

MODÉLISATION DES MILIEUX POREUX SATURÉS PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Z. HARICHANE : Chargée de cours, Université de Chlef
 H. AFRA : Directeur de Recherches, CNERIB, Alger
 M. KHELLAFI : Maître Assistant, Centre Universitaire de Djelfa

RÉSUMÉ

La modélisation des milieux poreux saturés est un problème important en géotechnique. Plusieurs méthodes numériques peuvent être appliquées pour étudier ce type de problèmes, mais la méthode des éléments finis est la plus sollicitée. Cette méthode permet, également, de modéliser l'interaction entre les phénomènes mécaniques et les phénomènes de diffusion du fluide. A cet effet, une modélisation bidimensionnelle par éléments finis des milieux poreux saturés est présentée dans cet article, et leur réponse sismique est analysée. La nette différence entre solution monophasique et solution biphasique, obtenue à travers les exemples traités, montre la nécessité de modéliser les différentes phases existantes dans un élément de sol, si une analyse détaillée est désirée.

Mots Clés

Milieux poreux saturés, maillage, excitation sismique, réponse sismique.

1. INTRODUCTION

L'étude du mouvement d'eau dans les massifs poreux est un problème important pour les géotechniciens. En effet, ce mouvement peut modifier au cours du temps la distribution des contraintes exercées sur les massifs de sol. La détermination de la pression interstitielle dans les massifs et de son évolution au cours du temps est donc une donnée dont il faut tenir compte pour le dimensionnement des ouvrages.

Une modélisation simple peut être réalisée en supposant que la déformation du squelette solide du milieu poreux n'agit pas sur l'écoulement. Il suffit, alors, de résoudre les équations de l'écoulement. La pression interstitielle est calculée en tout point et, par la suite, considérée comme une contrainte initiale isotrope et introduite dans l'étude d'un problème mécanique pur. Cet enchaînement de calculs simule l'effet mécanique de l'écoulement hydraulique dans le massif de sol. Cette manière de procéder n'est en principe acceptable qu'au bout d'un temps très grand ; en effet, il existe une phase transitoire pendant laquelle il y a interaction entre la déformation du squelette solide et le mouvement de la masse d'eau, c'est le phénomène de consolidation [1].

Les équations régissant la consolidation des sols résultent des formules classiques de la mécanique des milieux continus appliquées au sol en le considérant comme un milieu poreux biphasique. Moyennant des simplifications sur la nature physique du milieu étudié, la géométrie du problème envisagé et des hypothèses sur la rhéologie des constituants, ces équations conduisent à un système d'équations aux dérivées partielles. Ainsi, la modélisation de la consolidation des sols repose sur la théorie de Biot (1941) comme généralisation de la théorie pseudotridimensionnelle de Rendulic (1936), elle même généralisant la théorie unidimensionnelle de Terzaghi (1923). Cette théorie, limitée au comportement élastique linéaire, a été étendue, plus tard, par Biot (1962) à l'étude dynamique.

Plusieurs méthodes numériques peuvent être appliquées, mais la méthode des éléments finis est la plus utilisée dans la résolution des problèmes de dynamique des sols. Cette méthode permet, également, de modéliser l'interaction entre les phénomènes mécaniques et les phénomènes de diffusion du fluide.

L'objet de cette partie est de formuler et résoudre les équations

d'un problème dynamique dans l'hypothèse d'un comportement poroélastique linéaire isotrope par la méthode des éléments finis.

2. COMPORTEMENT POROELASTIQUE LINÉAIRE ISOTROPE

Le comportement poroélastique est tel que lors d'une évolution du milieu poreux saturé, les composantes du tenseur des déformations et l'apport de masse fluide m suffisent à caractériser le nouvel état du système par rapport à son état d'équilibre initial. Dans le cas des matériaux isotrope, et si le milieu se trouve, initialement, dans un état naturel, la loi de comportement (du squelette solide) poroélastique linéaire isotrope (dans lequel le fluide interstitiel est supposé comme un fluide parfait) est donnée par les équations suivantes [2]:

$$\underline{\sigma} = \lambda^d \cdot \text{tr} \underline{\epsilon} \cdot \underline{\mathbf{I}} + 2 \cdot \mu^d \cdot \underline{\epsilon} - b \cdot p \cdot \underline{\mathbf{I}} \quad (1)$$

et

$$p = -b \cdot M \cdot \text{tr} \underline{\epsilon} + M \cdot \frac{m}{\rho^f} \quad (2)$$

dans lesquelles $\underline{\sigma}$ est le tenseur des contraintes, p est la pression interstitielle, $\underline{\mathbf{I}}$ est la matrice unitaire, ρ^f est la masse volumique du fluide, m est l'apport de masse fluide, λ^d et μ^d sont les constantes drainées de Lamé, et enfin b et M sont, respectivement, le coefficient et le module de Biot et ils sont déterminés expérimentalement.

En déformations planes, convenables au traitement des problèmes de dynamique des sols [3], les formules précédentes se réduisent aux équations ci-après [4]:

$$\bar{\sigma} = \underline{\mathbf{D}}^d \cdot \bar{\epsilon} - b \cdot p \cdot \bar{\mathbf{A}} \quad (3)$$

et

$$p = -b \cdot M \cdot \bar{\mathbf{A}}^T \cdot \bar{\epsilon} + M \cdot \frac{m}{\rho^f} \quad (4)$$

tel que

$$\bar{\sigma}^T = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_{12}] \quad (5)$$

$$\bar{\epsilon}^T = [\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_{12}] \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{A}}^T = [1 \quad 1 \quad 0] \quad (7)$$

et

$$\underline{\mathbf{D}}^d = \begin{bmatrix} \lambda^d + 2 \cdot \mu^d & \lambda^d & 0 \\ \lambda^d & \lambda^d + 2 \cdot \mu^d & 0 \\ 0 & 0 & \mu^d \end{bmatrix} \quad (8)$$

$\underline{\mathbf{D}}^d$ étant la matrice de rigidité de l'élasticité drainée.

3. FORMULATION DES ÉQUATIONS DE MOUVEMENT

D'après le principe des travaux virtuels, le travail virtuel total W^* d'un système matériel Ω soumis à un déplacement virtuel \bar{u}^* est nul, soit :

$$W^* = \int_{\Omega} \bar{u}^{*T} \cdot d\bar{F} = 0 \quad (9)$$

Nous supposons, par la suite, que le champ des déplacements virtuels est le même appliqué pour les particules squelette et fluide, contenus, au même instant, dans le volume élémentaire $d\Omega$, en le suivant dans le mouvement du squelette. Nous présentons ci-après les équations du mouvement d'un milieu poreux saturé, considéré dans son ensemble et suivi dans le mouvement du squelette.

3.1. EQUATIONS DU MOUVEMENT DU MILIEU POREUX SATURÉ

En appliquant la méthode des éléments finis, le travail virtuel total W^* sera égal à :

$$W^* \approx \sum_{i=1}^n W_{int(i)}^* + W_{ext(i)}^* + W_{inr(i)}^* \quad (10)$$

tel que n est le nombre d'élément finis utilisé dans la discrétisation de Ω et $W_{int(i)}^*$, $W_{ext(i)}^*$ et $W_{inr(i)}^*$ et sont les travaux virtuels élémentaires correspondants, respectivement, aux forces internes, externes et d'inerties dans chaque élément Ω_i . Ils sont évalués à l'aide des expressions suivantes [5] :

$$W_{int(i)}^* = - \int_{\Omega_i} \bar{\epsilon}_i^{*T} \cdot \bar{\sigma}_i \cdot dv \quad (11)$$

$$W_{ext(i)}^* = \int_{\Omega_i} \bar{u}_i^{*T} \cdot [\rho_i^s \cdot \phi_i + \rho_i^f \cdot (1 - \phi_i)] \bar{f}_i \cdot dv + \int_{\partial\Omega_i} \bar{u}_i^{*T} \cdot \bar{T} \cdot ds \quad (12)$$

$$W_{inr(i)}^* = - \int_{\Omega_i} \bar{u}_i^{*T} \cdot \rho_i^s \cdot (1 - \phi_i) \cdot \ddot{u}_i^s \cdot dv - \int_{\Omega_i} \bar{u}_i^{*T} \cdot \rho_i^f \cdot \phi_i \cdot \ddot{u}_i^f \cdot dv \quad (13)$$

où ρ^s est la masse volumique du squelette. Dans le cadre de l'hypothèse des petits mouvements [2], il est possible d'exprimer la loi de comportement en fonction des champs des déplacements \bar{u}^s et \bar{u}^f . On a ainsi :

$$\bar{\sigma}_i = \underline{\mathbf{D}}_i^d \cdot \bar{\epsilon}_i + \bar{A} \cdot M_i \cdot b_i^2 \cdot \bar{A}^T \cdot \bar{\epsilon}_i + \bar{A} \cdot M_i \cdot b_i \cdot \phi_i \cdot \text{div}(\bar{u}_i^f - \bar{u}_i^s) \quad (14)$$

$$p_i = -b_i \cdot M_i \cdot \bar{A}^T \cdot \bar{\epsilon}_i - M_i \cdot \phi_i \cdot \text{div}(\bar{u}_i^f - \bar{u}_i^s) \quad (15)$$

L'approximation nodale permet d'exprimer les champs \bar{u}^s et \bar{u}^f en fonction des matrices d'interpolations $\underline{\mathbf{N}}_i^e$, des matrices de localisation des nœuds de Ω dans Ω_i $\underline{\mathbf{L}}_i$ et les vecteurs des déplacements de tous les nœuds de Ω , \bar{U}^s , \bar{U}^f et \bar{U}^* [6] :

$$\bar{u}_i^s = \underline{\mathbf{N}}_i^e \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \cdot \bar{U}^s \quad (16)$$

$$\bar{u}_i^f = \underline{\mathbf{N}}_i^e \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \cdot \bar{U}^f \quad (17)$$

$$\bar{u}_i^* = \underline{\mathbf{N}}_i^e \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \cdot \bar{U}^* \quad (18)$$

par conséquent, nous écrivons :

$$\bar{\epsilon}_i^* = \underline{\mathbf{B}}_i^e \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \cdot \bar{U}^* \quad (19)$$

et

$$\text{div}(\bar{u}_i^s - \bar{u}_i^f) = \underline{\mathbf{H}}_i^e \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \cdot (\bar{U}^s - \bar{U}^f) \quad (20)$$

avec

$$\underline{\mathbf{B}}_i^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} \end{bmatrix} \cdot \underline{\mathbf{N}}_i^e \quad (21)$$

et

$$\underline{\mathbf{H}}_i^e = \bar{A}^T \cdot \underline{\mathbf{B}}_i^e \quad (22)$$

En substituant les équations (10) à (22) dans l'équation (9), les équations du mouvement d'un milieu poreux saturé, pris dans son ensemble et suivi dans le mouvement du squelette, s'écrivent :

$$(\underline{\mathbf{K}}^d + \underline{\mathbf{K}}^{C1} - \underline{\mathbf{K}}^{C2}) \bar{U}^s + \underline{\mathbf{K}}^{C2} \cdot \bar{U}^f + \underline{\mathbf{M}}^s \cdot \ddot{U}^s + \underline{\mathbf{M}}^f \cdot \ddot{U}^f = \bar{F} \quad (23)$$

Dans ces équations, $\underline{\mathbf{K}}^d$ est la matrice de rigidité globale drainée de la masse solide contenue dans :

$$\underline{\mathbf{K}}^d = \sum_{i=1}^n \left[\underline{\mathbf{L}}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega_i} \underline{\mathbf{B}}_i^{eT} \cdot \underline{\mathbf{D}}_i^d \cdot \underline{\mathbf{B}}_i^e \cdot dv \right) \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \right] \quad (24)$$

$\underline{\mathbf{K}}^{C1}$ et $\underline{\mathbf{K}}^{C2}$ sont les matrices globales de rigidité d'interaction mutuelle entre le fluide et la matrice solide, telle que :

$$\underline{\mathbf{K}}^{C1} = \sum_{i=1}^n \left[\underline{\mathbf{L}}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega^f} \underline{\mathbf{H}}_i^{eT} \cdot M_i \cdot b_i^2 \cdot \underline{\mathbf{H}}_i^e \cdot dv \right) \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \right] \quad (25)$$

$$\underline{\mathbf{K}}^{C2} = \sum_{i=1}^n \left[\underline{\mathbf{L}}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega^f} \underline{\mathbf{H}}_i^{eT} \cdot M_i \cdot b_i \cdot \phi_i \cdot \underline{\mathbf{H}}_i^e \cdot dv \right) \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \right] \quad (26)$$

$\underline{\mathbf{M}}^s$ est la matrice globale de masse de la matrice solide :

$$\underline{\mathbf{M}}^s = \sum_{i=1}^n \left[\underline{\mathbf{L}}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega_i} \underline{\mathbf{N}}_i^{eT} \cdot \rho_i^s \cdot (1 - \phi_i) \cdot \underline{\mathbf{N}}_i^e \cdot dv \right) \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \right] \quad (27)$$

$\underline{\mathbf{M}}^f$ est la matrice globale de masse du fluide interstitiel :

$$\underline{\mathbf{M}}^f = \sum_{i=1}^n \left[\underline{\mathbf{L}}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega_i} \underline{\mathbf{N}}_i^{eT} \cdot \rho_i^f \cdot \phi_i \cdot \underline{\mathbf{N}}_i^e \cdot dv \right) \cdot \underline{\mathbf{L}}_i \right] \quad (28)$$

et \vec{F} est le vecteur global des sollicitations extérieures relatif à la matière contenue dans Ω :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \left[\underline{L}_i^T \cdot \left(\int_{\Omega_i} \underline{N}_i^{eT} \cdot \rho_i \cdot \vec{f}_v \cdot dv + \int_{\partial\Omega_i} \underline{N}_i^{eT} \cdot \vec{T} \cdot ds \right) \right] \quad (29)$$

L'équation (23) possédant deux champs inconnus \vec{U}^s et \vec{U}^f , ne peut, ainsi, être résolues directement. De ce fait, des équations complémentaires sont nécessaires. Ce sont les équations du mouvement relatif au fluide, suivi dans son mouvement propre, qui devront dépasser cet inconvénient. L'application du principe des travaux virtuels aux particules fluides implique l'existence d'un travail supplémentaire $W_{ac}^{*(t)}$ dû aux forces d'interactions. Son incorporation dans l'équation (10) permet d'écrire l'équation du mouvement du fluide [7, 4].

3.2. HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

L'assemblage de l'équation (23) et l'équation du mouvement du fluide, conduit à un système d'équations à deux inconnues, \vec{U}^s et \vec{U}^f .

Pour déterminer ces deux inconnues, il faut résoudre le système d'équations simultanément, ce qui n'est pas aisé. Toutefois, il est possible, sous certaines conditions, de simplifier le problème comme ci-dessous.

3.2.1. COMPORTEMENT NON DRAINÉ

Ce comportement signifie que le fluide ne peut s'écouler à travers le squelette solide, c'est-à-dire que le mouvement relatif du fluide par rapport au squelette est empêché [8] :

$$\vec{U}^s = \vec{U}^f \quad \dot{\vec{U}}^s = \dot{\vec{U}}^f \quad \ddot{\vec{U}}^s = \ddot{\vec{U}}^f \quad (30)$$

Cette hypothèse est raisonnable pour les chargements rapides, tels que les séismes, où l'eau n'a pas le temps de s'écouler à travers le milieu. Son avantage est d'éviter de résoudre les équations du mouvement du fluide interstitiel. Ainsi, l'équation (23) suffit pour résoudre le problème. Nous avons alors :

$$\left[\underline{K}^d + \underline{K}^{C1} \right] \vec{U}^s + \left[\underline{M}^s + \underline{M}^f \right] \ddot{\vec{U}}^s = \vec{F} \quad (31)$$

Si on pose :

$$\underline{K}^{nd} = \underline{K}^d + \underline{K}^{C1} \quad (32)$$

$$\underline{M} = \underline{M}^s + \underline{M}^f \quad (33)$$

le système d'équations précédent s'écrit sous la forme simplifiée :

$$\underline{K}^{nd} \cdot \vec{U}^s + \underline{M} \cdot \ddot{\vec{U}}^s = \vec{F} \quad (34)$$

C'est un système d'équilibre dynamique, réduit, dans lequel l'effet du fluide est introduit implicitement par les matrices \underline{K}^{nd} et \underline{M} , où \underline{K}^{nd} est la matrice globale de rigidité non drainée.

3.2.2. COMPORTEMENT TOTALEMENT DRAINÉ

Ce comportement correspond au cas extrême d'une perméabilité infinie du sol [7]. Nous pouvons écrire alors :

$$\dot{\vec{U}}^s = \dot{\vec{U}}^f = \dot{\vec{U}}^f = \dot{\vec{U}}^f = \vec{0} \quad (35)$$

et

$$grad p = 0 \quad (36)$$

Par conséquent, l'équation (15) implique :

$$b_i \cdot M_i \cdot \vec{A}^T \cdot \vec{\epsilon}_i = M_i \cdot \phi_i \cdot div(\vec{u}_i^s - \vec{u}_i^f) \quad (37)$$

En multipliant l'équation (37) par \underline{H}_i^{eT} , puis par $(M_i \cdot b_i)$ et $(M_i \cdot \phi_i)$, respectivement, et en intégrant sur tout le domaine Ω , et tenant compte de l'équation du mouvement du fluide, nous obtenons le système :

$$\underline{K}^d \cdot \vec{U}^s = \vec{F} \quad (38)$$

C'est un système représentant un équilibre statique, avec une seule inconnue \vec{U}^s , semblable à celui obtenu dans le cas d'un milieu continu monophasique.

3.2.3. CONSOLIDATION

Ce phénomène est un écoulement particulier suscité par des gradients hydrauliques créés par des charges imposées dès l'instant de leur application. Ce phénomène est très lent de sorte que toutes les forces d'inertie peuvent être négligées. Il vient, ainsi, d'écrire :

$$\ddot{\vec{U}}^s = \ddot{\vec{U}}^f = \vec{0} \quad (39)$$

Le système à résoudre se réduit, donc, à un système matriciel du premier ordre [9, 4]

4. CAS D'EXCITATIONS SISMIQUES

Les équations du mouvement formulées précédemment sont obtenues dans le cas général. Dans la majorité des problèmes d'analyses sismiques, le sol n'est pas directement exposé à des chargements extérieurs mais à des accélérations décrivant le mouvement de sa base. Si les déplacements sont mesurés dans un repère absolu, le repère auquel sont rapportées les déformations est le repère relatif. C'est un repère animé par rapport au repère absolu d'un mouvement défini par le mouvement de la base [10]. Rappelons que le problème d'excitations sismiques n'est réalisé que dans le cas où le milieu est non drainé, dans lequel les particules fluides présentent les mêmes déplacements que les particules squelettes.

Si $\vec{u}_g(t)$ est le champ des déplacements absolus de la base, le champ des déplacements absolus $\vec{U}^s(t)$, des particules squelettes, peut être relié au champ relatif $\vec{V}(t)$ par la relation :

$$\vec{U}^s = \vec{V} + \underline{\Delta} \cdot \vec{u}_g \quad (40)$$

$\underline{\Delta}$ étant une matrice d'ordre $(ndl \times 2)$ telle que :

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pour les degrés de liberté correspondant à une translation de même direction que celle de la base} \\ 0 & \text{pour les autres degrés de liberté} \end{cases} \quad (41)$$

Dans le cas général où le mouvement de la base se produit dans les deux sens du repère absolu, la matrice $\underline{\Delta}$ s'écrit :

$$\langle \underline{\Delta} \rangle = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

En reportant l'équation (40) dans l'équation (34), l'équation du mouvement s'écrit :

$$\underline{\mathbf{K}}^{nd} \cdot \underline{\vec{V}} + \underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\ddot{\vec{V}}} = -\underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Delta} \cdot \underline{\ddot{u}}_g \quad (43)$$

Ces formulations, en terme de champ des déplacements relatifs, sont largement utilisées dans les problèmes d'analyse sismique [3] et seront utilisées dans les applications qui suivront.

5. CONDITIONS AUX LIMITES

Après avoir formulé les équations de mouvement, le problème se réduit à la détermination du vecteur $\underline{\vec{V}}$ qui vérifie l'équation (43) et satisfait les conditions aux limites. Sous forme discrétisée, ces conditions s'écrivent :

$$\underline{\vec{v}}_i = \underline{\vec{v}}_i^{CAL} \quad \text{sur } \Omega_u \quad (44-a)$$

$$\underline{V}_i = \underline{\vec{V}}_i \quad (44-b)$$

Ainsi, l'équation (43) doit être résolue après modification de la matrice $\underline{\mathbf{K}}^{nd}$ pour tenir compte des conditions aux limites. Ces conditions peuvent être introduites de plusieurs manières, dont la plus simple est la méthode du terme diagonale dominant [11]. Cette méthode est très simple à mettre en œuvre à condition que les composantes de $\underline{\vec{V}}$ restent petites.

6. RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DE MOUVEMENT

La résolution des équations de mouvement peut être faite par intégration directe dans le domaine temporel. Les méthodes d'intégration directes consistent à construire numériquement, à partir de $\underline{\vec{U}}^s$, une suite de valeurs de la solution aux instants successifs, $t_0 + \tau, t_0 + 2\tau, \dots, t_0 + n \cdot \tau$. Ces méthodes utilisent des approximations des dérivées $\underline{\dot{U}}^s$ et $\underline{\ddot{U}}^s$.

La méthode de Newmark [11] est une méthode implicite qui permet de construire la solution à l'instant $t + \tau$ à partir des vecteurs $\underline{\vec{U}}^s, \underline{\dot{U}}^s$ et $\underline{\ddot{U}}^s$ connus à l'instant t . Elle utilise les développements limités suivants :

$$\underline{\vec{U}}^s(t + \tau) = \underline{\vec{U}}^s(t) + \tau \cdot \underline{\dot{U}}^s(t) + \frac{\tau^2}{2} \cdot \left[(1 - b) \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t) + b \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t + \tau) \right] \quad (45)$$

$$\underline{\dot{U}}^s(t + \tau) = \underline{\dot{U}}^s(t) + \tau \cdot \left[(1 - a) \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t) + a \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t + \tau) \right] \quad (46)$$

où a et b sont des constantes. Cette méthode est inconditionnellement stable si $a \geq \frac{1}{2}$

$$\text{et } b \geq \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{1}{2} \right)^2$$

Si l'amortissement dans le sol est pris en compte, l'équation (34) se met sous la forme :

$$\underline{\mathbf{K}}^{nd} \cdot \underline{\vec{U}}^s + \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\dot{\vec{U}}^s} + \underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\ddot{\vec{U}}^s} = \underline{\vec{F}} \quad (47)$$

où $\underline{\mathbf{C}}$ est la matrice globale d'amortissement visqueux dans le sol.

L'expression (47), écrite à l'instant $t + \Delta t$, devient :

$$\underline{\mathbf{S}} \cdot \underline{\vec{U}}^s(t + \tau) = \underline{\mathbf{R}}(t + \tau) \quad (48)$$

où

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{M}} + \Delta t \cdot a \cdot \underline{\mathbf{C}} + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot b \cdot \underline{\mathbf{K}}^{nd} \quad (49)$$

et

$$\underline{\mathbf{R}}(t + \tau) = \frac{\tau^2}{2} \cdot b \cdot \underline{\vec{F}}(t + \tau) + \underline{\mathbf{M}} \cdot \left(\underline{\vec{U}}^s(t) + \tau \cdot \underline{\dot{U}}^s(t) + \frac{\tau^2}{2} \cdot (1 - b) \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t) \right) + \underline{\mathbf{C}} \cdot \left(\tau \cdot a \cdot \underline{\dot{U}}^s(t) + \frac{\tau^2}{2} \cdot (2a - b) \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t) + \frac{\tau^3}{2} \cdot (a - b) \cdot \underline{\ddot{U}}^s(t) \right) \quad (50)$$

Après résolution de l'équation (48), nous calculons $\underline{\ddot{U}}^s(t + \tau)$ et $\underline{\dot{U}}^s(t + \tau)$ et en utilisant les équations (45) et (46).

7. APPLICATION

L'objectif de cette application est de comparer la réponse du profil de sol en le représentant comme un modèle biphasique et celle donnée par le modèle monophasique analogue. Pour cela, le profil de sol considéré est constitué d'une seule couche de 5 m d'épaisseur surmontant un substratum rocheux et soumis au séisme de Pasadena, dont la valeur maximale de l'accélération est égale à 0.06g (Fig. 1). Le profil de sol est représenté par un maillage composé de 70 éléments identiques à dimensions (3 m x 1 m). Les nœuds à la base et aux frontières latérales sont supposés fixes dans les deux directions. La réponse est évaluée au point A (Fig. 2). Les caractéristiques mécaniques du profil de sol sont illustrés dans le tableau 1.

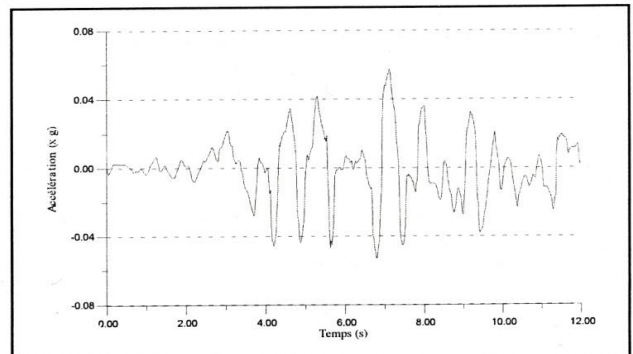


Fig-1 Accélérogramme du séisme de Pasadena (1952).

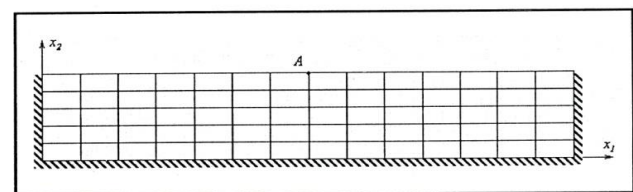
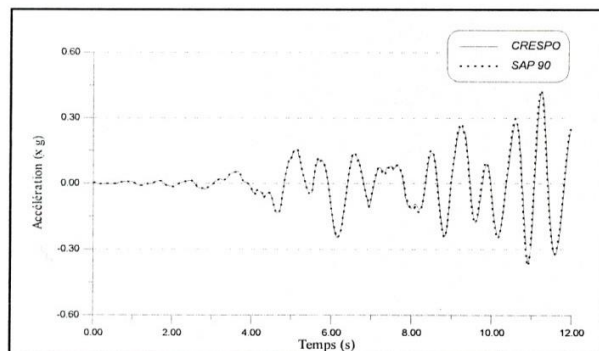


Fig-2 Maillage du profil de sol.

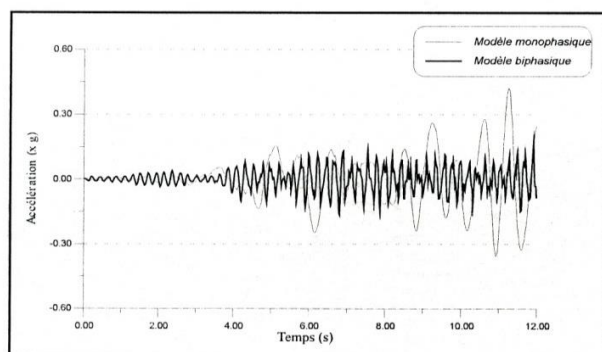
Caractéristiques	Milieu monophasique	Milieu biphasique
Épaisseur	h (m)	5
Module de Young	E (MN/m ²)	0,5
Coefficient de Poisson	v	0,25
Masse volumique du squelette solide	ρ^s (kg/m ³)	-
Masse volumique du fluide	ρ^f (kg/m ³)	1000
Masse volumique totale	ρ (kg/m ³)	2000
Porosité	ϕ (%)	20
Module de compressibilité du fluide	K^f (MN/m ²)	2100

Tableau-1 Caractéristiques mécaniques du profil de sol.

Nous présentons sur la figure 3-b la réponse de la couche de sol au point A (Fig. 2), en terme d'accélération horizontale en fonction du temps, à l'excitation sismique générée à sa base sous forme d'accélérogramme. Le programme élaboré est validé avec le programme *SAP90* (Fig. 3-a).



3-a)- Validation du modèle monophasique (cas élastique) avec le programme *SAP90*.



3-b)- Comparaison entre modèles monophasique et biphasique.

Fig-3 Accélérations horizontales à la surface du profil de sol (point A).

Nous constatons que les courbes des accélérations à la surface du profil de sol, pour un modèle monophasique, à partir d'un modèle bidimensionnel discret, sont confondues avec celles données par le programme *SAP90*.

La nette différence entre solution monophasique et solution biphasique sur la figure (3), montre la nécessité de modéliser les différentes phases existantes dans un élément de sol si une analyse détaillée est désirée.

8. CONCLUSION

Encore une fois, la méthode des éléments finis s'est avérée comme un outil puissant pour l'analyse des milieux biphasiques. Cette méthode nous a permis de surmonter toutes les contraintes géométriques et mécaniques que peut présenter le milieu étudié. Nous avons pu montrer comment l'introduction consciente de plusieurs approximations permet de simplifier la forme et la dimension des systèmes d'équations à résoudre.

En effet, en comportement non drainé, le fluide ne s'écoule pas à travers l'espace poreux et son mouvement est le même que celui du squelette. Cette hypothèse, raisonnable pour les chargements rapides tels que les séismes, permet de résoudre le problème comme un milieu monophasique sous réserve de tenir compte de la

rigidité d'interaction mutuelle entre le fluide interstitiel et la matrice solide.

Dans le cas où le comportement est totalement drainé, le fluide n'influe pas sur le comportement total du milieu poreux et seul le squelette éprouve une résistance. Certainement, ce type de comportement ne se produit jamais avec les effets dynamiques. Cependant, l'approximation du problème de consolidation fournit une formulation peu profitable. Cette dernière en termes des variables \bar{u}^s et \bar{u}^f présente quatre inconnues par nœud et il paraît préférable de retenir \bar{u}^s et p (trois inconnues par nœuds) comme variables de bases pour une réduction supplémentaire du problème.

9. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [01] Mestat P. Lois de comportement des géomatériaux et Modélisation par la méthode des éléments finis. Ed. L.C.P.C., Paris, 1993, 193p.
- [02] Coussy O. Mécanique des milieux poreux. Ed. Technip, Paris, 1991, 437p.
- [03] Harichane Z., Afra H., Khellafi M., (b). Analyse dynamique en milieux continus par décompositions modales. Séminaire National du Génie Civil, SNGC, Sidi-Bel-Abbes, Mai 2001, N°48_2.
- [04] Khellafi A.M. Modélisation du Comportement des Sols Saturés Soumis à des Sollicitations Sismiques. Mémoire de Magister, Institut de Génie Civil, Université de Blida, 2002, 153p.
- [05] Battoz J.L., Dhatt G. Modélisation des structures par éléments finis. Ed. Hermès, Volume 1, Paris, 1990, 546 p.
- [06] Imbert J.F. Analyse des structures par éléments finis. Ed. Cépaduès, Toulouse, 1995, 506p.
- [07] Zienkiewicz O.C., BeTTESS R. Soils and other saturated media under transient dynamic conditions: general formulation and the validity of various simplifying assumptions. Soils Mechanics-Transient and cyclic Loads. Ed. John Wiley & Sons Ltd, Chapter 1, 1982, pp 1-16.
- [08] Mellal A. Analyse des effets du comportement non linéaire des sols sur le mouvement sismique. Thèse de Doctorat, 1997.
- [09] Zienkiewicz O. C., Leung K.H., Hinton E., Chang C.T. Liquefaction and permanent deformation under dynamic conditions - Numerical solution and constitutive relations Soils Mechanics-Transient and cyclic Loads, Ed. John Wily & Sons Ltd., Chapter 5, 1982, pp 71-104.
- [10] Capra A., Davidovici V. Calcul dynamique des structures en zones sismiques. Ed. Eyrolles, Paris, 1984, 162 p.
- [11] Dhatt G., Touzot G. Une présentation de la méthode des éléments finis. Ed. Maloine, Paris, 1984, 546 p.