DETERMINATION NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE DES FACTEURS DE REPONSE D'UN PLANCHER CHAUFFANT

Par
Abdelkader TAHAKOURT
Chercheur, Laboratoire G.T.Ma
I.N.S.A de Rennes, FRANCE

Résumé

Cette étude présente une analyse du comportement thermique en régime dynamique des planchers chauffants. La méthode utilisée est celle des facteurs de réponse, ceux-ci sont calculés numériquement en utilisant une méthode directe de simulation : les différences finies. Un dispositif expérimental est réalisé en laboratoire afin de valider les résultats des calculs. La finalité de cette étude correspond à un souci de cohérence, puisque pour simuler un bâtiment équipé de ce type d'émetteur, les parois de l'enveloppe du bâtiment et le plancher chauffant seront décrits à l'aide de modèles utilisant la même méthode.

Mots clés : facteurs de réponse - différences finies - planchers chauffants - planchers solaires directs - échelons triangulaires unitaires.

1 INTRODUCTION

Le chauffage des locaux par le sol a suscité ces dernières années un regain d'intérêt du fait de la possibilité d'utiliser des sources de chauffage à basse température (chaudières à condensation et à haut rendement, pompes à chaleur, capteurs solaires...). L'utilisation de matériaux de synthèse pour la fabrication des tubes et le renforcement de l'isolation thermique des bâtiments ont largement contribué à la relance de cette technique. Si le dimensionnement des planchers chauffants est bien maîtrisé, leur comportement thermique en régime dynamique est assez difficile à appréhender à cause de l'inertie importante de l'émetteur. De plus l'effet conjugué d'apports solaires directs rend encore plus difficile la régulation d'un tel système de chauffage. Le phénomène est plus critique dans le cas des planchers solaires directs où le stockage de chaleur se fait directement dans les dalles moyennant une augmentation des épaisseurs de celles-ci.

Suivant le type de climat et l'importance du déphasage souhaité, il est nécessaire d'optimiser l'épaisseur des chapes. Une telle approche n'est possible que par la définition de modèles de simulation en régime dynamique. Ceux adoptés pour ce type d'émetteur font généralement appel aux différences finies [1 et 2] et aux éléments finis [3 et 4].

Dans le but d'une meilleure maîtrise du comportement thermique du plancher, notre objectif est de mettre au point un modèle de planchers chauffants utilisant les facteurs de réponse. L'étude présentée concerne la détermination numérique des facteurs de réponse en flux d'un plancher chauffant (en particulier d'un plancher solaire direct) sur terre-plein. Ceux-ci sont calculés à l'aide d'un programme bidimensionnel aux différences finies. La validation expérimentale des résultats est réalisée sur un dispositif d'essai en laboratoire. L'étude peut être étendue d'une manière similaire à une dalle intermédiaire [5].

2 DETERMINATION NUMERIQUE DES FACTEURS DE REPONSE DU PLANCHER CHAUFFANT

2.1 Méthode des facteurs de réponse

Cette méthode est particulièrement utilisée au niveau des parois [6 et 7]. On suppose que le mécanisme de transferts thermiques dans un local est décrit à l'aide d'un modèle linéaire et invariant. Le principe de la méthode consiste à analyser la réponse d'un système à une fonction sollicitation (ou échelon) unitaire (triangulaire ou rectangulaire). La réponse en flux ou en température est échantillonnée à intervalles de

temps constants (Δt, $2\Delta t$, ... $n\Delta t$, en général on prend Δt égal à une heure) et les valeurs discrètes de la réponse r_0, r_1, ... r_n sont appelées facteurs de réponse (Figure 1).

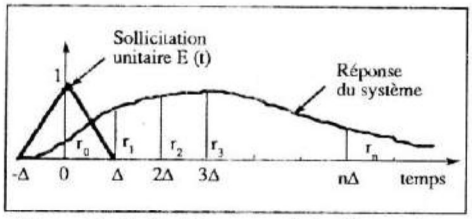


Figure 1 : Echantillonnage de la réponse à une sollicitation triangulaire unitaire.

En raison de la linéarité du système, si la sollicitation triangulaire est de hauteur $E(0) \neq 1$, la réponse aux instants $n\Delta t$ sera égale à : $r_n E(0)$. Dans le cas général, la réponse globale R_n du système s'écrit sous la forme d'un produit de convolution discret :

$$R_n = \sum_{i=0}^{n} r_i E(n-i)$$

Ainsi toute sollicitation quelconque peut être décomposée en une série d'éléments triangulaires et la réponse du système sera la somme des réponses correspondant à chacune des sollicitations triangulaires prises séparément.

2.2 Détermination des facteurs de réponse du plancher chauffant à l'aide d'un modèle bidimensionnel aux différences finies

L'étude est menée en prenant une surface d'un mètre carré de plancher. Le calcul est réalisé en utilisant un schéma explicite aux différences finies.

2.2.1 Description du modèle développé

La figure 2 illustre la discrètisation spaciale du plancher sur terre-plein. Le découpage correspond à des mailles carrées de 2 cm de côté. En raison de la symétrie du système, on n'étudie que la moitié de la tranche du plancher correspondant à l'entre-axes de tubes. L'espacement entre ceux-ci est de 20 cm [8 et 9].

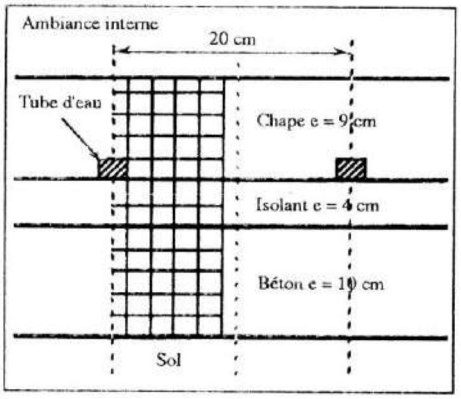


Figure 2 : Schéma de maillage du plancher chauffant.

L'équation de la chaleur dans le cas où les transferts thermiques se font dans deux directions s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1)$$

où "a" est la diffusivité thermique du matériau. En termes de différences finies (schéma explicite) on a :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{T^t_{i+1,j} - T^t_{i,j}}{\Delta x} + \frac{T^t_{i-1,j} - T^t_{i,j}}{\Delta x}\right]$$

$$= \frac{1}{\Delta x^2}\left[T^t_{i+1,j} + T^t_{i-1,j} - 2T^t_{i,j}\right] \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2}\left[T^t_{i,j+1} + T^t_{i,j-1} - 2T^t_{i,j}\right] \qquad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{t+\Delta t}_{i,j} - T^t_{i,j}}{\Delta t} \qquad (4)$$

En remplaçant les équations (2), (3) et (4) dans l'équation (1), celle-ci s'écrit :

$$\frac{T^{t+\Delta t}_{i,j} - T^t_{i,j}}{\Delta t} = \frac{a}{\Delta x^2}\left[T^t_{i+1,j} + T^t_{i-1,j} - 2T^t_{i,j}\right]$$

$$+ \frac{a}{\Delta y^2}\left[T^t_{i,j+1} + T^t_{i,j-1} - 2T^t_{i,j}\right] \qquad (5)$$

Si $\Delta x = \Delta y$, l'équation (5) se réduit à :

$$T^{t+\Delta t}_{i,j} - T^t_{i,j} =$$

$$\frac{a\Delta t}{\Delta x^2}\left[T^t_{i+1,j} + T^t_{i-1,j} + T^t_{i,j+1} + T^t_{i,j-1} - 4T^t_{i,j}\right] \qquad (6)$$

où $T^t_{i,j}$ est la température du nœud (i,j) à l'instant t.

2.2.2 Hypothèses de calcul

- les transferts de chaleur se font dans deux directions,
- les propriétés thermophysiques des matériaux ne varient pas dans le temps et dans l'espace, et sont indépendantes de la température,
- la section du tube d'eau est assimilée à une maille carrée de 2 cm de côté.

2.2.3 Conditions initiales

Les conditions initiales prises en compte dans la simulation sont celles imposées par la méthode des facteurs de réponse à savoir :

- profil de température uniforme dans le plancher,
- températures de sol et d'air intérieur constantes.

2.2.4 *Conditions aux limites*

Les nœuds situés au niveau de la surface du plancher sont représentés par des demi-mailles (condition aux limites due à la méthode des différences finies).

Les sollicitations concernant les planchers sont de différentes natures :

- ✔ sollicitation en température d'eau circulant dans les tubes du plancher,
- ✔ sollicitation en température d'air intérieur,
- ✔ sollicitation en température de sol,
- ✔ sollicitation en flux solaire dissipé en surface de plancher.

On applique séparément au plancher 4 sollicitations triangulaires unitaires de même nature que celles décrites ci-dessus. On obtient ainsi 4 séries de facteurs de réponse qui correspondent aux échanges de chaleur entre la surface du plancher et l'ambiance interne et qui s'expriment par :

$$\phi_n = h\,(T_s^n - T_i) \qquad (7)$$

où :

ϕ_n est le flux de chaleur échangé entre la surface du plancher et l'ambiance interne qui s'exprime en : W/(m²°C) pour un échelon triangulaire en température de 1°C et sans unité pour un échelon triangulaire en flux de 1W/m²,

T_s^n est la température de surface du plancher en °C à l'instant n,

T_i est la température d'air intérieur en °C maintenue constante,

h est le coefficient d'échange global en W/(m²°C) qui s'exprime sous la forme : $h = h_c + h_r$,

où h_c est le coefficient d'échange par convection et h_r le coefficient d'échange par rayonnement.

Les ouvrages se rapportant aux planchers chauffants classiques adoptent pour le coefficient h une valeur égale à 11.3 W/(m²°C)[8]. Pour le cas de fonctionnement similaire au nôtre, une méthode de calcul des planchers solaires directs fixe ce coefficient, après recalage expérimental, à une valeur plus faible : h = 6.7 W/(m²°C)[9].

Calcul théorique du coefficent d'échange par convection h_c

Le plancher est assimilé à une plaque plane horizontale dont la surface est plus chaude que l'air ambiant. Le tableau 1 regroupe les valeurs du coefficient d'échange calculées à partir des formules de convection naturelle, et ce pour des valeurs extrêmes d'écart ΔT entre la surface supérieure du plancher et l'ambiance interne et pour une température du film d'air au dessus de la surface du plancher de 20 °C [1]. Les valeurs du nombre de Rayleigh Ra indiquent que les échanges se font en régime turbulent ($Ra>10^9$)[10].

Caractéristiques de l'air prises à température du film superficiel : T_{film} = 20°C	ΔT = 0.5°C	ΔT = 2.5°C
Nombre de Grashof Gr	$4.88\ 10^9$	$2.44\ 10^{10}$
Nombre de Rayleigh Ra	$3.46\ 10^9$	$1.73\ 10^{10}$
Nombre de Nusselt $Nu = 0.14(Ra^{0.33})$, (régime turbulent)	197	335
Coefficient d'échange par convection hc en W/(m²°C)	1.28	2.17

Tableau 1 : Valeurs du coefficient d'échange h_c pour ΔT = 0.5 °C et ΔT = 2.5 °C.

Calcul théorique du coefficient d'échange par rayonnement

Le flux de chaleur rayonné par la surface s'exprime sous forme linéaire par la relation :

$$\Phi_r = h_r.s.\Delta T$$

Compte tenu des faibles écarts de température, cette expression est valide et le coefficient d'échange par rayonnement est égal à :

$$h_r = 4.\varepsilon.\sigma.T_m^3$$

ε est l'émissivité du plancher (ε = 0.9) et T_m la température moyenne en degrés Kelvin du film au dessus de la surface d'échange s du plancher : T_m = 293K = T_{film}

$$T_{film} = \frac{T_{air\ intérieur} + T_{surface\ plancher}}{2}$$

σ = constante de Stéfan Boltzmann : $\sigma = 5.67\ 10^{-8}$ W/(m²K⁴), On obtient ainsi : h_r = 5.13 W/(m²K) = 5.13 W/(m² °C).

Les calculs précédents conduisent à un coefficient d'échange global $h(h=h_c+h_r)$ compris entre 6.41 et 7.3 W/(m²°C). Ces valeurs sont très proches de celles mentionnées dans l'ouvrage traitant des planchers solaires directs [9]. Nous avons pris dans les calculs h = 6.7 W/(m²°C).

2.2.5 *Calcul des facteurs de réponse*

La température de surface du plancher est calculée avec l'équation (6), par la suite on introduit les valeurs de cette température dans l'équation (7) pour avoir les valeurs des facteurs de réponse en flux ϕ_n. Les caractéristiques des matériaux utilisés sont regroupées dans le tableau 2.

Les valeurs théoriques des facteurs de réponse obtenues avec les calculs sont comparées aux valeurs

expérimentales mesurées sur un dispositif d'essai. Cette comparaison est présentée dans le paragraphe 3.3.

Matériaux	Conductivité thermique W/(m°C)	Masse volumique Kg/m³	Chaleur massique J/(Kg°C)
Chape en béton	1.5	1800	1000
Dalle en béton	1.7	2300	930
Isolant (polystyrène)	0.04	25	1380
Tube (polyéthylène réticulé)	0.35	945	1250

Tableau 2 : Caractéristiques des matériaux utilisés.

3 DETERMINATION EXPERIMENTALE DES FACTEURS DE REPONSE DU PLANCHER

3.1 Description du montage d'essai

Nous avons réalisé au laboratoire un montage représentant une portion d'un mètre carré de plancher chauffant.

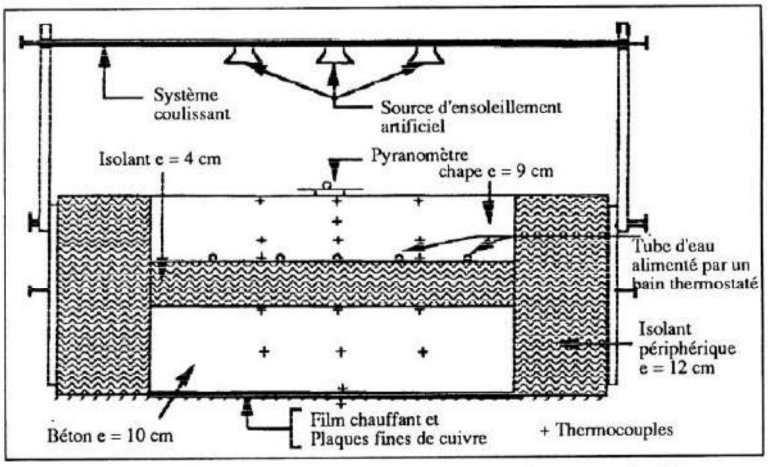


Figure 3 : Schéma du dispositif expérimental (coupe verticale).

Le dispositif placé dans une enceinte climatique est constitué (Figure 3) :

- d'une chape de 9 cm d'épaisseur où est noyé à sa base un tube en polyéthylène réticulé,
- d'une plaque de polystyrène de classe III d'épaisseur 4 cm,
- d'une dalle en béton de 10 cm d'épaisseur,
- d'une isolation périphérique d'épaisseur 12 cm qui limite les pertes latérales de chaleur,
- d'un bain thermostaté qui alimente la boucle du plancher et qui est utilisé pour la réalisation de l'échelon en température d'eau,
- d'un certain nombre de capteurs de température constitués de thermocouples de type K (Chromel Alumel),
- d'un film chauffant servant à l'application de l'échelon en température de sol. De part et d'autre de ce film ont été disposées deux plaques fines de cuivre d'épaisseur 0.6 mm chacune. La conductivité thermique élevée de ces plaques (λ = 384 W/(m°C)) assure une répartition uniforme du flux de chaleur fourni par le film chauffant.

Les thermocouples sont reliés à une centrale de mesure à haute résolution. Celle-ci est pilotée par un ordinateur de type PC grâce à un programme d'acquisition automatique de données. La scrutation des voies de mesure est réalisée toutes les minutes avec affichage des températures sur l'écran et stockage sur un fichier des moyennes toutes les cinq minutes.

3.2 Méthodologie expérimentale

3.2.1 Echelon en température de sol

L'alimentation du film chauffant est effectuée à l'aide d'un alternostat. On fait varier la puissance dissipée par le film en modifiant la tension d'alimentation. On augmente celle-ci manuellement pendant une heure, puis on procède à l'opération inverse pendant la seconde heure de façon à réaliser un échelon triangulaire en température de sol.

3.2.2 Echelon en température d'air

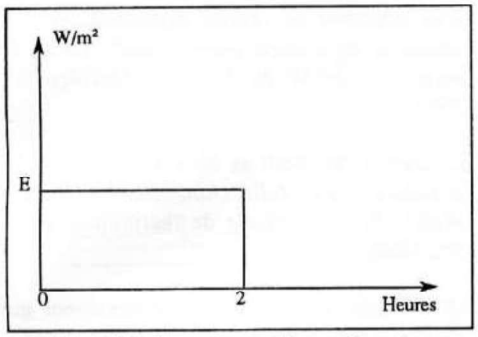
Cette opération est réalisée avec des convecteurs électriques branchés à un alternostat. L'expérience est réalisée d'une manière similaire à la précédente.

3.2.3 Echelon en température d'eau dans les tubes

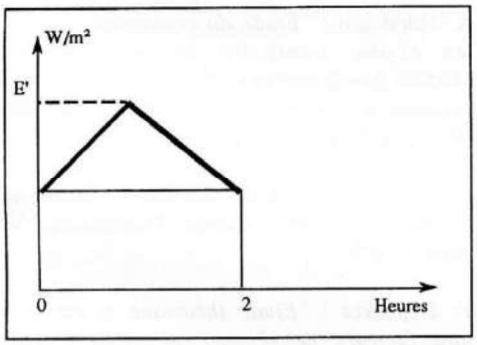
Le bain thermostaté permet de faire varier la température d'eau injectée dans le plancher. Celle-ci est portée progressivement de 18 à 38 °C pendant la première heure et de 38 à 18 °C pendant la seconde heure. Nous réalisons ainsi un échelon triangulaire en température d'eau.

3.2.4 Echelon en flux solaire reçu en surface

La simulation du flux solaire reçu en surface du plancher est faite avec des lampes à haute température dont le spectre est proche du spectre solaire. Le flux est mesuré avec un pyranomètre au niveau de la surface en cinq points différents. L'échelon triangulaire en flux est obtenu en réalisant successivement deux expériences (car dès l'allumage des lampes on a un flux initial constant). La première consiste à une sollicitation rectangulaire d'une durée de deux heures (Figure 4a). La seconde en approchant puis éloignant la source de la surface de manière à obtenir un maximum au bout d'une heure (Figure 4b). Les facteurs de réponse expérimentaux sont évalués en appliquant le principe de superposition, c'est-à-dire en retranchant l'échelon



(a) : Echelon rectangulaire appliqué en premier lieu.



(b) : Echelon global appliqué en second lieu.

Figure 4 : Echelon en flux solaire appliqué en surface de plancher.

rectangulaire (Figure 4a) de l'échelon global (Figure 4b), opération faite sur les valeurs des facteurs de réponse.

REMARQUES

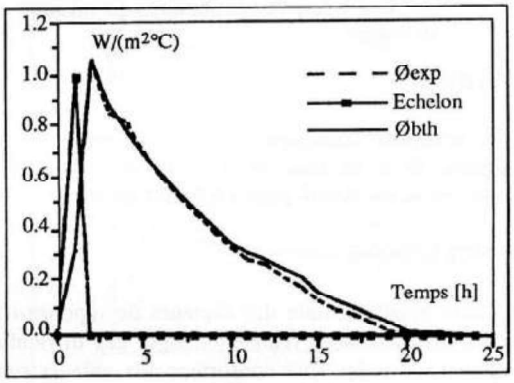
- Les échelons triangulaires réalisés sont de hauteurs différentes de l'unité. Le principe de la linéarité du système permet de se ramener à des échelons triangulaires unitaires.

- Le calcul des facteurs de réponse d'un plancher chauffant conduit à des séries longues (>30 termes). Pour des difficultés d'ordre expérimental, nous nous sommes limités dans les calculs à 24 termes par série (24 heures de simulation) afin de faire la comparaison avec les valeurs mesurées sur la même période.

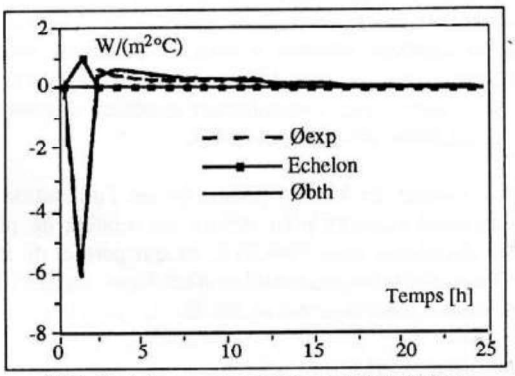
.3 Résultats et discussion

Les valeurs calculées avec le modèle bidimensionnel aux différences finies sont comparées à celles obtenues expérimentalement sur le dispositif d'essais. Les courbes théoriques (Øbth) et expérimentales (Øbexp) représentent les réponses en flux du plancher aux différentes sollicitations qui lui sont appliquées (Figures 5a à 5d). L'unité de la réponse dépend de la nature de la sollicitation. Elle est en W/(m²°C) pour une sollicitation d'entrée en température et sans unité pour une sollicitation d'entrée en flux.

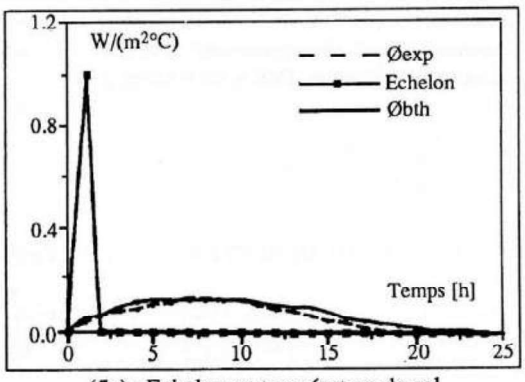
Globalement, nous notons une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et théoriques. Ces derniers sont obtenus en tenant compte des conditions expérimentales. Du fait de l'inertie du plancher, aux sollicitations d'entrées correspondent des réponses fortement atténuées. A partir de ces facteurs de réponse en flux, on peut évaluer les apports de chaleur par le plancher vers l'ambiance interne quelle que soit la forme des sollicitations d'entrées définies au paragraphe 2.2.4. Les résultats numériques ainsi validés sont repris pour développer un modèle de planchers chauffants [11] sous le logiciel de simulation de thermique des bâtiments "TRNSYS" [12].



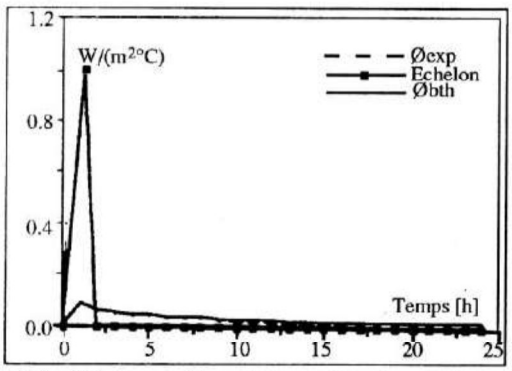
(5a) : Echelon en température d'eau.



(5b) : Echelon en température d'air intérieur.



(5c) : Echelon en température de sol.



(5d) : Echelon en flux solaire appliqué en surface.

Figure 5 : Réponses en flux du plancher aux différents échelons triangulaires unitaires qui lui sont appliqués.

REMARQUE

Les échelons triangulaires unitaires présentés sur les figures 5a à 5d sont en °C pour les échelons en température et en W/m^2 pour l'échelon en flux.

4 CONCLUSIONS

L'étude expérimentale des facteurs de réponse d'un plancher est difficile à réaliser, malgré ces difficultés, les valeurs mesurées sont conformes aux valeurs simulées. L'inertie importante de l'émetteur conduit à un grand nombre de facteurs dont il faut tenir compte. Une méthode de troncature des séries de termes est nécessaire et pour chaque type de plancher il faut constituer une bibliothèque de facteurs de réponse. La relative lourdeur imputée à cette méthode est ensuite compensée par une rapidité plus grande de calcul, si on la compare par exemple aux modèles développés par la méthode des éléments finis.

La finalité de l'étude présentée est l'utilisation de ces facteurs calculés pour définir un modèle de planchers chauffants sous TRNSYS, ce qui permet de faire un bilan énergétique complet d'un local équipé d'un système de chauffage par le sol ❹

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Miriel : "*Bâtiment solaire de l'IUT de Lorient : suivi expérimental, modélisation et simulation du comportement thermique des systèmes*". Thèse de Docteur Ingénieur, INSA de Rennes 1984.

[2] P. Glouannec : "*Etude du comportement thermique d'un bâtiment en régime instationnaire : modélisation et expérimentation in-situ*". Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, mars 1987.

[3] R. Javelas, M. Petit et B. Bourret : "*Contribution à l'étude d'une dalle chauffante posée sur terre-plein*". Revue générale de thermique, n°298 octobre 1986.

[4] M.H. Larbi Youcef : "*Two dimensional model of direct solar slab-on-grade heating floor*". Solar Energie, Vol 46, n°3 1991.

[5] A. Tahakourt : "*Etude du comportement thermique en régime transitoire des planchers solaires directs par la méthode des facteutrs de réponse : validations expérimentales*". Thèse de Doctorat, INSA de Rennes juillet 1992.

[6] D.G. Stephenson, G.P. Mitalas : "*Room thermal response factors*". Ashrae Transaction, Vol 73, Part 1, 1971.

[7] P. Depecker : "*Etude théorique et expérimentale des facteurs de réponse des parois d'un bâtiment*". Thèse de Docteur Ingénieur, INSA de Lyon 1978.

[8] G. Olive : "*Un nouveau moyen pratique pour calculer les planchers chauffants*". Promoclim Etude Thermique et Aéraulique, tome 9E n°3 juin 1978.

[9] D. Roux, D. Mandineau et M. Chateauminois : "*Calcul des planchers solaires directs*". Collection de l'ESI de Marseille, EDISUD 1983.

[10] J.F. Sacadura : "*Initiation aux transferts thermiques*". CAST, INSA de Lyon, Edition Technique et Documentation 1978.

[11] A. Tahakourt, J. Miriel et J. Schmouker : "*Modèles de planchers chauffants utilisant les facteurs de réponse : validation expérimentale*". Publication en cours, Revue Générale de Thermique.

[12] TRNSYS : "*A Transient simulation program*". Solar Energy Laboratory. University of Wisconsin, Madison (USA).