SURFACE DE RUPTURE DES MATERIAUX PULVERULENTS DEFINIE PAR DES ESSAIS VERITABLEMENT TRIAXIAUX

Zein-El-Abidine ZITOUNI
Ingénieur d'Etat ENTP, Docteur d'Etat - Institut de Mécanique de Grenoble
Maître Assistant, Université de Blida

Résumé

En mécanique des sols, on utilise très couramment, depuis plusieurs années, le critère de rupture de Coulomb ; critère classique dont la surface associée est une pyramide dans l'espace tridimensionnel des contraintes; sans que celui-ci soit vérifié par des essais vraiment triaxiaux, chose que l'appareil triaxial classique ne peut réaliser.

Nous présentons dans cet article, un type d'appareil d'essais véritablement triaxiaux récemment développé, comment peut-on réaliser sur cet appareil des essais permettant d'explorer complètement le comportement tridimensionnel des matériaux et enfin exposer les résultats d'un nombre d'essais réalisés sur cet appareil qui infirment certaines caractéristiques du critère de rupture de Coulomb.

Mots clés : critère de rupture • critère de coulomb • chemin tridimensionnel • appareil triaxial véritable.

1 INTRODUCTION

Le développement des codes de calcul pour la conception des ouvrages, tel que la méthode des éléments finis, a permis la mise en oeuvre de lois rhéologiques, de plus en plus sophistiquées, pour décrire le comportement des sols. Les essais classiques, tels que ceux de "*l'enceinte triaxiale*" ne suffisaient alors plus pour valider correctement ces lois complexes. Il a fallu développer de nouveaux appareils permettant d'explorer complètement le comportement tridimensionnel du matériau et de connaître en particulier le rôle de la contrainte intermédiaire. C'est ainsi que les presses véritablement tridimensionnelles ont été construites.

2 NOTIONS THEORIQUES SUR LE CRITERE DE RUPTURE

Le comportement monodimensionnel des matériaux granulaires est schématisé sur la figure 1. On observe une résistance maximum puis un palier d'écoulement.

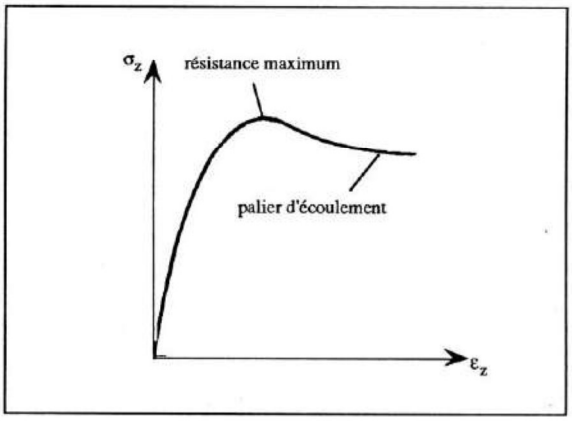


Figure 1 : Comportement monodimensionnel.

La généralisation à un comportement tridimensionnel permet de définir une surface, correspondant au point maximum de résistance, que l'on appelle "surface de rupture" et qui limite le domaine élasto-plastique du matériau de son domaine parfaitement plastique. C'est-à-dire si un point $P(\sigma_{ij})$, représentant l'état de contraintes du matériau, est en deçà de cette surface, le comportement du matériau est élasto-plastique; si par contre $P(\sigma_{ij})$ est sur la frontière de cette surface ou au-delà, le comportement du matériau devient parfaitement plastique.

L'équation de cette surface, appelée "*critère de rupture*" (ou critère de plasticité), est :

$$F (\sigma_{ij}) = 0$$

Si l'on suppose l'isotropie du matériau, le critère de rupture ne dépend pas du choix des axes et on peut écrire ce critère sous la forme:

$$F (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$

Où F est une fonction symétrique des trois valeurs de contraintes principales σ_1, σ_2, σ_3.

Dans la pratique de l'Ingénieur, on utilise très couramment le critère de Coulomb : critère classique de type "*courbe intrinsèque*" constituée de deux droites symétriques dans le plan de Mohr, inclinées de l'angle ϕ (angle de frottement interne du matériau) par rapport à l'axe des contraintes normales, d'équation : $\tau = c + tg\phi$ qui se réduit à $\tau = \sigma\ tg\phi$ dans le cas des matériaux pulvérulents (Figure 2a).

En fonction des contraintes principales (σ_1, σ_2, σ_3), ce critère peut s'écrire dans le cas des sols pulvérulents :

$$\sin\phi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3)} \qquad \text{ou} \qquad tg^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}$$

avec : $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, les contraintes principales respectivement majeure, intermédiaire et mineure.

Dans ces formules, on remarque que la contrainte principale intermédiaire σ_2 n'intervient pas, autrement dit, celle-ci ne joue aucun rôle dans le critère de Coulomb ; en particulier, l'angle de frottement du matériau est le même en compression triaxiale qu'en extension triaxiale.

Nous verrons plus loin que les récents essais, réalisés sur un nouveau appareil triaxial, ont montré le contraire quant à l'effet de la contrainte intermédiaire σ_2 sur le critère de rupture.

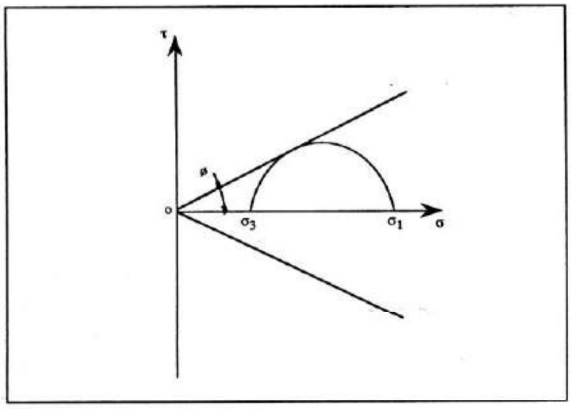


Figure 2a : Critère de Coulomb. Courbe intrinsèque des sols (cas des matériaux pulvérulents).

La surface de rupture, associée au critère de Coulomb, dans l'espace des contraintes principales est une pyramide (Figure 2b).

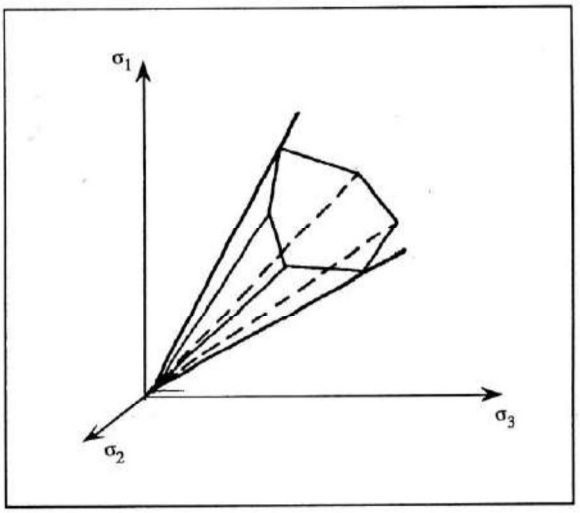


Figure 2b : Critère de Coulomb. Surface limite dans l'espace tridimensionnel.

Dans ce qui suit, nous représenterons les sections droites des surfaces de rupture dans le plan dit "*plan déviatoire*" : c'est le plan perpendiculaire à la trissectrice de l'espace tridimensionnel. Les projections des axes σ_1, σ_2, σ_3 sur ce plan sont des axes qui forment entre eux des angles de 120°.

La section droite de la surface de rupture associée au critère de Coulomb, représentée dans le plan déviatoire, est un hexagone irrégulier (Figure 2c).

Notons que dans cette représentation, l'hypothèse de l'isotropie du matériau entraîne une symétrie ternaire par rapport aux trois axes σ_1, σ_2 et σ_3. Compte tenu de cette symétrie, on peut se contenter d'étudier les critères sur un sixième du plan déviatoire ; soit par exemple la portion du plan AOB (Figure 2c).

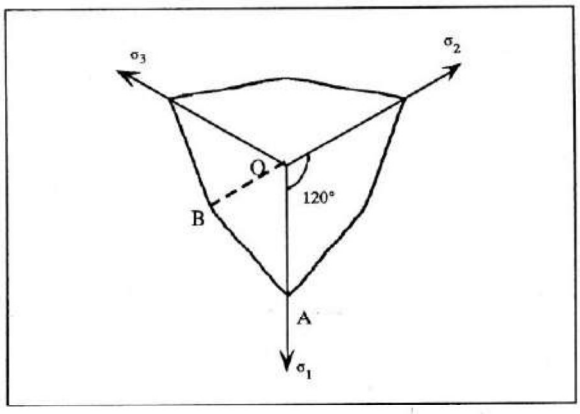


Figure 2c : Critère de Coulomb. Section droite de la surface limite dans le plan deviatoire.

3 LIMITATION DE L'APPAREIL TRIAXIAL CLASSIQUE

L'appareil triaxial classique, où l'on applique une étreinte triaxiale sur un échantillon cylindrique élancé, est depuis les années 30 à ce jour, l'élément fondamental de tout laboratoire de mécanique des sols. Néanmoins, le champ de contraintes appliqué dans cet appareil qui consiste à imposer à l'échantillon un état de contraintes axisymétriques ($\sigma_2 = \sigma_3$ en compression triaxiale ou $\sigma_2 = \sigma_1$ en extension triaxiale), ne permet pas d'explorer toute la surface limite du matériau dans l'espace tridimensionnel. Autrement dit, sur la portion du plan AOB (Figure 2c), les seuls points que l'on peut obtenir à l'aide d'un essai triaxial classique sont les sommets de l'hexagone: le point "A" correspondant à la compression triaxiale où $\sigma_{verticale} > \sigma_{latérale}$ (dans ce cas $\sigma_{verticale} = \sigma_1$ représente la contrainte majeure et $\sigma_{latérale} = \sigma_2 = \sigma_3$ la contrainte mineure), et le point "B" correspondant à l'extension triaxiale où $\sigma_{latérale} > \sigma_{verticale}$ (dans ce cas $\sigma_{latérale} = \sigma_1 = \sigma_2$ représente la contrainte majeure et $\sigma_{verticale} = \sigma_3$ la contrainte mineure).

Il n'est donc pas possible de valider les critères, tel que celui de Coulomb, entre les points "A" et "B". La nécessité de développer d'autres appareils plus puissants s'impose.

4 L'APPAREIL VERITABLEMENT TRIAXIAL. EXEMPLE : LE TRITRI.

Les appareils véritablement triaxiaux sont conçus pour décrire complètement le comportement tridimensionnel des matériaux et permettre ainsi la validation correcte des lois rhéologiques proposées pour les sols et en particulier les critères de rupture.

Actuellement, il n'existe environ qu'une quinzaine de ce genre d'appareils dans le monde qui ont tous le même but: l'application à l'échantillon d'un champ de contraintes véritablement tridimensionnel ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$), mais qui peuvent être différents quant à leurs conditions aux limites : têtes de pression flexible (contraintes contrôlées), têtes de pression mixtes ou têtes de pression rigides (déformations contrôlées).

Nous donnons ici quelques indications sur un de ces appareils qui a été conçu et réalisé à l'Institut de Mécanique de Grenoble (France) appelé : la presse "TRITRI" (Photo 1).

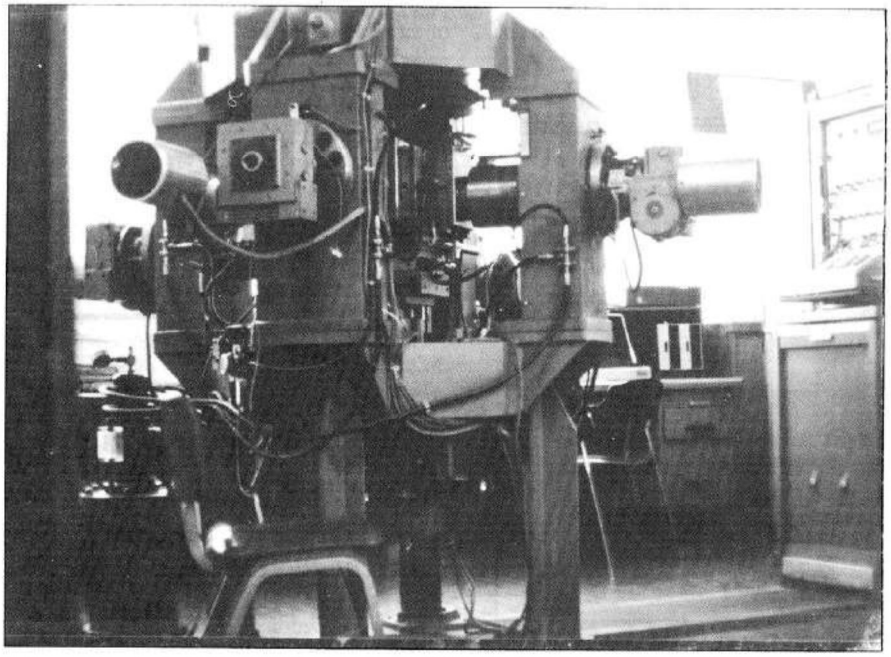


Photo 1 : Vue d'ensemble de la presse véritablement triaxiale "TRITRI" de Grenoble.

L'échantillon préparé à l'extérieur, est placé et déformé dans une boîte de la presse de forme prismatique (Figure 4). Chaque face de la boîte est constituée d'un empilement de trois plaques: deux plaques, portant deux glissières orthogonales et entrainées par des vérins hydrauliques, permettent à la troisième plaque, en contact avec l'échantillon, deux translations dans le plan de la face et donc la fermeture de la boîte. Un moteur électrique, synchronisé avec celui de la face opposée, assure l'avance ou le recul symétriquement par rapport au centre qui reste fixe. Ainsi, chaque face possède trois degrés de liberté en translation.

Sur le "TRITRI", on mesure trois contraintes

principales et trois déformations principales. Les contraintes sont mesurées à l'aide des capteurs de pression noyés dans les plaques et en contact avec l'échantillon. Quant aux déformations, on mesure les déplacements relatifs des deux faces opposées à l'aide des trois capteurs à induction (LVDT) et on calcule ensuite les déformations par la formule :

$$\varepsilon = - \text{Log} \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

L_0 et L sont les dimensions respectivement initiale et actuelle.

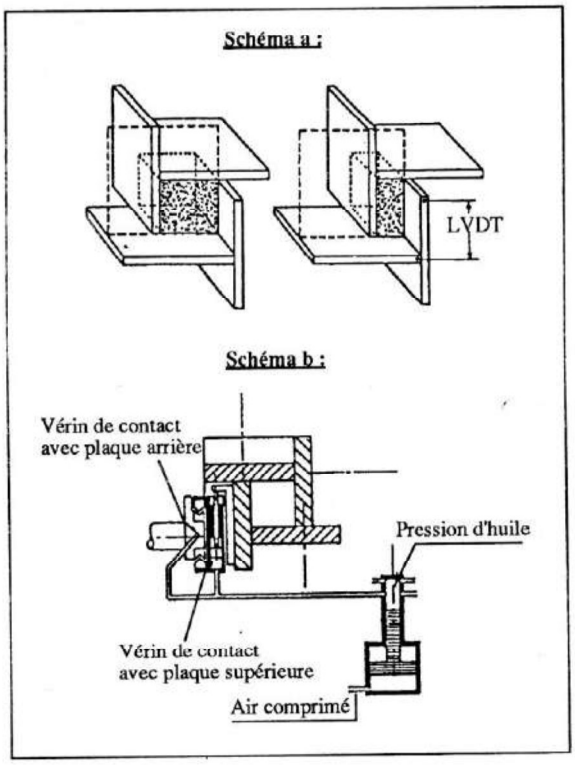


Figure 4 : Principe de fonctionnement de la presse véritablement triaxiale "TRITRI".

5 CARACTERISATION D'UN CHEMIN VERITABLEMENT TRIDIMENSIONNEL

Comme il a été dit auparavant et contrairement à l'appareil triaxial classique qui ne peut appliquer que des chemins de contraintes axisymétriques, on peut réaliser au TRITRI n'importe quel chemin de contraintes tridimensionnel où $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$.

Pour caractériser l'orientation d'un chemin de contrainte dans le plan déviatoire des contraintes pricipales, on peut utiliser l'un ou l'autre des deux paramètres suivants:

- Soit l'angle φ_σ formé par l'axe de compression triaxiale (l'axe OA sur la figure 2c) et le chemin de contraintes suivi.

$\varphi_\sigma \in [0, \pi/3]$ est appelé "phase de la contrainte". On montre que :

$$\cos 3\varphi_\sigma = \frac{\sqrt{6}\ \text{tr}\, s^3}{(\text{tr}\, s^2)^{3/2}}$$

avec :

$s = \sigma - (S_1/3)\delta$ le déviateur de σ.

σ le tenseur de contrainte de Cauchy.

$S_1 = \text{tr}\sigma$ premier invariant σ.

δ le tenseur unité.

- Soit le paramètre : $b = \dfrac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$

qui nous permet en plus de situer la contrainte intermédiaire σ_2 par rapport aux deux autres.

Les deux paramètres φ_σ et b sont reliés par :

$$\text{tg}\varphi_\sigma = \frac{\sqrt{3}\, b}{(2 - b)}$$

Ainsi, φ_σ et b auront les valeurs suivantes:

- $\varphi_\sigma = 0$ et $b = 0$ pour le chemin de compression axisymétrique.
- $\varphi_\sigma = \pi/3$ et $b = 1$ pour le chemin d'extension axisymétrique.
- $0 < \varphi_\sigma < \pi/3$ et $0 < b < 1$ pour les chemins non axisymétriques.

6 CAMPAGNE EXPÉRIMENTALE SUR LE TRITRI. RESULTATS SUR LE CRITERE.

Dans le cadre d'une coopération Franco-Américaine, entre l'Institut de Mécanique de Grenoble (France) et l'Université de Cleveland (USA), nous avons réalisé sur le TRITRI une large campagne expérimentale avec divers chemins de contraintes et différentes pressions sur trois types de sable : d'Hostun, de Monterey et de Reid Bedford[1]. Le même programme expérimental a été réalisé à Cleveland sur un autre appareil véritablement triaxial : *"le cylindre creux"*. La comparaison des deux campagnes d'essais avait pour but essentiel la création d'une banque de données internationale sur le comportement tridimensionnel des sables. Le but a été atteint et cette banque est à l'Ecole Centrale de Paris à la disposition des Prédicteurs de lois de comportement pour pouvoir valider leurs lois rhéologiques.

Ce travail a fait l'objet d'une thèse de Doctorat [1] et d'un atelier intitulé: "International workshop on constitutive equations for granular non-cohesive soils" qui s'est tenu à Cleveland du 22 au 24 juillet 1987.

Nous exposons ici, les résultats expérimentaux obtenus dans cette campagne expérimentale concernant le critère de rupture des sables.

Pour balayer convenablement la portion de plan AOB (Figure 2c), nous avons réalisé cinq séries de quatre essais correspondant chacune à cinq valeurs différentes du paramètre b choisies : b = 0 ; 0.28 ; 0.5 ; 0.66 et 1. Ce qui correspond aux valeurs respectives de la phase de la contrainte suivante : φ_σ =0° ; 15.7° ; 30° ; 40.5° et 60°.

Nous avons vu auparavant que le paramètre b est en fonction de la contrainte intermédiaire σ_2. Pour étudier l'influence de celle-ci sur la résistance maximum et le critère, il suffit d'étudier l'influence du paramètre b sur cette résistance.

Les figures 5a, b, c, et d montrent la variation de l'angle de frottement maximum (correspondant au pic de la courbe contrainte-déformation) en fonction du paramètre b pour le sable d'Hostun lâche (ρ_{moyen}=1.52) et dense (ρ_m=1.62), le sable de Reid-Bedford dense (ρ_m=1.59) et le sable de Monterey dense (ρ_m=1.68). Nous avons tracé pour chaque série une courbe passant approximativement par les moyennes des points expérimentaux. Nous remarquons que ces courbes ont toutes une même allure : une pente assez raide en compression triaxiale (b=0), un passage par un maximum puis une redescente en pente douce à l'extension (b=1). Cette forme approche mieux qu'une autre (par exemple une droite) les moyennes des points expérimentaux. Ce qui veut dire que l'angle de frottement maximum varie en fonction du paramètre b et donc de la contrainte intermédiaire σ_2 .

Ce résultat important montre que, contrairement à ce que le critère de Coulomb propose, la contrainte intermédiaire σ_2 a un effet non négligeable sur le

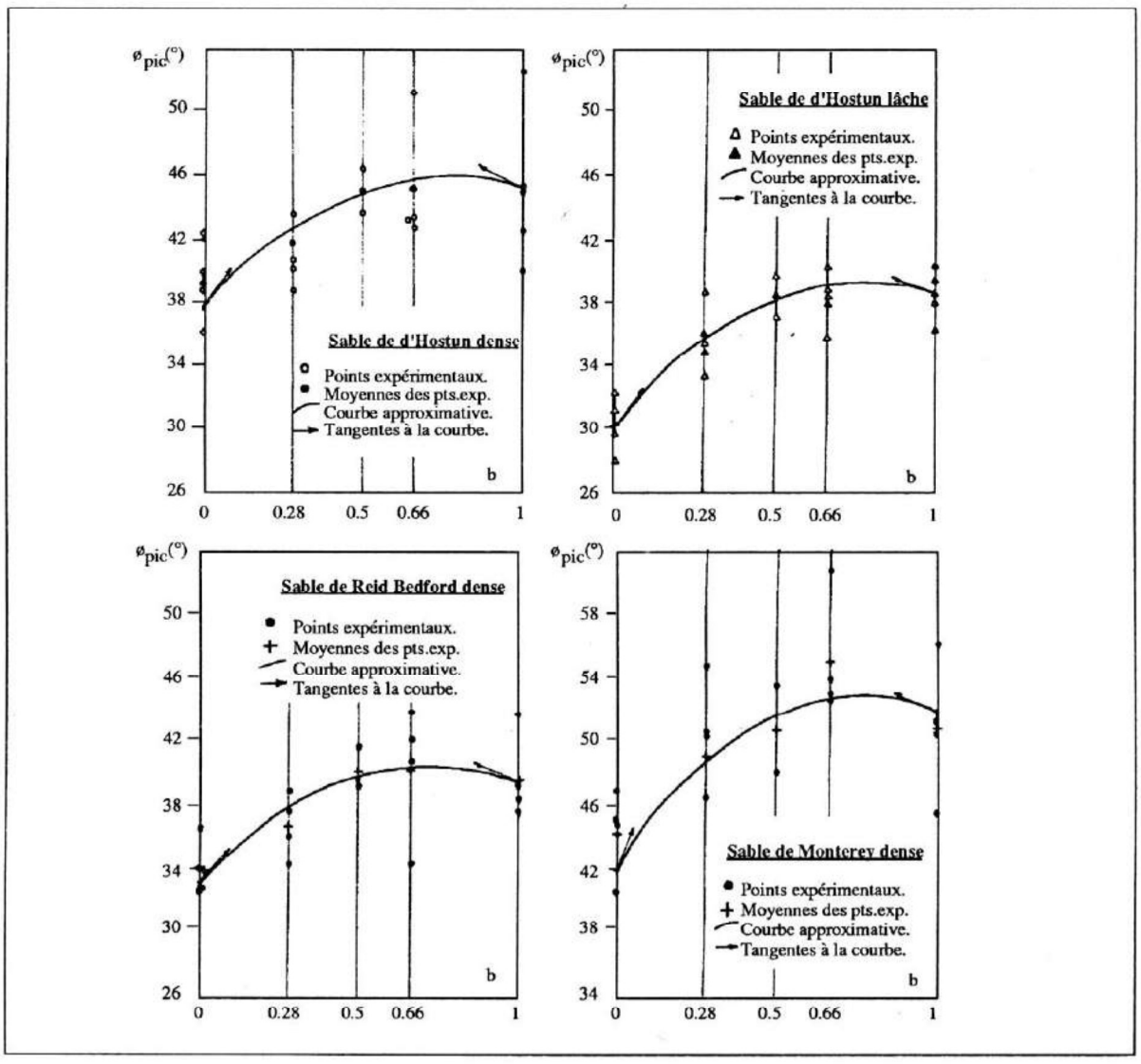


Figure 5 : Variation de la résistance maximum des trois sables en fonction de "b".

critère de rupture ; en particulier l'angle de frottement en extension triaxiale (b=1) est supérieur à celui en compression triaxiale (b=0) d'une valeur moyenne variant, d'après nos résultats, de 5.5° à 8.5°. Les valeurs moyennes des angles de frottement en compression et en extension sont les suivantes :

Sable d'Hostun dense :	ϕ_c=39.4°	ϕ_e=45.1°
Sable d'Hostun lâche :	ϕ_c=30.3°	ϕ_e=38.7°
Sable de Reid Bedford dense :	ϕ_c=34.0°	ϕ_e=39.5°
Sable de Monterey dense :	ϕ_c=44.2°	ϕ_e=50.8

Notons que le maximum de l'angle de frottement est obtenu pour une valeur de b comprise entre 0.66 et 1.

Nous avons placé aussi ces points de résistance maximum dans le plan déviatoire (Figure 6a et b) pour le sable d'Hostun dense et lâche; cette deuxième représentation est aussi intéressante dans la mesure où elle nous permettra de comparer nos points expérimentaux au critère de Coulomb. Nous avons fait passer des courbes approximatives passant au mieux par les moyennes des points.

7 CRITERES DE RUPTURE RECENTS COMPARES À NOS RESULTATS

Parmi les critères les plus connus, récemment proposés, on cite :

- Le critère de GOLSCHEIDER [2] : hexagonal dans le plan déviatoire des contraintes, présentant des points anguleux en compression et en extension (tangentes discontinues) avec $\phi_e > \phi_c$.

- Le critère de DRUCKER PRAGER: c'est une généralisation du critère de mises aux matériaux pulvérulents. La valeur maximale de l'angle de frottement en compression calculé par l'équation de ce critère est de ϕ_c = 36.8° ; nos valeurs expérimentales ainsi que celles d'autres chercheurs aboutissent à des valeurs de ϕ_c nettement supérieures à celle-ci. Ce critère ne s'adapte pas au cas des sols.

- Le critère de Matsuoka-Nakai [3] : La section dans le plan déviatoire de la surface de rupture associée à ce critère est une courbe convexe circonscrite avec l'hexagone représentant le critère de Coulomb. Ce critère implique comme celui de Coulomb $\phi_c = \phi_e$.

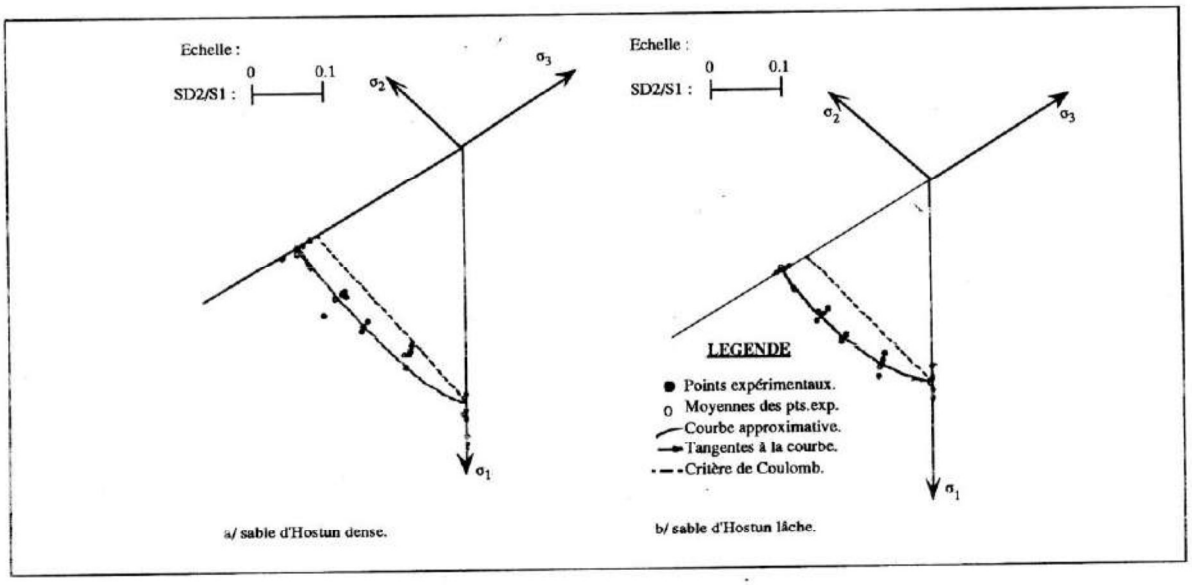


Figure 6 : Résistance maximum du sable d'Hostun. Résultats dans le plan déviatoire.

L'autre résultat que nous pouvons dégager de cette deuxième représentation est que, à première vue, les courbes montrent qu'un critère à tangentes continues aux niveaux des axes b=0 et b=1 (Figure 7) pourrait approcher mieux qu'un autre nos points expérimentaux. En effet, le critère de Coulomb : Hexagonal avec un angle de fottement en compression ϕ_c égal à l'angle de frottement en extension ϕ_e, comme le montre la figure, ne s'adapte pas du tout avec ces points.

- Le Critère de LADE [4, 5] : il s'exprime de la façon suivante :

$$I_1^3/I_3 = k_1$$

où

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad \text{et} \quad I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$$

Sont respectivement le premier et le troisième invariant de contrainte et k_1 une constante dont la valeur dépend de la densité du sable.

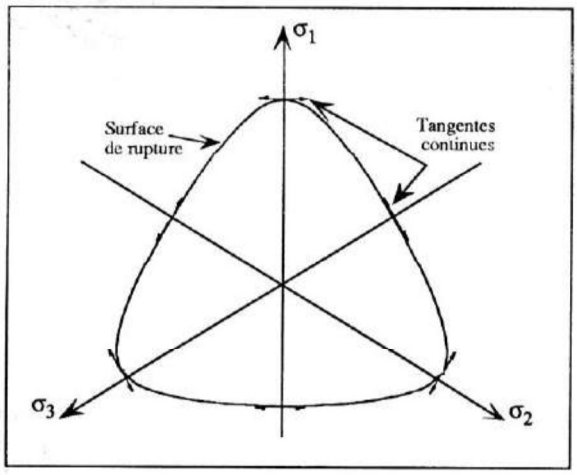


Figure 7 : Surface de rupture avec tangentes continues aux points "b=0" et "b=1".

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de rupture définie par le critère de LADE est un cône dont le sommet est à l'origine des axes de contraintes. Il est à tangentes continues aux axes de compression et d'extension dans le plan déviatoire et propose $\phi_e > \phi_c$ (Figure 8).

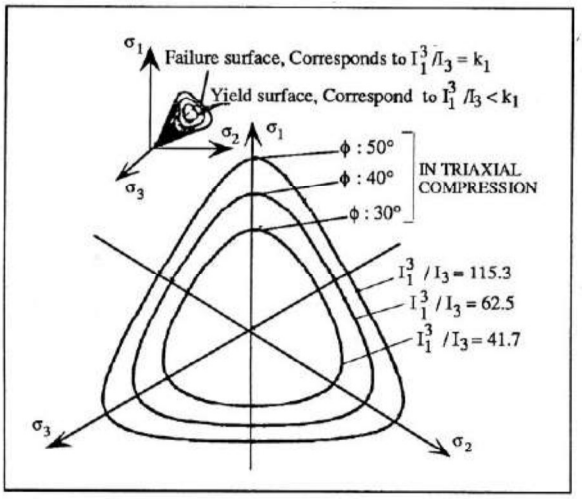


Figure 8 : Surface de rupture dans l'espace des contraintes principales. D'après [4].

D'après une comparaison de nos résultats expérimentaux avec tous ces critères exposés dans cet article, il semble que le critère de LADE est le mieux adapté au cas des sols pulvérulents.

8 ESSAIS REALISES AU LTPC D'ALGER

Dans le cadre d'un projet de fin d'études d'Ingénieur de l'Ecole Nationale des Travaux Publics d'Alger [6], un nombre d'essais de compression triaxiale (b=0) et d'extension triaxiale (b=1) sur le sable de "Draouch" ont été réalisés à l'appareil triaxial classique au Laboratoire des Travaux Publics du Centre (LTPC) d'Alger. L'analyse des résultats de ces essais nous ont montrés que les valeurs d'angles de frottement maximum en extension triaxiale dépassent celles obtenues en compression triaxiale d'une valeur de 6°. Ce qui est dans la fourchette des résultats que nous avons trouvé au TRITRI.

9 CONCLUSION

Dans cet article, nous avons mis en évidence l'importance de l'appareil véritablement triaxial pour la validation des critères de rupture.

Les angles de frottement au pic de contraintes des essais que nous avons réalisé au TRITRI de Grenoble sur trois types de sable ont confirmé que la contrainte intermédiaire joue un rôle important sur le critère de rupture des matériaux pulvérulents; en particulier, l'angle de frottement en extension dépasse l'angle de frottement en compression d'une valeur pouvant atteindre 8.5°. Le critère de Coulomb ne représente donc qu'une certaine approximation.

Il semble aussi, d'après nos essais, qu'un critère de rupture respectant, dans le plan déviatoire, la continuité de la tangente aux axes correspondant à la compression (b=0) et à l'extension (b=1), est plus raisonnable.

Parmi les critères proposés récemment, nous avons retenu le critère de LADE qui approxime mieux nos points expérimentaux.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Z. Zitouni : "*Comportement tridimensionnel des sables*". Thèse de Doctorat, USM Grenoble, Nov. 1988.

[2] M. Golscheider: "*True Triaxial Tests on Dense Sand*". International Workshop on Constitutive Relations for Soils, Grenoble, Sep. 1982, Balkema 1984.

[3] H. Matsuoka & T. Nakai : "*Relationship among Tresca, Mises, Mohr-Coulomb and Matsuoka-Nakai Failure Criteria*". Soil and Foundations, Vol.25, N°4, Dec. 1985.

[4] P.V Lade & J.M Duncan : "*Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil*". Journal of the Géotechnical Engineering Division, N°GT10, Oct. 1975.

[5] P.V Lade & M. Oner : *Elastoplastic stress model, parameter evaluation, and predictions for dense sand*". Constitutive Relations for Soils. Grenoble, sept. 1982, BALKEMA 1984.

[6] A. Bouakouk & K. Kahoul : "*Comportement tridimensionnel des sols*". Mémoire de fin d'études dirigé par Z. Zitouni et O. Chehboub. Ecole Nationale des Travaux Publics de Kouba, Juin 1993.