

INFLUENCE DES DEFORMATIONS INTERMEDIAIRES (10^{-5} à 10^{-3}) SUR LA MODELISATION DU PHENOMENE DE LA LIQUEFACTION

Mustapha KORDJANI*, P.Y.HICHER**, Institut de Génie Civil, Université des Sciences et de la technologie Houari Boumediène BP 32, El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie. FAX: +213 - 2 - 51 50 79 ** Ecole Centrale de Nantes, Professeur.

RÉSUMÉ

L'objectif de cette étude est la modélisation du comportement du sol sous un chargement statique ou dynamique. Ce travail vise à montrer qu'il est possible de modéliser le comportement du sol avec un jeu unique de paramètres dans une large gamme de déformation (de 10^{-6} à quelques pourcents) avec une loi élastoplastique.

La modélisation du comportement du sol est faite grâce à une loi élastoplastique, multimécanisme, basée sur le concept de l'état critique (Hujeux 1984) [1]. Un écoulement cinématique nous permet de modéliser le comportement cyclique du matériau.

Après une présentation de la formulation mathématique de la loi ainsi que l'écriture des paramètres d'écrouissage pour les différents mécanismes, nous procéderons à sa validation sur des résultats d'essais de référence (Mohkam 1983) [7].

On montre le rôle fondamental des déformations intermédiaires (10^{-5} à 10^{-3}) dans le comportement des sols sous un chargement monotone ou cyclique. Cet effet est justifié par l'augmentation de la pression interstitielle.

Mots Clés

1. Modélisation du domaine plastique sous une charge monotone

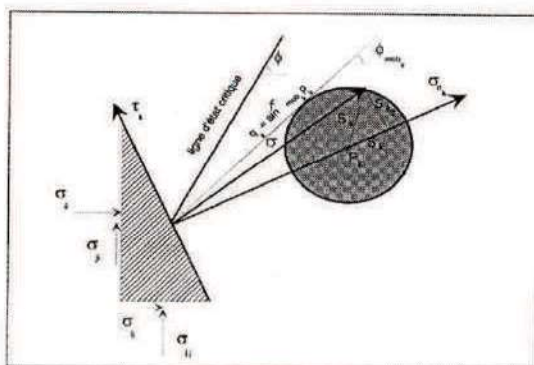
La loi "Hujeux" [1] est une loi multimécanisme avec un écoulement cinématique. Trois mécanismes déviatoires portés chacun par un plan de l'espace et un mécanisme isotrope purement volumique. On suppose que les contraintes s'exerçant sur une facette tournant autour de l'axe k ne produisent que des taux de déformations plastiques planes dans le plan (i, j) , perpendiculaire à l'axe k .

L'état de contrainte et de déformation du mécanisme k porté par le plan (i, j) est défini par le centre du cercle Mohr P_k et le vecteur S_k dont la norme représente le rayon.

$$P_k = \frac{(\sigma_{ii})_k + (\sigma_{jj})_k}{2} \quad q_k = \left[\frac{(\sigma_{ii} - \sigma_{jj})^2}{4} + \sigma_{ij}^2 \right]^{1/2} = \|\vec{S}_k\|$$

S_{k1} et S_{k2} sont les composantes du vecteur S_k

Figure-1 Etat de contrainte dans le plan (i, j) du mécanisme déviatoire k



$$S_{k1} = \frac{(\sigma_{ii})_k - (\sigma_{jj})_k}{2} \quad S_{k2} = (\sigma_{ij})_k$$

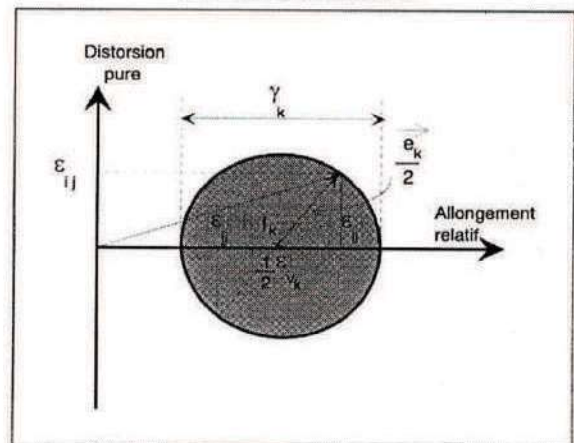
$$(\epsilon_v)_k = (\epsilon_{ii})_k + (\epsilon_{jj})_k \quad \gamma_k = [(\epsilon_{ii} - \epsilon_{jj})^2 + 4\epsilon_{ij}^2]^{1/2}$$

L'état de déformation dans le mécanisme k est défini par la déformation volumique plastique $\epsilon_v P$ et le vecteur de déformation déviatoire plastique $e_k p$ de composantes $e_k P_1$ et $e_k P_2$:

$$e_{k1}^p = \epsilon_{ii}^p - \epsilon_{jj}^p \quad \text{et} \quad e_{k2}^p = 2\epsilon_{ij}^p$$

Le centre du cercle de Mohr I_k est porté par l'axe des allongements relatifs à la distance $1/2 (\epsilon_v)_k$. Le diamètre $\gamma_k = \|e_k\|$ est la distorsion composée d'une rotation d'ensemble et d'une distorsion pure correspondant à la déformation locale du matériau.

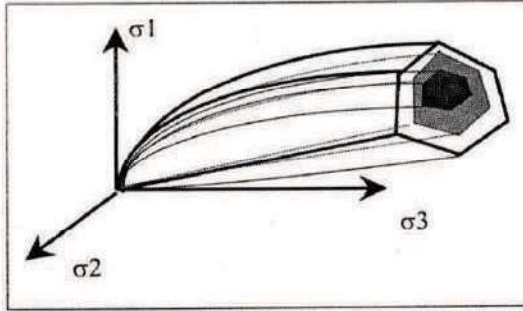
Figure-2 Etat de déformation dans le plan (i, j) du mécanisme déviatoire élémentaire K



1.1. Modélisation des mécanismes déviatoires ($K=1,2,3$)

L'évolution de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales est une obtenue à partir d'une transformation de la surface de charge de Cam-Clay (Roscoe) [8] modulée par le paramètre scalaire "b". Pour prendre en compte l'aptitude des sols à répondre à la compression plus qu'à la traction, ces surfaces restent inscrites dans le polygone représentant le critère de Mohr-Coulomb.

Figure-3 Surface de charge F_{pk} associée au critère de Mohr-Coulomb.



$$F_{pk} = \sin \varphi . P_k (1 - \log P_k / P_c)$$

facteur de frottement critique est pris comme un facteur de normalisation

φ étant l'angle de frottement à la plasticité parfaite.

La pression critique P_c est donnée par l'expression :

$$P_c = P_{co} \exp \beta . \varepsilon_v^p$$

dans laquelle β est le module de compressibilité plastique défini dans le plan $(e, \log P)$ et P_{co} est la pression critique initiale.

La déformation volumique totale est la somme des déformations produites par chaque mécanisme :

$$\varepsilon_v^p = \sum_{k=1}^4 (\varepsilon_v^p)_k$$

Dans le plan déviatoire les fonctions seuils sont des cercles de rayon r_k^m qui évoluent pendant le chargement

$$f_k = \|\bar{S}_k\| - r_k^m \quad \text{fonction seuil normalisée} \quad \bar{S}_k = S_k / F_{pk}$$

avec un rayon d'écrouissage

$$r_k^m = r_k^e + \gamma_k^p / (a + \gamma_k^p) \leq 1$$

La loi d'évolution du rayon d'écrouissage est donnée par :

$$dr_k = \lambda_k . I(\sigma, r_k)$$

de telle sorte que le module d'écrouissage H_k^r ne dépende que de r_k .

$$H_k^r = - \frac{\partial f_k}{\partial r_k} . I_k = \frac{(1-r_k)^2}{a}$$

λ_k est le multiplicateur plastique du mécanisme k et $I(\sigma, r_k)$ est une loi constitutive.

La loi d'écoulement de chaque mécanisme s'écrit par la donnée du vecteur taux de déformation déviatoire plastique et du taux de déformation volumique plastique :

$$\begin{aligned} \text{pour } i \neq k \text{ et } j \neq k \quad \partial e_k^p &= \lambda_k (\Psi_k^d) \begin{cases} \partial e_{k1}^d = \lambda_k \Psi_{k1}^d \\ \partial e_{k2}^d = \lambda_k \Psi_{k2}^d \end{cases} \\ \text{pour } i = j = k \quad &\begin{cases} (\partial \varepsilon_k^p)_k = 0 \\ (\partial \varepsilon_v^p)_k = \lambda_k \Psi_k^v \end{cases} \end{aligned}$$

L'hypothèse de loi associée dans le plan déviatoire normalisé permet de définir

$$\Psi_k^d \begin{pmatrix} \Psi_{k1}^d \\ \Psi_{k2}^d \end{pmatrix}$$

$$de_k^p = \begin{bmatrix} e_{k1}^p \\ e_{k2}^p \end{bmatrix} = \lambda_k \begin{bmatrix} \Psi_{k1}^d \\ \Psi_{k2}^d \end{bmatrix} = \lambda_k \left[\frac{\Psi_{ii}^d - \Psi_{jj}^d}{2} \right] = \lambda_k \begin{bmatrix} S_{k1} / q_k \\ S_{k2} / q_k \end{bmatrix}$$

$$d\varepsilon_{vk}^p = \lambda_k \Psi_k^v = \lambda_k . \alpha . \left(\sin \varphi - \frac{(S_k, \Psi_k^d)}{P_k} \right) . \alpha(r_k)$$

Cette expression est une généralisation de l'expression de l'équation de Roscoe[8].

Ψ_k^v : fonction caractérisant l'écoulement plastique volumique

Ψ_k^d : vecteur définissant la direction de déformation plastique.

α : facteur de dilataance permettant de moduler la loi de Roscoe.

$\alpha(r_k)$: fraction du frottement mobilisé.

λ_k : multiplicateur plastique

$$\begin{aligned} [d\varepsilon_v^p]_k &= \lambda_k [\Psi_k^v] = \lambda_k \left[\frac{\Psi_{ii}^d - \Psi_{jj}^d}{2} \right] = \lambda_k \left[\sin \varphi - \frac{(S_k, \Psi_k^d)}{P_k} \right] \alpha . \alpha(r_k) \\ &= \lambda_k [\sin \varphi - \sin(\varphi_{mob})_k] . \alpha . \alpha(r_k) \end{aligned}$$

avec (S_k, Ψ_k^d) le produit scalaire des vecteurs S_k et Ψ_k^d

La plasticité parfaite est bien définie par :

$$\begin{cases} r_k = 1 \text{ et } P = P_c \\ q_k = \sin \varphi . P_k \\ (\varphi_{mob})_k = \varphi \end{cases}$$

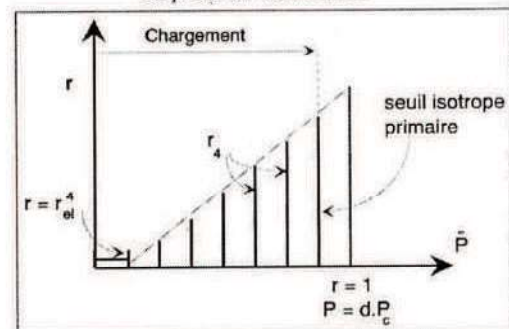
1.2. Modélisation du mécanisme isotrope (K=4)

Le mécanisme de plastification est purement volumique il est aussi appelé mécanisme de consolidation. Sa mobilisation est progressive, elle est décrite par l'accroissement de la variable d'écrouissage r_4^m .

$$f_4 = |\bar{P}| - r_4 \quad \text{avec} \quad \bar{P} = P / d . P_c$$

la fonction seuil s'écrit :

Figure-4 Evolution de la surface de charge isotrope sur l'axe isotrope de pression normalisée



Les surfaces seuils de consolidation successives sont des plans perpendiculaires à l'axe des pressions normalisées $\bar{p}$ distants de l'origine de r_4^m . L'accroissement de ces rayons d'écroutissage r_4^m suit une forme linéaire en fonction de l'accroissement de la pression isotrope rapportée à la pression critique.

Le potentiel plastique est associé et le taux de déformation volumique plastique s'écrit comme suit :

$$\partial_i \varepsilon_4^v = \lambda_4 \cdot \psi_4^v$$

λ_4 est le multiplicateur plastique pour le mécanisme 4.

$$\begin{cases} (\partial_i \varepsilon_{ii}^p)_4 = \lambda_4 \cdot \partial_{iii} f_4 / 3 = \pm \lambda_4 / 3 \\ (\partial_i \varepsilon_{ij}^p)_4 = \lambda_4 \cdot \psi_4^v = \lambda_4 \sum_{i=1}^3 \partial_{iii} f_4 = \pm \lambda_4 \end{cases}$$

Le module d'écroutissage intrinsèque H_4' est pris de telle sorte que le module plastique isotrope initial ne dépende pas de la pression critique P_c .

$$\text{soit } H_4' = \frac{(1 - r_4)^2}{c \cdot P_c} \cdot Pa$$

où Pa représente la pression atmosphérique.

Le rayon d'écroutissage suit une forme hyperbolique faisant intervenir un paramètre "c" qui régle la vitesse de plastification du mécanisme.

$$r_4^m = r_4^e + \frac{\varepsilon_v^p}{c + \varepsilon_v^p}$$

L'évolution du rayon d'écroutissage est la suivante :

$$d.r_4 = \frac{(1 - r_4)^2}{c \cdot P_c} P_a d\varepsilon_{v4}^p$$

2. Modélisation du domaine plastique sous une charge cyclique

2.1. Modélisation des mécanismes déviatoires

Dans le plan déviatoire les fonctions seuils sont des cercles de rayon r_k^m qui évoluent pendant le chargement.

$$f_k(p_k, S_k, \varepsilon_v^p, r_k^e, D_k, n_k) = ||\bar{S}_k - (D_k - n_k r_k^e)|| - r_k^e$$

avec un facteur de normalisation: $F_{pk} = p_k F_k \sin \phi$

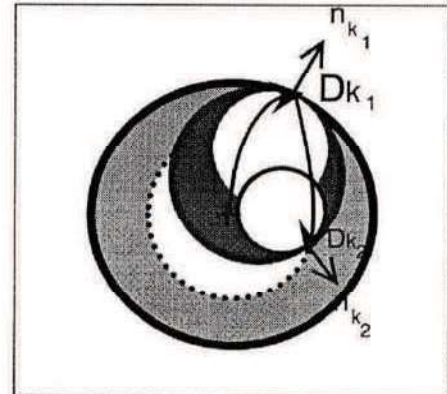
Les cercles des fonctions seuils sont tangents entre eux au point D_k avec une normale extérieure n_k . Dans le plan déviateur des contraintes on obtient :

$$f_k^e = \frac{q_k}{F_{pk}} - r_k^e$$

En chargement cyclique, les surfaces seuils sont des cercles qui croissent par homothétie de centre "o" traduisant l'écroutissage isotrope pour le chargement primaire et se translatent dans le plan déviateur des contraintes pour traduire l'écroutissage cinématique. La notion de mémoire du matériau est explicitée dans l'expression de la surface de charge par la prise en compte des paramètres D_k qui

représente le dernier changement de sens de la sollicitation et n_k la normale extérieure en ce point.

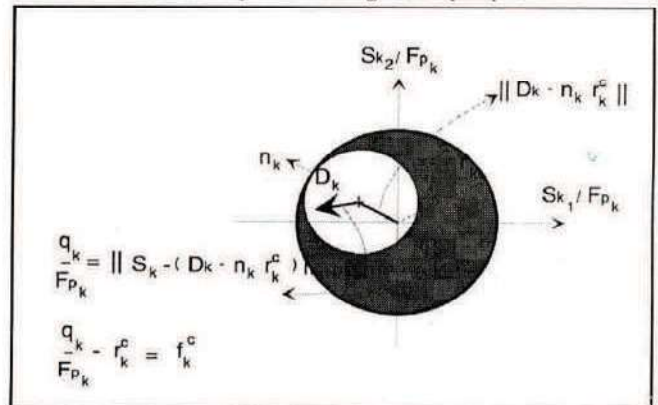
Figure-5 Evolution de la surface de charge du mécanisme déviatoire pour un chargement cyclique.



Après le premier chargement isotrope on effectue une décharge. Le mécanisme garde en mémoire le dernier point de chargement grâce au point de contact D_{k1} et la normale extérieure au plan n_{k1} . Le point de charge revient à l'intérieur du domaine de chargement primaire, il passe par une phase élastique avant de mobiliser un écroutissage cyclique r_k^e .

Une fois la décharge effectuée on applique de nouveau un déviateur de contrainte. Le mécanisme garde en mémoire le point de contact D_{k2} ainsi que la normale extérieure n_{k2} . Il passe de nouveau par une phase élastique avant de mobiliser un écroutissage cyclique. Le point de charge reste dans le domaine cyclique tant qu'il reste à l'intérieur du domaine primaire de chargement. Si le point de charge dépasse le seuil "historique" de chargement alors il repousse la limite du nouveau domaine de chargement primaire.

Figure-6 Représentation géométrique des différentes expressions entrant dans l'écriture de la fonction de charge du mécanisme déviatoire pour un chargement cyclique.



Le rayon d'écroutissage a la même expression que dans le cas du chargement monotone avec la possibilité au paramètre "a" de prendre les valeurs de a_{cy} ou a_m .

$$r_k^e = r_k^e + \frac{\gamma_k^p}{a + \gamma_k^p} \leq 1$$

La loi d'évolution du rayon d'écroutissage est donnée par :

$$dr_k^e = \lambda_k \cdot l(S_k, r_k^e, D_k, n_k)$$

$$dr_k^c = \lambda_k \frac{(1 - r_k^c)^2}{[a_{cyc} + (a_m - a_{cyc})\alpha(r_k^c)]}$$

de telle sorte que le module d'écrouissage H'_k ne dépende que de r_k^c

$$H'_k = - \frac{\partial f_k}{\partial r_k^c} \cdot I_k = \frac{(1 - r_k^c)^2}{a(r_k)}$$

Le choix d'une fonction $\alpha(r_k)$ permet de reproduire les phénomènes physiques et fixe les domaines du comportement du mécanisme :

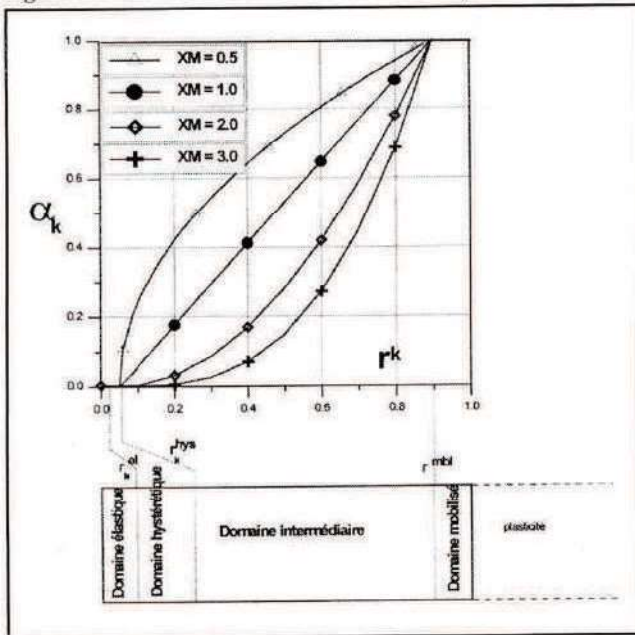
$$a(r_k) = a_c + (a_m - a_c)\alpha(r_k)$$

$$\text{si } r \leq r_{hys} \quad \alpha(r_k) = 0 \quad \varepsilon < 10^{-5}$$

$$\text{si } r_{hys} \leq r \leq r_{mbi} \quad \alpha(r_k) = \left(\frac{r - r_{hys}}{r_{mbi} - r_{hys}} \right)^m \quad 10^{-5} < \varepsilon < 10^{-4}$$

$$\text{si } r_{mbi} < r \leq 1 \quad \alpha(r_k) = 1 \quad \varepsilon < 10^{-4}$$

Figure-7 Evolution du mécanisme déviatoire en fonction de $a(r_k)$



L'hypothèse de loi associée dans le plan déviateur normalisé permet de définir ψ_k^d

$$de_k^p = \begin{bmatrix} e_{k1}^p \\ e_{k2}^p \end{bmatrix} = \lambda_k \begin{bmatrix} \psi_{k1}^d \\ \psi_{k2}^d \end{bmatrix} = \lambda_k \begin{bmatrix} \frac{\psi_{ii} - \psi_{jj}}{2} \\ \psi_{ij} \end{bmatrix} = \lambda_k \begin{bmatrix} S_{k1}/q_k \\ S_{k2}/q_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [d\varepsilon_v^p]_k &= \lambda_k [\psi_k^v] = \lambda_k \left[\frac{\psi_{ii} - \psi_{jj}}{2} \right] = \lambda_k \left[\sin \varphi - \frac{(S_k \cdot \psi_k^d)}{P_k} \right] \alpha(r_k) \\ &= \lambda_k [\sin \varphi - \sin(\varphi_{mob})_k] \cdot \alpha(r_k) \end{aligned}$$

2.2. Modélisation du mécanisme isotrope

La fonction de charge prend la forme de:

$$f_4^c = |\tilde{P} - (D_4 - n_4 r_4^c)| - r_4^c$$

Le rayon d'écrouissage prend une expression analogue au cas du chargement monotone :

$$r_4^c = r_4^e + \frac{\varepsilon_v^p}{c_{cyc}} + \varepsilon_v^p$$

Le rayon d'écrouissage prend une expression analogue au cas du chargement monotone :

$$d.r_4^c = \lambda_4 \frac{(1 - r_4^c)^2}{c_{cyc}}$$

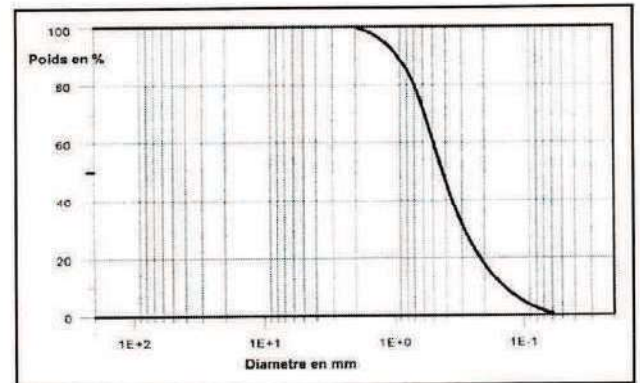
On considère que le potentiel est associé ce qui facilite l'expression du taux de déformation volumique:

$$\begin{cases} (\partial_i \varepsilon_{ii}^p)_4 = \lambda_4 \cdot \partial_{iii} f / 3 = \pm \lambda_4 / 3 \\ (\partial_i \varepsilon_v^p)_4 = \lambda_4 \cdot \psi_4^v = \lambda_4 \sum_{i=1}^3 \partial_{iii} f_4 = \pm \lambda_4 \end{cases}$$

3. Matériau utilisé

Le matériau utilisé dans ce travail est le sable d'Hostun, constitué de particules principalement angulaires, dont la courbe granulométrique est présentée dans la figure ci dessous. La distribution étendue des grains a été obtenue par un mélange de 50 % de sable fin et de 50 % de sable moyen. Le poids volumique des particules solides est $\gamma_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$, l'indice des vides maximal obtenu est $e_{max} = 0,82$ et l'indice des vides minimal est $e_{min} = 0,53$.

Figure-8 Courbe granulométrique du sable d'Hostun

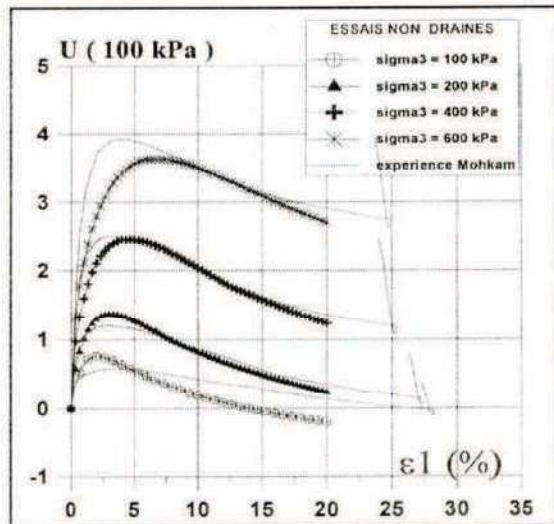


4. Résultats d'essais monotones

Les résultats des essais drainés et non drainés réalisés par Mohkam (1983) [7] serviront de référence pour la modélisation du comportement monotone du sable d'Hostun. On montre ci-après les courbes traduisant ce comportement en condition drainée et non drainée sous des contraintes de consolidation variables et à même densité initiale ($e_0 = 0,73$).

Mohkam (1983) [7] a effectué des essais cycliques non drainés sur le même matériau. Les résultats de ses essais de liquéfaction

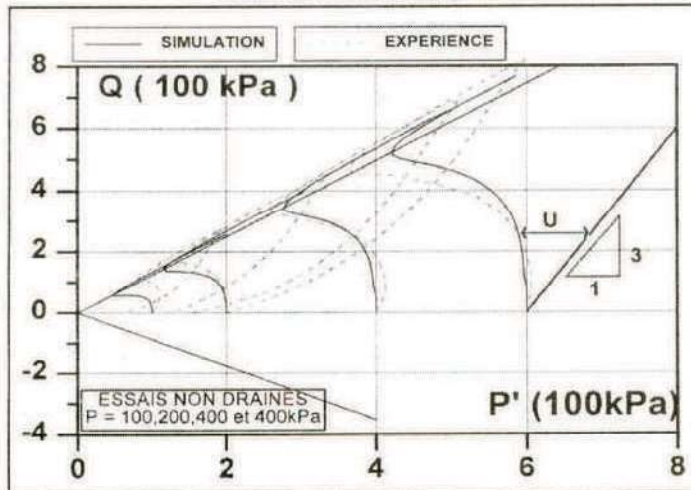
Figure-13 Simulation des courbes pression interstitielle-déformation axiales



Pour les 4 contraintes moyennes initiales on peut observer dans un premier temps un déplacement du chemin de contraintes vers la gauche traduisant le phénomène de contractance. En régime de compression, le chemin de contraintes se déplace vers la droite pour longer une droite de pente $Q/P' = 1,24$ définissant une valeur de l'angle effectif de frottement interne $\Phi = 31^\circ$. Lorsque le déviateur de contrainte est en extension la droite a une pente $Q/P' = -0,88$.

On peut noter l'existence de deux domaines : l'un contractant inscrit entre les deux demi droites caractéristiques et l'autre dilatat à l'extérieur de ces demi droites.

Figure-14 Chemin de contraintes dans le plan contraintes moyennes - déviateur de contraintes.



On peut noter dans cette figure une bonne simulation des résultats expérimentaux étant donné que cette simulation prend en compte aussi bien le comportement drainé que non drainé ainsi que le comportement monotone et cyclique.

7. Simulation d'essais cycliques

Pour vérifier si le modèle avec le jeu unique de paramètres déjà obtenu est capable de reproduire le phénomène de liquéfaction nous avons conduit des simulations avec des conditions de chargement et d'état de contraintes initiales identiques à celles ayant prévalu durant l'expérience.

Figure-15 Simulation de l'essai cyclique : courbe effort déformations

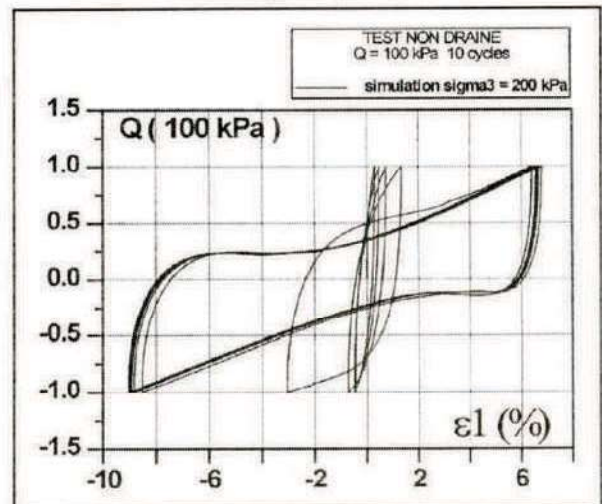
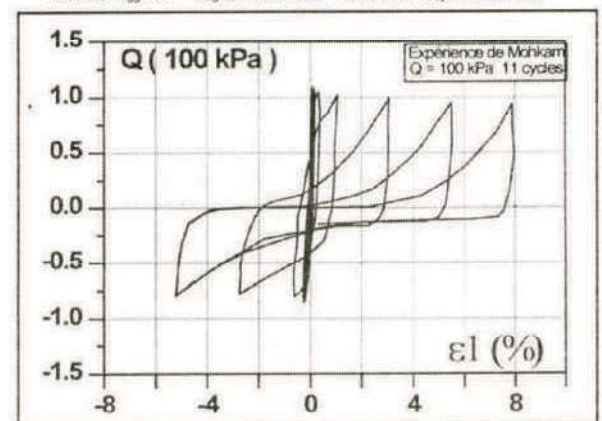


Figure-16 Liquéfaction du sable lâche : courbe effort - déformations : résultat expérimental



On peut constater dans les figures 15 et 16 que pour un nombre de cycles de 11 le modèle reproduit une déformation longitudinale totale pour les phases d'extension et de compression de l'ordre de l'ordre de 17%.

Figure-17 Simulation de l'évolution pression interstitielle

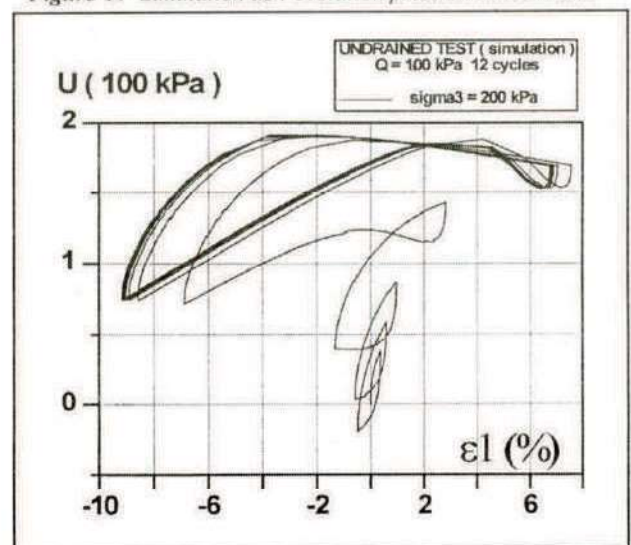
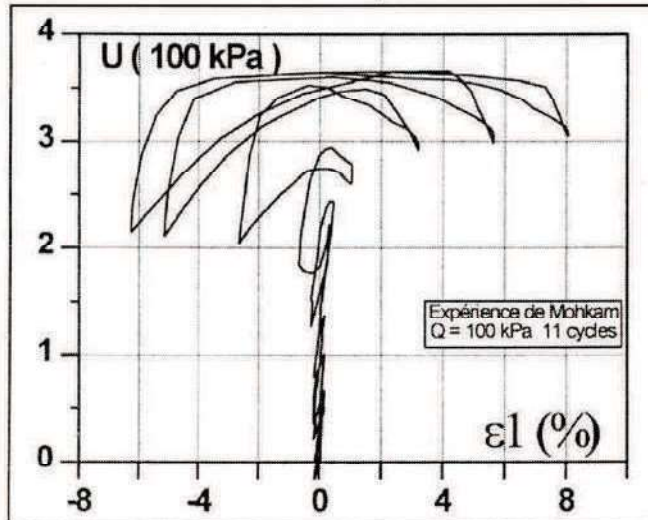


Figure-18 Evolution de la pression interstitielle, résultant de l'expérience.



Les figures 17 et 18 montrent que le modèle est capable de générer une pression interstitielle très proche des 200 kPa observé expérimentalement pour le même nombre de cycles.

Figure-19 Simulation de la courbe contraintes moyennes - déviateur de contraintes.

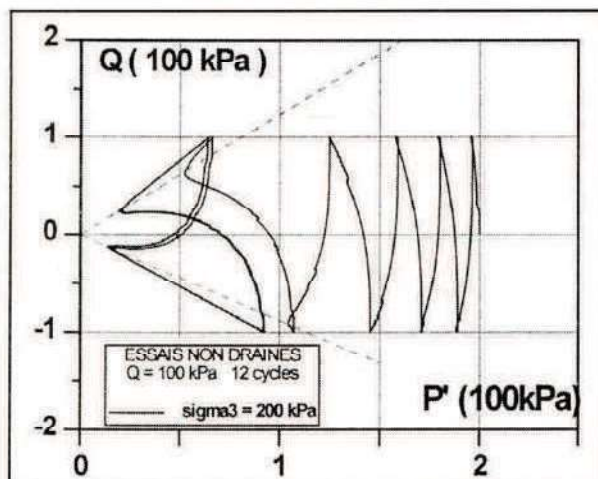
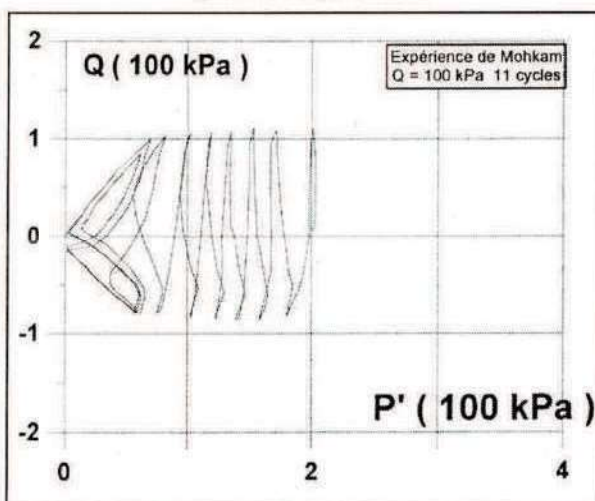


Figure-20 Chemin de contraintes effectives dans le plan P'-Q: résultat expérimental.



Les figures 19 et 20 montrent que le modèle reproduit le fort déplacement du chemin de contraintes effectives vers la gauche observé expérimentalement. Ce chemin de contraintes franchit les droites caractéristiques au bout du 5ème cycle alors que dans l'expérience ce franchissement se fait au 7ème cycle. Globalement on remarque que les cycles se stabilisent pour une réduction de 90% de la contrainte moyenne effective en comparaison de la réduction de cette contrainte observée dans l'expérience.

8. Conclusion

On a montré donc qu'avec un jeu de paramètres unique il est possible de modéliser le comportement d'un sable dans une large gamme de déformations (de 10^{-6} à quelques pour cents) en condition drainée ou non drainée, sous des pressions de consolidation différentes et en régime monotone ou cyclique.

Un test de validation de la procédure suivie a été réalisé à partir d'essais de liquéfaction. Ces essais ont la particularité de mobiliser bien entendu les mécanismes cycliques mais, ce qui nous intéressait particulièrement ici, dans une large gamme de d'amplitude de déformation , de l'ordre de 10^{-3} au début du chargement jusqu'à 10^{-1} et plus lorsque la liquéfaction est atteinte.

Les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants. Le nombre de cycles à la liquéfaction est bien retrouvé et les amplitudes de déformations calculées sont en bon accord avec l'expérience.

9. Bibliographie

- 1/HUJEU J.C. "Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols". Génie Parasismique, presses de l'E.N.P.C. 1985.
- 2/KORDJANI, M., HICHER, P.Y. " Caractérisation et modélisation du comportement cyclique des sols ". 5ème Séminaire Maghrébin de Génie Parasismique, Alger 93.
- 3/KORDJANI, M., CHARIF, K., HICHER, P.Y. "Comportement expérimental et modélisation du comportement cyclique des sables en petites déformations ".22, 26 nov. 1993 GRECO-GEOMATERIAUX Aussois.
- 4/KORDJANI, M., HICHER, P.Y. "Modélisation du comportement cyclique du sable d'Hostun". Rencontre scientifiques de Génie civil, 23,24 mars 1994, XIIèmes journées de l'A.U.G.C.Toulouse.
- 5/LASSOUDIÈRE F, 1984 -Modélisation du comportement des sols sous sollicitations cycliques. Thèse de docteur ingénieur, Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris.
- 6/LUONG, M.P., SIDANER, J.F. "Undrained behavior of cohesionless soils under cyclic transient loading. " 1 st International Conférence on Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil dynamics. St Louis U.S.A April 1981.
- 7/MOHKAM, M. "Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des sables sous chargements cycliques". Thèse 28/04/1983 I.N.P.Grenoble.
- 8/ROSCOE, K.H SCOFIELD, A.N. & WROTH, C.P. 1958. On the yielding of soils. Géotechnique, 8:1:22-53.

Notations

ε_p : déformation volumique plastique
 γ_p : vecteur de déformation déviatoire plastique
 y_k : distorsion
 P_c : pression critique
 P_{c0} : pression critique initiale
 β : module de compressibilité plastique
 e_{ij} : composantes du tenseur de déformations
 s_{ij} : composantes du tenseur de contraintes
 K : module élastique volumique
 G : module élastique de cisaillement
 K_{ref} : module élastique volumique de référence
 G_{ref} : module élastique de cisaillement de référence
 n : exposant élastique
 P_{ref} : pression de référence (1 MPa)