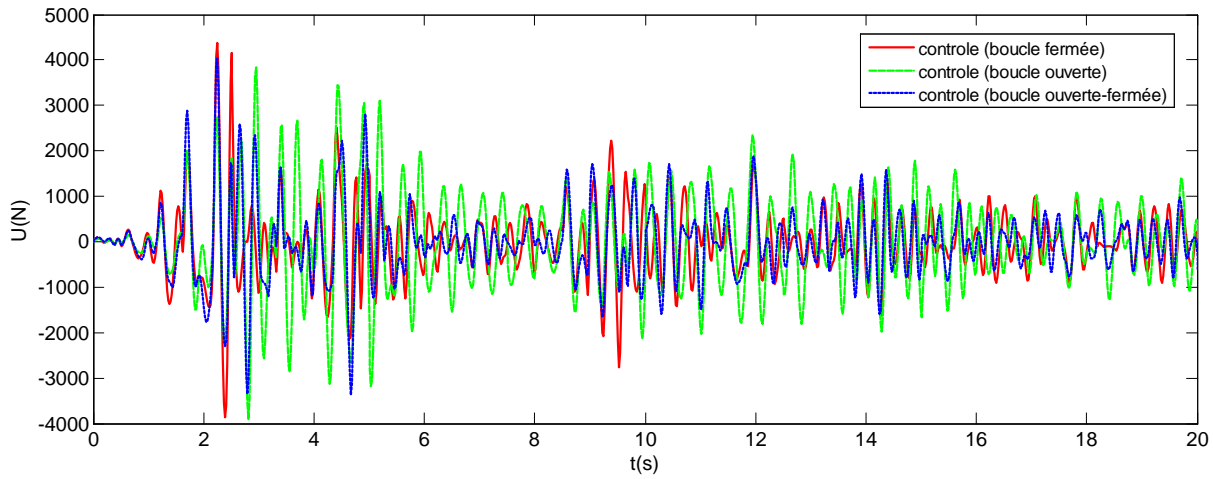
Pour qu'on puisse bien lire les résultats, on limite l'intervalle de temps à 20 s.



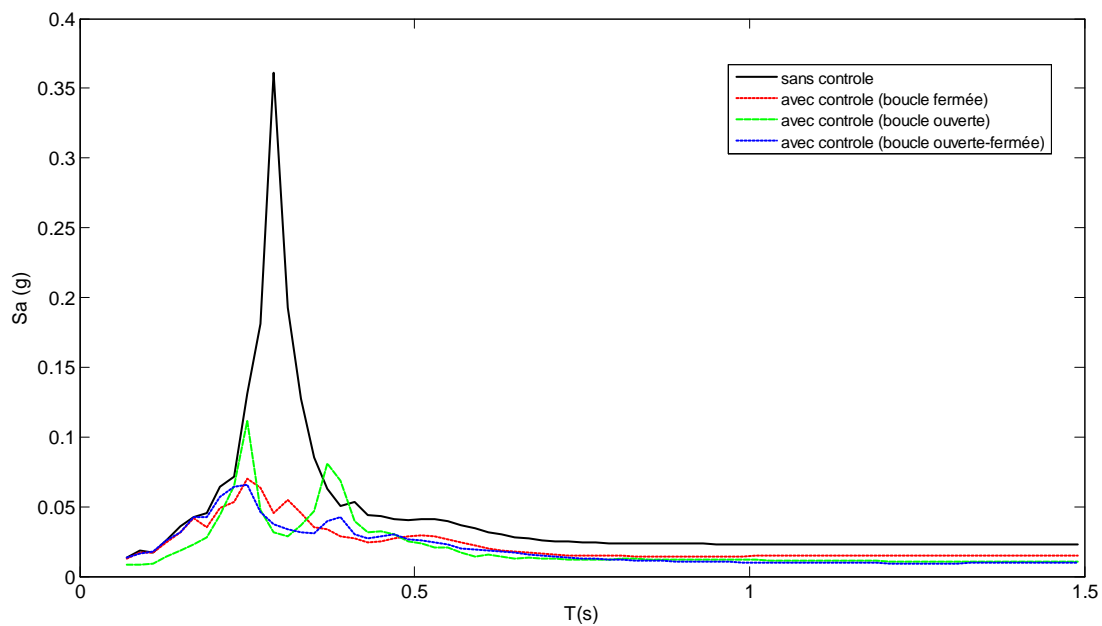
**Figure 3.16 :** Réponses en déplacement de la structure sans et avec contrôle.



**Figure 3.17 :** Réponses en effort tranchant de la structure sans et avec contrôle.



**Figure 3.18 :** Forces de contrôle appliquées à la structure.



**Figure 3.19 :** Spectres de réponse de la structure sans et avec contrôle.

La figure 3.19 nous montre une réduction de la période de la structure contrôlée de  $T=0.29$  s (sans contrôle) à  $T_c=0.23$  s d'où cette dernière devient rigide. La structure la plus rigide est celle contrôlée par la boucle ouverte fermée.

D'après ces figures, on constate que :

- Avec l'utilisation des lois de contrôle, les réponses en déplacement et en effort tranchant ont été réduites significativement d'où l'objet du contrôle actif.
- Les forces de contrôle sont moins importantes lorsqu'on utilise le contrôle à boucle ouverte-fermée.
- Les accélérations sont beaucoup réduites surtout dans le cas du contrôle utilisant la loi de la boucle ouverte fermée.
- La structure contrôlée devient rigide à cause des forces actives appliquées à la structure qui l'a rigidifié.
- Le contrôle à boucle ouverte fermée donne une meilleure réduction en déplacement, effort tranchant, accélération et énergie de contrôle.
- Le contrôle à boucle ouverte donne des réductions faibles de réponses avec une consommation importante d'énergie extérieure.
- Par ordre décroissant d'efficacité des différentes boucles de contrôle, on a ; la boucle ouverte-fermée au premier lieu, la boucle fermée en deuxième position et la boucle ouverte au dernier.

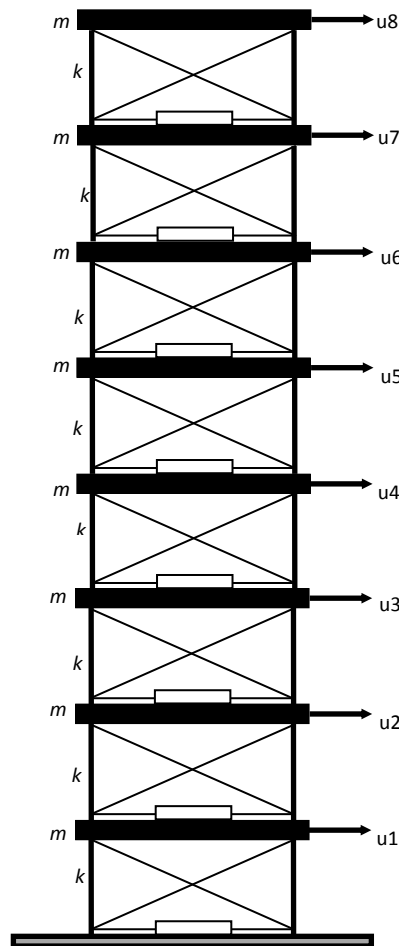
Cela peut nous conduire à dire que ce type de contrôle est efficace. Mais avant de juger, une autre application sur une structure à  $n$  ddl est nécessaire.

### III.4.3. Structure à $n$ ddl :

#### a) Hypothèses de calcul :

Pour faire valider les résultats, on examine une structure (figure 3.20) qui a été étudiée dans un article [38], elle a les caractéristiques suivantes :

- Le nombre des niveaux :  $n = 8$ .
- La masse de chaque niveau :  $m = 345.6 \times 10^3 \text{ Kg}$ .
- La rigidité de chaque niveau :  $k = 3.404 \times 10^8 \text{ KN/m}$ .
- L'amortissement de chaque niveau :  $c = 2937 \times 10^3 \text{ KN.s/m}$ .



**Figure 3.20** : Structure à 8 ddl contrôlée par des câbles

Le mouvement sismique appliqué est la composante nord-sud de celui d'EL CENTRO 18 MAI 1940 mentionné dans la figure (figure 3.3).

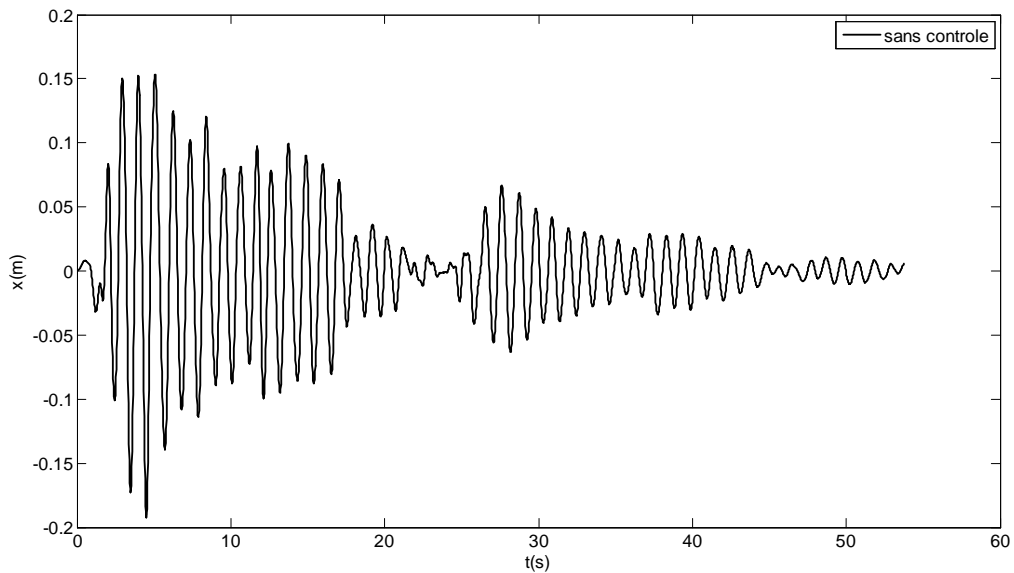
Dans ce cas ces matrices ont été choisies comme suit [38]:

$$[Q] = 10^5 \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 0 & & & & \\ & & & & 0 & & & \\ & & & & & 0 & & \\ & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 10^{-10} I_{8 \times 8}$$

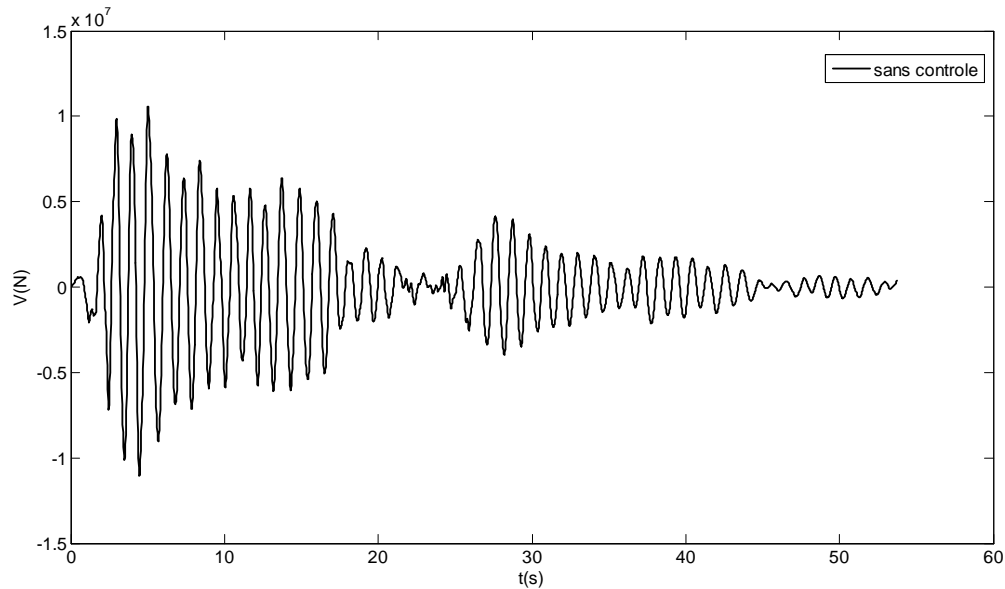
## b) Résultats et interprétations :

Les résultats qu'on va les présenter sont ceux du dernier étage.

### b.1. Sans contrôle :



**Figure 3.21 :** Réponse en déplacement du dernier étage de la structure non contrôlée.

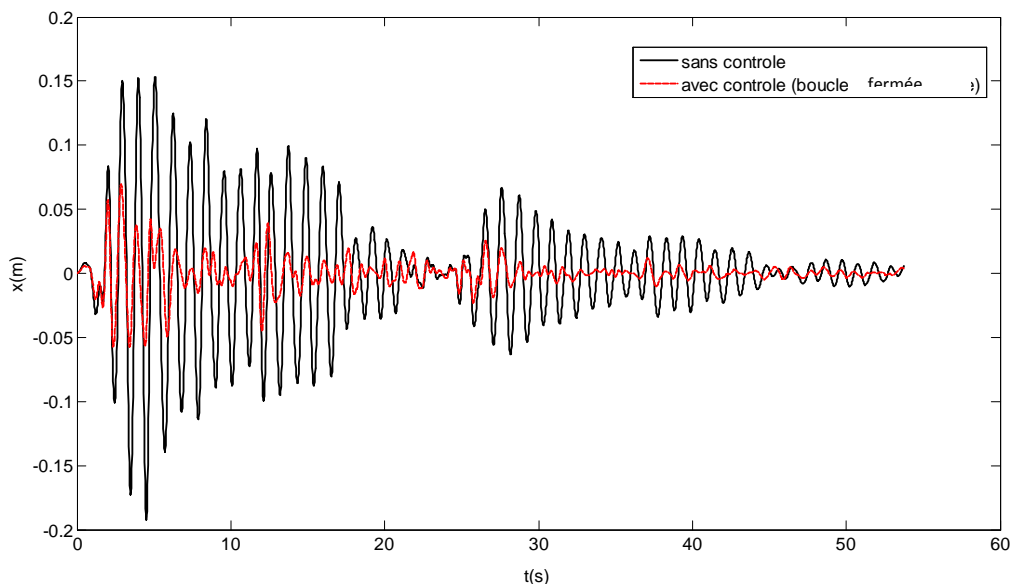


**Figure 3.22:** Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée.

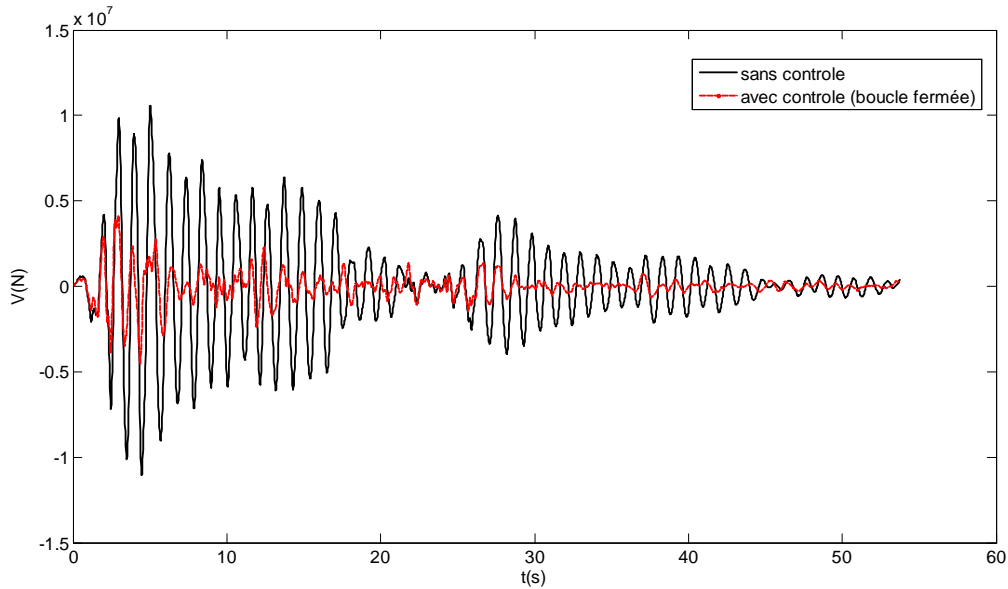
On remarque que ces deux courbes ont la même allure allongée. Cela est dû à la relation linéaire entre l'effort tranchant et le déplacement représentée par la rigidité. Une allure allongée dû à la souplesse de la structure ; elle a une période importante.

## b.2. Avec contrôle :

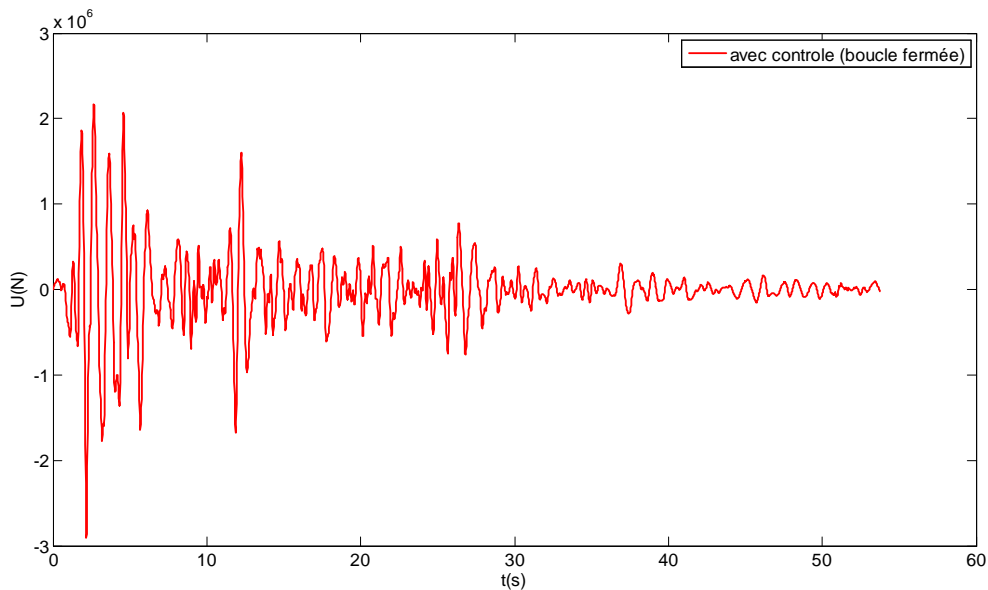
### b.2.1. Contrôle à boucle fermée :



**Figure 3.23 :** Réponse en déplacement du dernier étage de la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.



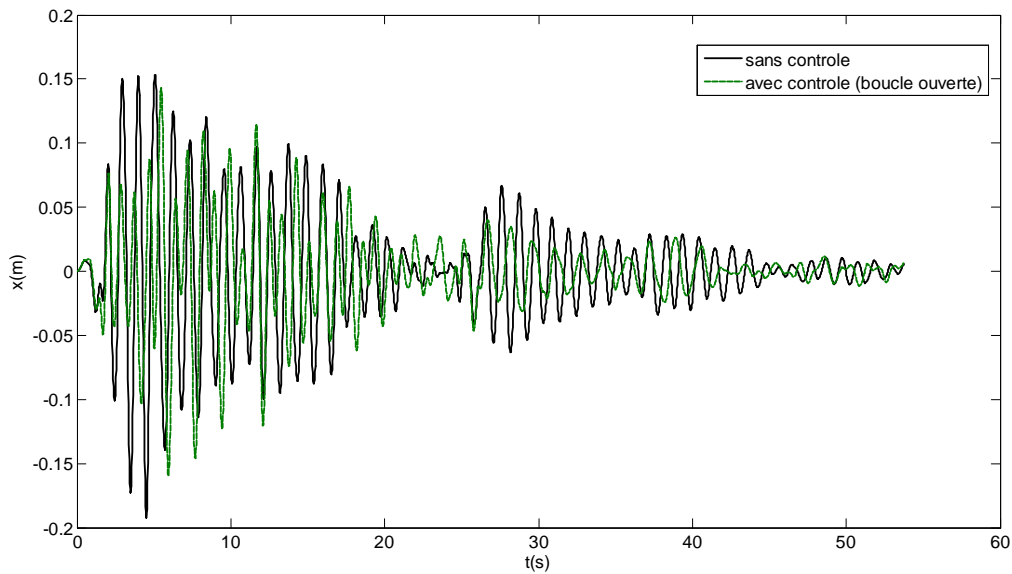
**Figure 3.24 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.



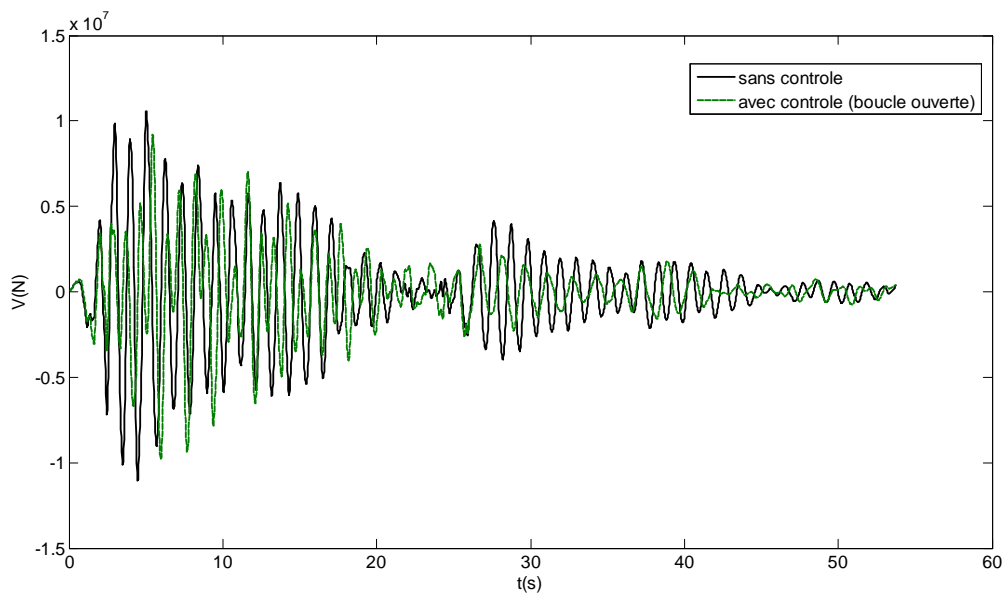
**Figure 3.25 :** Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.

On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 60% et de 50% en termes d'efforts tranchants. L'allure de réponse a été changée dû à la modification des caractéristiques de la structure causée par la force de contrôle. Ces pourcentages de réduction peuvent varier, si on change les caractéristiques de la structure.

### b.2.2. Contrôle à boucle ouverte :

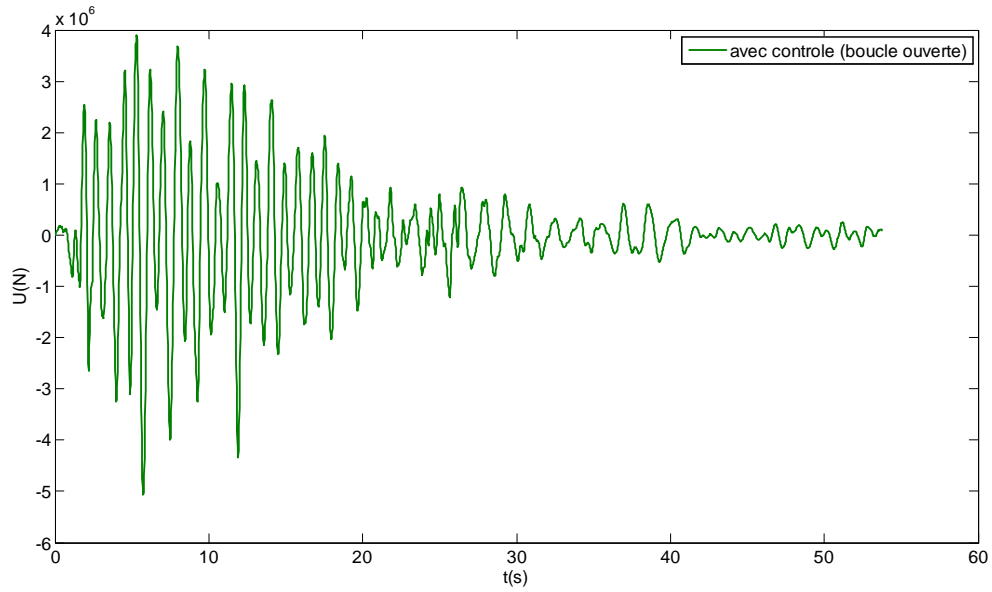


**Figure 3.26 :** Réponse en déplacement du dernier étage de la structure contrôlée en utilisant la boucle ouverte.



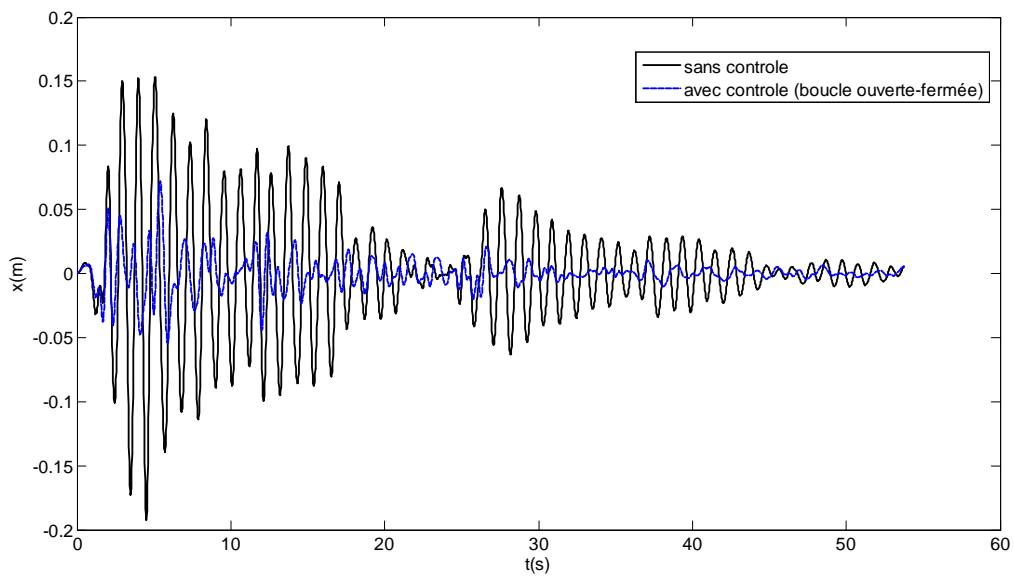
**Figure 3.27 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte.

On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 10% et de 7% en termes d'efforts tranchants. L'allure de réponse a été changée dû à la modification des caractéristiques de la structure causée par la force de contrôle

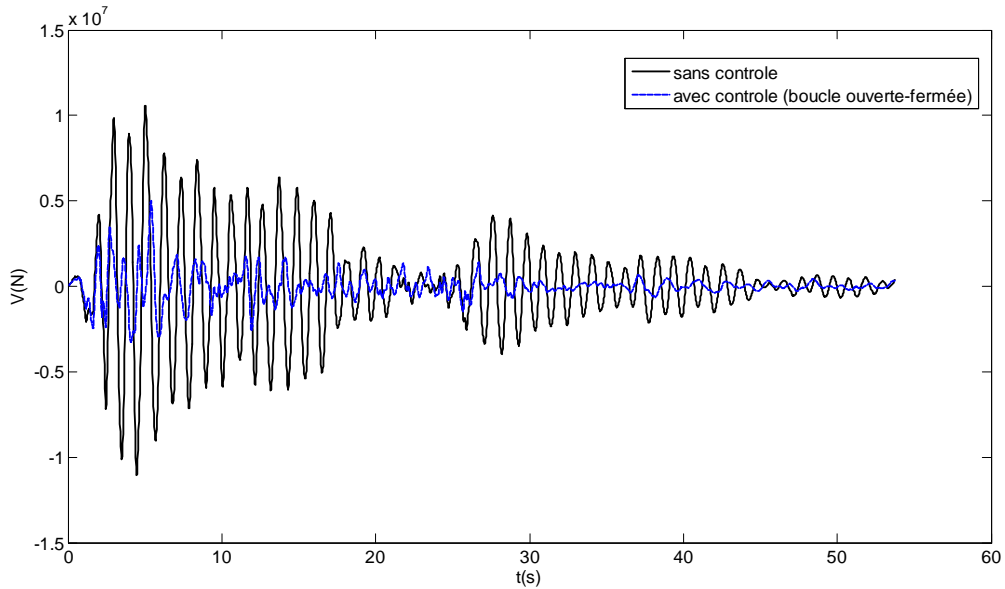


**Figure 3.28 :** Force de contrôle appliquée à la structure en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte.

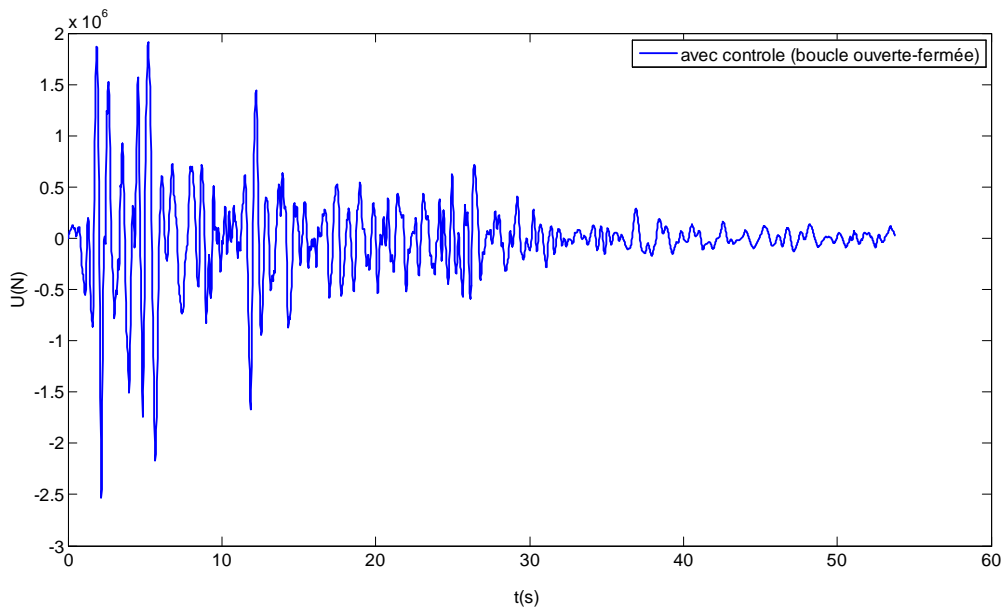
### b.2.3. Contrôle à boucle ouverte-fermée :



**Figure 3.29 :** Réponse en déplacement du dernier étage de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.

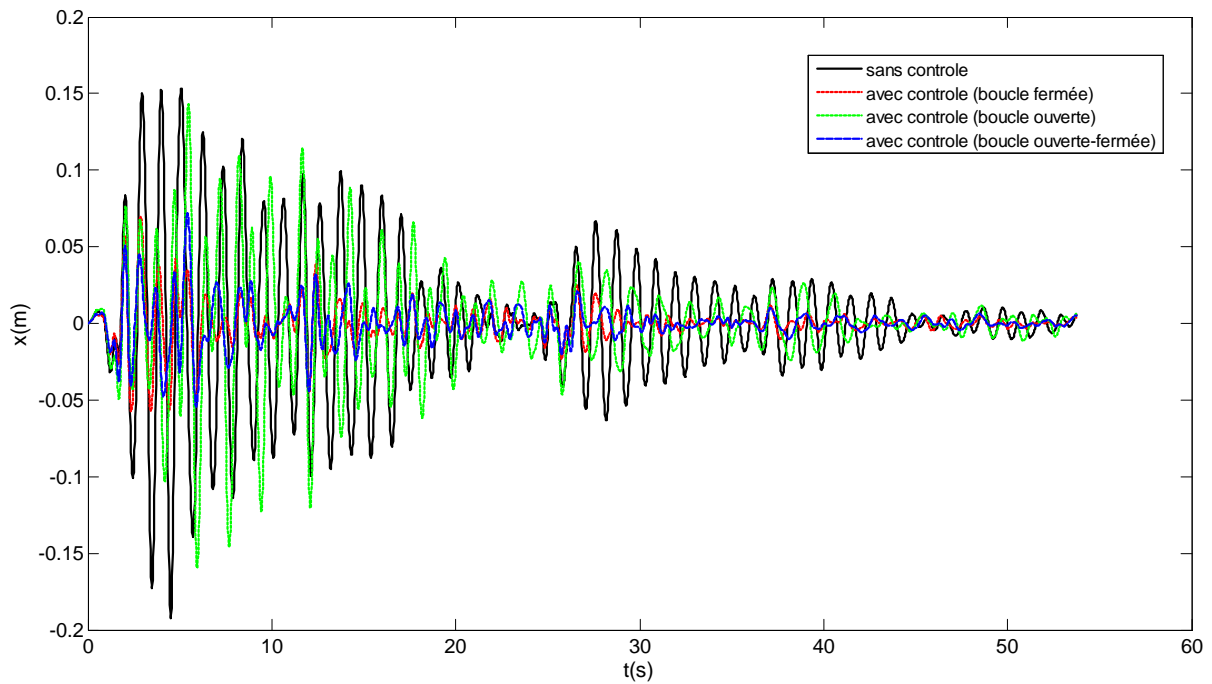


**Figure 3.30** : Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.

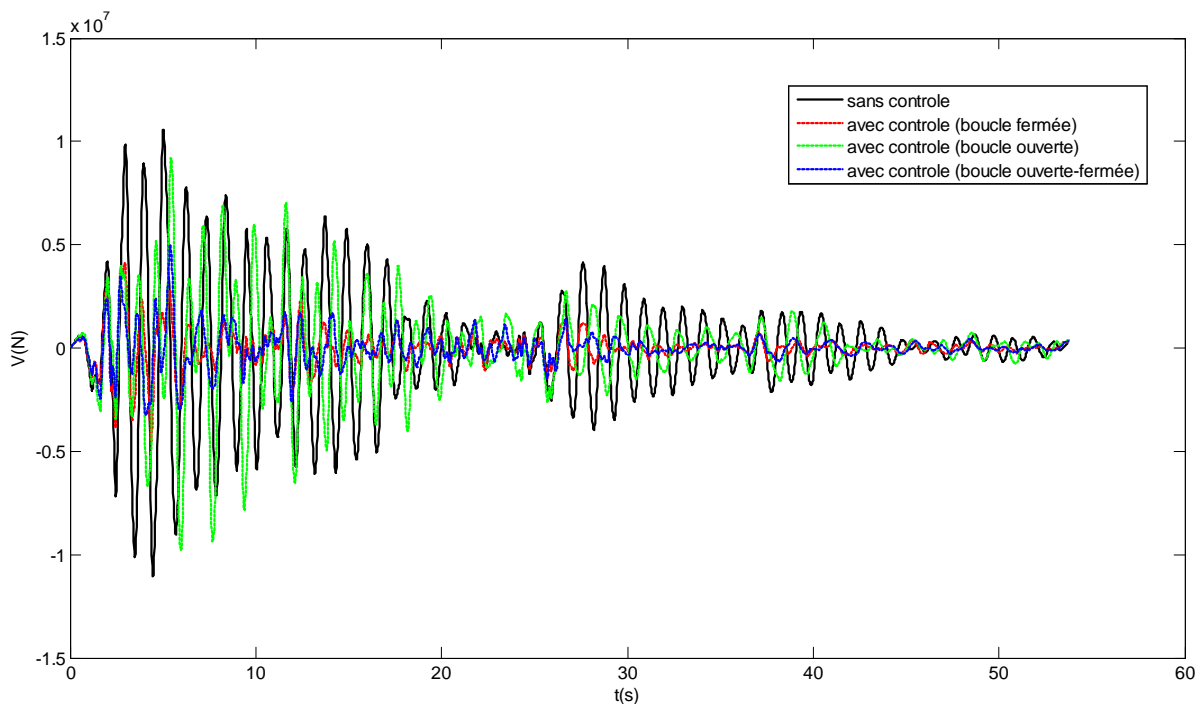


**Figure 3.31** : Force de contrôle appliquée à la structure contrôlée en utilisant la loi de contrôle à boucle ouverte-fermée.

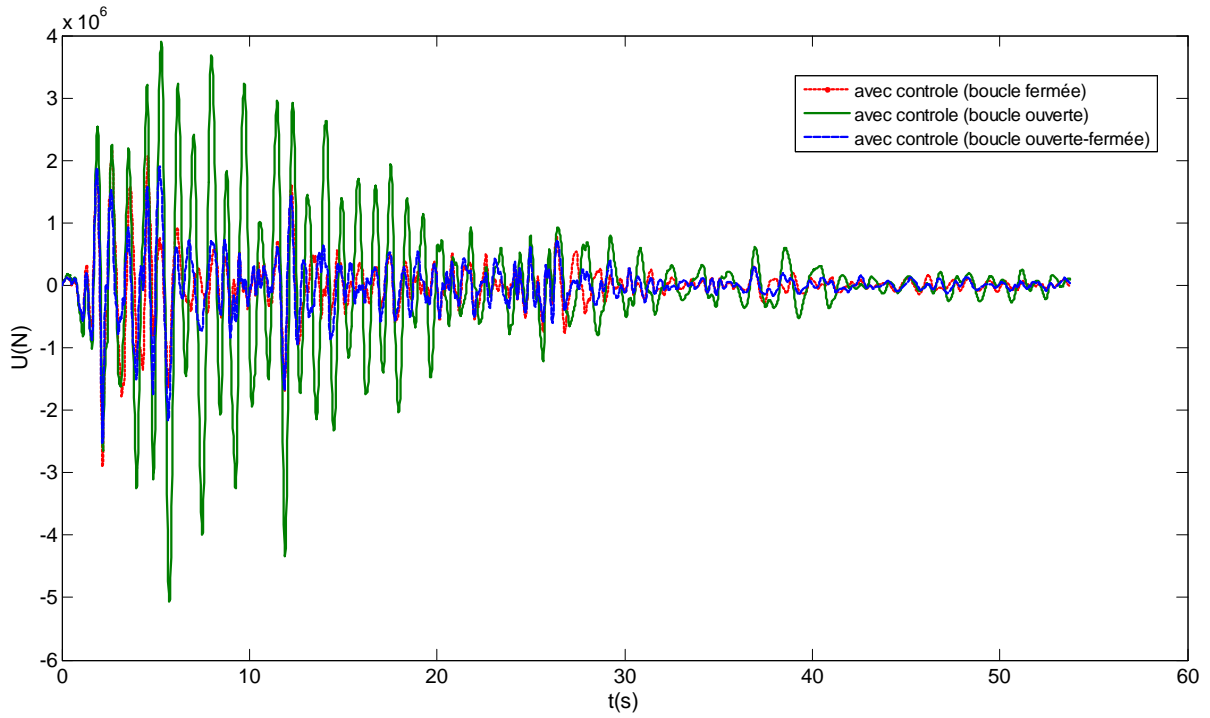
On remarque qu'il y a une réduction des déplacements de 65% et de 55% en termes d'efforts tranchants. L'allure de réponse a été changée dû à la modification des caractéristiques de la structure causée par la force de contrôle

**b. 3. Comparaison des résultats :**

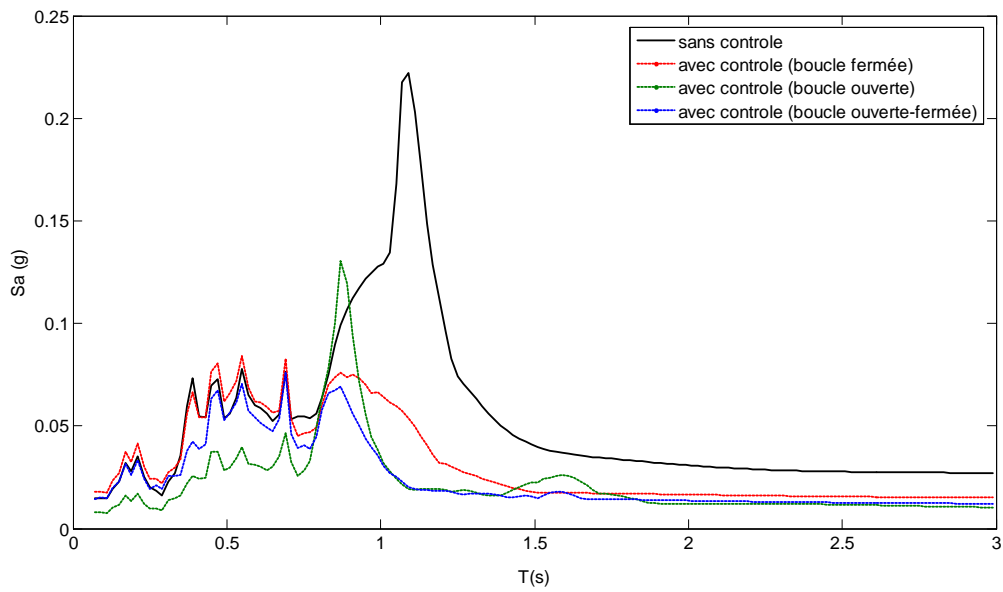
**Figure 3.32 :** Réponses en déplacement du dernier étage de la structure sans et avec contrôle.



**Figure 3.33 :** Réponses en effort tranchant à la base de la structure sans et avec contrôle.



**Figure 3.34 :** Forces de contrôle appliquées au dernier étage de la structure.



**Figure 3.35 :** Spectres de réponse du dernier étage de la structure sans et avec contrôle.

La figure 3.35 nous montre une réduction de la période de la structure contrôlée de  $T=1.15$  s (sans contrôle) à  $T_c=0.8$  s d'où cette dernière devient rigide. La structure la plus rigide est celle contrôlée par la boucle ouverte fermée.

D'après ces figures, on constate que :

- Avec l'utilisation des différentes lois de contrôle, les réponses en déplacement et en effort tranchant ont été réduites significativement.
- Les forces de contrôle sont moins importantes lorsqu'on utilise le contrôle à boucle ouverte-fermée.
- Les accélérations sont beaucoup réduites surtout dans le cas du contrôle utilisant la loi de la boucle ouverte fermée.
- La structure contrôlée devient rigide à cause des forces actives appliquées à la structure qui l'a rigidifié.
- Le contrôle à boucle ouverte-fermée donne une meilleure réduction en termes de déplacement, effort tranchant, accélération et énergie de contrôle.
- Le contrôle à boucle ouverte donne des réductions faibles de réponses avec une consommation importante d'énergie extérieure.
- Le contrôle actif est efficace pour les structures souples d'où la réduction des réponses est importante.
- Par ordre décroissant d'efficacité des différentes boucles de contrôle, on a ; la boucle ouverte-fermée au premier lieu, la boucle fermée en deuxième position et la boucle ouverte au dernier.

### **III.5. Conclusion :**

Ce qu'on peut conclure, à partir de ces résultats, est que le contrôle à boucle ouverte fermée est mieux que les autres boucles en terme de réduction de la réponse des structures : déplacements, efforts tranchants, accélérations et énergie de contrôle. L'expérience montre l'infaisabilité du contrôle en boucle ouverte, cela nous permet de choisir le type de contrôle à boucle fermée comme étant une loi de contrôle efficace.

Les structures qu'on a étudié sont à base fixe. Dans lesquelles, on n'a pas introduit l'interaction sol-structure, que c'est une hypothèse pour simplifier le modèle, mais ce n'est pas valable dans tous les cas. Cela fait l'objet du chapitre suivant.

# **Chapitre IV:**

## **Contrôle Actif des Structures Prenant en Compte l'Effet d'Interaction Sol-Structure (SSI)**

IV.1 Introduction.

IV.2 Différents types d'interaction.

IV.3 Formulation mathématique :

IV.3.1 Structure à 1 ddl prenant en compte l'effet de SSI :

IV.3.1.1 Equation du mouvement.

IV.3.2 Structure à n ddl prenant en compte l'effet de SSI :

IV.3.2.1 Equation du mouvement.

IV.3.2.2 Equation d'état du système.

IV.4 Application du contrôle actif sur des structures prenant en compte l'effet de SSI :

IV.4.1 Introduction.

IV.4.2 Structure à 1 ddl.

IV.4.3 Structure à n ddl.

IV.5 Conclusion.

## **Chapitre IV: Contrôle actif des structures prenant en compte l'effet d'interaction sol-structure (SSI)**

### **IV.1. Introduction :**

Dans le chapitre II, l'étude des structures contrôlées activement a été basée sur le modèle à base fixe dans lequel la structure est supposée encastrée à sa base. Ce modèle peut être valable lorsque la structure est fondée sur un sol rocheux. Lorsque la structure est construite sur un sol ayant une déformabilité appréciable, l'algorithme de contrôle et le système structurel doivent introduire l'effet de l'interaction sol-structure (SSI) qui montre la flexibilité du sol et les déplacements de la fondation. Cela conduit à une augmentation du nombre de degré de liberté du système qui va changer la réponse de la structure.

Dans ce chapitre, un modèle analytique considérant l'effet SSI est développé pour la protection des structures devant les séismes.

### **IV.2. Différents types d'interaction :**

Il existe deux types d'interaction qui sont :

1. Interaction inertielle produite par l'inertie de la structure due par sa propre vibration, provoquant le déplacement de la fondation, qu'on peut la représenter par la fonction d'impédance décrivant les caractéristiques de la rigidité et de l'amortissement entre la fondation et le sol.
2. Interaction cinématique qui est une interaction entre le sol et la fondation, elle provoque le mouvement de la fondation à être différent du mouvement sismique. Il s'appelle le mouvement d'entrée de la fondation (FIM). L'interaction cinématique est décrite par une fonction de transfert qui relie le mouvement sismique et celui le FIM (foundation input interaction).

Donc, le mouvement de la fondation est composé de deux parties :

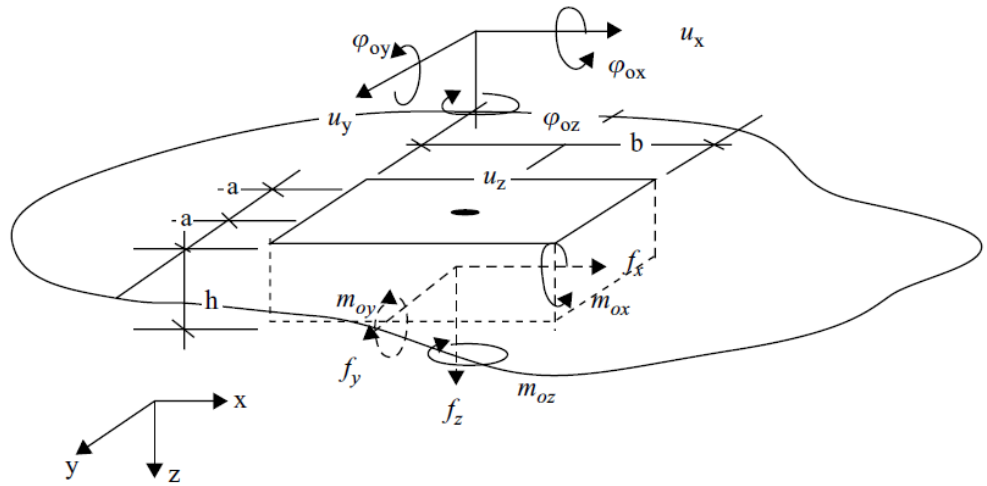
$X = \text{FIM} + \text{Mouvement dû à l'interaction inertielle.}$

$$= S_k(\omega) X_0 + X_1$$

D'où :  $X_0$  est le mouvement sismique et  $S_k(\omega)$  est la fonction de transfert qui tient en compte de l'interaction cinématique. Lorsque la structure est reposée sur une base fixe (sol a une rigidité infinie), la fonction de transfert  $S(\omega)$  sera égale à l'unité et  $X_1 = 0$ , car le mouvement dû à l'interaction inertielle est nul [30].

Dans l'interaction inertielle, la fonction d'impédance est donnée par :

$$F_c(\omega) = [K(\omega)]U_c(\omega)$$



**Figure 4.1** : Réponses dynamiques de la fondation.

d'où :

$F_c(\omega) = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]^T$  : est le vecteur des réactions (forces et moments) entre le sol et la fondation lorsque la fondation a le mouvement de  $U_c(\omega) = [u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z]^T$ .

$[K(\omega)]$  : est la matrice d'impédance, carrée de 6 x 6 dans le cas à trois dimension (voir figure 4.1). En générale, il y a huit éléments différents de la matrice d'impédance, six d'entre eux correspondent aux six modes de vibration de la fondation rigide, un vertical,  $K_{zz}$ , deux horizontaux,  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$ , deux de balancement,  $K_{rx}$  et  $K_{ry}$ , et un de torsion,  $K_{rz}$ . En plus, les forces horizontales ne se produisent pas seulement par les oscillations de translation, mais aussi par celles de rotation, ce qui signifie deux autres éléments,  $K_{xy}$  et  $K_{yx}$  (éléments de couplage).

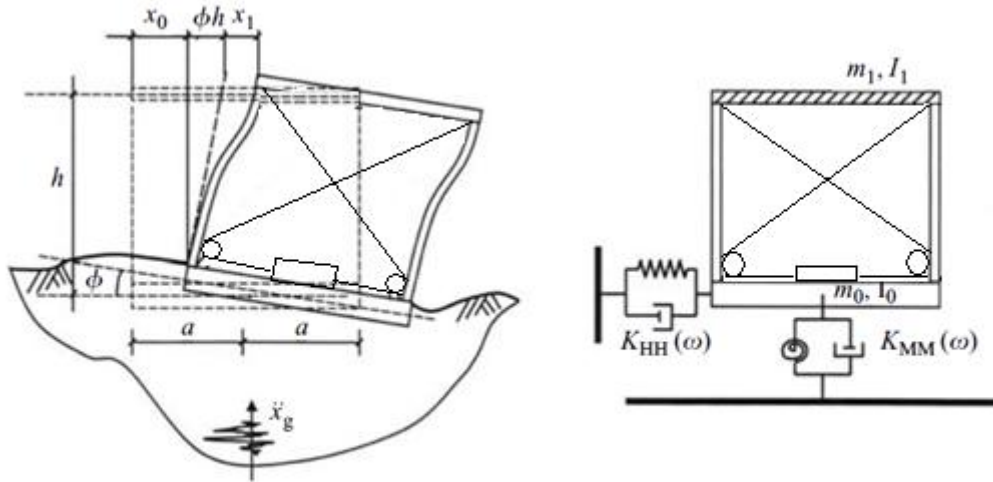


### IV.3. Formulation mathématique :

#### IV.3.1. Structure à 1 ddl avec l'effet de SSI :

##### IV.3.1.1. Equation du mouvement :

La figure 4.2 montre une structure à 1 ddl contrôlée par des câbles actifs et construite sur une fondation enterrée dans le sol. Le sol est constitué par des couches horizontales reposant sur un demi-espace élastique qui subit les ondes sismiques P et S générées par l'épicentre [29]. Le sol est considéré comme étant un matériau isotrope viscoélastique avec un amortissement hystérique. Ses propriétés peuvent varier avec la hauteur mais elles restent constantes dans une seule couche.



**Figure 4.2** : Structure à 1 ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI.

La fonction d'impédance s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_x \\ M_c \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_{HH}(\omega) + j\omega c_{HH}(\omega) & k_{HM}(\omega) + j\omega c_{HM}(\omega) \\ k_{MH}(\omega) + j\omega c_{MH}(\omega) & k_{MM}(\omega) + j\omega c_{MM}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HM} \\ K_{MH} & K_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

d'où :  $K_{HM}$  et  $K_{MH}$  sont négligées dans l'étude.

**-Détermination des rigidités  $K_{HH}$ ,  $K_{MM}$  :**

Les tableaux suivants (Tableau 4.1) et (Tableau 4.2) montrent des formules calculant les rigidités  $K_{HH}$ ,  $K_{MM}$  ainsi que les amortissements  $C_{HH}$  et  $C_{MM}$ , données par Richart et Lysmer [39]:

**Tableau 4.1 :** Valeurs des coefficients de rigidité du sol d'une fondation rectangulaire données par Richart et Lysmer (1970) :

|     | Direction   | La rigidité                                    | Rayon équivalent                                | Remarques                                    |
|-----|-------------|--|---|--|
| 1   | Verticale   | $K_z = \frac{4Gr_z}{(1-\nu)}$                  | $r_z = \sqrt{\frac{LB}{\pi}}$                   | Cette valeur est dans la direction Z         |
| 2   | Horizontale | $K_x = \frac{32(1-\nu)Gr_x}{(7-8\nu)}$         | $r_x = \sqrt{\frac{LB}{\pi}}$                   | Cette valeur est dans la direction X ou Y    |
| 3   | Balancement | $K_{\phi_x} = \frac{8Gr_{\phi_x}^3}{3(1-\nu)}$ | $r_{\phi_x} = \sqrt[4]{\frac{LB^3}{3\pi}}$      | Cette valeur produit un balancement autour Y |
| 3.1 | Balancement | $K_{\phi_y} = \frac{8Gr_{\phi_y}^3}{3(1-\nu)}$ | $r_{\phi_y} = \sqrt[4]{\frac{L^3B}{3\pi}}$      | Cette valeur produit un balancement autour X |
| 4   | Torsion     | $K_{\psi} = \frac{16Gr_{\psi}^3}{3}$           | $r_{\psi} = \sqrt[4]{\frac{L^3B + BL^3}{6\pi}}$ | Cette valeur produit une torsion autour Z    |

**Tableau 4.2 :** Valeurs des coefficients d'amortissement du sol d'une fondation rectangulaire données par Richart et Lysmer (1970) :

|     | Direction   | Facteur de masse   | Amortissement  | Remarques                                 |
|-----|-------------|--|--|---|
| 1   | Verticale   | $B_z = \frac{0.25 m(1-\nu)g}{\rho_s r_z^3}$                        | $\zeta_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}}$ ,<br>$C_z = 2\zeta_z \sqrt{K_z m}$  | Cette valeur est dans la direction Z      |
| 2   | Horizontale | $B_x = \frac{(7-8\nu)mg}{32(1-\nu)\rho_s r_x^3}$                   | $\zeta_x = \frac{0.288}{\sqrt{B_x}}$ ,<br>$C_x = 2\zeta_x \sqrt{K_x m}$  | Cette valeur est dans la direction X ou Y |
| 3   | Balancement | $B_{\phi_x} = \frac{0.375(1-\nu)J_{\phi_x}g}{\rho_s r_{\phi_x}^5}$ | $\zeta_{\phi_x} = \frac{0.15}{(1+B_{\phi_x})\sqrt{B_{\phi_x}}}$ ,<br>$C_{\phi_x} = 2\zeta_{\phi_x} \sqrt{K_{\phi_x} J_{\phi_x}}$ | Cette valeur est autour X                 |
| 3.1 | Balancement | $B_{\phi_y} = \frac{0.375(1-\nu)J_{\phi_y}g}{\rho_s r_{\phi_y}^5}$ | $\zeta_{\phi_y} = \frac{0.15}{(1+B_{\phi_y})\sqrt{B_{\phi_y}}}$ ,<br>$C_{\phi_y} = 2\zeta_{\phi_y} \sqrt{K_{\phi_y} J_{\phi_y}}$ | Cette valeur est autour Y                 |
| 4   | Torsion     | $B_{\psi} = \frac{J_{\psi}g}{\rho_s r_{\psi}^5}$                   | $\zeta_{\psi} = \frac{0.5}{1+2B_{\psi}}$ ,<br>$C_{\psi} = 2\zeta_{\psi} \sqrt{K_{\psi} J_{\psi}}$                                | Cette valeur est autour Z                 |

Avec la prise en compte de l'effet SSI, deux degrés de libertés supplémentaires sont introduits à savoir, le mouvement de translation et de balancement de la fondation.

Comme dans le cas à base fixe, l'équation d'équilibre de la masse  $m_1$  de la structure est donnée par :

$$m_1(\ddot{x}_0 + h_1\ddot{\phi} + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_g) + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = -f_a \quad (4.2)$$

Pour la fondation, la somme des forces horizontales donne :

$$m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{x}_g) + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 + F_{up} = 0$$

d'où :  $F_{up}$  est la force de réaction de la superstructure à la fondation.

$k_{HH}$  et  $c_{HH}$  : sont la rigidité et l'amortissement de la fonction d'impédance.

Les forces de réaction sont transmises par les poteaux de la superstructure vers la fondation, ce qui donne :

$$F_{up} = -f_a - c_1\dot{x}_1 - k_1x_1$$

$$F_{up} = m_1(\ddot{x}_0 + h_1\ddot{\phi} + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_g)$$

$$m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{x}_g) + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 + F_{up} = 0$$

où :

$$m_0\ddot{x}_0 + m_1(\ddot{x}_0 + h_1\ddot{\phi} + \ddot{x}_1) + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 = -(m_0 + m_1)\ddot{x}_g \quad (4.3)$$

$$m_0\ddot{x}_0 - f_a - c_1\dot{x}_1 - k_1x_1 + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 = -m_0\ddot{x}_g \quad (4.3 \text{ b})$$

Le moment équilibrant la totalité du système par rapport au centre de gravité de la fondation nous donne l'équation du mouvement rotationnel suivante :

$$I_T\ddot{\phi} + m_1h_1(\ddot{x}_0 + h_1\ddot{\phi} + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_g) + c_{MM}\dot{\phi} + k_{MM}\phi = 0 \quad (4.4)$$

$$I_T\ddot{\phi} - f_a h_1 - c_1 h_1 \dot{x}_1 - k_1 h_1 x_1 + c_{MM}\dot{\phi} + k_{MM}\phi = 0 \quad (4.4 \text{ b})$$

d'où :

$I_T = I_1 + I_0$  et  $I_1, I_0$  : représente les moments d'inertie massique de l'étage et de la fondation par rapport à leurs centres de gravités, respectivement.

Soit :  $x_{t1} = x_1 + x_0 + \emptyset h_1$  exprime le déplacement relatif de l'étage par rapport au sol.

En arrangeant les équations précédentes (4.2), (4.3), (4.4), elles peuvent s'écrire ainsi :

$$m_1 \ddot{x}_{1t} + c_1 (\dot{x}_{1t} - \dot{x}_0 - h_1 \dot{\emptyset}) + k_1 (x_{1t} - x_0 - h_1 \emptyset) = -f_a - m_1 \ddot{x}_g$$

$$m_0 \ddot{x}_0 - c_1 (\dot{x}_{1t} - \dot{x}_0 - h_1 \dot{\emptyset}) - k_1 (x_{1t} - x_0 - h_1 \emptyset) + c_{HH} \dot{x}_0 + k_{HH} x_0 = f_a - m_0 \ddot{x}_g$$

$$I_T \ddot{\emptyset} - c_1 h_1 (\dot{x}_{1t} - \dot{x}_0 - h_1 \dot{\emptyset}) - k_1 h_1 (x_{1t} - x_0 - h_1 \emptyset) + c_{MM} \dot{\emptyset} + k_{MM} \emptyset = f_a h_1$$

En arrangeant les deux dernières équations, nous obtenons :

$$m_0 \ddot{x}_0 - c_1 \dot{x}_{1t} + (c_1 + c_{HH}) \dot{x}_0 + c_1 h_1 \dot{\emptyset} - k_1 x_{1t} + (k_1 + k_{HH}) x_0 + k_1 h_1 \emptyset = f_a - m_0 \ddot{x}_g$$

$$I_T \ddot{\emptyset} - c_1 h_1 \dot{x}_{1t} + c_1 h_1 \dot{x}_0 + (c_1 h_1^2 + c_{MM}) \dot{\emptyset} - k_1 h_1 x_{1t} + k_1 h_1 x_0 + (k_1 h_1^2 + k_{MM}) \emptyset = f_a h_1$$

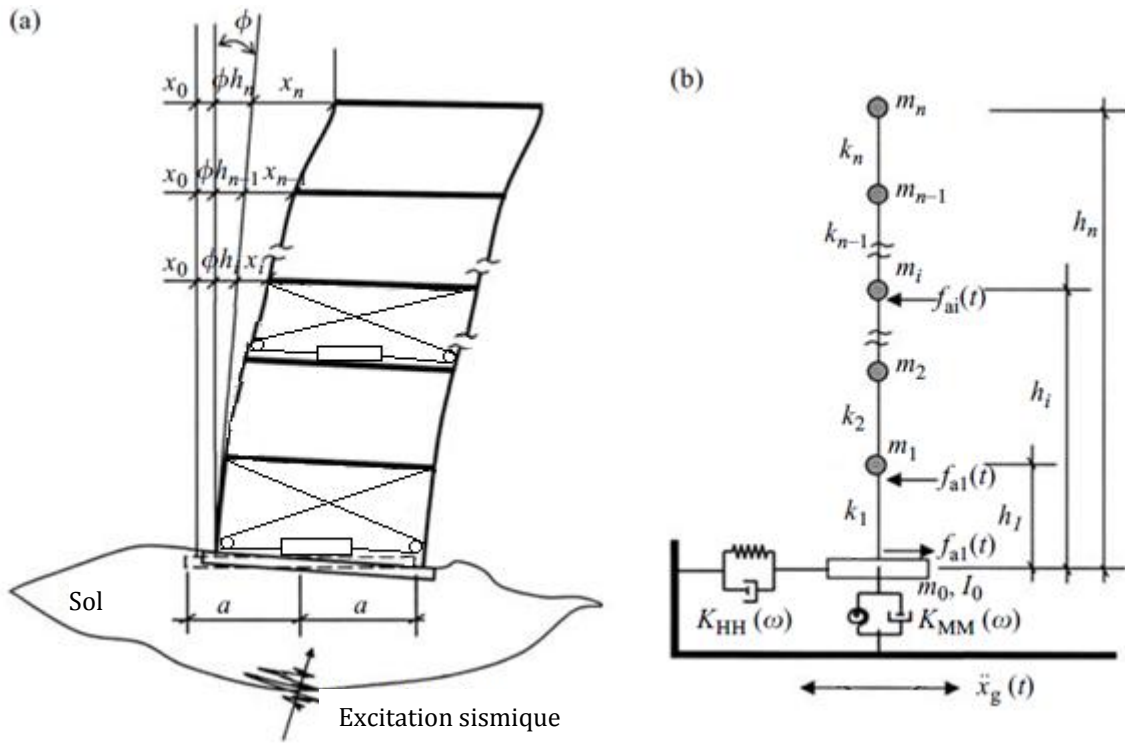
Finalement, l'équation du mouvement d'une structure à 1 ddl, contrôlée par le système des câbles actif et prenant en compte l'effet d'interaction sol structure, s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & I_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{1t} \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{\emptyset} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & -c_1 h_1 \\ -c_1 & c_1 + c_{HH} & c_1 h_1 \\ -c_1 h_1 & c_1 h_1 & c_1 h_1^2 + c_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{1t} \\ \dot{x}_0 \\ \dot{\emptyset} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & -k_1 h_1 \\ -k_1 & k_1 + k_{HH} & k_1 h_1 \\ -k_1 h_1 & k_1 h_1 & k_1 h_1^2 + k_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{1t} \\ x_0 \\ \emptyset \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \\ h_1 \end{Bmatrix} f_a + \begin{Bmatrix} -m_1 \\ -m_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g$$

### IV.3.2. structure à $n$ ddl avec l'effet de SSI :

#### IV.3.2.1. Equation du mouvement :

La figure 4.3 montre une structure a  $n$  ddl contrôlée par le système actif et prenant en compte l'effet de SSI. La différence entre les deux cas, avec et sans l'effet de SSI, est qu'il y a deux forces en plus apparaissant lorsqu'on prend en considération le mouvement de la fondation. Elles sont  $m_i \ddot{x}_0$  et  $m_i h_i \ddot{\phi}$ , d'où  $m_i$  et  $h_i$  sont la masse et la hauteur de l'étage  $i$ , respectivement. Donc, l'équation du mouvement de la superstructure, dans le cas des structures avec l'effet de SSI, est obtenue par l'addition de ces forces d'inertie au cas des structures sans l'effet de SSI.



**Figure 4.3** : Structure à  $n$  ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI.

Ce qui signifie que l'équation du mouvement sera comme suit :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [M][\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\delta_a]\{f_a(t)\} + [\delta_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Et on peut l'arranger comme suit :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\delta_a]\{f_a(t)\} + [\delta_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

L'équation du mouvement de la fondation s'écrit comme suit :

$$m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{x}_g) + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 + F_{up} = 0$$

d'où :  $F_{up}$  est la force venant de la superstructure vers la fondation à travers les poteaux.

$$F_{up} = -[1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times n} (-[\delta_a]\{f_a\} + [K]\{x\} + [C]\{\dot{x}\}) \quad (4.6)$$

Il est possible de l'écrire sous une autre forme en substituant l'équation du mouvement de la superstructure (4.5) dans l'équation (4.6), d'où :

$$F_{up} = -[1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times n} \left( -[M]\{\ddot{x}(t)\} + [\delta_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \right) \quad (4.7)$$

En mettant  $[\delta_r] = -[M][\Gamma]$ , et  $[\Gamma] = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ h_1 & \dots & h_n \end{bmatrix}^T$ , l'équation (4.7) sera :

$$F_{up} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times n} [M] \left( \{\ddot{x}(t)\} + [\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \right)$$

L'équation du mouvement de la fondation s'écrit comme suit :

$$m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{x}_g) + [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times n} [M] \left( \{\ddot{x}(t)\} + [\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \right) + c_{HH}\dot{x}_0 + k_{HH}x_0 = 0$$

d'où : le premier terme de cette équation exprime la force d'inertie au niveau de la fondation, le deuxième terme exprime la force transmise par la superstructure, et les deux derniers termes sont la force de réaction du sol à la fondation au niveau de l'interface.

L'équation du mouvement de balancement de la fondation est obtenue par l'équilibre des moments de la totalité du système. Comme le cas des structures qui ont 1 ddl, on peut la réécrire, pour  $n$  ddl, comme suit :

$$I_0\ddot{\phi} + [h_1 \ \dots \ h_n]_{1 \times n} [M] \left( \{\ddot{x}(t)\} + [\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \right) + c_{MM}\dot{\phi} + k_{MM}\phi = 0$$

Le premier terme exprime l'équation du moment d'inertie de la fondation. Le moment d'inertie de la superstructure est négligé dans la réponse sismique des structures [33]. Donc,  $I_T$  sera remplacé par  $I_0$ .

Le deuxième exprime les moments causés par la force horizontale d'inertie de la masse de chaque étage de la superstructure. Les deux derniers représentent le moment de réaction du sol à la fondation.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [\Gamma]^T [M] \left( \{\ddot{x}(t)\} + [\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \right) \\ & = - \begin{bmatrix} c_{HH} & 0 \\ 0 & c_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{HH} & 0 \\ 0 & k_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituant l'équation du mouvement de la superstructure dans l'équation (4.8), il nous donne :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [\Gamma]^T ([\delta_a] \{f_a\} - [C] \{\dot{x}(t)\} - [K] \{x(t)\}) \\ & = - \begin{bmatrix} c_{HH} & 0 \\ 0 & c_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{HH} & 0 \\ 0 & k_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} - [\Gamma]^T [C] \{\dot{x}(t)\} + \begin{bmatrix} c_{HH} & 0 \\ 0 & c_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} - [\Gamma]^T [K] \{x(t)\} \\ & + \begin{bmatrix} k_{HH} & 0 \\ 0 & k_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} = -[\Gamma]^T [\delta_a] \{f_a\} \end{aligned}$$

De la même façon des structures à 1 ddl, le déplacement relatif de chaque étage par rapport au sol est défini comme suit :

$$\{x_t(t)\} = \{x(t)\} + [\Gamma] \{X_f(t)\} = \{x(t)\} + [\Gamma] \begin{Bmatrix} x_0(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix}$$

d'où :  $\{X_f(t)\}$  défini dans l'équation précédente est le vecteur de mouvement de la fondation, qui inclue le mouvement horizontal et celui de balancement.

En remplaçant  $\{x(t)\}$  dans l'équation de mouvement de la superstructure (équation 4.5), elle sera :

$$\begin{aligned} & [M] \{\ddot{x}_t(t)\} - [M] [\Gamma] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [C] \{\dot{x}_t(t)\} - [C] [\Gamma] \begin{Bmatrix} \dot{x}_0(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [K] \{x_t(t)\} - [k] [\Gamma] \begin{Bmatrix} x_0(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix} \\ & = [\delta_a] \{f_a\} + [\delta_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Tel que :  $[\delta_r] = -[M][\Gamma]$ , l'équation (4.9) se réduit comme suit :

$$\begin{aligned} & [M]\{\ddot{x}_t(t)\} + [C]\{\dot{x}_t(t)\} - [C][\Gamma] \begin{Bmatrix} \dot{x}_0(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + [K]\{x_t(t)\} - [K][\Gamma] \begin{Bmatrix} x_0(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix} \\ & = [\delta_a]\{f_a\} + [\delta_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

En remplaçant  $\{x(t)\}$  dans l'équation de mouvement de la fondation (équation 4.8), elle sera :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} - [\Gamma]^T [C] \{\dot{x}_t(t)\} + \left( [\Gamma]^T [C][\Gamma] + \begin{bmatrix} c_{HH} & 0 \\ 0 & c_{MM} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} - [\Gamma]^T [K] \{x_t(t)\} \\ & + \left( [\Gamma]^T [K][\Gamma] + \begin{bmatrix} k_{HH} & 0 \\ 0 & k_{MM} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_0 \\ \phi \end{Bmatrix} = -[\Gamma]^T [\delta_a] \{f_a\} - \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

L'équation du mouvement de la totalité du système est obtenue par l'assemblage de l'équation de la superstructure (équation 4.5) et celle l'équation de la fondation (équation 4.8), comme suit :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [M_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_t(t) \\ \ddot{x}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & -[C][\Gamma] \\ -[\Gamma]^T [C] & [\Gamma]^T [C][\Gamma] + [C_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_t(t) \\ \dot{x}_f(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} [K] & -[K][\Gamma] \\ -[\Gamma]^T [K] & [\Gamma]^T [K][\Gamma] + [K_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_t(t) \\ x_f(t) \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} -[\delta_a] \\ [\Gamma]^T [\delta_a] \end{bmatrix} \{f_a(t)\} - \begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [M_f] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Gamma] \\ [I_2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\text{d'où : } [M_f] = \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix}; [K_s] = \begin{bmatrix} k_{HH} & 0 \\ 0 & k_{MM} \end{bmatrix}; [C_s] = \begin{bmatrix} c_{HH} & 0 \\ 0 & c_{MM} \end{bmatrix}.$$

Par la définition des matrices de masse et de rigidité et d'amortissement, du système global comme suit :

$$\begin{aligned} [M_{SSI}] &= \begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [M_f] \end{bmatrix}; [C_{SSI}] = \begin{bmatrix} [C] & -[C][\Gamma] \\ -[\Gamma]^T [C] & [\Gamma]^T [C][\Gamma] + [C_s] \end{bmatrix}; \\ [K_{SSI}] &= \begin{bmatrix} [K] & -[K][\Gamma] \\ -[\Gamma]^T [K] & [\Gamma]^T [K][\Gamma] + [K_s] \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Par la définition des matrices de localisation, des forces appliquées, du système global comme suit :

$$[\delta_a^S] = \begin{bmatrix} -[\delta_a] \\ [\Gamma]^T [\delta_a] \end{bmatrix}; [\delta_r^S] = - [M_{SSI}] \begin{bmatrix} [\Gamma] \\ [I_2] \end{bmatrix};$$

l'équation 4.10 sera simplifiée comme suit :

$$[M_{SSI}]\{\ddot{x}_t(t)\} + [C_{SSI}]\{\dot{x}_t(t)\} + [K_{SSI}]\{x_t(t)\} = [\delta_a^S]\{f_a(t)\} + [\delta_r^S] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

#### IV.3.2.2. Equation d'état du système :

Pour arranger les équations d'état avec l'effet SSI comme celles sans l'effet SSI, On va construire le vecteur d'état  $\{Z\}$ , comme suit :

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} \{x\}_n^T & \{x\}_\emptyset^T & \{\dot{x}\}_n^T & \{\dot{x}\}_\emptyset^T \end{bmatrix}^T$$

D'où : la matrice d'état du système a les dimensions de  $(2n+4) \times (2n+4)$ .

Cela va nous permettre d'écrire l'équation d'état suivante :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_t]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + [B_r] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

avec:

$$[A_t] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_{SSI}]^{-1}[K_{SSI}] & -[M_{SSI}]^{-1}[C_{SSI}] \end{bmatrix};$$

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M_{SSI}]^{-1}[\delta_a^S] \end{bmatrix};$$

$$[B_r] = \begin{bmatrix} [0] \\ -[\Gamma] \\ [I_2] \end{bmatrix}.$$

#### IV.4. Application du contrôle actif sur des structures prenant en compte l'effet de SSI :

##### IV.4.1. Introduction :

Avec l'utilisation du logiciel de programmation *Matlab* [34] dans le contrôle de la réponse sismique des structures, les formules mathématiques de l'équation d'état présentées ci-dessus doivent avoir autres formes pour les intégrer dans le programme d'une manière simplifiée. Dans ce qui suit, on va présenter deux application du contrôle actif de la réponse sismique des structures sans et avec l'effet d'interaction sol-structure afin de voir l'importance de l'effet SSI dans la réponse des structures. L'une sur une structure à 1 ddl et l'autre à  $n$  ddl en utilisant la loi de contrôle à boucle fermée.

##### IV.4.2. Structure à 1 ddl :

###### a) Hypothèses de calcul :

La structure étudiée (figure 4.4) a les caractéristiques suivantes :

- **La superstructure :**
  - La masse :  $m = 2921 \text{ Kg}$ .
  - La rigidité :  $k = 1389 \text{ KN/m}$ .
  - L'amortissement :  $\xi = 1.24 \%$  d'où :  $c = 2m\xi\omega = 1580 \text{ KN.s/m}$ .
  - La hauteur de l'étage :  $h = 3\text{m}$ .
- **La fondation :**
  - Dimensions en plan :  $4 \times 4 \text{ m}^2$ .
  - La masse :  $m_0 = 12000 \text{ Kg}$ .
  - Le moment d'inertie :  $I_0 = 32000 \text{ Kg.m}^2$ .
- **Le sol :**
  - La masse volumique :  $1500 \text{ Kg/m}^3$ .
  - Le coefficient de poisson :  $1/3$ .
  - La vitesse :  $150 \text{ m/s}$  (sol mou).
  - $K_{HH} = 3,7 \times 10^5 \text{ KN/m}$  ,  $C_{HH} = 10^3 \text{ KN.s/m}$
  - $K_{MM} = 1,6 \times 10^6 \text{ KN}$  ,  $C_{MM} = 1,6 \times 10^3 \text{ KN.s}$

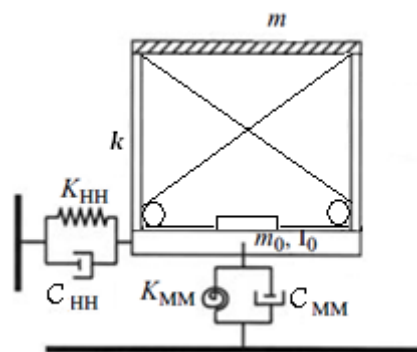


Figure 4.4 : Structure contrôlée à 1 ddl.

*N.B:* Les matrices de rigidité et d'amortissement du sol sont calculées par les formules de Richart et Lysmer mentionnées dans les tableaux 4.1 et 4.2.

Le mouvement sismique appliqué est la composante nord-sud d'EL CENTRO 18 MAI 1940 mentionné dans la figure (figure 3.3)

On a choisi les câbles actifs pour la structure comme étant un système de contrôle.

La force de contrôle sera calculée par la minimisation de l'indice quadratique de performance en choisissant au préalable les matrices de pondération  $Q$  et  $R$ .

Dans ce cas, On prend celles données dans l'exemple précédent :

$$[Q] = 10^4 \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 0.05$$

## **b) Résultats et interprétations :**

On va présenter les résultats de la structure sans prendre en considération l'effet de SSI et avec l'effet de SSI.

### **b.1. Sans SSI :**

Les résultats obtenus sont ceux montrés dans le troisième chapitre. Donc, on va s'intéresser au cas où l'interaction est prise en considération. Par la suite, une comparaison entre les deux cas sera faite.

### **b.2. Avec SSI :**

#### **b.2.1. Sans contrôle :**

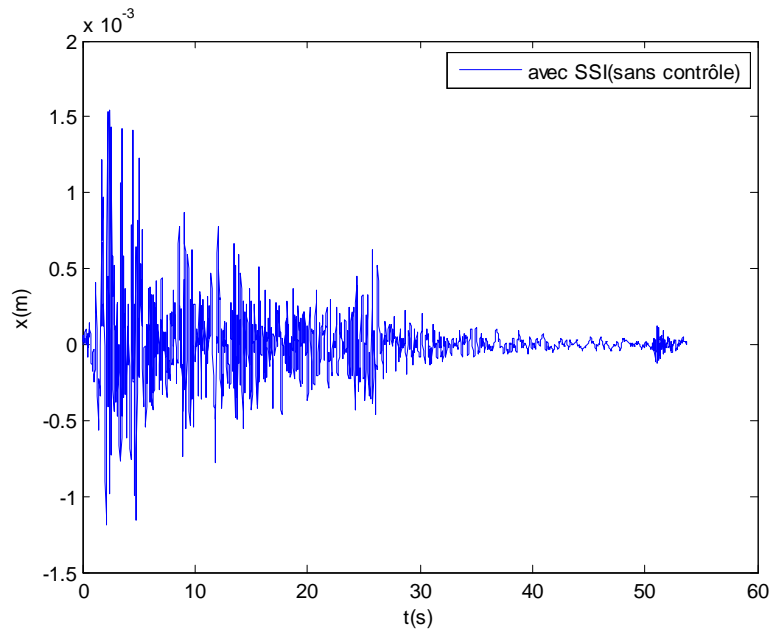
Dans ce cas, la réponse de la structure sera trouvée par la résolution de l'équation suivante :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_t]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + [B_r]\begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

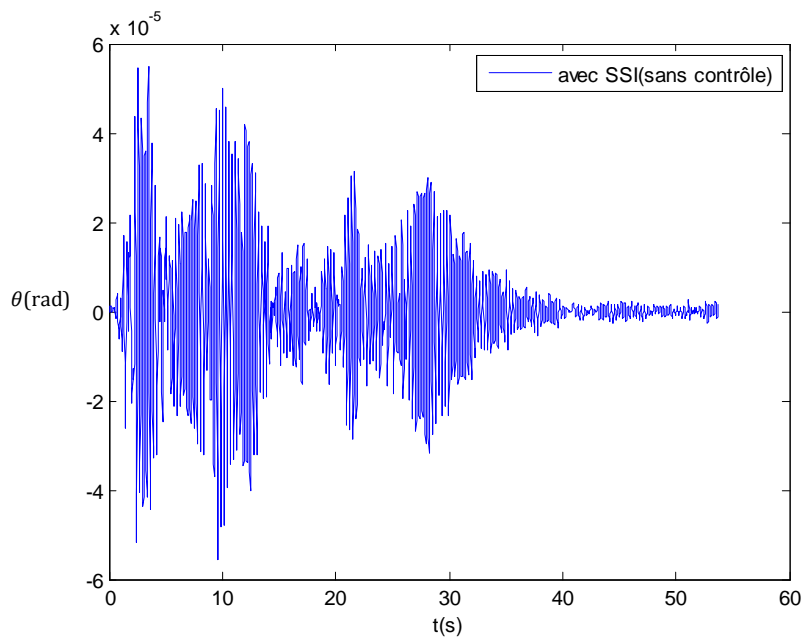
$U(t)=0$  ; donc :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_t]\{Z(t)\} + [B_r]\begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

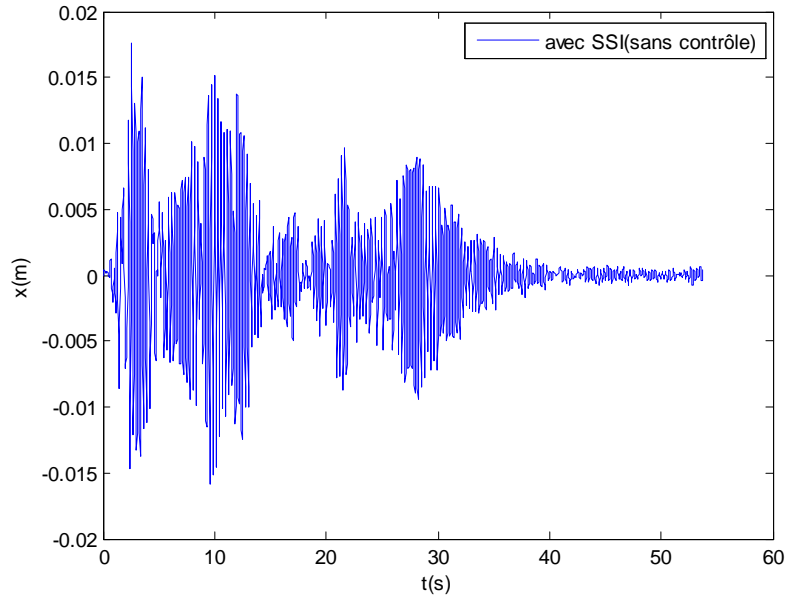
Les résultats obtenus sont les suivants :



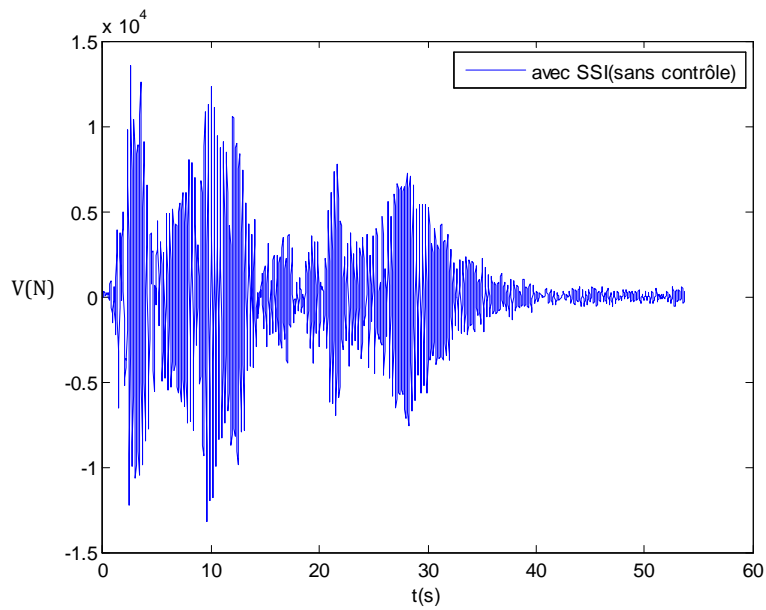
**Figure 4.5 :** Réponse en déplacement de la fondation de la structure non contrôlée.



**Figure 4.6 :** Réponse en rotation de la fondation de la structure non contrôlée.

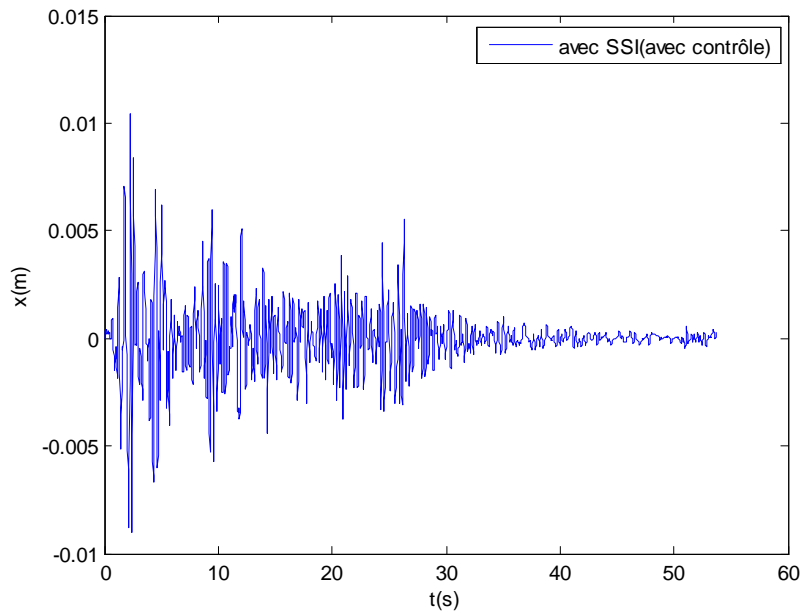


**Figure 4.7 :** Réponse en déplacement de la structure non contrôlée.

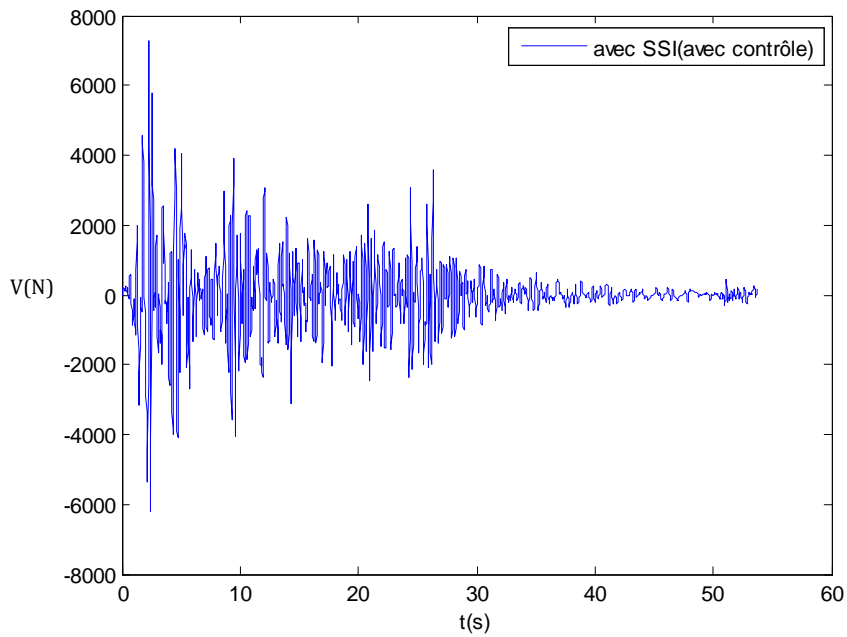


**Figure 4.8 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure non contrôlée.

**b.2.2. Avec contrôle :**

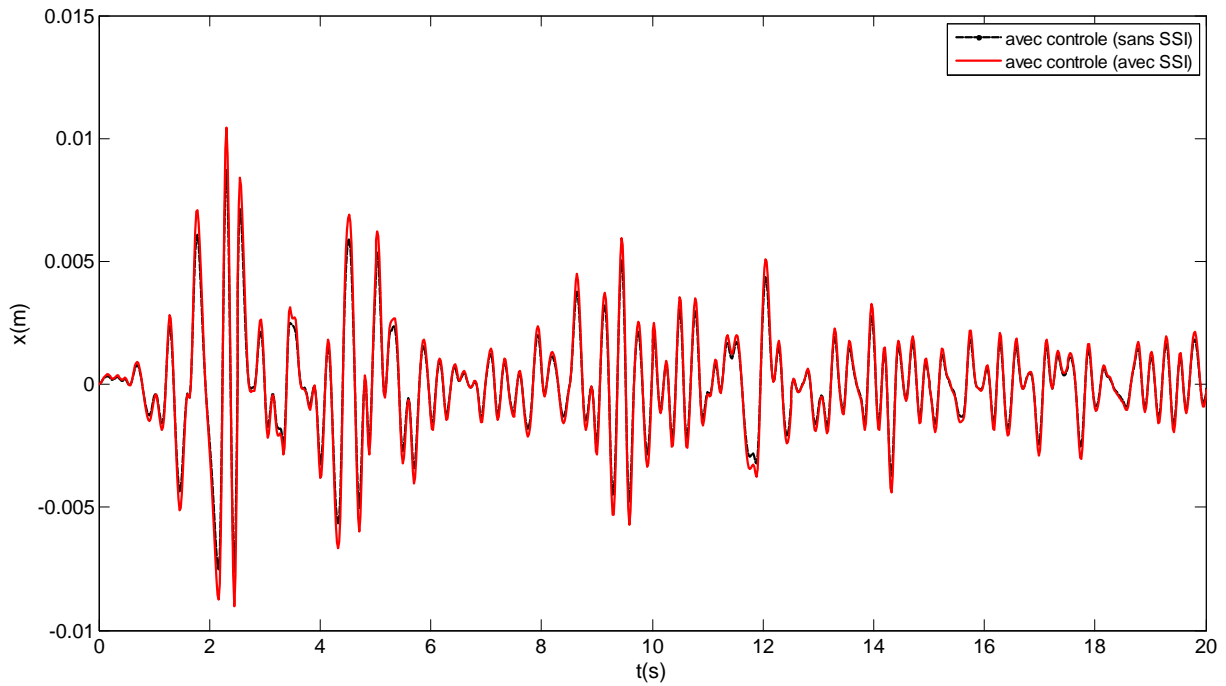


**Figure 4.9 :** Réponse en déplacement de la structure contrôlée.

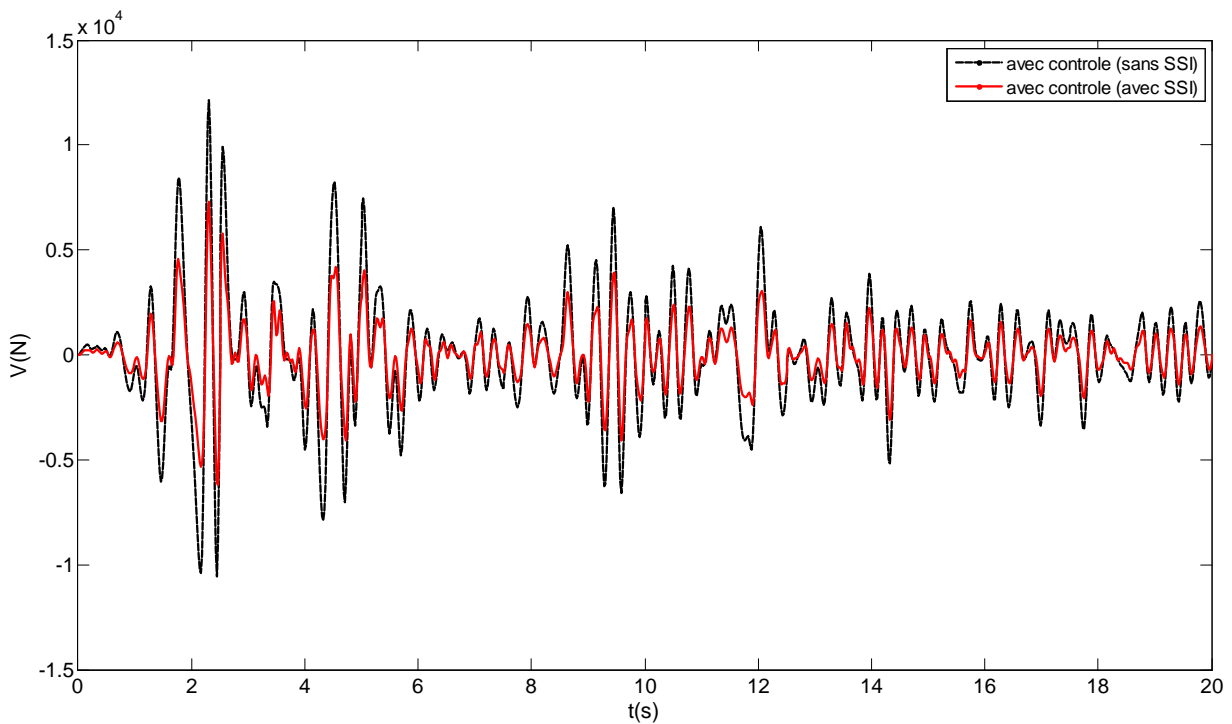


**Figure 4.10 :** Réponse en effort tranchant à la base de la structure contrôlée.

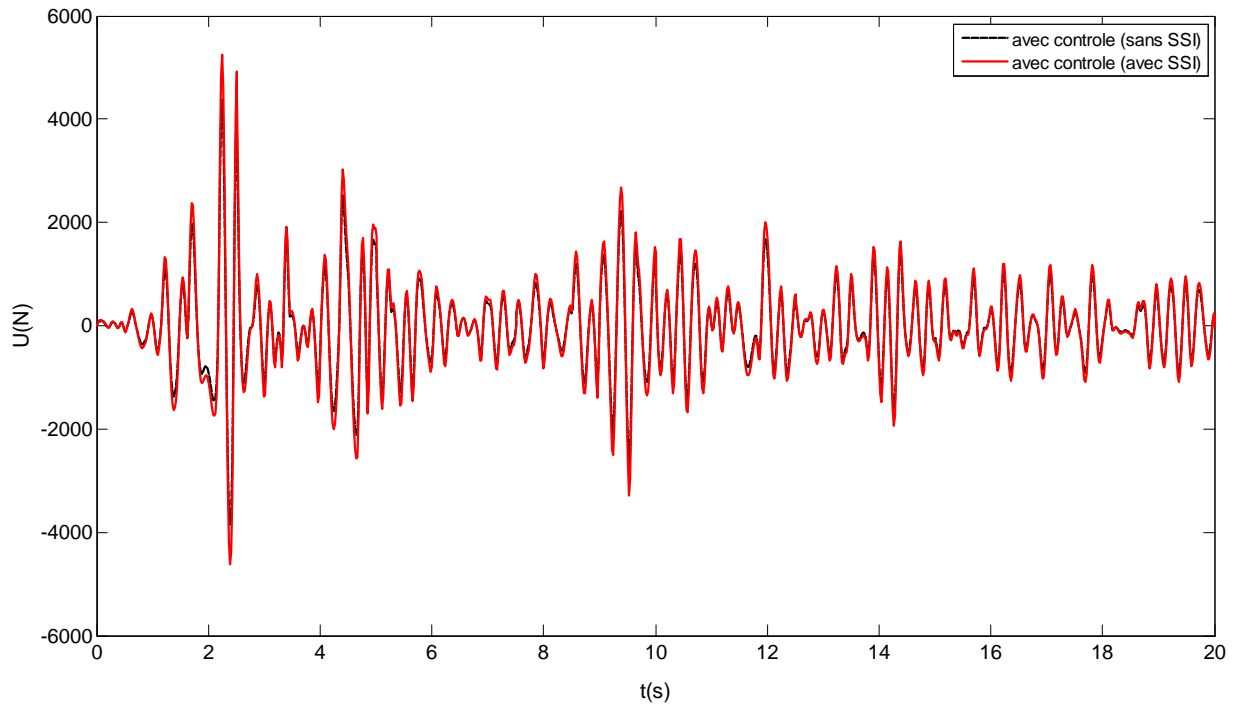
**b.3. Comparaison des résultats :**



**Figure 4.11 :** Réponses en déplacement de la structure contrôlée sans et avec SSI.



**Figure 4.12 :** Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée sans et avec SSI.



**Figure 4.13 :** Forces de contrôle appliquées à la structure sans et avec SSI.

D'après ces figures, on constate que :

- Avec l'effet de SSI, les déplacements de la structure sont augmentés par rapport ceux de la structure sans l'effet de SSI, à cause des déplacements de la fondation.
- Avec l'effet de SSI, la force de contrôle de la structure est importante par rapport celle de la structure sans l'effet de SSI, à cause de l'importance des déplacements de la fondation, qui nécessitent une force supplémentaire pour les réduire.

Une autre application sur une structure à  $n$  ddl est nécessaire pour vérifier ces résultats.

### IV.4.3. Structure à $n$ ddl :

#### a) Hypothèses de calcul :

La structure étudiée (figure 4.14) a les caractéristiques suivantes :

##### - La superstructure :

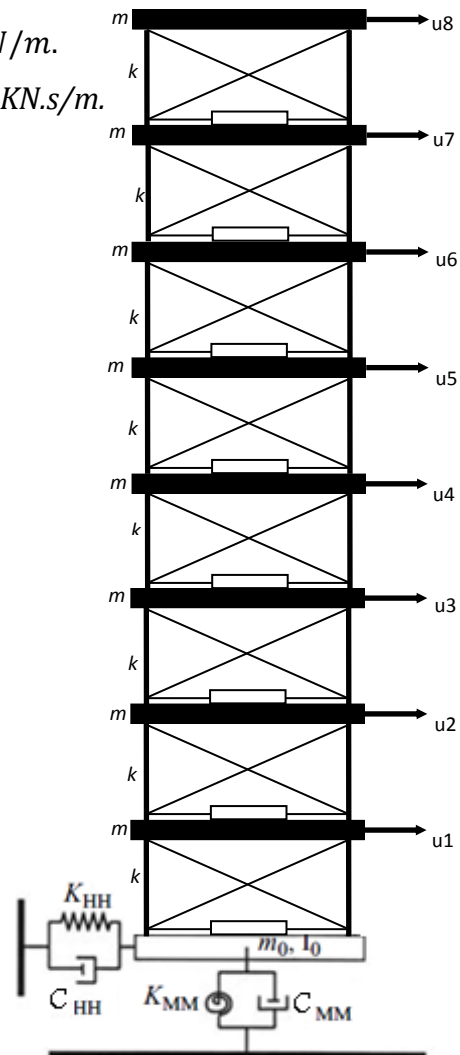
- Le nombre des niveaux :  $n = 8$ .
- La masse de chaque niveau :  $m = 345.6 \times 10^3 \text{ Kg}$ .
- La rigidité de chaque niveau :  $k = 3.404 \times 10^8 \text{ KN/m}$ .
- L'amortissement de chaque niveau :  $c = 2937 \times 10^3 \text{ KN.s/m}$ .
- La hauteur de chaque étage :  $h = 3\text{m}$ .

##### - La fondation :

- Dimensions en plan :  $40 \times 40 \text{ m}^2$ .
- La masse :  $m_0 = 4 \times 10^7 \text{ Kg}$ .
- Le moment d'inertie :  $I_0 = 1.1 \times 10^9 \text{ Kg.m}^2$ .

##### - Le sol :

- La masse volumique :  $1500 \text{ Kg/m}^3$ .
- Le coefficient de poisson :  $1/3$ .
- La vitesse :  $150 \text{ m/s}$  (sol mou).
- $K_{HH} = 3,7 \times 10^9 \text{ KN/m}$  ,  $C_{HH} = 10^8 \text{ KN.s/m}$
- $K_{MM} = 1,6 \times 10^{12} \text{ KN}$  ,  $C_{MM} = 1,3 \times 10^8 \text{ KN.s}$



**Figure 4.14** : Structure à 8 ddl contrôlée par des câbles actifs prenant en compte l'effet de SSI.

Le mouvement sismique appliqué est la composante nord-sud de celui d'EL CENTRO 18 MAI 1940 mentionné dans la figure précédente (figure 3.3) :

La structure est contrôlée par des câbles actifs placés dans chaque étage.

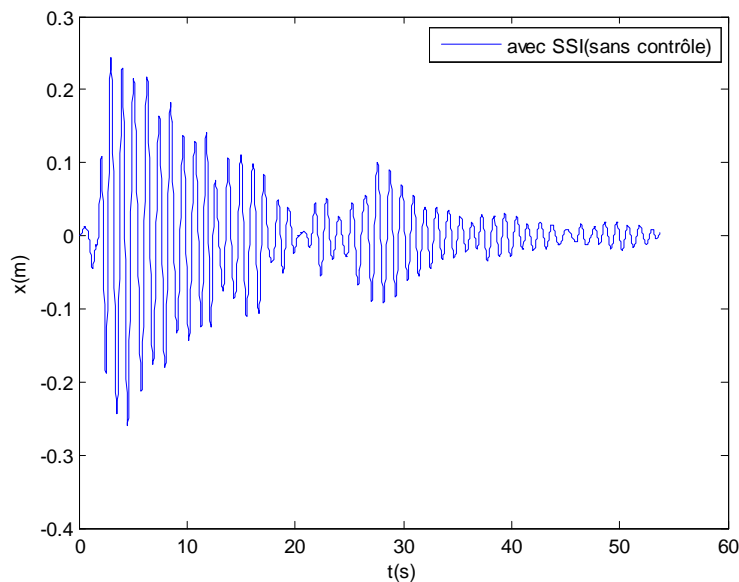
Les matrices de pondération  $Q$  et  $R$  sont choisies comme ceux de l'exemple étudié dans le chapitre III.

## b) Résultats et interprétations :

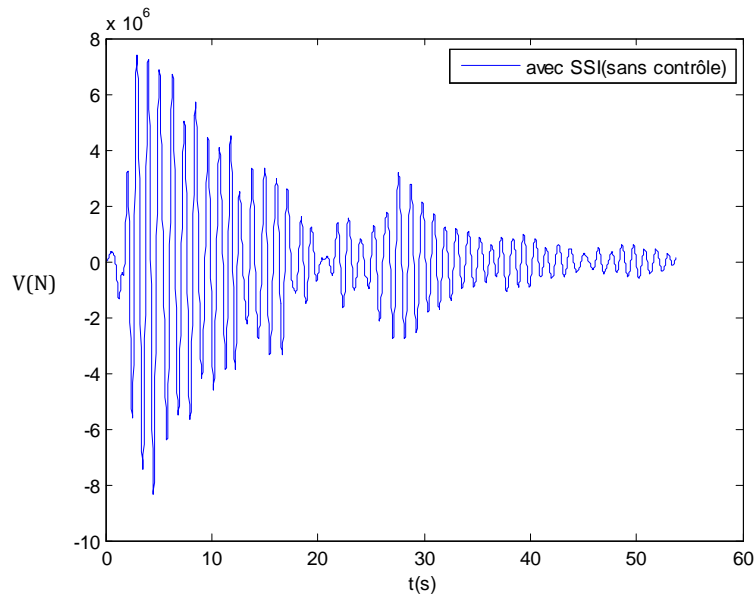
Les résultats qu'on va les présenter sont ceux du dernier niveau.

### b.1. Avec SSI :

#### b.1.1. Sans contrôle :

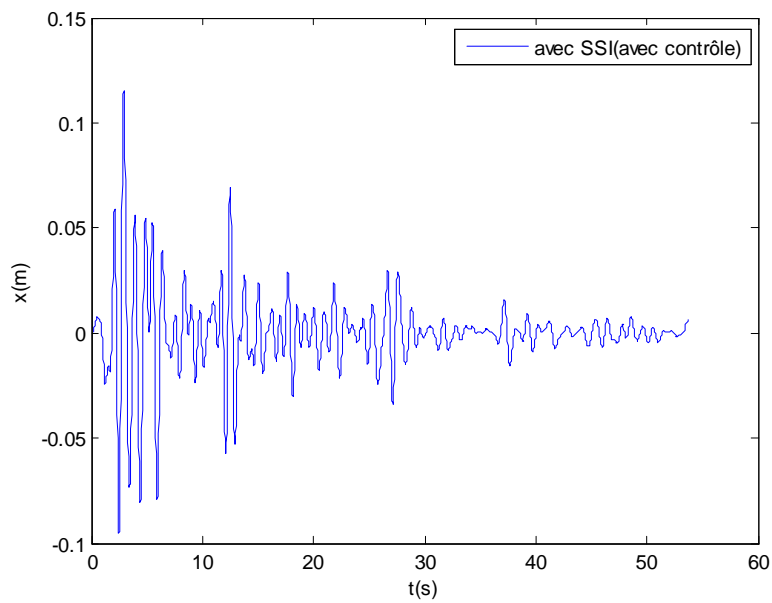


**Figure 4.15** : Réponses en déplacement de la structure non contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.

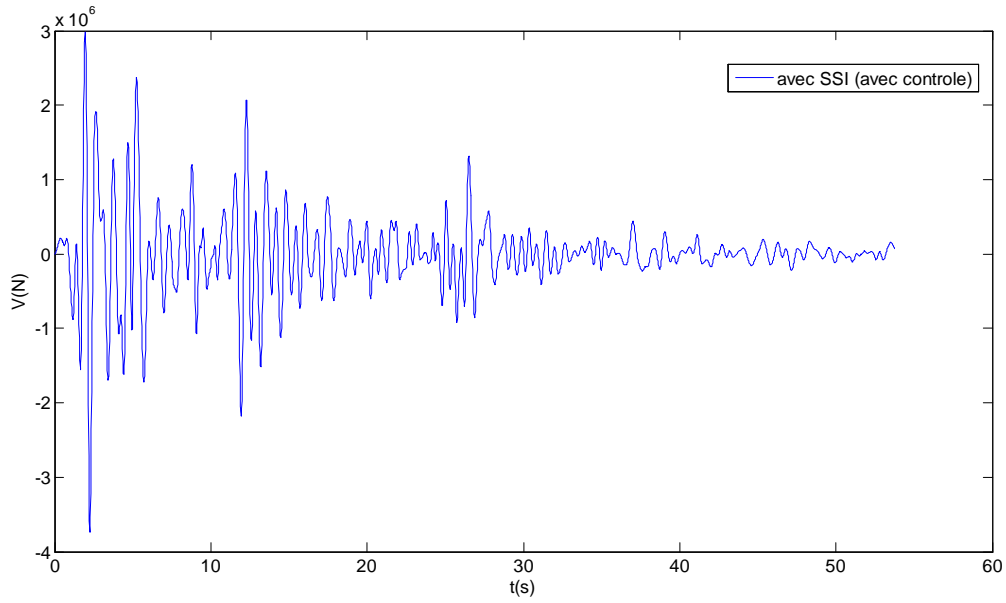


**Figure 4.16 :** Réponses en effort tranchant de la structure non contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.

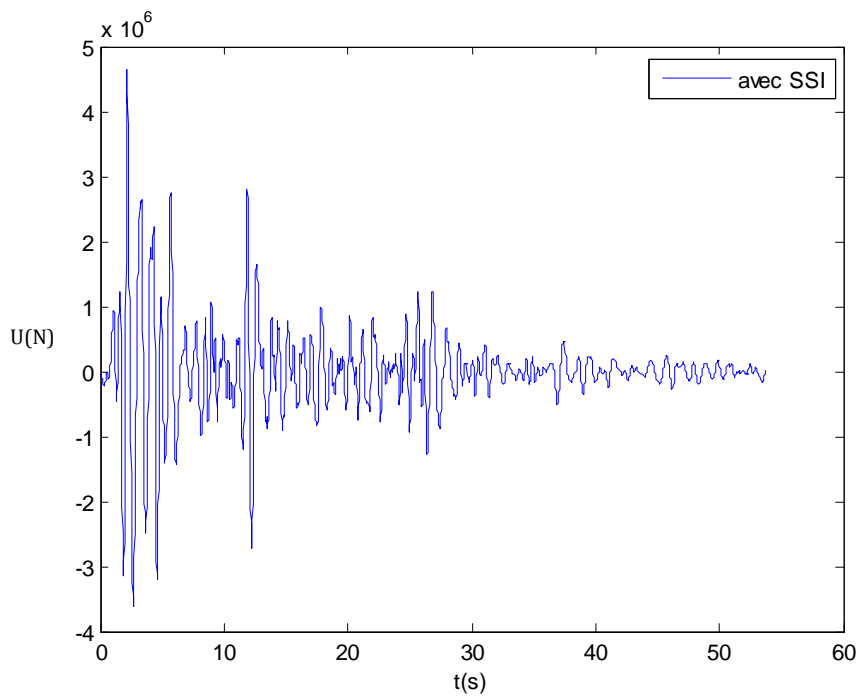
**b.1.2. Avec contrôle :**



**Figure 4.17 :** Réponses en déplacement de la structure contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.

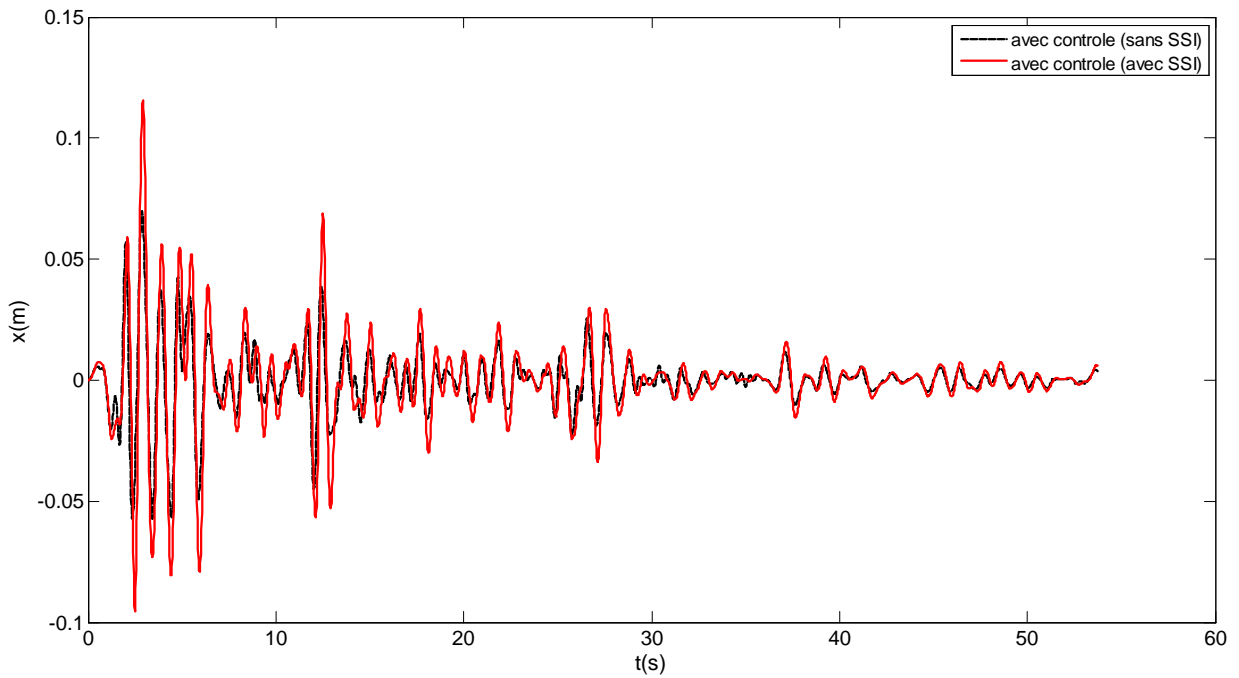


**Figure 4.18 :** Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée prenant en compte l'effet de SSI.

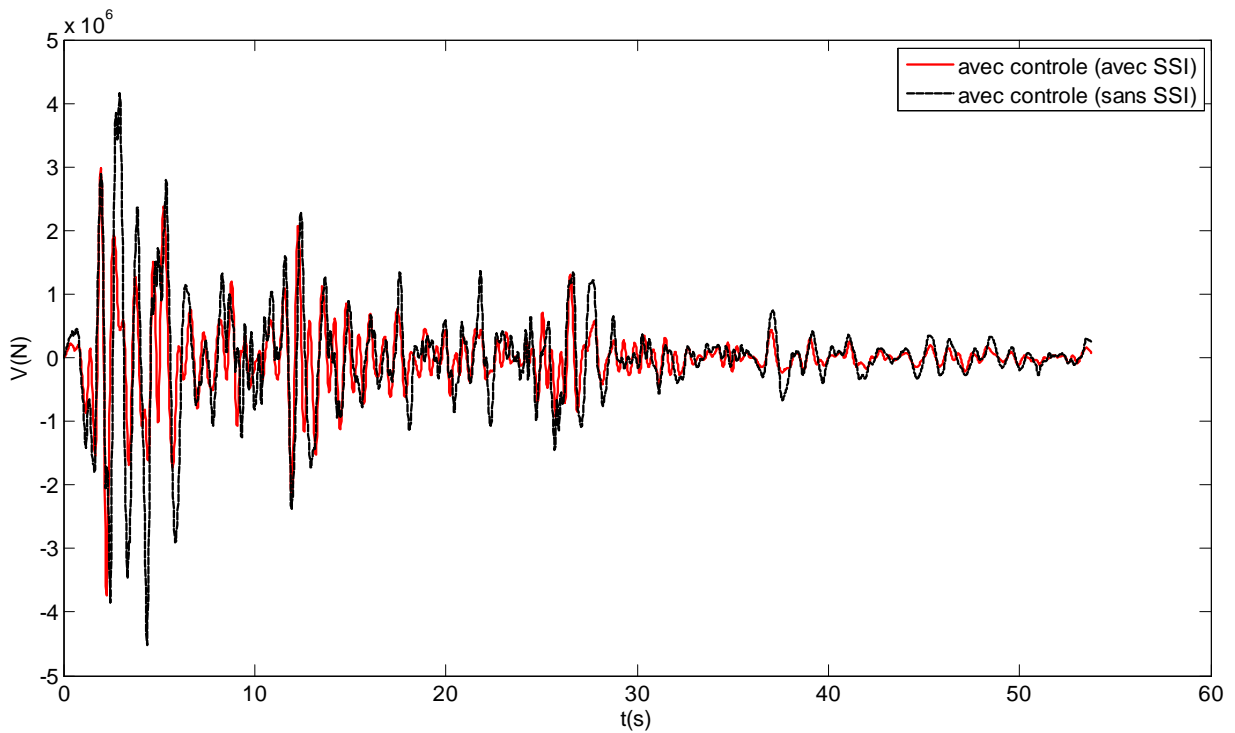


**Figure 4.19 :** Forces de contrôle appliquées à la structure prenant en compte l'effet de SSI.

### b.3. Comparaison des résultats :



**Figure 4.20 :** Réponses en déplacement de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.



**Figure 4.21 :** Réponses en effort tranchant de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.

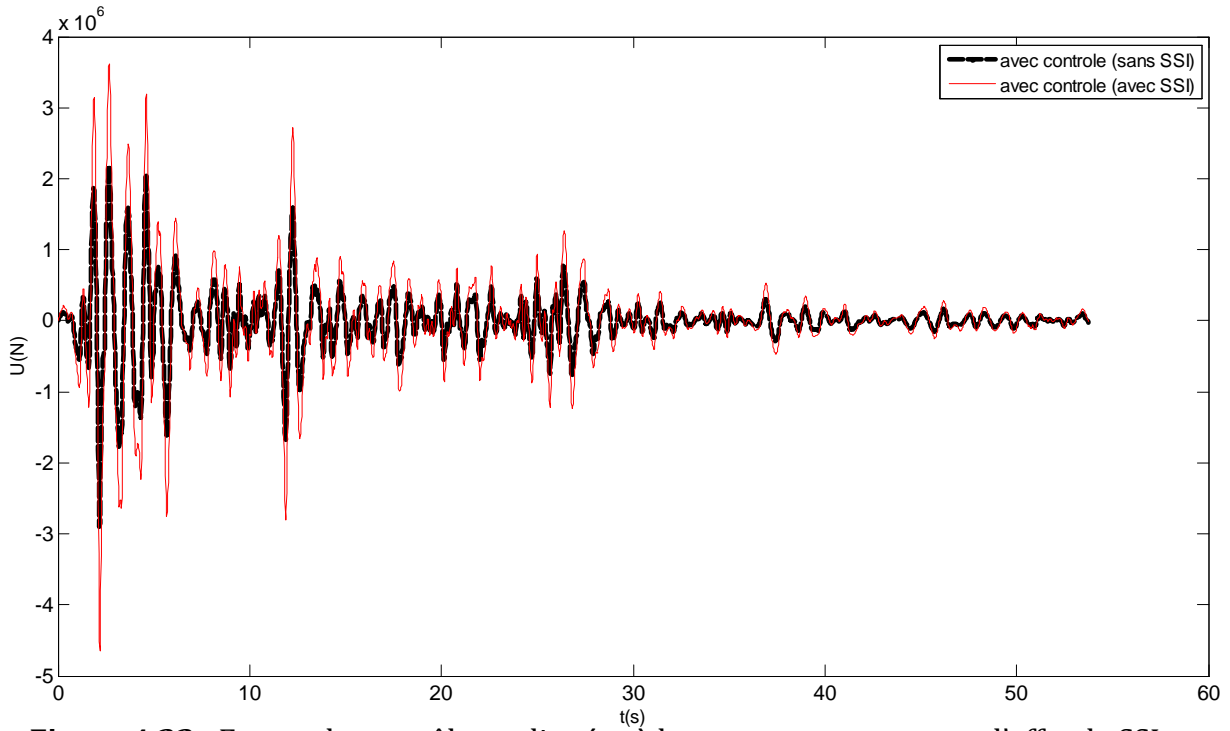


Figure 4.22 : Forces de contrôle appliquées à la structure sans et avec l'effet de SSI.

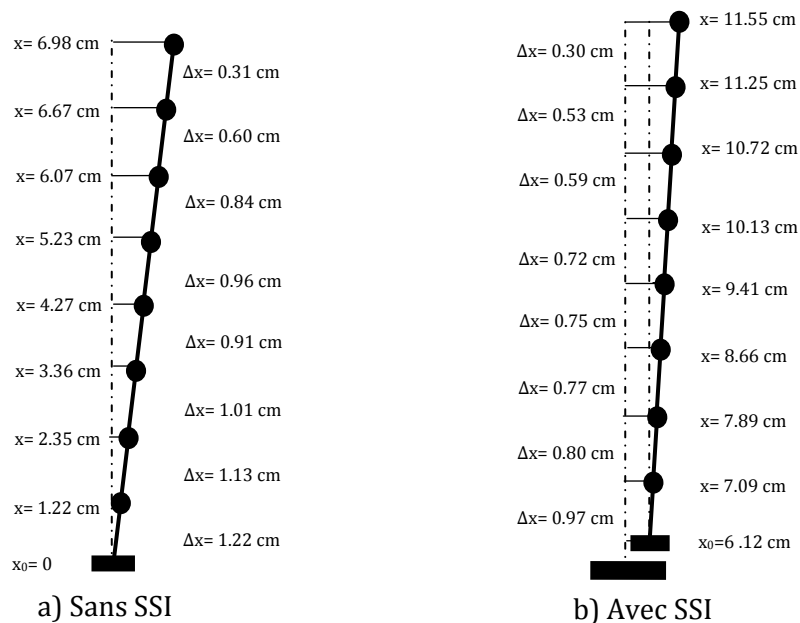


Figure 4.23 : Déplacements inter étages de la structure contrôlée sans et avec l'effet de SSI.

D'après ces figures, on constate que :

- Avec l'effet de SSI, les déplacements de la structure sont augmentés par rapport ceux de la structure sans l'effet de SSI, à cause des déplacements de la fondation.
- Avec l'effet de SSI, les déplacements inter étages sont réduits par rapport ceux de la structure sans l'effet de SSI, à cause de la souplesse de la base qui joue le rôle de filtrage.

- Avec l'effet de SSI, les efforts tranchants à la base sont réduits de 30% par rapport à ceux de la structure ignorant l'effet de SSI.
- Avec l'effet de SSI, les forces de contrôle de la structure sont importantes par rapport celles de la structure sans l'effet de SSI, à cause de l'importance des déplacements de la fondation, qui nécessitent une force supplémentaire pour les réduire.

#### **IV.5. Conclusion :**

Ce qu'on peut conclure à partir de ces résultats, c'est que l'effet d'interaction sol-structures est nécessaire de l'introduire dans le calcul de la réponse sismique des structures, il augmente les déplacements de la structure, à cause de la souplesse de la base mais il diminue les déplacements inter étages ainsi que la réduction de l'effort tranchant à la base.

# **Conclusion Générale**

## Conclusion générale :

Le séisme reste l'ennemi numéro un des structures car il présente le phénomène le plus destructif dans les zones urbanisées. Il est malheureusement certain que les tremblements de terre continueront à surprendre l'homme et à cause de l'impossibilité de les prévoir, la seule prévention valable est de construire parasismique car mieux vaut prévenir que guérir.

Parmi les méthodes de construction parasismique, il y a la technologie de contrôle.

Dans ce travail, on a expliqué la théorie du contrôle actif. Ce type de contrôle qui est basé sur la minimisation du critère quadratique de performance par la commande *LQR*, qu'elle est largement utilisée pour réduire la réponse sismique des structures.

Dans lequel, trois algorithmes de contrôle ont été étudiés, qui sont : la loi du contrôle à boucle ouverte, la loi de contrôle à boucle fermée et la loi de contrôle à boucle ouverte fermée. Ces algorithmes ont été utilisés, sur des structures à 1 et à  $n$  ddl, pour calculer la force nécessaire à appliquer.

Cela nous a permis de conclure ce qui suit :

- Avec l'utilisation des différentes lois de contrôle, les réponses en déplacement et en effort tranchant ont été réduites significativement.
- Les forces de contrôle sont moins importantes lorsqu'on utilise le contrôle à boucle ouverte-fermée.
- Les accélérations sont beaucoup réduites surtout dans le cas du contrôle utilisant la loi de la boucle ouverte fermée.
- La structure contrôlée devient rigide à cause des forces actives appliquées à la structure qui l'a rigidifié.
- Le contrôle à boucle ouverte-fermée donne une meilleure réduction en termes de déplacement, effort tranchant, accélération et énergie de contrôle.
- Le contrôle à boucle ouverte donne des réductions faibles de réponses avec une consommation importante d'énergie extérieure.
- Le contrôle actif est efficace pour les structures souples d'où la réduction des réponses est importante.

- Par ordre décroissant d'efficacité des différentes boucles de contrôle, on a ; la boucle ouverte-fermée au premier lieu, la boucle fermée en deuxième position et la boucle ouverte au dernier.

Ces résultats ont montré que le contrôle à boucle ouverte fermée est mieux que les autres en terme de réduction de la réponse des structures, déplacements et efforts tranchants et énergie de contrôle. L'expérience a montré l'infaisabilité du contrôle à boucle ouverte, cela nous a permis de conclure que le type de contrôle à boucle fermée est plus efficace.

Les deux mêmes applications ont été étudiées avec l'introduction de l'effet de SSI qu'elles nous ont permis de conclure ce qui suit :

- Avec l'effet de SSI, les déplacements de la structure sont augmentés par rapport ceux de la structure sans l'effet de SSI, à cause des déplacements de la fondation.
- Avec l'effet de SSI, les déplacements inter étages sont réduits par rapport ceux de la structure sans l'effet de SSI, à cause de la souplesse de la base qui joue le rôle de filtrage.
- Avec l'effet de SSI, les efforts tranchants à la base sont réduits de 30% par rapport à ceux de la structure ignorant l'effet de SSI.
- Avec l'effet de SSI, les forces de contrôle de la structure sont importantes par rapport celles de la structure sans l'effet de SSI, à cause de l'importance des déplacements de la fondation, qui nécessitent une force supplémentaire pour les réduire.

D'après ces résultats, l'approche de supposer les fondations des structures encastrees à la base est une hypothèse loin de la réalité physique notamment lorsque les sols présentent une grande déformabilité.

Cependant, il est nécessaire d'introduire l'effet d'interaction sol-structure (SSI) dans le calcul de la réponse sismique des structures afin de rapprocher au mieux le comportement réel des structures.

Au terme de cette étude, nous préconisons des recommandations et des suggestions pour des futurs travaux :

- Montrer l'efficacité du contrôle actif de la réponse sismique des structures par l'utilisation des lois de contrôle modernes comme la loi GOAC par exemple.
- introduire des dispositifs passifs dans la technologie du contrôle actif, ce qui résulte le contrôle hybride, et voir l'efficacité de ce type de contrôle.
- Faire une étude paramétrique sur la variation des caractéristiques des sols et son influence sur la réponse des structures contrôlées.

# Références

- 
- [1] MeiRovitch, L., *Dynamics and Control of Structures*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.
- [1] Cheng, F.Y., *Matrix Analysis of Structural Dynamics*, Marcel Dekker, Inc., New York, 2001.
- [2] Ruge, A.C., *Earthquake resistance of elevated water tanks*, *Transactions, ASCE*, 103, 889, 1938.
- [3] Kobori, T. and Minai, R., *Analytical study on active seismic response control*, *Transactions, Architectural Institute of Japan*, 66, 257, 1960.
- [4] Yao, J.T-P., *Concept of structural control*, *ASCE Journal of Structural Division*, 98, 1567, 1972.
- [5] Kobori, T., *Seismic-response-controlled structure with active mass driver system, part 1 design and part 2 verification*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 133, 1991.
- [6] Liu, S.C., Tomizuka, M., and Ulsoy, A.G., *Challenges and opportunities in the engineering of intelligent systems*, *Smart Structures and Systems*, 1, 1, 2005.
- [7] Kobori, T., *Seismic-response-controlled structure with active mass driver system, part 1 design and part 2 verification*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 133, 1991.
- [8] Sadek F., Mohraz B., Taylor A.W. and Chung R.M. *Passive energy dissipation devices for seismic applications*. NISTIR5923, 1996.
- [9] Nilson P.A. and Elliot S.J. . *Active control of sound*. Academic Press, 1992.
- [10] Fuller C.R., Elliot S.J. and Nilson P.A. *Active control of vibration*. Academic Press, 1996.
- [11] Nishimura, I. et al., *Active tuned mass damper*, *Journal of Smart Materials and Structures*, 1, 306, 1992.
- [12] Franklin Y.Cheng, Hongping Jiang and Kangyu Lou « *Smart structures innovative systems for seismic response control*» CRC Press, 2008

- [13] Karnopp D., Crosby M.J and Harwood R.A. *Vibration control using semi-active forces generators*. ASME Journal of Engineering for Industry Transport, pages 2–8, Mai 1974.
- [14] Sadek F. and Mohraz B. *Semi-active control algorithms for structures with variable dampers*. Journal of Engineering Mechanics, 124(92):981–990, September 1998.
- [15] Yang, J.N., Danielians, A., and Liu, S.C., *Aseismic hybrid control systems for building structures*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 117, 836, 1991.
- [16] Cheng, F.Y. and Jiang, H., *Optimum control of a hybrid system for seismic excitations with state observer technique*, Smart Materials and Structures, 7, 654, 1998.
- [17] Cheng, F.Y., *Response control based on structural optimization and its combination with active protection*, in *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, International Association for Earthquake Engineering, VIII, Tokyo, 1988, p. 471.
- [18] Cheng, F.Y., *Application and assessment of structural optimization and active control for seismic structures*, in *Proceedings of Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization, Third Air Force and NASA Symposium*, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1990, p. 171.
- [19] Cheng, F.Y. and Pantelides, C.P., *Algorithm development for using optimal control in structural optimization subjected to seismic and wind forces*, NSF Report, NTIS No. PB90-133471/AS, U.S. Department of Commerce, National Technical Information Service, VA, 1988.
- [20] Soong, T.T., *Active Structural Control: Theory and Practice*, 1st edition, Longman Scientific & Technical, UK and JohnWiley & Sons, New York, 1990.
- [21] Spencer, B.F. Jr. et al., *Acceleration feedback control strategies for a seismic protection*, in *Proceedings of the American Control Conference*, San Francisco, California, 1993, p. 1317.
- [22] Kleinman, D.L., *On an iteration technique for Ricatti equation computations*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-13, 114, 1968.

- [23] Laub, A.J., *A Schur method for solving algebraic Ricatti equations*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-24, 913, 1979.
- [24] Grantham, W.J. and Vincent, T.L., *Modern Control Systems: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [25] Kautsky, J. and Nichols, N.K., *Robust pole assignment in linear state feedback*, International Journal of Control, 41, 1129, 1985.
- [26] Yang, J.N., Akbarpur, A. and Ghaemmaghami, P., *Instantaneous optimal control laws for tall buildings under seismic excitations*, NCEER Technical Report 87-0007, National Center for Earthquake Engineering, Buffalo, New York, 1987.
- [27] Cheng, F.Y. and Pantelides, C.P., *Optimum seismic structural design with tendon control*, American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, 1987, p. 592.
- [28] Cheng, F.Y. and Tian, P., *Generalized optimal active control algorithm with weighting matrix configuration, stability and time-delay*, International Journal of Structural Engineering and Mechanics, 1, 119, 1993.
- [29] Wolf, J.P., *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, New Jersey, 1985.
- [30] Takahashi, Y., Kiureghian, A.D., and Ang, A.H., *Life-cycle cost analysis based on a renewal model of earthquake occurrences*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 33, 859–880, 2004.
- [31] Banerjee, P.K. and Butterfield, R., *Dynamic Behavior of Foundation and Buried Structures*, Elsevier Applied Science, 1987.
- [32] Zhang, X.Z., Cheng, F.Y., Lou, M.L., Jiang, H.P., and Takahashi, Y., *Intelligent hybrid damper-actuator bracing control (HDABC) with deterministic and nondeterministic seismic input, soil-structure interaction, and tectonic movements*, Proceedings of 3rd International Conference on Earthquake Engineering, Nanjing, China, 2004.
- [33] Bielak, J., *Dynamic response of non-linear building foundation systems*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 6, 17–30, 1978.

- 
- [34] MATLAB®: *The Language of Technical Computing*, The Math Works, Inc., 1994–2007.
- [35] M. Hadid, H.Afra et L. Guenfaf « *Active contrôle techniques for buildings under seismic ground motion* » Conférence nationale.
- [36] Indrajit Chowdhury and Shambhu P.Dasgupta « *Dynamics of structure and foundation- a unified approach*» CRC press 2009.
- [37] Othman Ben Mekki « *Amortisseurs semi-actif des structures flexibles* » Thèse de doctorat à l'école nationale des ponts et de chaussées, 2006.
- [38] M. HADID, H. AFRA and L. GUENFAF « *Active control application for MDOF structures under Earthquake excitations*» Conférence nationale.
- [39] Indrajit Chowdhury and Shambhu P. Dasgupta « *Dynamics of Structure and Foundation – A Unified Approach*» Part , CRC Press/Balkema, 2009.