



المدرسة الوطنية العليا للأشغال العمومية

Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics

National School of Built and Ground Works Engineering

Mémoire

Pour l'Obtention du Diplôme de MASTER

Filière : TRAVAUX PUBLICS

Spécialité : INFRASTRUCTURES DE BASE

Thème

**Formulation du problème d'optimisation
des sections de poutres en béton précontraint
selon BPEL 99/91**

Proposé par :

Dr. Ferhat FEDGHOUCHE

Présenté par :

Younes BOUMAHRAZ

Promotion 2015

Ecole Nationale des Travaux Publics. Garidi. Kouba.



Tout d'abord , je tiens à remercier en premier lieu et avant tout "ALLAH" Le tout puissant, qui ma donné la force et la patience d'accomplir ce travail dans les meilleures conditions.

Je souhaite exprimer, tout particulièrement, mes vifs remerciements et ma profonde reconnaissance à mon Encadreur Mr : **Ferhat FEDGHOUCHE** de m'avoir fait confiance et accepté de diriger ce mémoire.

Je tien à remercier tous les enseignants, de L 'ENSTP sans exception, enfin, je remercie chaleureusement, le président et les membres du jury d'avoir accepter d'examiner ce mémoire.

Remerciement

ملخص

يحتوي هذا البحث على عرض طريقة تطبيقية عامة معتمدة أساساً على طرق التقليل الى الحد الأدنى و هذا من أجل الحصول على تصميم منخفض التكاليف لعارضة ذات مقطع على شكل الحرف اللاتيني "T" ، المشكلة من الخرسانة السابقة للإجهاد . حالة عارضات الجسور .
الدالة الهدف التي سيتم تقليلها تحتوي على تكاليف الخرسانة, الفولاذ, والقوالب. مجموع القيود تحتوي على قيود التصميم المعرفة هنا, المطابقة لقواعد BPEL 91/99 (الخرسانة السابقة للإجهاد في الحالات الحدية)
و المتضمنة للسلوك اللاخطي للخرسانة و الفولاذ كما تحتوي على القيود المتناسبة مع قواعد التصميم والتطبيق الجيد

الكلمات المفتاحية: الحساب الأمثل ; التصميم بأقل كلفة ; الخرسانة السابقة للإجهاد ; قواعد (BPEL 91/99) ; عوارض

RESUME :

Le présent travail de recherche résume une méthodologie générale pour obtenir, sur la base d'une méthode de minimisation directe, des dimensionnements optimaux de moindres coûts des poutres en T en béton précontraint (cas des poutres des ponts).

La fonction objective à minimiser comprend les coûts du béton, de l'acier et du coffrage.

L'ensemble des contraintes consiste aussi bien en des contraintes de conception (définies, ici, conformément au BPEL incluant celles liées aux comportements non linéaires du béton et de l'acier) ainsi que les contraintes relatives aux règles pratiques courantes de pré-dimensionnement et de bonne exécution.

MOTS-CLÉS : Optimisation ; Conception de moindre coût ; Béton précontraint ; poutres ; Code BPEL 91/99.

ABSTRACT:

This research work resume a general methodology to obtain, on the basis of a method of direct minimization, optimal design of minimum costs of the T-beam prestressed concrete (case of the beams of bridges). The objective function to be minimized includes the costs of the concrete, steel and the forming. The whole of the constraints consists as well of constraints of design (defined, here, in accordance with the BAEL including those related to the non linear behavior of the concrete and steel) as in that constraints relating to the rules of good practices design and good execution.

KEYWORDS: Optimization ; minimum cost design ; prestressed concrete ; beams ; code BPEL 91/99 .

Table des matières

I) Introduction générale.....	3
II) CHAPITRE 01 : Recherche bibliographique.....	4
A- Introduction.....	4
B- Optimisation des coûts.....	4
C- Coût des structures en béton	6
a) Poutres et dalles.....	7
b) Optimisation des coûts en utilisant la théorie de fiabilité.....	17
c) Conclusions.....	20
III) CHAPITRE 02 : Béton précontraint.....	21
A- Introduction.....	21
B- Principe de la précontrainte.....	22
C- Mode de précontrainte.....	23
a) Précontrainte par pré-tension.....	23
b) Précontrainte par post-tension.....	24
D- Armatures de précontraintes	24
E- Armatures passives.....	24
F- Classes de précontrainte.....	25
G- Combinaisons de calcul aux états limites.....	25
a) État limite ultime.....	26
b) État limite de service.....	27
H- Section critique.....	28
a) Section sous critique.....	28

b) Section critique.....	28
c) Section sur critique.....	29
I- Dimensionnement d'une section en béton précontraint.....	29
a) Détermination de la hauteur h.....	30
b) Détermination de la largeur de table de compression b.....	30
c) Détermination de l'épaisseur de table de compression e_0	30
d) Détermination de la largeur de talon.....	30
e) Détermination de l'épaisseur de l'âme.....	30
f) Epaisseur du talon.....	30
g) Caractéristique géométrique.....	30
J- Etat à vide.....	31
a) Vérification des contraintes	31
K- État en charge.....	32
a) Vérification des contraintes.....	32
L- Justification vis-à-vis des sollicitations normales (flexion simple).....	32
a) Principe de justification.....	32
b) Ferailage passif.....	34
M- Justifications sous contraintes tangentes en section courante.....	35
a) But de la justification	35
b) Détermination de la contrainte tangentielle.....	36
c) Calculs justificatifs.....	36
IV) CHAPITRE 03 : Optimisation.....	37
A- Introduction.....	37
B- Historique.....	37

C- But de l'optimisation.....	39
D- Domaine d'application.....	39
E- Méthodes d'optimisations.....	40
a) Méthodes stochastiques.....	40
b) Méthodes déterministes.....	41
F- Problème d'optimisation	41
a) Principaux composants d'un modèle.....	41
b) La conception de la poutre.....	42
G- Formulation générale du problème.....	43
V) CHAPITRE 04 :Dimensionnement optimal a l'ELS d'une poutre en béton précontraint ..	44
A- Introduction.....	44
B- Méthodologie de calcul à l'E.L.S	44
a) Contrainte de résistance en flexion.....	44
C- Formulation mathématique de l'optimisation des poutres en té en béton précontraint.....	49
VI) Conclusions	52

Index des illustrations

Illustration 1: Section en Té.....	29
Illustration 2: Etat à vide.....	31
Illustration 3: Etat en charge.....	32
Illustration 4: Section d'une poutre précontrainte en T.....	33
Illustration 5: Section en Té.....	42
Illustration 6: Diagramme contraintes deformations à ELS.....	45
Illustration 7: Section en Té.....	47

I) Introduction générale

Chaque matériau à ses propriétés et chaque forme (de matériaux) impose un système différent de distribution des efforts intérieurs.

L'optimisation peut être regardée comme une recherche systématique de l'excellence tendant à donner, dans un cadre de référence prédéterminé le meilleur usage des ressources (granulats, acier, béton, adjuvants...) disponibles bien que le choix de référence (objectifs réalistes, contrainte pertinentes, modèle mathématique corrects, paramètres des charges et de sécurité adéquats) ait un effet fondamental sur les résultats de l'optimisation, sa discussion comporte une étude spéciale et approfondie.

L'optimisation peut être définie comme la science de déterminer les solutions «meilleurs» à certains problèmes définis, qui sont souvent des modèles de physique réalité vérifiant un ensemble de contraintes et d'objectifs définis par l'utilisateur.

Pour déterminer si une solution est meilleure qu'une autre il est nécessaire que le problème introduise un critère de comparaison. Ainsi, la meilleure solution appelée, aussi la solution optimale est la solution ayant obtenu la meilleure évaluation au regard du critère défini.

En revanche l'optimisation est un ensemble de techniques permettant de trouver les valeurs des variables qui rendent optimale une fonction de réponse, appelée aussi fonction objectif. Sur le plan mathématique, cela correspond à la recherche, l'analyse et la résolution analytique ou numérique à des problèmes qui consistent à déterminer le meilleur élément d'un ensemble, au sens d'un critère quantitatif donné.

Le mot optimisation en mathématique désigne la recherche des conditions moyennant pour les quelles une fonction donnée atteint un optimum, qui se présente le plus souvent comme un extremum. L'optimum impose qu'une certaine entité (fonction objectif, fonction économique) soit maximale ou minimale.

II) CHAPITRE 01 : Recherche bibliographique

A- Introduction

Au cours des 55 dernières années, un nombre important de recherches a été publié dans le domaine de l'optimisation structurelle.

La grande majorité de ces documents traitent la minimisation du poids de la structure.

Le poids d'une structure constitue une partie importante du coût, mais un poids minimum n'est pas nécessairement la conception de coût minimum.

Seule une petite fraction des articles publiés sur l'optimisation traitent le problème de l'optimisation des coûts.

La plupart de ces documents traitent avec des éléments structurels tels que les poutres.

Quelques articles de journaux ont été publiés sur l'optimisation des coûts de structures tridimensionnelles réalistes.

En tant que tel, il est nécessaire d'effectuer des recherches sur l'optimisation des coûts de structures tridimensionnelles réalistes, notamment les grandes structures avec des centaines de membres où l'optimisation peut entraîner des économies importantes.

Les résultats de ces efforts de recherche seront de grande valeur pour les ingénieurs.

B- Optimisation des coûts

Une grande majorité des documents de l'optimisation structurelle ont pour objectif la minimisation du poids de la structure (Vanderplaats, 1984; Arora, 1989; Adeli et Kamal, 1993; Adeli, 1994 - pour ne citer que quelques-uns). Bien que le poids d'une structure constitue une partie importante du coût, la minimisation du coût est l'objectif final pour une utilisation optimale des ressources disponibles. Pour les structures en béton le problème d'optimisation doit être formulé en tant que problème de minimisation de coût parce que des matériaux différents sont impliqués. En revanche, pour des structures en acier le problème d'optimisation peut être formulé en tant qu'un problème de minimisation de poids.

Seule une petite fraction des centaines de documents publiés sur l'optimisation des structures en acier traite l'optimisation des coûts, la grande majorité traite la minimisation du poids de la structure. En réalité, une conception de poids minimum ne peut pas être une conception de coût minimum. Outre le coût des matériaux, il ya beaucoup d'autres facteurs qui influent sur le coût total de la construction d'une structure.

Jusqu'à la fin des années 1990, peu de travaux de recherche ont été signalés sur l'optimisation du coût global d'une structure en acier en trois dimensions soumis aux contraintes du cahier des charges de conception couramment utilisés tels que AISC ASD et les spécifications LRFD (AISC,1995,2001).

Idéalement, le problème d'optimisation doit être formulé en termes de coût du cycle de vie, ce qui comprend les coûts des matériaux, la fabrication, la construction, l'entretien et le démontage de la structure à la fin de son cycle de vie. Certaines méthodes de détermination des coûts du cycle de vie sont discutées par Wilson et al. (1997).

Le travail sur l'optimisation des coûts de structures d'acier a été rapporté dans la littérature. L'Optimisation du coût total ainsi que le coût de cycle de vie sont très importantes du point de vue économique et devrait être l'objectif premier de l'optimisation structurelle dans le nouveau millénaire.

Dans les algorithmes d'optimisation classiques, les contraintes sont satisfaites dans une certains tolérance .

Dans l'ingénierie réelle l'évaluation pratique des contraintes implique de nombreuses approximations.

Quand un algorithme d'optimisation est obligé de satisfaire les contraintes de conception exactement il se peut que l'optimum global soit dans les limites acceptables généralement.

En prenant en compte le flou et l'imprécision dans les contraintes (l'entrée du problème d'optimisation) et en employant la théorie des ensembles flous de Zadeh (1965,1978), on peut

encore réduire la fonction objective (la sortie du problème d'optimisation) et augmenté la probabilité de trouver sensiblement la solution optimale globale réelle. Pour la méthodologie d'optimisation structurelle en général, et l'approche optimisation des coûts, en particulier, l'objet des recherches futures devraient être sur de grandes structures soumis aux contraintes réelles d'un code de conception couramment utilisé comme l'AISC ASD (AISC, 1995) ou l'AISC LRFD (AISC, 2001). Le véritable avantage de l'optimisation est réalisée pour les grandes structures avec des centaines de membres.

Dans la minimisation des coûts des difficultés supplémentaires sont rencontrées. Ils comprennent la définition de la fonction de coût et les incertitudes et le flou impliqué dans la détermination des paramètres de coût. En conséquence, seule une petite fraction des documents de l'optimisation structurelle publiés traitent de la minimisation du coût. Dans ce chapitre, un examen chronologique des documents est présenté sur l'optimisation des coûts de structures béton précontraint, béton et d'acier publiés dans des revues d'archives.

C- Coût des structures en béton

Des centaines de documents ont été publiés sur l'optimisation des structures au cours des cinq dernières décennies. Cependant, seule une petite fraction qui a travaillé sur l'optimisation des coûts de structures.

La grande majorité des documents de l'optimisation structurelle sont concernés par la réduction du poids de la structure.

Pour les structures en béton la fonction objective à minimiser le coût doit être car elles sont faites de plus d'un matériau. Un examen des articles sur l'optimisation des coûts des structures en béton publiés dans des revues d'archives est présenté dans cette section, où les résultats et conclusions intéressants et importants sont résumés. La plupart de ces documents traitent avec des éléments structurels tels que les poutres.

Quelques articles de journaux se trouvent sur l'optimisation des coûts de structures tridimensionnelles plutôt réalistes. En tant que tel, il est nécessaire d'effectuer des recherches sur l'optimisation des coûts de structures tridimensionnelles réalistes, notamment les grandes structures avec des centaines de membres où l'optimisation peut entraîner des économies substantiels. Les résultats de ces efforts de recherche seront de grande valeur pour les ingénieurs.

Les structures en béton comprennent le béton armé, béton précontraint, et les structures en béton-fibres. Dans les structures de béton d'au moins trois éléments de coûts différents doivent être considérés dans l'optimisation: le coût du béton, l'acier et le coffrage. Cet avis est présenté en termes de différents types de structures en béton.

a) Poutres et dalles

La plupart des articles publiés sur l'optimisation des coûts des structures en béton sont sur des poutres ou solives. La fonction générale des coûts pour les poutres en béton précontraint peut être exprimée sous la forme suivante:

$$C_m = C_{cb} + C_{sb} + C_{pb} + C_{fb} + C_{sbv} + C_{fib} \quad (1.1)$$

Où C_m est le coût de la matière totale, C_{cb} est le coût du béton dans la poutre, C_{sb} est le coût de l'acier d'armature, C_{pb} est le coût de l'acier de précontrainte, C_{fb} est le coût du coffrage, C_{sbv} est le coût de l'acier de cisaillement, et C_{fib} est le coût de la fibre dans le béton. Pour une équation de précontraint (1.1) peut être écrit comme:

$$C_m = w_c L_b (A_{cb} - A_{sb} - A'_{sb} - A_{pb}) C_c + w_s L_b (A_{sb} + A'_{sb}) C_s + w_p L_b A_{pb} C_p + L_b p_{fb} c_f + C_{sbv} + C_{fib} \quad (1.2)$$

Où L_b est la longueur de la poutre; w , a , c sont des poids unitaires, les zones de section transversale, et les coûts unitaires, respectivement; les indices B, C, S, P et F réfèrent à la section, le béton, l'acier, précontrainte et coffrage, respectivement; le premier indique l'acier de compression; et P_{fb} est le périmètre de section transversale de la forme.

Les équations (1.1) et (1.2) peuvent être réduites pour des cas particuliers. Par exemple, dans le cas d'une section sans précontrainte, les quantités A_{pb} et la C_{fib} sont mis à zéro dans l'équation (1.2).

Goble et Lapay (1971) minimisent le coût du béton précontraint pour les poutres en T-section post-tension basé sur le code ACI (ACI, 1963) en utilisant le Procédé de projection du gradient (Arora, 1989).

La fonction de coût comprend les quatre premiers termes de l'équation (1.1). Ils affirment que la conception optimale ne semble pas être affectée par les changements dans les coefficients de coûts. Cependant, les chercheurs suivants qui seront discutés plus tard réfutent cette conclusion.

Kirsch (1972) présente la conception de coût minimum de deux travées de poutres continues en béton précontraint soumis à des contraintes, la linéarisation du problème d'optimisation non linéaire, et de résoudre le problème linéaire réduit de la méthode de la programmation linéaire (LP). Sa fonction de coût ne comprend que le première et le troisième terme de l'équation (1.1). Kirsch (1973) étend ce travail à des dalles de béton précontraint.

Friel (1974) trouve des solutions de forme fermée pour le rapport optimal de l'acier sur le béton pour un coût minimum de poutres rectangulaires simplement appuyées en utilisant les contraintes de moment ultime du code ACI (ACI, 1971). La fonction de coût est similaire à l'équation (1.1), mais en négligeant les coûts de l'acier de précontrainte (CPB) et de fibres (FCEI) et l'ajout d'un terme supplémentaire pour augmenter le coût en raison de l'augmentation de la hauteur du bâtiment. L'auteur conclut que les coûts du coffrage et de l'augmentation de la hauteur n'influencent pas sur le coût optimal de manière significative.

Brown (1975) présente une méthode itérative pour la sélection de coût minimum d'une charge uniformément répartie sur appuis simples unidirectionnels pour une dalles en utilisant uniquement les contraintes de flexion du code ACI (ACI, 1971).

La fonction de coût ne comprend que les deux premiers termes de l'équation (1.1). L'auteur

rapporte des économies de coûts allant jusqu'à 17%.

Naaman (1976) compare la conception minimum de coûts avec des dessins de poids minimaux pour les poutrelles rectangulaires en béton précontraint simplement appuyées et dalles unidirectionnelles basé sur le code ACI (ACI, 1971).

La fonction de coût comprend les premier, troisième et quatrième termes de l'équation (1.1) et est optimisé par une technique de recherche directe (Siddall, 1972). Il conclut que le poids minimum et les solutions minimales de coûts donnent des résultats à peu près semblables que lorsque le ratio du coût de béton par le coût de la précontrainte est plus que 60. Sinon, l'approche de coût minimum donne une solution plus économique, et pour des rapports beaucoup plus petits que 60 l'approche d'optimisation des coûts donne des solutions beaucoup plus économiques. Il souligne également que la plupart des projets aux États-Unis le rapport mentionné ci-dessus est inférieur à 60.

Chou (1977) utilise la méthode du multiplicateur de Lagrange pour la conception de coût minimum d'une poutre en T isolément renforcé en utilisant le code ACI (ACI, 1971). L'auteur définit seulement deux variables de conception: la profondeur et la superficie de l'armature d'acier efficace. La fonction de coût comprend les deux premiers termes de l'équation (1.1). Dans la formulation, on suppose que l'axe neutre est situé à l'intérieur de la bride de la section en T. L'auteur rapporte une réduction de coût jusqu'à 14% du coût avec un rapport d'acier au maximum.

Gunaratnam et Sivakumaran (1978) présentent la conception de coût minimum des dalles satisfaisant aux exigences de l'état limite du code britannique (CP110, 1972) en utilisant une combinaison du multiplicateur de Lagrange et une méthode graphique. Leur fonction de coût ne comprend que les deux premiers termes de l'équation (1.1). Ils présentent des courbes de paramètres de conception optimaux en fonction de l'épaisseur de la dalle. Ils soulignent l'influence notable de l'état de la déviation limite de service sur les paramètres de conceptions optimales.

Kirsch (1983) présente un procédé itératif à trois niveaux simplifiés pour l'optimisation des coûts des poutres avec sections rectangulaires en utilisant une fonction de coût comprenant seulement les deux premiers termes de l'équation (1.1). Dans le premier niveau de la quantité de l'armature se trouve dans chaque section critique pour des dimensions données de béton . Dans le deuxième niveau, les dimensions de chaque élément en béton sont trouvées. Dans le troisième niveau les conceptions sont optimisées. L'auteur n'a pas, cependant, pris en considération les contraintes d'un code de conception utilisé dans la pratique.

Cohn et MacRae (1984a) considèrent la conception de coût minimum d'une poutre simplement appuyée et partiellement ou totalement précontraint en post tension soumis à des contraintes d'état limite ultime, y compris les contraintes sur la résistance à la flexion, déviation, la ductilité, la fatigue, la fissuration et armature minimale, basée sur le code ACI (ACI, 1977) ou le Code canadien du bâtiment (CSA, 1977) en utilisant la méthode conjugué direction possible (Kirsch, 1993). Le faisceau peut être de toute forme de section transversale soumise à des charges distribuées et concentrées. Leur fonction de coût est similaire à l'équation (1.1). Pour les exemples considérés ils concluent que pour les membres de précontrainte par post tension partielle semble être plus économique que la précontrainte complète pour un rapport supérieur à 4.

Cohn et MacRae (1984b) ont réalisé des études paramétriques sur 240 poutres simplement appuyées, en béton précontraint partiellement ou complètement pré et post tension avec des dimensions différentes, les ratios de profondeur à-portée, et des intensités de charge en direct. Ils concluent que, en général, les poutres en béton armé sont le plus rentable à des ratios élevés de profondeur. D'autre part, les poutres en précontraintes complètement sont les plus rentables à de faibles ratios de profondeur. Pour les valeurs intermédiaires, la précontrainte partielle est l'option la plus rentable.

Saouma et Murad (1984) présentent la conception de coût minimum des poutres en béton précontraint de forme I simplement appuyées, chargé uniformément, partiellement précontraint à ailes inégales soumis aux contraintes du code ACI 1977 (ACI, 1977). Le

problème d'optimisation est formulé en termes de variables neuf de conception: six variables géométriques ainsi que les zones de traction, de compression, et acier de précontrainte. Le problème d'optimisation sous contrainte est transformé en un problème d'optimisation sans contrainte en utilisant la méthode de la fonction de pénalité intérieur (Kirsch, 1993) et est résolu par la méthode de Newton (Vanderplaats, 1984) de la bibliothèque IMSL (IMSL, 1980). Ils ont trouvé les solutions optimales pour plusieurs sections avec des portées allant de 6 m à 42 m, en supposant que les deux sections fissuré et non fissuré, et ont signalé des réductions de coûts de l'ordre de 5% à 52%. Ils concluent également que la fissuration permettant de se produire ne réduit pas le coût par toute mesure significative.

L'utilisation de la programmation entière, Jones (1985) formule la conception du coût minimum du préfabriqué, béton précontraint simplement appuyé caissons utilisés dans un pont routier à sections multiples et soumis à l'AASHTO (1977) Chargement en cours en supposant que la géométrie de la coupe transversale est fixés.

Abendroth et Salmon (1986) présentent une étude paramétrique sur la sensibilité du coût optimal pour les poutres section Té en fonction de divers paramètres tels que les flexions admissibles, résistance des matériaux, les conditions de soutien et les coûts des matières de l'unité. Le problème de minimisation sous contrainte est converti en une contrainte en utilisant une fonction de pénalité interne qui est résolu par l'algorithme de Newton-Raphson méthode (Kirsch, 1993).

Les contraintes de conception sont données dans le code ACI (ACI, 1983). La fonction de coût comprend le premier terme, deuxième, quatrième, et cinquième dans l'équation (1.1). En outre, ils ajoutent un paramètre de coût de sanction afin de prendre en compte les divers facteurs associés à l'épaisseur. Ils assument le coût unitaire des étriers (armature de cisaillement) soit une fois et demi le coût de l'armature longitudinale. Ils ont constaté que le coût est moins optimal avec des formes métalliques que les formes en bois, même lorsque ce dernier est utilisé jusqu'à quatre fois. Ils affirment que l'armature de cisaillement n'a pas un rôle important dans la réduction du coût total et peut donc être négligée dans la formulation d'optimisation. Ils signalent à 5% d'économies sur le coût total en augmentant la résistance du béton de 17,2 MPa (2,5 ksi) à 48,2 MPa (7,0 ksi) et 15% d'économies en augmentant la limite d'élasticité de l'acier à partir de 275,6 MPa (40 ksi) à 516,8 MPa (75 ksi). Ils comparent une

conception élastique avec une conception plastique.

Park et Harik (1987) présentent la conception de coût minimum des courbes horizontalement bidirectionnelles des dalles avec des limites rigides basés sur le code britannique (CP110,1980) en utilisant la méthode de LP séquentielle. La fonction de coût comprend les deux premiers termes de l'équation (1.1). Ils considèrent les contraintes, les profondeurs minimales efficaces, et des moments de conception sont les trois facteurs dominants dans le processus d'optimisation.

MacRae et Cohn (1987) présentent l'optimisation des dalles en béton précontraint basé sur le code canadien de structures en béton (CSA, 1977) et de la recommandation d'un comité ACI-ASCE (ACI-ASCE, 1974) en utilisant la méthode conjugué direction. Malgré l'importance du cisaillement dans la conception de dalles plates, elles ne tiennent compte que de l'armature de flexion dans la formulation d'optimisation. Ils posent le problème comme de trouver l'acier d'armature et de précontrainte dans la dalle pour les dimensions de bétons donnés. Leur fonction de coût ne contient que les trois premiers termes de l'équation (1.1). Ils ont mené une étude paramétrique en faisant varier le rapport hauteur-moment, la charge utile, la disposition des câbles, et l'état limite et contraintes de traction admissibles. Ils concluent que l'utilisation de câbles en grappes (groupes de câble) et l'utilisation de l'acier haute résistance réduisent le coût total.

Prakash et al. (1988) présentent des modèles de coût minimum d'une poutre de forme rectangulaire simplement et doublement renforcé et forme de T en béton armé, en utilisant des méthodes de Lagrange et de Simplex par les conditions de l'état limite du code indien qui prévaut. La fonction de coût comprend les deux premiers termes de l'équation (1.1). Ils affirment qu'une dalle à deux voies est plus économique qu'un plancher de forme en T pour des portées jusqu'à 6 m dans un bâtiment de type résidentiel, alors que pour des charges plus lourdes ou plus enjambe l'inverse est vrai.

Paul et al. (1990) présentent la conception de coût minimum d'un système de plancher modulaire avec l'annulation de la précontrainte et une solide dalle préfabriquée simplement appuyées sur des poutres en acier, en utilisant la méthode de la programmation géométrique générale (Beightler et Phillips, 1976). La conception est donnée dans les codes britanniques (BS449, 1969; CP110, 1976). La fonction de coût comprend le coût de fabrication des dalles y compris le coût du béton, l'acier de précontrainte, et les formes, le coût des poutres d'acier. Ils concluent que, pour un coût optimal la précontrainte est nécessaire pour une dalle solide.

Kanagasundaram et Karihaloo (1990) décrivent la conception de coût minimum d'une poutre rectangulaire simplement appuyée selon le code australien (AS3600, 1988) en utilisant deux méthodes différents: LP séquentielle et de la programmation convexe séquentielle (Arora, 1989). Les contraintes utilisées sont la stabilité, la force, la maintenabilité, la durabilité et la résistance au feu. Leur fonction de coût comprend le premier, deuxième, et quatrième termes dans l'équation (1.1). Pour les exemples considérés ils affirment que les coûts du béton et l'acier d'armature sont sensiblement les mêmes, mais le coût du coffrage est plus de deux fois le coût du béton et d'acier combinés, concluant ainsi à la contribution importante du coût de coffrage au total du coût. Une analyse de sensibilité de l'optimisation des coûts en ce qui concerne le coût du coffrage est réalisé et a constaté que la conception de coût minimum ne soit pas affectée par les variations du coût relatif du coffrage.

Kanagasundaram et Karihaloo (1991a) considèrent la résistance du béton en tant qu'une variable de conception en plus des dimensions de la section transversale et le rapport de l'acier pour l'optimisation des coûts des sections simplement appuyées et à travées multiples avec une section en T. Le coût du béton est lié à la résistance du béton à travers l'analyse de régression non linéaire et en utilisant une fonction cubique. Ils concluent que le béton de résistance plus élevée (jusqu'à 60 MPa) dans les sections les moins profondes donne des sections plus économiques.

Kanagasundaram et Karihaloo (1991b) présentent la conception de coût minimum des poutres à travées multiples soumis à la pression de la terre, la pression du liquide, le vent ou les

charges du tremblement de terre en plus des charges mortes et vivantes. Les contraintes de conception et la fonction de coût sont les mêmes que précédemment. Les conclusions sont également similaires.

Ezeldin (1991) présente la conception de coût minimum des sections rectangulaires, renforcés par des fibres d'acier dans des poutres en béton à quatre variables: la largeur et la profondeur de la poutre, la teneur en fibres d'acier et la zone de pliage des barres d'armature. La fonction de coût peut être obtenue à partir de l'équation (1.2). Le procédé de recherche directe est utilisé pour l'optimisation. Dans le prolongement de ce travail, Ezeldin et Hsu (1992) formulent la conception de coût minimum des poutres rectangulaires, en béton de fibres avec deux variables supplémentaires, aire de section transversale et l'espacement des étriers, et donc la fonction de coût comprend le coût de l'armature de cisaillement. Ils concluent que les variations du coûts de béton et de sa forme semblent avoir une influence plus importante sur le coût minimum que ceux des fibres en acier.

Chakrabarty (1992a) présente la conception de coût minimum des sections rectangulaires en béton précontraint en utilisant la programmation géométrique (Kirsch, 1993) et des méthodes de Newton-Rapson. La fonction de coût comprend les premier, deuxième, et quatrième termes dans l'équation (1.1). Dans le contexte de l'état où la main-d'œuvre n'est pas cher, mais le coût de coffrage est environ un quart du coût du béton ou de l'acier. L'inverse a été rapporté plus tôt par Kanagasundaram et Karihaloo (1990) pour des pays comme l'Australie ou les Etats-Unis où le coût du travail est élevé. L'auteur observe que dans la plupart des cas, la conception optimale donne des poutres ductiles, ce qui est souhaitable pour résister à des forces dynamiques, comme les tremblements de terre. Dans le prolongement de ce travail Chakrabarty (1992b) conclut que la conception de coût minimum d'une section de precontraint rectangulaire est augmentée de 36% lorsque le rapport largeur-profondeur est augmenté de 0,25 jusqu'à 0,67.

Erbatur et al. (1992) discutent de la conception à coût minimum des poutres en béton précontraint avec des sections rectangulaires. Ils résolvent le problème d'optimisation non linéaire en utilisant l'approche de LP.

Cohn et Lounis (1993) présentent la conception de coût minimum des poutres continues en béton précontraint partiellement et totalement et des dalles. L'optimisation est basée sur la conception de l'état limite et l'algorithme de Lagrange projetée. Ils répondent simultanément aux deux critères d'effondrement et de l'état limite de service basé sur le code ACI (ACI, 1989). La non-linéarité des matériaux sont idéalisés par une relation constitutive élasto-plastique. Les pertes de force de précontrainte sont supposés constantes. Leur fonction de coût comprend les trois premiers termes de l'équation (1.1). Ils rapportent que le coût total diminue avec l'augmentation de la contrainte de traction admissible.

Lounis et Cohn (1993b) présentent une formulation multi-objective pour minimiser les coûts et maximiser la cambrure initiale du sol avec les dalles d'entretien à l'état limite ultime du code ACI (ACI, 1989). La fonction objective de coût est choisi comme principale et la fonction de carrossage se transforme en une contrainte avec des bornes inférieures et supérieures. Le problème d'optimisation donne un unique résultant est alors résolu par la méthode de Lagrange projetée. La fonction de coût de la dalle ne comprend que le première et le troisième termes de l'équation (1.1).

Khaleel et Itani (1993) présentent la conception de coût minimum des poutres en béton précontraint partiellement asymétriques en forme de I par le code ACI (ACI, 1983). La fonction objectif est similaire à l'équation (1.1). La méthode de programmation quadratique séquentielle est utilisée pour résoudre le problème d'optimisation non linéaire en supposant que les deux sections fissurée, et non fissurée, ils concluent que l'augmentation de la force du béton ne réduit pas de manière significative le coût optimal, et une résistance supérieure à l'acier de précontrainte réduit le coût optimum dans une certaine mesure. Ils affirment qu'une certaine quantité d'acier d'armature facilite le développement de fissures dans le béton, ce qui réduit le coût des matériaux et améliore la ductilité.

Al-Salloum et Siddiqi (1994) présentent la conception de coût minimum des poutres rectangulaires en béton armé par le code ACI (ACI, 1989). La fonction de coût ne comprend que les première, deuxième, et quatrième termes dans l'équation (1.1). Ils ont obtenu une

solution de forme fermée pour les zones sidérurgiques (présence d'acier) et la profondeur en termes de paramètres de coût et de force en prenant les dérivées de la fonction lagrangien augmenté par rapport à la superficie de l'armature d'acier, la profondeur de la poutre, et quatre multiplicateurs de Lagrange pour les contraintes sur la résistance à la flexion, la limites inférieure et supérieure sur la ductilité, et la contrainte latérale.

Adamu et al. (1994) décrivent un critère d'optimalité qui s'approche du type continuum (Rozvany et al., 1994) pour la conception de coût minimum des poutres rectangulaires avec des sections transversales sur la base du code européen (CEB / FIB, 1990). La fonction de coût ne comprend que les première, deuxième, et quatrième termes dans l'équation (1.1). Les critères de minimalité des coûts nécessaires sont obtenus en appliquant le calcul des variations à une fonction lagrangien augmenté. Dans le prolongement de ce travail, Adamu et Karihaloo (1994a) ont utilisé la méthode des critères discrétisées de type continuum (Dcoc) pour la conception de coût minimum des poutres avec différentes sections en utilisant la profondeur de l'acier et le taux d'armatures.

Adamu et Karihaloo (1994b) discutent de la conception du coût minimum des poutres rectangulaires en béton précontraint avec sections uniformes et le ratio d'acier béton variable dans chaque travée.

Adamu et Karihaloo (1995a) considèrent la conception de coût minimum des poutres en T en béton précontraint simplement appuyées en porte à faux avec la segmentation. Dans chaque segment de la poutre, la section transversale est constante ou varie linéairement ou quadratiquement.

Han et al. (1995) discutent de la conception à coût minimum de forme rectangulaire en béton précontraint partiellement, et des poutres en forme de T basés sur le code australien (AS3600, 1988) en utilisant la méthode Dcoc. La fonction de coût comprend les quatre premiers termes de l'équation (1.1). Ils en concluent que pour une poutre simplement appuyée, une forme de T est plus économique qu'une section rectangulaire.

Han et al. (1996) utilisent la méthode Dcoc pour minimiser le coût du béton précontraint partiellement pour des poutres en Té avec des sections transversales constantes dans chaque travée.

b) Optimisation des coûts en utilisant la théorie de fiabilité

Toutes les références mentionnées ci-dessus utilisent une approche déterministe pour l'optimisation. Quelques chercheurs ont utilisé la théorie de la fiabilité pour inclure les incertitudes dans le calcul. Dans l'optimisation déterministe une structure est optimisée seulement pour un ensemble donné de charges. Dans la conception basée sur la fiabilité les charges et les forces structurelles sont considérées comme des variables aléatoires, et la sécurité est liée à une certaine probabilité de dépassement de la capacité structurelle de la charge appliquée. Dans l'optimisation basée sur la fiabilité une tentative est faite pour tenir compte des différents modes de défaillance selon les différents scénarios de chargement simultanément. L'optimisation basée sur la fiabilité a sans doute peu intégré les interactions entre les différents modes de défaillance. Cependant, le principal goulet d'étranglement dans l'optimisation basée sur la fiabilité est le calcul de la probabilité de défaillance, qui souvent ne peut pas être effectué systématiquement en raison de l'insuffisance des données statistiques. Le facteur de fiabilité dans l'optimisation des coûts est considéré soit directement, soit indirectement. Dans l'approche directe, le facteur de fiabilité est inclus directement dans la fonction objective. Moses (1977) présente un coût total (CT) comme la somme du coût initial (CI), qui est une fonction des variables de conception, et le coût d'un échec attendu (CF) multipliée par une probabilité de défaillance (PF), qui est également considérée comme une fonction de variables de conception:

$$C_T = C_I + P_F C_F \quad (1.3)$$

soumis à des contraintes de conception:

$$h_i(x) = 0 \quad i=1,2,\dots,N_{ch} \quad (1.4)$$

$$g_i(x) \geq 0 \quad i=1,2,\dots,N_{cg} \quad (1.5)$$

où N_{ch} et N_{CG} sont le nombre total d'égalité et d'inégalité des contraintes, respectivement. Le deuxième terme de l'équation (1.3) représente le risque de la charge sur la structure supérieure à sa capacité. Le coût de l'échec attendu inclut le coût associé à la défaillance de la structure, tels que le coût de remplacement, dommages aux propriétés, blessés, interruption d'activité, les coûts des litiges, etc.

Dans la méthode indirecte de la fonction objectif le terme de fiabilité est considérée comme indirectement sous la forme d'une contrainte en plus des contraintes de conception, comme suit :

$$P_F \leq P_{Fadm} \quad (1.6)$$

Ainsi, dans cette approche une procédure d'optimisation déterministe peut être convertie dans une procédure d'optimisation basée sur la fiabilité en ajoutant une ou plusieurs autres contraintes de probabilité.

Moses (1977) utilise deux approches directe et indirecte pour la conception de coût minimum des poutres en béton armé et poutres routiers soumis à une charge de fatigue en utilisant une procédure de recherche directe SUMT. La probabilité de défaillance est calculée à partir d'un indice de sécurité, qui est à son tour calculée à partir des valeurs moyennes et les écarts-types de la force aléatoire et des paramètres de charge (Frangopol et Moses, 1994). Les coûts de défaillance attendus sont choisis à l'avance un peu arbitrairement.

Surahman et Rojiani (1983) présentent une optimisation basée sur la fiabilité des poutres de précontraint en incluant le terme de fiabilité dans la fonction de coût. En faisant varier les probabilités de défaillance entre la gamme 0.000001 à 0,01 et en supposant des valeurs différentes pour le coût de l'échec attendu, ils arrivent à une probabilité optimale de l'échec.

Srividya et Ranganathan (1995) discutent de l'optimisation des coûts basé sur différentes conditions de charge avec le code indien. Ils supposent simplement les valeurs de probabilités de défaillance.

Lin et Frangopol (1996) présentent une conception basée sur la fiabilité du coût minimum des poutres en Té pour des ponts routiers sur la base des dispositions de l'AASHTO (AASHTO, 1992). Leur coût initial est le coût des matériaux de béton et d'acier. L'approche d'optimisation est la méthode des directions possibles. Ils soulignent que seulement environ 4% des articles d'optimisation de structure sont sur le béton et structures composites.

Koskisto et Ellingwood (1997) présentent le coût du cycle de vie de l'optimisation des structures préfabriquées en béton à l'aide de la théorie de la fiabilité. Ils définissent le coût total du cycle de vie :

$$CL = CD + CP + CC + CQ + CM + PFCF \quad (1.7)$$

où CD est le coût de la planification et de la conception, CP est le coût de production, CC est le coût de la construction, CQ est l'assurance de la qualité et de contrôle de la qualité des coûts, et CM est les coûts maintenance préventive et corrective. Pour un problème d'exemple d'une dalle à noyau creux, ils supposent que le coût de la conception est de 2,5% du coût de production, où le coût de production est la somme des matériaux et les coûts de main-d'œuvre. Ils ignorent la valeur de CQ et supposent que le coût du travail est de 43% des coûts des matières (CM) et le coût de la construction. Ils utilisent la méthode de Lagrange projetée pour résoudre le problème d'optimisation.

c) **Conclusions**

La grande majorité des documents sur l'optimisation des coûts des structures en béton précontraint comprend les coûts des matériaux de béton, d'acier et coffrage. Certains chercheurs ne tiennent pas compte du coût du coffrage. Toutefois, ce coût est significatif dans certains pays et ne doit pas être ignoré. Les autres coûts tels que le coût du travail, de la fabrication, de placement, et les transports sont souvent ignorés. Des recherches supplémentaires doivent être faites sur l'optimisation du coût du cycle de vie des structures.

Les chercheurs de l'optimisation basée sur la fiabilité en font un argument valable à propos de l'inclusion des incertitudes dans les charges et les résistances dans le processus d'optimisation. Cependant, à l'heure actuelle (et dans un avenir prévisible) les probabilités de défaillance et les coûts de défaillance attendus ne peuvent pas être calculés avec toute mesure de sécurité en raison de l'insuffisance des données statistiques; ils doivent être choisis de manière arbitraire ou plutôt dans une certaine estimation.

III) CHAPITRE 02 : Béton précontraint

A- Introduction

Un principe très ancien - Il s'agit d'un assemblage d'objets par un lien de fortement tendu (par exemple, la roue à rayons cerclée par du fer, celui-ci assurant un serrage des rayons en remplacement de la roue pleine).

Premières applications pour le béton - M. Freyssinet (1879-1962) est le premier, au début du XX^e siècle, qui a appliqué le principe de la précontrainte pour réaliser des pièces en béton soumises à des tractions.

Il a développé la technologie, conçu plusieurs brevets de procédés de précontrainte, et mis au point les méthodes de calcul.

Principales étapes historiques de la précontrainte -

Ce sont les suivantes :

- 1907 : 1^{er} tirant « précomprimé » à Moulins (Allier) du pont du Veudre.
- 1926 : découverte et formalisation des phénomènes de fluage et de retrait.
- 1928 : premier brevet de procédé de précontrainte.
- 1929 : exploitation de son brevet par la société Forclum pour la construction de poteaux électriques.
- 1934 : renforcement par précontrainte de la gare maritime du Havre soumise à des tassements différentiels.
- 1940 : premier procédé de précontrainte par câble et ancrage par cône en béton.
- 1943 : création de la STUP (Société technique pour l'utilisation de la précontrainte) par Edme Campenon pour poursuivre les travaux de recherche de la précontrainte.
- 1946 : construction du pont de Luzancy (Marne) par l'entreprise Campenon Bernard.
- 1948-1950 : ancrage par fils boutonnés, ponts à précontrainte partielle, câbles formés de torons.

- 1953 : premier règlement.
- 1976 : la STUP devient Freyssinet International.

B- Principe de la précontrainte

Le béton est un matériau hétérogène : c'est un assemblage de graviers et de sable réunis par un liant. Or le béton résiste mal à l'effort de traction qui a tendance à dissocier les éléments constitutifs.

Utilisation du béton dans la construction - Pour pouvoir utiliser ce matériau dans une construction où certaines parties sont tendues, deux principes sont appliqués.

- Le premier principe consiste à faire supporter des tractions à un matériau (acier) résistant à la traction ; c'est le béton armé.
- Le second principe consiste à comprimer le béton par la création d'efforts permanents afin que les efforts de traction appliqués n'entraînent qu'une décompression ; c'est le béton « précontraint ».

En conséquence, le fonctionnement des poutres est différent si elles sont construites en béton armé ou en béton précontraint.

Principe de précontrainte appliqué au béton - Le principe de précontrainte consiste donc à créer un effort permanent dans une construction pour engendrer des contraintes permanentes combinées aux efforts créés par la construction.

En béton précontraint, le béton reste toujours comprimé. On cherche à éviter qu'il soit tendu. En appliquant des charges sur le béton précontraint, on ne crée qu'un effort de décompression, au lieu d'un effort de traction pour le béton armé.

Attention, cependant, le risque de fissuration existe. Ce risque est supprimé si la contrainte de précontrainte est supérieure à la contrainte de traction, ce que l'on vérifiera préalablement par des calculs.

Avantage principal de la précontrainte – Le franchissement de très longues portées sans poteau intermédiaire est l'avantage principal de la précontrainte.

Le béton précontraint a pris sa place dans la plupart des constructions de génie civil : ponts de grandes travées, centrales nucléaires, plates-formes off-shore, parkings souterrains.

Grâce aux technologies modernes, les portées de pont peuvent atteindre plusieurs centaines de mètres.

L'utilisation du béton précontraint s'étend très largement au bâtiment, dès que la longueur des portées est supérieure à 7 ou 8 mètres, longueur maximale pouvant être atteinte par une poutre en béton armé (sauf exception).

C- Mode de précontrainte

La précontrainte nécessite l'utilisation de fils ou de câbles d'acier de très haute résistance, garantis par des organismes agréés comme la CIP (Commission interministérielle d'agrément des procédés et armatures de précontrainte) et le LCPC (Laboratoire central des Ponts et chaussées).

a) Précontrainte par pré-tension

1/ Mise en traction des armatures (câbles).

2/ Coulage du béton.

3/ Après prise du béton, détente des armatures qui ne peuvent plus se déformer par adhérence au béton.

L'adhérence acier/béton assure l'effort de précontrainte permanent.

b) Précontrainte par post-tension

- 1/ Mise des armatures (câbles) dans des gaines.
- 2/ Coulage du béton.
- 3/ Mise en traction des armatures en s'appuyant sur le béton durci.
- 4/ Blocage des armatures par un dispositif d'ancrage.

Le blocage par ancrage assure l'effort de précontrainte permanent.

D- Armatures de précontraintes

Les armatures de précontrainte sont constituées d'acier à haute résistance et à haute limite d'élasticité. Les caractéristiques de l'acier doivent répondre à la norme EN 10138 (janvier 2001) - Armatures de précontrainte.

En France, les armatures de précontrainte sont classées selon deux critères : la limite élastique et la contrainte de rupture. Ces limites sont fixées par la CIP et garanties par le fabricant. En revanche, le BPEL classe les armatures de précontrainte en fonction de l'importance de relaxation des aciers.

Fabrication - Les aciers à haute résistance sont obtenus soit par traitement mécanique (opération de tréfilage), soit par traitement thermique (opération de trempe suivie de revenu(traitement thermique)).

E- Armatures passives

Ce sont les ferraillements placés dans les zones à risque de fissures.

La norme EN 10080-1 (novembre 1999) Aciers pour l'armature du béton - Armatures pour béton armé soudables - Partie 1 : prescriptions générales donne leurs principales caractéristiques :

- module d'élasticité $E_s = 200\,000\text{ MPa}$;
- propriétés d'adhérence et d'ancrage ;
- coefficient de dilatation thermique $= 12 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1}$;
- résistance suffisante à la fatigue ;
- ductilité suffisante correspondant à la déformation sous contrainte maximale.

Le ferrailage des zones d'ancrage est déterminé par l'application des règles BPEL .

F- Classes de précontrainte

- **Classe I** : béton entièrement comprimé en tout point de la section.
- **Classe II** : béton tendu à contrainte de traction limitée, inférieure à la résistance à la traction du béton.
- **Classe III** : la valeur de la contrainte de traction n'a pas d'importance (comme en béton armé) sous-charges de courte durée, mais ne dépasse pas la valeur de la classe II sous-charges permanentes. On pourrait appeler cette classe : béton armé précontraint.

G- Combinaisons de calcul aux états limites

Un ouvrage en béton précontraint doit être conçu et calculé de manière à résister à toutes les sollicitations auxquelles il est soumis dans sa durée d'utilisation, et dans des règles de sécurité suffisantes.

C'est un état dans lequel une condition requise pour une construction est strictement satisfaite.

a) État limite ultime

Il correspond à l'atteinte maximale de la capacité portante de l'ouvrage avant dépassement produit par des déformations excessives qui entraînent la perte :

- de l'équilibre statique ;
- de la résistance : rupture d'une section ou déformation excessive ;
- de la stabilité de forme : flambement, déversement, voilement ;

Le calcul à l'ELU vise à éviter les accidents aux usagers et aux tiers.

i- Combinaisons fondamentales

L'objectif du calcul est d'assurer la durabilité de l'ouvrage.

Il existe deux types de combinaisons.

Combinaison fondamentale - C' est le cas des actions qui s'exercent sur une structure dans une situation durable ou transitoire.

$$\gamma_p P_m + 1,35 G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum 1,3 \psi_{oi} Q_{ik}$$

Avec :

G_{max} Ensemble des actions permanentes défavorables .

G_{min} Ensemble des actions permanentes favorables .

Q_{1k} La Valeur caractéristique de l'action de base .

ψ_{oi}, Q_{ik} : La valeur de combinaison d'une action d'accompagnement .

$\gamma_p = 1$ Dans la plupart des cas .

$\gamma_{Q1} = 1,5$ Dans le cas général .

ii- Combinaisons accidentelles

Ce cas est à considérer dans une situation accidentelle durant la construction ou pendant la vie de l'ouvrage.

La formule de la sollicitation s'écrit :

$$P_m + F_A + G_{max} + G_{min} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum 1,3 \psi_{2i} Q_{ik}$$

Avec : $P_m = P_0 - \Delta P(x, t)$ C'est la valeur probable .

- F_A : La valeur nominale de l'action accidentelle.
- ψ_{11}, Q_{1k} La valeur fréquente d'une action variable .
- ψ_{2i}, Q_{ik} La valeur quasi-permanente d'une autre action variable .

Dans les calculs, il s'agit de considérer tous les cas possibles d'actions, s'exerçant simultanément ou non sur la structure. Les actions doivent être prises en compte de la manière la plus défavorable.

Le cas le plus défavorable sera retenu pour dimensionner l'ouvrage dans une section donnée. Les lignes d'influence indiqueront des cas de charges différents suivant les sections étudiées.

b) État limite de service

Il est lié aux conditions normales d'exploitation ou de durabilité de la construction.

Il correspond aux phénomènes suivants :

- limite d'endommagement de l'élément par la limitation de la contrainte dans les matériaux :

$$\sigma_{min}^- \leq \sigma \leq \sigma_{max}^-$$

- limite de déformation :

$$\varepsilon < \varepsilon_{max}$$

Le calcul à l'ELS permet d'assurer la durabilité de l'ouvrage.

i- Combinaisons fréquente

Ce cas est à considérer lorsqu'on cherche à éviter que l'état limite ne soit atteint trop fréquemment

La formule de la sollicitation à l'ELS s'écrit :

$$P_d + G_{max} + G_{min} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum 1,3 \psi_{2i} Q_{ik}$$

- P_d : représente la valeur la plus défavorable de deux valeurs caractéristiques P_1 et P_2 .
- $P_1 = 1.02P_0 - 0.80 \Delta P(x, t)$.
- $P_2 = 0.98P_0 - 1.20 \Delta P(x, t)$.
- P_0 : représente la précontrainte à l'origine .
- $\Delta P(x, t)$: La perte de précontrainte au point d'abscisse x, à l'instant t .

Ce cas est à considérer lorsqu'on étudie des actions de longue durée d'application.

H- Section critique

a) Section sous critique

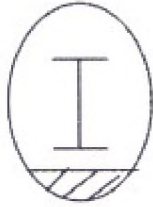
Si tous les segments de passage sont à l'intérieure de la zone qui permet un enrobage suffisant, la section est dite sous critique.

b) Section critique

Dans le cas où il serait possible que le segment de passage soit réduit à un point, la section est critique.

c) Section sur critique

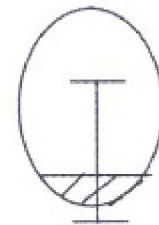
Si le segment de passage à une de ses frontières découpe la zone d'enrobage, la section est dite sur critique.



Section sous critique



Section critique



Section sur critique

I- Dimensionnement d'une section en béton précontraint

Souvent les dimensions des sections en béton précontraint par post-tension sont standards, pour faciliter leur coffrage et leur de la réalisation des travaux.

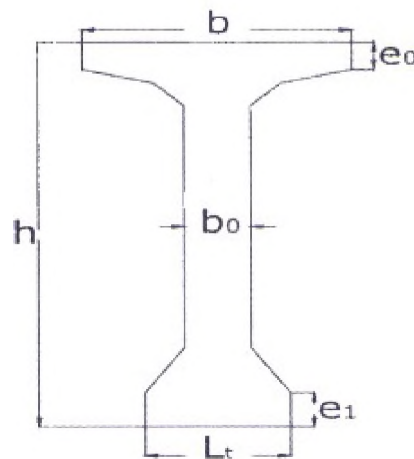


Illustration 1: Section en Té

Le pré dimensionnement de ces sections tient en compte des états limites de service et ultime.

a) Détermination de la hauteur h

- L'élancement et la hauteur de la poutre dépendent de la portée L. Donc pour les travées indépendantes environ de 25 à 50 m selon SETRA (fascicule 62 titre I section II) :

$$(L/20 \leq h \leq L/17) .$$

b) Détermination de la largeur de table de compression b

- La largeur de la poutre b est en fonction de L telle que

$$b = \min\left(\frac{1}{4}L ; \text{entraxe des poutres}\right) .$$

c) Détermination de l'épaisseur de table de compression e_0

- L'épaisseur e_0 doit être $e_0 \geq e_{\min}$. e_{\min} = épaisseur minimum pour garantir l'enrobage des aciers de précontrainte et des aciers de construction .

d) Détermination de la largeur de talon

- $L_t \geq L_{\min}$ cette valeur doit être vérifiée par l'étude de la précontrainte .

e) Détermination de l'épaisseur de l'âme

- b_0 est donnée par $0,3 \leq \frac{b_0}{d} \leq 0,5$ et au niveau de l'about l'épaisseur de l'âme doit être augmenté pour reprendre l'effort tranchant qui est maximum à l'appui .

f) Epaisseur du talon

- $e_1 \geq e_{1\min}$. $e_{1\min}$ = épaisseur minimum pour garantir l'enrobage des aciers de précontrainte et des aciers de construction .

g) Caractéristique géométrique

- B : L'aire de la section .

- v, v' : les distances du centre de gravité de la section aux fibres extrêmes tel que $v + v' = h$.
- I_z : Moment d'inertie par rapport à G_z , $z =$ axe (horizontal) représenté dans l'illustration 2.
- $\frac{I}{v v'}$ Ces modules d'inertie.
- $\rho = \frac{I}{S v v'}$ son rendement géométrique tel que ($0 < \rho < 1$) qui caractérise la bonne disposition de la matière par rapport à la sollicitation.

J- Etat à vide

Sous l'effet de la précontrainte P et M_{min} moment fléchissant due au poids propre de la poutre .

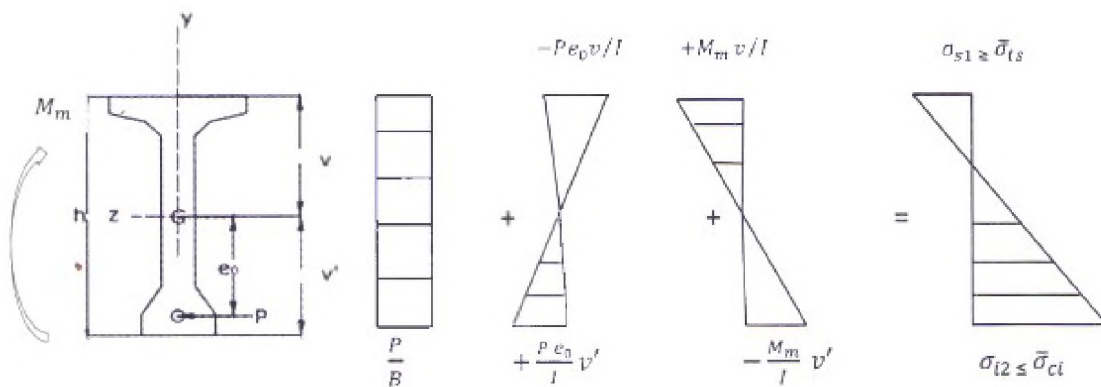


Illustration 2: Etat à vide

a) Vérification des contraintes

- Fibre supérieure : $\sigma_{s1} = P/B + P e_0 v / I + M_{min} v / I \geq \bar{\sigma}_{ts}$.
- Fibre inférieure : $\sigma_{i2} = P/B - P e_0 v / I - M_{min} v / I \leq \bar{\sigma}_{ci}$.
- $\bar{\sigma}_{ts}$ la contrainte de traction dans le béton.
- $\bar{\sigma}_{ci}$ La contrainte de compression dans le béton.

K- État en charge

Sous l'effet de la précontrainte P et le moment fléchissant M_{\max} due au poids propre de la poutre et des charges d'exploitation .

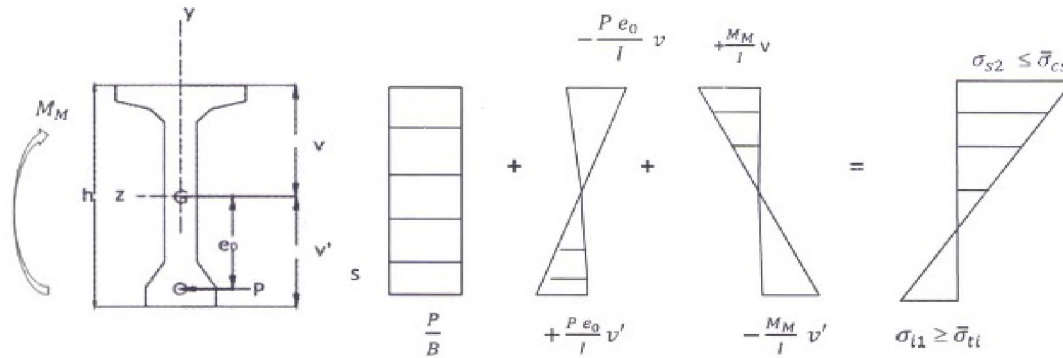


Illustration 3: Etat en charge

a) Vérification des contraintes

- Fibre supérieure : $\sigma_{s2} = P/B + P e_0 v / I + M_{\max} v / I \geq \bar{\sigma}_{cs}$.
- Fibre inférieure : $\sigma_{t1} = P/B - P e_0 v' / I - M_{\max} v' / I \leq \bar{\sigma}_{ti}$.
- $\bar{\sigma}_{ti}$ la contrainte de traction dans le béton .
- $\bar{\sigma}_{cs}$ La contrainte de compression dans le béton .

L- Justification vis-à-vis des sollicitations normales (flexion simple)

a) Principe de justification

Cette vérification consiste à calculer les contraintes dans le béton et les comparer aux contraintes limites autorisées. Elle doit être établie pour chacune des phases de construction et en phase de service.

Le calcul des contraintes se fait par l'application de la formule générale (en valeur algébrique) suivante :

$$\sigma(Y) = P/B + (P e_0 v + M_{\max}) y / I \quad y = \pm (v, v')$$

avec :

- \mathbf{P} = effort résultant de la précontrainte.
- \mathbf{B} = aire de la section de béton.
- e_p = excentricité moyenne des câbles (distance entre le centre de gravité de la section G et le centre de gravité des armatures).
- \mathbf{M} = moment fléchissant créé par les charges extérieures à la poutre (charges permanentes et variables).
- v et v' = distance de la fibre supérieure et de la fibre inférieure par rapport au centre de gravité de la section G.
- \mathbf{I} = moment d'inertie par rapport à l'axe Gz.

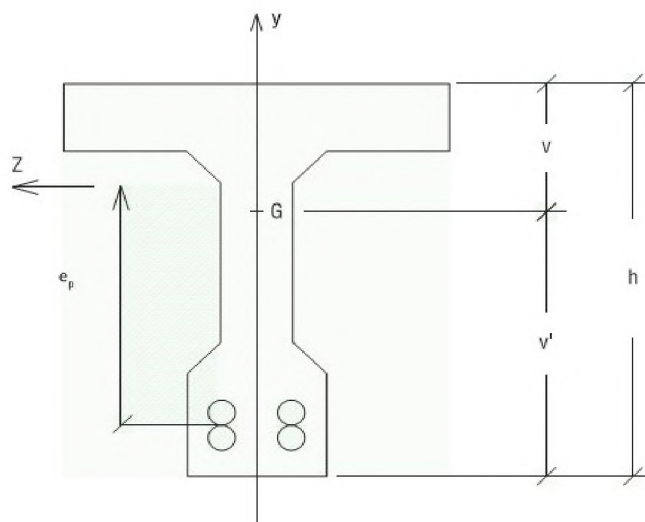


Illustration 4: Section d'une poutre précontrainte en T.

Donc en général on doit avoir : $\bar{\sigma}_{min} \leq \sigma(Y) \leq \bar{\sigma}_{max}$

Les contraintes limites ne sont pas les mêmes pour les différentes combinaisons de charge, pour les vérifications en phases de construction et pour les vérifications en phases de service. On suppose dans ce qui suit que les calculs s'effectuent à la classe I.

- En phase d'exécution : $\bar{\sigma}_c = 0,6 f_{cj}$, $\bar{\sigma}_t = 0,7 f_{tj}$.
- En phase de service (Cas fréquente) : $\bar{\sigma}_c = 0,6 f_{cj}$, $\bar{\sigma}_t = 0$.

b) Ferailage passif

Les armatures passives doivent obligatoirement être présentes dans les zones tendues et comme armatures de peau.

i- Armatures de peau

Elles servent à répartir les effets des retraits différentiels et des variations de température. Elles sont disposées en périphérie des pièces suivant deux directions perpendiculaires quelle que soit la classe de l'ELS.

On choisira un espacement faible compatible avec le bétonnage.

Armatures de peau longitudinales parallèles à la fibre moyenne d'une poutre – On doit disposer 3 cm² par mètre linéaire de parement. Dans les cas courants, cela correspond à une armature de diamètre 10 mm espacés tous les 25 cm.

De plus, la section globale de ces armatures ne doit pas dépasser 0,1 % de l'aire totale de la

section de béton : $A \leq \frac{B}{1000}$;

Armatures de peau transversales perpendiculaires à la fibre moyenne d'une poutre – on doit disposer 2 cm² par mètre linéaire de parement. Dans les cas courants, cela correspond à trois armatures de diamètre 10 mm ou à deux armatures de diamètre 12 mm par mètre de parement. Les armatures de peau transversales servent également à éviter les poussées au vide.

ii- Armatures longitudinales dans les zones tendues

Les zones tendues dans le béton sont fragiles puisque le béton résiste mal à la traction, ce qui conduit à une possibilité de fissuration.

De même qu'en béton armé, la règle de non fragilité du BAEL s'applique dans les zones tendues du béton précontraint : toutes les zones de béton tendues doivent être armées.

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{Bt}}{f_e} \times \frac{f_{tj}}{\sigma_{Bt}}$$

Avec :

- B_t : L'aire de la partie du tendue.
- N_{Bt} : La résultante des contraintes de traction correspondante (action).
- σ_{Bt} : La valeur absolue de la contrainte maximale de traction.

M- Justifications sous contraintes tangentes en section courante

a) But de la justification

Lorsqu'un élément est soumis à un moment fléchissant, à un effort normal et à un effort tranchant, le but de la justification est de montrer que le cumul de ces effets ne compromet pas la solidité de l'ouvrage, notamment par l'apparition dans l'âme de fissures inclinées par rapport à la fibre moyenne de la poutre.

Effort de précontrainte incliné dans une poutre – Il se décompose en :

- un effort normal $N_p = P \cos \alpha$.
- un effort tranchant $V_p = P \sin \alpha$.

L'effort étant connu, on en déduit les contraintes qui seront bornées par une limite inférieure et une limite supérieure.

Vérification des contraintes – Elle s'effectue théoriquement en trois points caractéristiques de l'état de contrainte de la section :

- σ_x = contrainte normale longitudinale .
- τ = contrainte tangentielle ou de cisaillement .
- σ_t = contrainte normale transversale en cas de précontrainte transversale éventuelle.

b) Détermination de la contrainte tangentielle

La contrainte de cisaillement appliquée dans une section droite de la poutre est exprimée par :

$$\tau_{\text{réd}} = \frac{V_{\text{r}} S}{b_n I}$$

$V_{\text{réd}}$: Effort tranchant réduit .

S : Moment statique.

b_n : Largeur nette de la section .

I : Moment d'inertie de la section.

c) Calculs justificatifs

Combinaisons de sollicitations – Elles sont les mêmes que pour les contraintes normales.

Pour chaque section tout au long de la poutre, on doit considérer :

- les combinaisons de sollicitations les plus défavorables : fréquentes, rares, quasi permanentes, etc. ;

- les situations que peut subir l'ouvrage tout au long de sa vie :

phase de construction (coulage, mise en place de la précon-trainte), en service, etc.

Calculs justificatifs des contraintes de cisaillement – Ils sont donc limitées par des contraintes minimales et maximales qui définissent un domaine de sécurité dit « domaine d'intégrité du béton », c'est-à-dire que les contraintes doivent vérifier :

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 0,4 f_{tj} (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t)$$

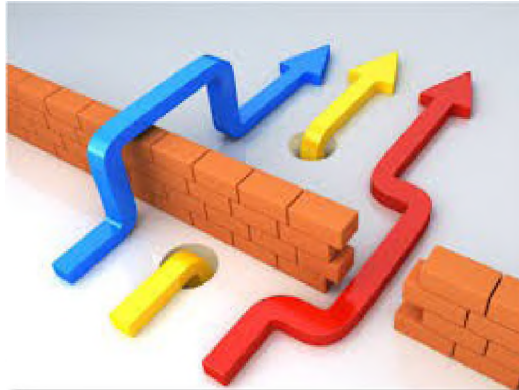
$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 2 \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,6 f_{tj} - \sigma_x - \sigma_t) (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t)$$

et

$$\tau^2 \leq 0,4 f_{tj} (f_{tj} + \sigma_x) \quad \text{si} \quad \sigma_x < 0$$

C'est en général dans l'âme de la poutre et dans les zones où l'effort tranchant est le plus important que les effets sont les plus défavorables. Par conséquent, la vérification doit être effectuée au voisinage des appuis et au niveau du centre d'inertie des sections droites correspondantes.

IV) CHAPITRE 03 : Optimisation



A- Introduction

L'optimisation peut être regardée comme une recherche pour résoudre analytiquement ou numériquement les problèmes qui consistent à déterminer le meilleur élément d'un ensemble, au sens d'un critère quantitatif donné.

L'objectif dans l'optimisation des éléments en béton précontraint est de trouver les dimensions optimales et le coût minimum correspondant à des matériaux mis en œuvre.

B- Historique

Les premiers problèmes d'optimisation auraient été formulés par Euclide, au III^e siècle avant notre ère, dans son ouvrage historique *Éléments*. Trois cent ans plus tard, Héron d'Alexandrie dans *Catoptrica* énonce le principe du plus court chemin dans le contexte de l'optique .

Au XVII^e siècle, l'apparition du calcul différentiel entraîne l'invention de techniques d'optimisation, ou du moins en fait ressentir la nécessité. Newton met au point une méthode itérative permettant de trouver les extrémums locaux d'une fonction en faisant intervenir la notion de dérivée, issue de ses travaux avec Leibniz. Cette nouvelle notion permet de grandes avancées dans l'optimisation de fonctions car le problème est ramené à la recherche des racines de la dérivée.

Durant le XVIII^e siècle, les travaux des mathématiciens Euler et Lagrange mènent au calcul des variations, une branche de l'analyse fonctionnelle regroupant plusieurs méthodes d'optimisation.

Ce dernier invente une technique d'optimisation sous contraintes : les multiplicateurs de Lagrange.

Le XIX^e siècle est marqué par l'intérêt croissant des économistes pour les mathématiques. Ceux-ci mettent en place des modèles économiques qu'il convient d'optimiser, ce qui accélère le développement des mathématiques. Depuis cette période, l'optimisation est devenue un pilier des mathématiques appliquées et le foisonnement des techniques est tel qu'il ne saurait être résumé en quelques lignes.

On peut tout de même évoquer l'invention de plusieurs méthodes itératives utilisant le gradient de la fonction, ainsi que l'utilisation du terme programmation mathématique, pour désigner des problèmes d'optimisation.

Historiquement, le premier terme introduit fut celui de programmation linéaire, inventé par George Dantzig vers 1947. Le terme programmation dans ce contexte ne réfère pas à la programmation informatique (bien que les ordinateurs soient largement utilisés de nos jours pour résoudre des programmes mathématiques). Il vient de l'usage du mot programme par les forces armées américaines pour établir des horaires de formation et des choix logistiques, que Dantzig Étudiait à l'époque. L'emploi du terme programmation avait également un intérêt pour débloquer des crédits en une époque où la planification devenait une priorité des gouvernements.

L'expression programmation mathématique, qui requiert la longue explication ci-dessus, tend à être abandonnée. Par exemple, en juin 2010, la société savante internationale qui représente cette discipline a vu son nom précédent Mathematical Programming Society changé en Mathematical Optimization Society ; pour la même raison, on préfère aujourd'hui utiliser les locutions optimisation au lieu de programmation.

C- But de l'optimisation

Le but de l'optimisation est de trouver la meilleure solution parmi un ensemble de solutions de candidat suivre des méthodes quantitatives efficaces. Dans ce cadre, les variables de décision représentent les quantités à déterminer, et un ensemble de valeurs variables de décision constitue une solution de candidat.

Une fonction objectif, qui est maximisée où réduite au minimum, exprime le but, ou le critère d'exécution, en termes de variables de décision. L'ensemble de solutions permises, et par conséquent, la valeur de fonction objectif, est limité par les contraintes qui régissent le système .

D- Domaine d'application

L'optimisation joue un rôle important en recherche opérationnelle (donc en économie et microéconomie), dans les mathématiques appliquées (fondamentales pour l'industrie et l'ingénierie), en analyse et en analyse numérique, en statistique pour l'estimation du maximum de vraisemblance d'une distribution, pour la recherche de stratégies dans le cadre de la théorie des jeux, ou encore en théorie du contrôle et de la commande.

Ses application est extrêmement variés : optimisation d'un trajet, de la forme d'une structure , d'un prix de vente, d'une réaction chimique, du contrôle aérien, du rendement d'un appareil, du fonctionnement d'un moteur, de la gestion des lignes ferroviaires, du choix des investissements économiques, de la construction d'un navire, etc. L'optimisation de ces systèmes permet de trouver une configuration idéale, d'obtenir un gain d'effort, de temps, d'argent, d'énergie, de matière première, ou encore de satisfaction.

Très loin de constituer une liste exhaustive, ces quelques exemples attestent de la variété des formulations et préfigure la diversité des outils mathématiques susceptibles de résoudre ces problèmes.

E- Méthodes d'optimisations

Il existe de nombreuses méthodes d'optimisation, On distingue deux grandes classes de méthodes.

D'une part, la programmation linéaire qui est utilisée pour obtenir une solution optimale à des problèmes parfaitement décrits et représentés par un ensemble d'équations linéaires. Selon que le problème comporte des variables entières ou non, on distingue ainsi les MILP (Mixed Integer Linear Programming) des LP (Linear Programming).

D'autre part, la programmation non linéaire sert à résoudre des problèmes décrits par des équations non linéaires. Elle regroupe deux grandes familles de méthodes : les procédures déterministes et les algorithmes stochastiques.

a) Méthodes stochastiques

Ces méthodes sont particulièrement adaptées à des problèmes de type « boîte noire » où aucune propriété mathématique du problème n'est connue ; il suffit de savoir évaluer les critères et les contraintes pour un jeu donné de valeurs des variables indépendantes. Malgré leur facilité de mise en œuvre et leur capacité à s'extraire des optima locaux en autorisant certaines dégradations des critères, leurs conditions de convergence ne sont pas clairement établies. Ces méthodes consistent à faire évoluer une ou plusieurs solutions initiales à l'aide de règles probabilistes mimant souvent un processus naturel. Par exemple, on peut citer les algorithmes génétiques (Holland, 1975 ; Chafekar et al., 2005 ; Jezowski et al., 2007), le recuit simulé (Kirkpatrick, 1983), les systèmes immunitaires artificiels (Farmer et al., 1986), les colonies de fourmis (Dorigo, 1992 ; Maier et al., 2003), les essaims de particules (Kennedy et Eberhart, 1995), les abeilles artificielles (Nakrani et Tovey, 2004) et les réseaux de neurones (Ang et al., 2007).

b) Méthodes déterministes

Ces méthodes requièrent la connaissance de certaines propriétés mathématiques du problème telles que la convexité ou la dérivabilité des critères et leurs conditions de convergence sont théoriquement établies.

De la même manière que pour la programmation linéaire, elles peuvent soit être de type MINLP (Mixed Integer Non Linear Programming) si elles incluent des variables entières ou NLP (Non Linear Programming) dans le cas inverse.

Avant de procéder au choix d'une procédure d'optimisation déterministe, il est nécessaire d'analyser la modélisation du problème.

F- Problème d'optimisation

Un problème d'optimisation se définit comme la recherche du minimum ou maximum (optimum) d'une fonction donnée. On peut aussi trouver des problèmes d'optimisation pour lesquels les variables de la fonction à optimiser sont soumis à des contraintes qui évoluent dans une certaine partie de l'espace de recherche .dans ce cas, on a une forme particulière de ce que l'on appelle un problème d'optimisation sous contraintes .

a) Principaux composants d'un modèle

- Les critères à optimiser qui s'expriment sous forme d'une fonction mathématique.
- Les contraintes qui peuvent être soit de type égalité, soit inégalité.

b) La conception de la poutre

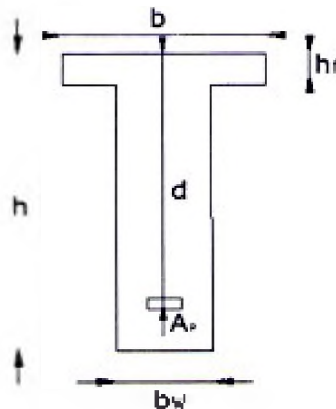


Illustration 5: Section en T

Une poutre est un élément porteur d'une structure.

Les questions posées sont alors:

- A partir d'un ensemble de possibilités de dimensionnement, quels sont les dimensions pouvant être utilisés et quelles sont leurs implications sur la modélisation mathématique ?
- Pour une représentation donnée de la section d'une poutre sélectionnée, quelles sont les différentes propriétés garantissant que l'optimum global peut être atteint ?

Critères d'optimisation des structures

Les critères d'optimisation définissent les objectifs d'une optimisation. Dans le cas des structures en béton précontraint, ils peuvent conduire à des solutions (toutes optimales) différentes.

Critères du volume de matériau minimal

Il conduit pour sa part, à une minimisation du volume des matériaux. Dans le cadre des structures en béton précontraint il est applicable pour des structures discrètes, dont les efforts dans les structures sont transmis soit par l'acier soit par le béton.

Critères de la quantité d'armature minimale

Il mène à une minimisation de la quantité d'armature totale de la structure.

G- Formulation générale du problème

Le problème du calcul optimal d'une poutre est formulé à l'aide d'une Méthode d'optimisation non linéaire (programmation mathématique). La formulation générale d'un problème programmation mathématique s'écrit:

Trouver le vecteur $\{X\}$ de variables de décision (appelées aussi variables de conception) tel que :

$$\begin{array}{l}
 F : A \longrightarrow R \text{ tel que } A = R' \\
 Z = F(\{x\}) \longrightarrow \text{Min} \\
 g(x) \leq 0 \quad j=1, \dots, m. \\
 h(x) = 0 \quad j=1, \dots, K.
 \end{array}$$

La fonction objective

Équation mathématique qui représente ce qu'on désire améliorer dans un dispositif. Elle est aussi appelée critère d'optimisation, fonction coût, fonction d'adaptation, ou encore performance (fonction fitness).

Les contraintes d'optimisation

On distingue deux types de contraintes : les contraintes d'égalité et les contraintes en inégalité. L'ensemble des solutions satisfaisant toutes les contraintes est appelé l'ensemble admissible.

En revanche les contraintes d'un problème d'optimisation précisent le domaine de valeurs que certaines des variables de décision peuvent prendre suivant les circonstances.

V) CHAPITRE 04 :Dimensionnement optimal a l'ELS d'une poutre en béton précontraint

A- Introduction

Les poutres sont généralement de sections rectangulaires ou en Té.

Les poutres se raccordent continûment aux poteaux, ou à d'autres poutres ou à des murs de refend ; le calcul doit tenir compte de ces continuités, si bien que les poutres seront calculées comme des poutres continues sur appuis multiples.

En fonction des charges et surcharge appliquées, le règlement définit les combinaisons d'action à considérer dans chaque travée.

B- Méthodologie de calcul à l'E.L.S

a) Contrainte de résistance en flexion

On doit vérifier que $M_{agisst} \leq M_{résist}$ et $\Sigma F_i = 0$

$$M_{agisst} = M_G + M_Q \quad \text{Combinaisons fondamentales .} \quad M_G = \frac{gl^2}{8} \quad M_Q = \frac{ql^2}{8}$$

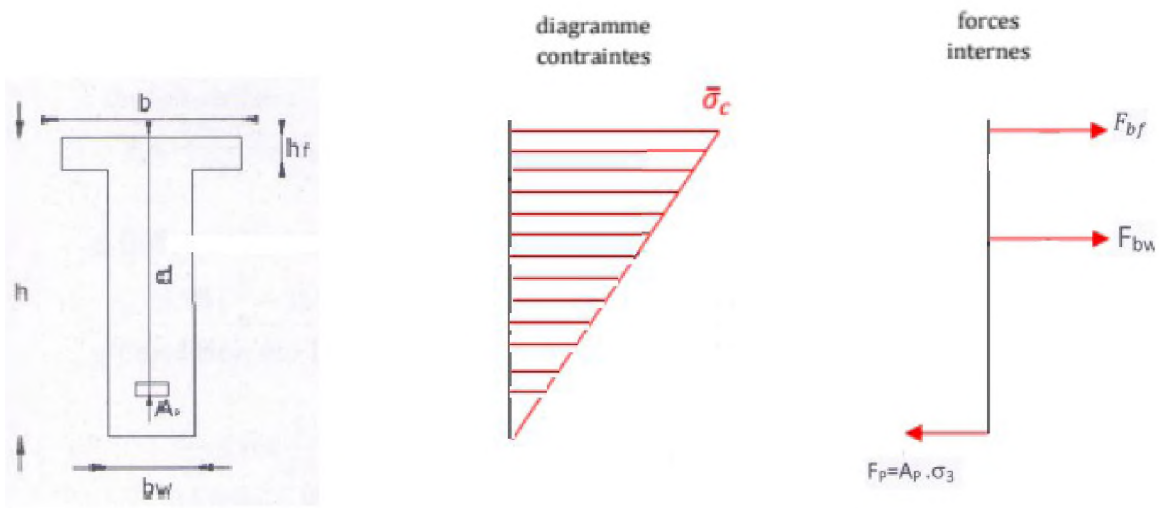


Illustration 6: Diagramme contraintes deformations à ELS

L'équation d'équilibre sera comme suit :

Effort	Bras de levier	Effort égal
F_{bf}	$d - h_f/2$	$F_{bf} = (b - b_w) h_f \sigma_{bcs}$
F_{bw}	$d - h/3$	$F_{bw} = (h - h_f) b_w \sigma_{bcs} / 2$

i- Equilibre des moments :

Dans la table : $F_{bf} = (b - b_w) h_f \sigma_{bcs} \times (d - \frac{h_f}{2})$

Dans la nervure : $F_{bw} = \frac{(h - h_f) b_w \sigma_{bcs}}{2} \times (d - \frac{h}{3})$

$$M_{agisst} \leq M_{résist}$$

$$M_{agisst} \leq (b - b_w) h_f \sigma_{bcs} \times (d - \frac{h_f}{2}) + \frac{(h - h_f) b_w \sigma_{bcs}}{2} \times (d - \frac{h}{3})$$

ii- Equilibre des efforts normaux

$$\sum F_i = 0 \rightarrow \rightarrow \rightarrow N_{ext} = N_{nt}$$

$$F_{bf} + F_{bw} = F_p$$

$$(b - b_w)h_f \sigma_{bcs} + (h - h_f)b_w \sigma_{bcs} / 2 = A_p \sigma_3$$

$$A_p = \frac{2(b - b_w)h_f \sigma_{bcs} + (h - h_f)b_w \sigma_{bcs}}{2 \sigma_3} \quad \sigma_3 = f_{peg}$$

A_p : Section de précontrainte minimale .

iii- La section d'acier de précontrainte

$$A_{pmin} \leq A_p \leq A_{pmax}$$

iv- Condition sur la flèche

$$\frac{-qL^2}{8 \sigma_p A_p} \leq f_{adm}$$

v- Condition sur l'exentricité

$$0 \leq e \leq d'$$

vi- Condition sur les variables de conceptions incluent les règles de la pratique courante

$$\frac{1}{20} \leq h \leq \frac{1}{17}$$

$$b = \min\left(\frac{1}{4}l; \text{entraxe des poutres}\right)$$

$$h_f \geq h_{fmin}$$

$$b_w \geq b_{wmin}$$

$$0,3 \leq \frac{b_w}{d} \leq 0,5$$

vii- Condition sur le rendement géométrique

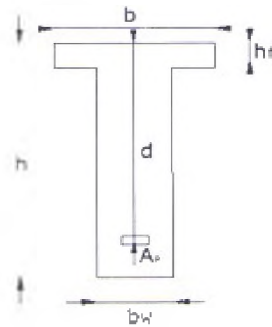


Illustration 7: Section en T

On a : $0,3 \leq \rho \leq 0,5$

$$0,3 \leq \frac{I}{S_{vv'}} \leq 0,5$$

$$0,3 \leq \frac{bh^3 \frac{b_w + (1-b)[h_f^4 - b(1-h)^4]}{b_w + h(1-b)}}{12} \frac{2(b_w + h_f(1-b))}{(bb_w h + (b - b_w b)h_f h)h(b + h_f^2(1-b))\left(h - \frac{h(b_w + h_f^2(1-b_w))}{2(b + b_w(1-b))}\right)} \leq 0,5$$

viii- Condition sur la phase de montage

$$\frac{P}{S} + \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{min} v}{I} \geq \bar{\sigma}_{ts} = 0$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b - b_w b) h_f h)} + \frac{h(b + h_f^2(1 - b_w))}{\frac{bh^3 b + (1 - b_w)[h_f^4 - b(1 - h)^4]}{12} (2(b_w + h_f(1 - b)))} (A_p \sigma_3 e_0 + \frac{gl^2}{8}) \geq \bar{\sigma}_{ts} = 0$$

$$\frac{P}{S} - \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{min} v'}{I} \leq \bar{\sigma}_{ci}$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b - b_w b) h_f h)} - \frac{(2h(b + h(1 - b_w))) - h(b + h_f^2(1 - b))}{\frac{bh^3 b + (1 - b_w)[h_f^4 - b(1 - h)^4]}{12} (2(b + h(1 - b_w)))} (A_p \sigma_3 e_0 + \frac{gl^2}{8}) \leq \bar{\sigma}_{ci}$$

ix- Condition sur la phase de service

$$\frac{P}{S} + \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{max} v}{I} \leq \bar{\sigma}_{cs}$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b - b_w b) h_f h)} + \frac{h(b + h_f^2(1 - b_w))}{\frac{bh^3 b + (1 - b_w)[h_f^4 - b(1 - h)^4]}{12} (2(b + h(1 - b_w)))} (A_p \sigma_3 e_0 + M_{max}) \geq \bar{\sigma}_{cs}$$

$$\frac{P}{S} - \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{max} v'}{I} \geq \bar{\sigma}_{ti} = 0$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b - b_w b) h_f h)} - \frac{(2h(b + h(1 - b_w))) - h(b + h_f^2(1 - b_w))}{\frac{bh^3 b + (1 - b_w)[h_f^4 - b(1 - h)^4]}{12} (2(b + h_f(1 - b)))} (A_p \sigma_3 e_0 + (g + q) \frac{l^2}{8}) \geq \bar{\sigma}_{ti} = 0$$

C- Formulation mathématique de l'optimisation des poutres en té en béton précontraint

Soit Z la fonction objectif représentant la fonction coût des matériaux acier précontraint et béton, et le coffrage mis en œuvre. Cette fonction peut être définie comme suit :

$$C_0 = L(C_b \cdot B + C_p \cdot A_p + C_c \cdot A_c) \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow Min$$

Ou :

L : Longueur de l'élément de poutre.

A_p : Section de la précontrainte.

A_c : Section du coffrage.

B : Forme de la section

C_b : Coût unitaire de béton.

C_c : Coût unitaire de coffrage .

Avec le vecteur des inconnues : $v = \{A_p, h, h_f, b, b_w\}$

D'autres composantes de coût peuvent être inclus si nécessaire. IL demeure entendu que le coût unitaire du béton C_b couvre les frais de confection, coulage vibration, manutention, fourniture et toutes sujétions de mise en œuvre d'une part et les frais de coffrages (étais, pointes, huile de décoffrage et toutes sujétions de décoffrages), d'autre part. De manière analogue, le coût unitaire de l'acier C_s comprend tous frais de fourniture, façonnage, coupes, fils de ligature manutention et toutes sujétions d'exécution. La valeur du rapport C_s/C_b peut dépendre de la Zone de construction considérée (par exemple zone nord ou zone sud dans le cas de l'Algérie) .

IL est également important de noter que dans un programme d'optimisation de coût, seules les valeurs relatives de coût sont importantes et non pas les valeurs absolues. Les valeurs absolues de coût affectent la valeur finale de la fonction objectif et non pas les valeurs optimales des variables de décision de sorte que la fonction objectif à optimiser pourra s'écrire comme suit :

$$C = \frac{C_0}{L \cdot C_c} = B \times \frac{C_b}{C_c} + A_p \times \frac{C_p}{C_c} + A_c \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow Min$$

Sous les contraintes suivantes : (1)

Contrainte de résistance en flexion

$$M_{agisst} \leq (b - b_w) h_f \sigma_{bcs} \times (d - \frac{h_f}{2}) + \frac{(h - h_f) b_w \sigma_{bcs}}{2} \times (d - \frac{h}{3}) \quad (2)$$

La flèche admissible

$$\frac{-qL^2}{8\sigma_p A_p} \leq f_{adm} \quad (3)$$

Section de la précontrainte

$$A_p = \frac{2(b - b_w) h_f \sigma_{bcs} + (h - h_f) b_w \sigma_{bcs}}{2\sigma_3} \quad (4)$$

La section minimale de précontrainte

$$A_{pmin} \leq A_p \leq A_{pmax} \quad (5)$$

L'exentricité

$$0 \leq e \leq d' \quad (6)$$

Condition sur les variables de conception incluant les règles de la pratique courante

$$\frac{1}{20} \leq h \leq \frac{1}{17} \quad (7)$$

$$b = \min(\frac{1}{4}l; \text{entraxe des poutres}) \quad (8)$$

$$h_f \geq h_{fmin} \quad (9)$$

$$b_w \geq b_{wmin} \quad (10)$$

$$0,3 \leq \frac{b_w}{d} \leq 0,5 \quad (11)$$

Condition sur rendement géométrique (12)

$$0,3 \leq \frac{bh^3}{12} \frac{b_w + (1-b)[h_f^4 - b(1-h)^4]}{b_w + h(1-b)} \frac{2(b_w + h_f(1-b))}{(bb_w h + (b-b_w b)h_f h)h(b+h_f^2(1-b))\left(h - \frac{h(b_w + h_f^2(1-b_w))}{2(b+b_w(1-b))}\right)} \leq 0,5$$

Condition sur la phase de montage (13) (14)

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b-b_w b)h_f h)} + \frac{h(b+h_f^2(1-b_w))}{\frac{bh^3}{12} \frac{b+(1-b_w)[h_f^4 - b(1-h)^4]}{b_w + h_f(1-b)} (2(b_w + h_f(1-b)))} (A_p \sigma_3 e_0 + \frac{gl^2}{8}) \geq \bar{\sigma}_{ts} = 0$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b-b_w b)h_f h)} - \frac{(2h(b+h(1-b_w))) - h(b+h_f^2(1-b))}{\frac{bh^3}{12} \frac{b+(1-b_w)[h_f^4 - b(1-h)^4]}{b_w + h(1-b_w)} (2(b+h(1-b_w)))} (A_p \sigma_3 e_0 + \frac{gl^2}{8}) \leq \bar{\sigma}_{ot}$$

Condition sur la phase de service (15) (16)

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b-b_w b)h_f h)} + \frac{h(b+h_f^2(1-b_w))}{\frac{bh^3}{12} \frac{b+(1-b_w)[h_f^4 - b(1-h_f)^4]}{b+h(1-b_w)} (2(b+h(1-b_w)))} (A_p \sigma_3 e_0 + M_{max}) \geq \bar{\sigma}_{os}$$

$$\frac{A_p \sigma_3}{(b_w b h + (b - b_w) h_f h)} - \frac{(2h(b + h(1 - b_w))) - h(b + h_f^2(1 - b_w))}{\frac{bh^3}{12} \frac{b + (1 - b_w)[h_f^4 - b(1 - h)^4]}{b_w + h_f(1 - b_w)}} (A_p \sigma_3 e_0 + (g + q) \frac{l^2}{8}) \geq \bar{\sigma}_u = 0$$

L'objet est de trouver les variables de décisions b, b_w, h_f, d, h, A_p et α de telle façon que la fonction objectif Z tend vers Min.

Après résolution d'un système d'équation et inéquation on sorte avec des variables de décisions optimales. $b_{opt}, b_{w\ opt}, h_{fw}, h_{opt}, A_{p\ opt}$.

VI) Conclusions

La formulation mathématique du problème de dimensionnement optimal des éléments de structures en BP peut être ramené à la recherche de la solution optimale d'un problème de programmation mathématique non-linéaire.

L'objet de la présente recherche concerne essentiellement le développement de formulations mathématiques du problème de dimensionnement optimal d'éléments de structures en BP. Les formulations basées sur des techniques de la programmation mathématique, les illustrations graphiques, les investigations numériques.

Ce mémoire est un travail de recherche concerné par la mise en place d'un problème d'optimisation de moindre coût d'une poutre en B.P .

On a formulé un problème de dimensionnement optimal pour la flexion simple.



Bibliographie

- [1] Fedghouche F, Modèle de calcul de moindre coût des poutres en T en béton armé par optimisation non-linéaire. Thèse de Doctorat d'état: Génie Civil. Ecole Nationale Polytechnique Alger, 2013, 86p.
- [2] Fedghouche F, optimisation des éléments de structures en béton armé aux états limites. Thèse de Magister: Génie Civil. Ecole Nationale des travaux publics Alger, 2001, 11 lp.
- [3] Fedghouche F. and Tiliouine B., Minimum cost design of reinforced concrete rectangular sections in bending under ultimate loads, the 5nd International Conférence on Advances in Mechanics. ICAMEM2010, December 18-20, Hammamet, Tunisia, 2010 .
- [4] Fedghouche, F. and Tiliouine, B., Minimum cost design of reinforced concrete T-beams at ultimate loads using Eurocode2. Eng. Struct.. 42, 43-50, 2012.
- [5] Khaleel M A , Itany R Y . Optimisation of partially prestressed concrete girders under multiple strength and serviceability criteria . Computers & Structures 1993; 49:427-438.
- [6] Gene F , Sicra Jr , Hojjat Adeli F . Cost optimization of prestressed concrete bridges , J, Struct , Eng , 2005; 131:380-388 .
- [7] Sirca G F , Adeli H. Cost optimization of prestressed concrete bridges , J, Struct , Eng, ASCE 2005; 131:380-388 .
- [8] Ahsan R , Rana S , Ghani S N . Cost optimum design of post-tensioned I-girder bridge using global optimisation algorithm . Journal of Structural Engineering ASCE 2012; 138:273-284 .
- [9] TORNIER.H : Le béton précontraint aux états limites, 1985 .
- [10] ADELI.H and SARMA.K : Cost optimization of structures, 2006 .

- [11] Balaguru Perumalsamy N. Optimum design of T-beam sections. *J Build Environ* 1980;15:91–4 .
- [12] Al-Salloum YA, Siddiqi GH. Cost-optimum minimum design of reinforced concrete beams. *ACI Struct J* 1994;647–55 .
- [13] Ferreira CC, Barros MHFM, Barros AFM. Optimal design of reinforced concrete T-section in bending. *Eng Struct* 2003;25:951–64 .
- [14] Arora JS, Elwakeil OA, Chalande AL, Hsieh CC. Global optimization methods for engineering applications. *Struct Optim* 1994;9:137–59 .
- [15] Kirsch U. *Structural optimization: fundamentals and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1993.
- [16] Schittkowski K, Zillober C, Zotemantel R. Numerical comparison of non linear programming algorithms for structural optimization. *Struct Optim* 1994;7:1–19.
- [17] Han SH, Adamu A, Karihaloo BL. Minimum cost design of multispan partially prestressed concrete T-beams using DCOC. *J Eng Optim* 1996;26:35–59.
- [18] Gen M, Cheng R. *Genetic algorithms and engineering design*. New York: John Wiley & Sons; 1997.
- [19] Lasdon LS, Smith S. Solving large sparse nonlinear programs using GRG. *ORSA J ,Comput* 1992;4:2–15.
- [20] Spon’s architects and builders price book 2001. 126th ed. London: Spon Press; 2001.