

INTERACTION FISSURE - MICROFISSURE PAR UNE APPROCHE SEMI - EMPIRIQUE

1. Introduction

De nombreux matériaux présentent à l'échelle locale un comportement élastique fragile mais à cause de la présence de fissures ou de zones endommagées, leur comportement global devient complexe. Ainsi, la résistance des matériaux est influencée par des transformations structurales qu'ont à subir les matériaux durant leur utilisation. Donc, l'existence de microfissures affecte progressivement la propagation des fissures déjà existantes dans ces matériaux. En général, la rupture se propage sous la forme d'une fissure précédée d'une zone où s'effectuent ces transformations structurales qualifiées d'endommagement [1-4].

L'objectif principal de ce travail est d'étudier l'influence de ces microfissures sur la fissure principale permettant ainsi de mieux évaluer la résistance à la rupture du matériau. Le modèle que nous proposons pour ce travail de recherche, tient compte du feedback de cette zone de microfissures, et ce dans le but d'élucider le phénomène d'amplification et de réduction des différents champs de contraintes proches de la fissure principale. Dans ce cas, la fissure principale est représentée comme une fissure semi-infinie soumise à un champ de contraintes caractérisée par un facteur d'intensité de contraintes sous le premier mode de rupture (K_I). Donc, l'interaction de la fissure avec les microfissures est évaluée en termes de facteurs d'intensité de contraintes amplifié (ou réduit) agissant au bout de la fissure.

2. Formulation du problème

Le problème consiste en un spécimen fissuré latéralement et soumis à un chargement uniforme à l'infini sous le mode pure I (voir figure 1). Le champ de déplacements dans ce solide est supposé élastique linéaire, et en présence d'une fissure, il peut-être représenté sous la forme suivante :

$$u(x) = \int_w b(\zeta) \cdot \phi(\zeta, x, n(\zeta)) \cdot d\zeta \quad (1)$$

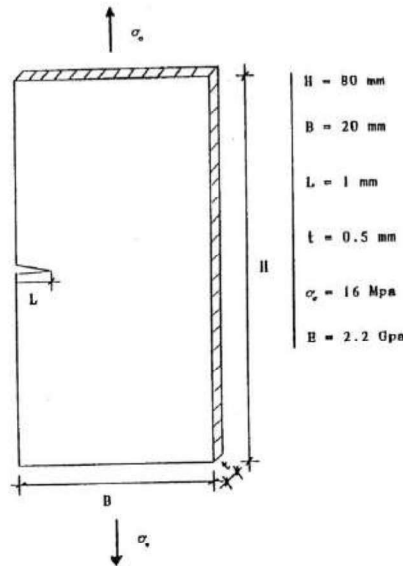


Figure 1- Géométrie du spécimen (S.E.N)
«Single Edge Notch Specimen»

où, w est la surface de la fissure, $\phi(\zeta, x, n(\zeta))$ est le tenseur de Green du second ordre qui peut être interprété comme étant le déplacement en un point x de la fissure principale dû à une force «dipôle» d'intensité unitaire appliquée en un point ζ situé sur la microfissure. Ce tenseur en état de contrainte plane est donné comme suit [5]:

$$\phi(\zeta, x, n(\zeta)) = \frac{1+\nu}{4\pi R^2} \left[\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)} (n \times R - R \times n - n \cdot R \cdot I) - 2 \frac{n \cdot R}{R^2} \cdot R \cdot R \right] \quad (2)$$

où, $R = \zeta - x$ est la position du vecteur, I le tenseur unité du second ordre, et $n(\zeta)$ le vecteur unitaire dans la direction de la force dipôle en un point ζ de la microfissure. En utilisant la relation linéaire entre déplacements et forces, ce champ de contrainte s'écrit comme suit :

M. CHABAAT
Institut de Génie civil
Université des Sciences et de
la Technologie Houari
Boumediène
S. DJOUDER
Institut de Génie Civil
Université des Sciences et de
la Technologie Houari
Boumediène.

RÉSUMÉ

Ce travail considère l'interaction entre une fissure principale et une zone de microfissures avoisinantes. La distribution des champs de contraintes générée au fond de la fissure principale lors de l'interaction a été déterminée en utilisant une Approche Semi-Empirique (ASM). Le phénomène d'amplification et de réduction (effet d'écran) de ces champs a été élucidé sur la base d'une étude du facteur d'intensité de contrainte en mode I caractérisant ainsi les contraintes et les déformations au bout de la fissure. Les résultats présentés ont été discutés et comparés à ceux d'autres chercheurs.

MOTS CLÉS

Fissure • Microfissure • facteur d'intensité de contrainte • Amplification • Réduction.

$$\sigma(x) = T_x \cdot \int_w b(\zeta) \cdot \phi(\zeta, x, n(\zeta)) \cdot d\zeta \quad \text{⑥}$$

où T_x dénote l'opérateur de contrainte transformant le champ de déplacement en un champ de contrainte:

$$T_{ij}(u) = \mu[u_{ij} + u_{j,i}] + \lambda \cdot u_{k,k} \cdot \delta_{ij} \quad \text{④}$$

où, λ et μ sont les constantes de Lamé, δ_{ij} le kronecker delta ($ij=1,2$), et l'indice «x» indique que la différenciation de T_x est exécutée par rapport à la variable x . Ce champ de contraintes est alors obtenu en superposant les différents champs de contraintes au bout de la fissure:

$$\sigma(x) = \sigma_0 + \hat{\sigma}(x) + \sum_{i=1}^N \sigma_i(x) \quad \text{⑤}$$

où σ_0 est la contrainte due au chargement à l'infini en l'absence de fissures, $\sigma(x)$ la contrainte générée par la fissure elle-même, $\sum \sigma_i(x)$ la contrainte générée par les microfissures. Dans le cas où $\sigma_0 \ll \sigma(x)$, l'expression précédente devient:

$$\sigma(x) = \hat{\sigma}(x) + \sum_{i=1}^N \sigma_i(x) \quad \text{⑥}$$

En d'autres termes, ce champ est représenté par un facteur de contrainte effectif K_1^{eff} comme suit:

$$\hat{\sigma}(x) = K_1^{eff} \cdot \sigma_0(x) \quad \text{⑦}$$

avec
$$\sigma_0(x) = \frac{\varphi[\theta(x)]}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r(x)}} \quad \text{⑧}$$

La substitution des expressions ⑥, ⑦ et ⑧ dans celle donnée par ⑤ nous amène à une forme implicite:

$$\sigma(x) = \frac{\varphi[\theta(x)]}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r(x)}} \cdot K_1^{eff} + \sum_{i=1}^N T_x \cdot b(\zeta) \cdot \phi(\zeta, x, n(\zeta)) \cdot d(\zeta) \quad \text{⑨}$$

Cette équation renferme donc l'inconnue à déterminer K_1^{eff} reflétant ainsi l'effet de la microfissure sur la fissure principale:

$$K_1^{eff} = K_0 + \Delta K \quad \text{⑩}$$

où, K_0 est le facteur d'intensité de contrainte dû à la fissure principale sans la zone microfissurée ayant

la forme suivante:

$$K_0 = \sigma / \sqrt{\pi \cdot L} \quad \text{⑪}$$

et

$$\Delta K = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot L}} \int_{-L}^{+L} \sqrt{\frac{L+x}{L-x}} \cdot dx$$

$$\int_v \left\{ \mu \cdot [\phi_{2,j}(\zeta, x, n(\zeta)) + \phi_{2,j}(\zeta, x, n(\zeta))] + \lambda \cdot \phi_{k,k}(\zeta, x, n(\zeta)) \cdot \delta_{ij} \right\} \cdot C(\zeta) \cdot dv \quad \text{⑫}$$

et où $C(\zeta) = K_1^{eff} \cdot \varphi(\zeta)$ est la densité de la zone microfissurée et dans laquelle le terme $\varphi(\zeta)$ s'écrit:

$$\varphi(\zeta) = b_0 \frac{\varphi_{yy}[\theta(\zeta)]}{E \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot r(\zeta)}} \quad \text{⑬}$$

b_0 étant l'ouverture de la microfissure, E le module de Young et $r^2(\zeta) = \zeta_1^2 + \zeta_2^2$ les effets de réduction et d'amplification ainsi que la limite les séparant sont étudiés à partir de la résolution d'une équation différentielle, pour $x_1 = X_1 = 0$ (le bout de la fissure), d'où on a :

$$\psi(\zeta, n(\zeta)) = \mu \cdot [\phi_{2,i,j}(\zeta, n(\zeta)) + \phi_{2,j,i}(\zeta, n(\zeta))] + \lambda \cdot \phi_{2k,k}(\zeta, n(\zeta)) \quad \text{⑭}$$

La résolution de l'équation différentielle suivante a permis l'obtention de cette limite:

$$\psi(\zeta, n(\zeta)) = \mu \cdot [\phi_{2,i,j}(\zeta, n(\zeta)) + \phi_{2,j,i}(\zeta, n(\zeta))] + \lambda \cdot \phi_{2k,k}(\zeta, n(\zeta)) \quad \text{⑮}$$

Ce qui nous amène à la forme suivante:

$$\frac{d\hat{\zeta}_2}{d\hat{\zeta}_1} = - \frac{\frac{\partial \hat{\psi}(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, n(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2))}{\partial \hat{\zeta}_1}}{\frac{\partial \hat{\psi}(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, n(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2))}{\partial \hat{\zeta}_2}} \quad \text{⑯}$$

soit

$$\lim_{\substack{\zeta_2 \rightarrow 0 \\ \zeta_1 \rightarrow 0}} \frac{d\zeta_2}{d\zeta_1} = \text{une valeur finie } \alpha$$

L'allure des graphes des facteurs d'intensité est donnée par l'étude de l'intégrale suivante :

$$\Delta K = \int_{0,005}^{w/2} d\zeta_2 \cdot \int_{0,005}^{la\sqrt{1-(2\zeta_2)^2}} \hat{\psi}(\zeta_1, \zeta_2, n(\zeta_1, \zeta_2)) d\zeta_1 + \int_{0,005}^{w/2} d\zeta_2 \cdot \int_{\frac{2L}{w}\zeta_2 - L}^{-L} \hat{\psi}(\zeta_1, \zeta_2, n(\zeta_1, \zeta_2)) d\zeta_1$$

Les bornes de cette intégrale sont représentées par une ellipse de la forme:

$$(\zeta_1/la)^2 + (\zeta_2 l/(w/2))^2 = 1$$

et une droite $\zeta_2 = \zeta_1(w/2L) + L$

comme schématisé sur la figure 3.

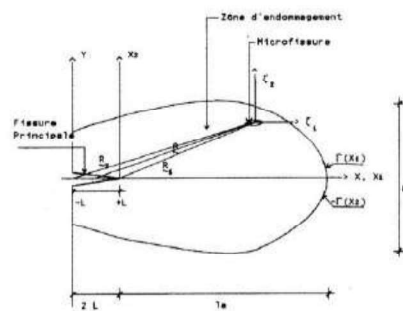


Figure 2- Représentation de la zone d'endommagement

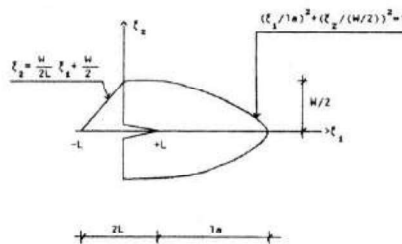


Figure 3- Schéma représentant les bornes des intégrales des facteurs d'intensité de contraintes

3. Résultats et discussion

Les figures 4 et 5 représentent l'allure des champs de contraintes provenant lors de l'interaction entre une fissure et des microfissures [7]. On remarque ainsi que l'existence de microfissures influence progressivement la propagation de la fissure initiale. Deux effets (amplification et réduction) assez distincts apparaissent sur ces mêmes figures : La figure 6 montre les variations de facteurs d'intensité de contraintes $\Delta k/k_0$ en fonction de l'orientation de la microfissure par rapport à la fissure principale β .

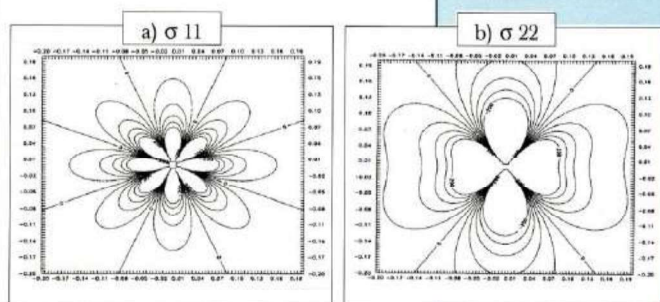


Figure 4 Courbes d'isocontraintes (pour $\beta=0^\circ$)

BIBLIOGRAPHIE

- [1]- H.D Bui, *Solution Explicite d'un problème de Frontière libre en Elastoplasticité avec Endommagement*, C.R. Acad. Sciences Paris, Série B, Avril 1980.
- [2]- C.C.Wu, R.W. Rice and P.F. Becker, in *fracture Mechanics Methods for Ceramics, Rocks and Concrete*, ASTM STP 745, ASTM, Philadelphia pp. 127-140, 1981.
- [3]- A. Chudnovsky, *Crack Layer theory*, NASA Contractor's Report, No. 174634, 1984.
- [4]- M. Chabaat, *Stress and Energy Analysis of Brittle Material in Vicinity of a Stress Concentrator*, Phd Dissertation, CwRU (USA) 1987.

- [5]- A. Chudnovsky, and M. Kochanov, *Interaction of a Field of Microcracks*, Lett Appl, Engrg. Sci. 1,

Vol.21, N° 8, PP. 1009-1018, 1983.

[6]- A. Chudnovsky, and S. Wu, Elastic Interaction of a Crack With a Random Array of Microcracks, *Int. Journ. of Fracture*, Vol. 49, pp. 123-140, 1991.

[7]- M. Chabaat, H. Hadjab, Analyse des Zones de Concentrations de Contraintes lors de l'interaction entre Fissure et Microfissure, Séminaire international sur la Qualité du béton en Climat Chaud, Proceedings, Ghardaia, Algérie, Mars 1994.

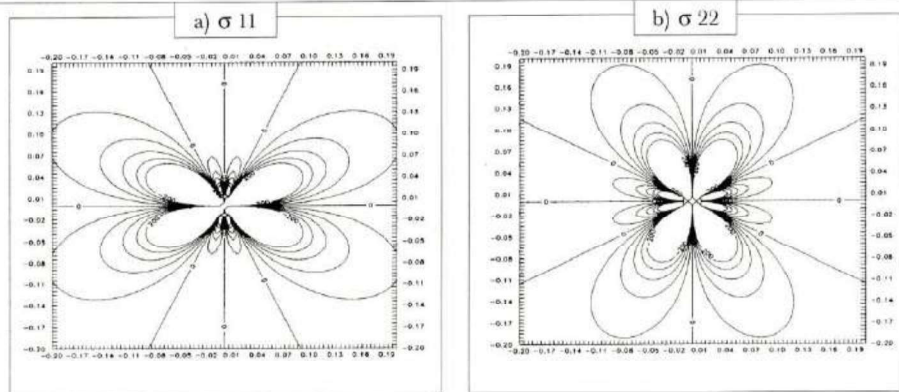


Figure 5- Courbes d'isocontraintes (pour $\beta=90^\circ$)

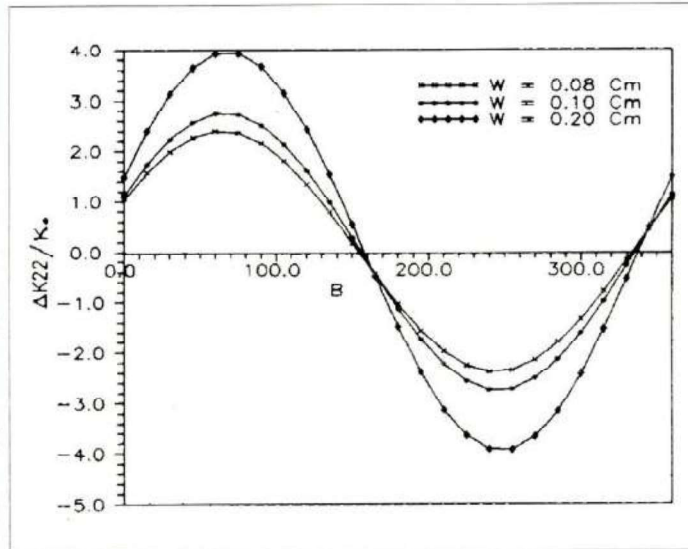


Figure 6- Variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK_{22} en fonction de l'orientation de la microfissure (β)

Dans les figures 7, 8, 9, on a étudié le cas où la microfissure est parallèle à la fissure principale, en faisant varier $\Delta k/k_0$ en fonction de la largeur W et la longueur la de la zone microfissurée. La figure 7 montre que le facteur d'intensité $\Delta k/k_0$ augmente proportionnellement avec w et la jusqu'à une certaine limite ($w = 0.3$ cm et $la = 0.6$ cm) au delà de laquelle la pente est réduite. Dans la figure 8, c'est l'effet inverse qui

se produit en fixant w tout en faisant varier la . On remarque dans ce cas que pour $w=0.76$ cm, la courbe est ascendante. La figure 9 représente le facteur d'intensité de contrainte en fonction de w pendant que li est fixée à 0.16. On constate que ce même facteur tend à diminuer (zone amplifiée) jusqu'à s'annuler et passer ainsi à la partie négative (zone réductrice).

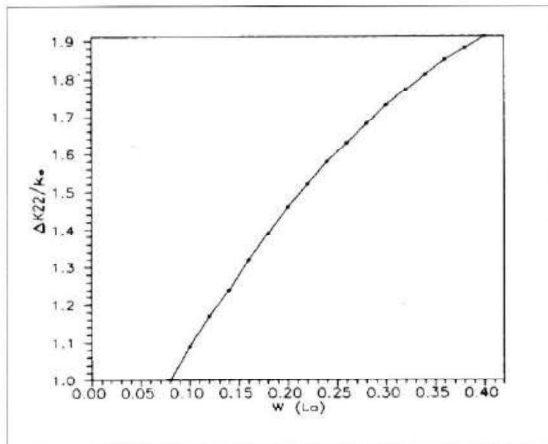


Figure 7- Variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK_{22} en fonction de la longueur d'endommagement (l_a) et la largeur d'endommagement (W) avec $\rho = 0.25$ ($\beta = 0$)

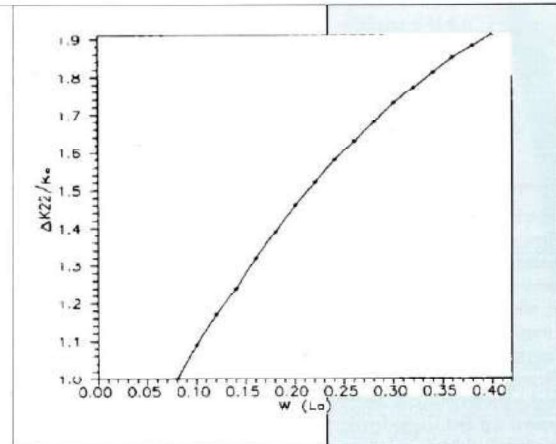


Figure 8- Variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK_{22} en fonction de la longueur d'endommagement (l_a) (pour $W=0.08$ Cm et $\beta = 0$)

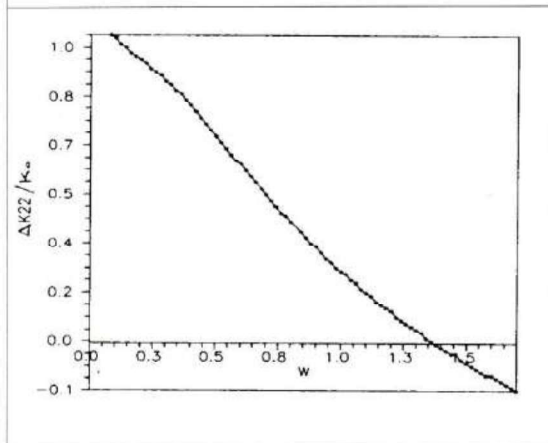


Figure 8- Variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK_{22} en fonction de la largeur d'endommagement (W) (pour $l_a=0.16$ Cm et $\beta = 0$)

5. Conclusion

Cette étude a montré que l'aspect géométrique (orientation et position de la microfissure vis-à-vis de la fissure initiale) peut avoir un effet influant sur la propagation de la fissure. Ceci peut se manifester soit par une intensification du champs de

contraintes entraînant ainsi une accélération de la propagation, soit par une diminution de ces champs pouvant retarder cette propagation.