

ANALYSES AUX ETATS LIMITES ULTIMES DES SECTIONS TRANSVERSALES DES POUTRES MIXTES

M. TEHAMI Maître de Conférence, Institut de génie civil, U.S.T.O.RAN

RÉSUMÉ

Actuellement, le secteur des constructions mixtes acier-béton est en pleine évolution et recouvre des techniques très variées selon les types d'ouvrages : bâtiments et génie civil, ouvrages d'art, ...

La Commission des Communautés Européennes (CEC) a établi un ensemble de règles techniques harmonisées pour le calcul de ce type de construction, qui sert de solution de remplacement aux différentes règles en vigueur dans les Etats Membres. Ces règles techniques se sont faites connaître sous le nom de l'Eurocode 4.

Afin de faciliter l'utilisation de ce dernier, nous avons ébauché, dans cet article, quelques textes d'application des différentes méthodes d'analyses aux états limites ultimes qui peuvent être utilisées pour la conception et la justification par le calcul des constructions mixtes acier-béton.

Ces textes exposent le développement des calculs en vue d'aboutir à des formules directement applicables par les utilisateurs

Mots Clés

Acier - Béton - Connexion - Poutre mixte - Voilement - Cisaillement.

1. Introduction

L'Eurocode 4 [1] a présenté différentes méthodes d'analyses aux états limites qui peuvent être utilisées pour la conception et la justification par le calcul des constructions mixtes acier-béton.

Pour chaque méthode proposée il expose les principes généraux et précise un domaine d'application qui peut être limité soit par l'apparition du phénomène de voilement local, soit par la fissuration du béton.

Nous allons ébaucher dans le présent travail quelques textes d'applications de différents articles de l'Eurocode 4 [1] aux cas les plus fréquents des poutres mixtes. Ces textes exposent le développement des calculs en vue d'aboutir à des formules directement applicables [2].

Les notations utilisées sont, dans la mesure du possible, conformes aux notations internationales et à celles utilisées dans l'Eurocode 4 [1].

Chaque symbole est constitué d'une lettre principale, définissant la mesure de la grandeur, accompagnée d'indices précisant à quoi elle se rapporte.

Elles seront précisées à propos de chaque application.

f_{ck} = valeur caractéristique de la résistance à la compression du béton.

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ = résistance de calcul du béton comprimé (dans les cas courants $\gamma_c = 1,5$).

f_{sk} = valeur caractéristique de la limite d'élasticité des aciers d'armatures.

$f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s$ = résistance de calcul des aciers d'armatures (généralement $\gamma_s = 1,15$).

f_y = valeur caractéristique de la limite d'élasticité de l'acier de construction.

$f_a = f_y / \gamma_a$ = résistance de calcul de l'acier de construction (généralement $\gamma_a = 1,10$).

t_c = épaisseur de la dalle en béton.

b_{eff} = largeur de la dalle en béton.

$A_c = b_{eff} \cdot t_c$ = aire de la section de la dalle en béton.

A_s = aire de la section des armatures situées à l'intérieur de b_{eff} .

A_a = aire de la section de la poutre en acier de construction.

A_r = aire de la semelle de la section de la poutre en acier de construction.

A_w = aire de l'âme de la section de la poutre en acier de construction.

t_r = épaisseur de la semelle.

t_w = épaisseur de l'âme.

h = hauteur totale de la poutre mixte.

h_a = hauteur de la poutre en acier.

g_c = distance du centre de gravité de la dalle à la liaison acier-béton.

g_s = distance du centre de gravité des armatures à la liaison acier-béton.

g_a = distance du centre de gravité de la section A_a à la liaison acier-béton.

M_{pl} = moment résistant ultime dans la région des moments positifs.

M'_{pl} = moment résistant ultime dans la région des moments négatifs.

F_{cf} ou F'_{cf} = effort normal dans la dalle quand le moment fléchissant atteint M_{pl} ou M'_{pl} (ces valeurs interviennent dans le calcul de la connexion).

E_a = module d'élasticité de l'acier.

$E_c = E_a / n$ = module d'élasticité du béton.

I_a = moment d'inertie de la section de la poutre en acier.

$I_c = b_{eff} \cdot t_c^3 / 12$ = moment d'inertie de la section de la dalle en béton.

2. Sections transversales critiques

On comprend par les sections transversales critiques d'une poutre mixte, les sections de moment fléchissant maximum, les appuis, les sections soumises à des réactions ou des charges concentrées importantes, et les emplacements où une brusque modification de section transversale se produit (autre qu'une modification due à la fissuration du béton).

Pour la vérification des sections transversales, on définit la largeur utile totale b_{eff} , d'une semelle de béton associée à chacune des âmes d'acier, comme étant la somme des largeurs utiles b_e de la partie de la semelle située de chaque côté de l'axe central de l'âme d'acier (figure 1).

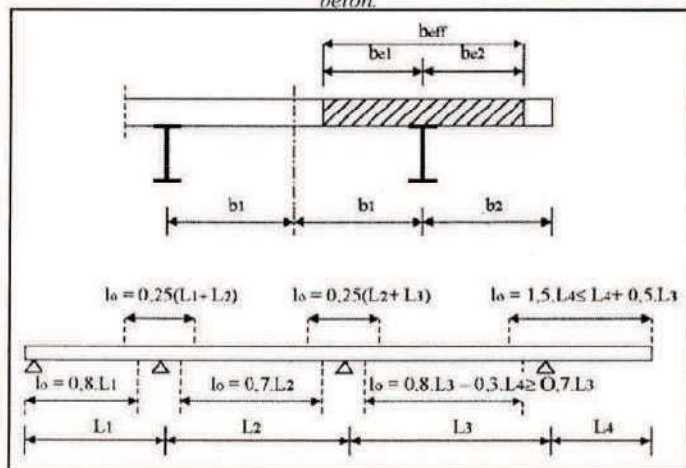
La largeur utile b_e doit être prise égale à :

$$b_e = \frac{l_0}{8} \leq b$$

La largeur réelle b de chaque partie doit être prise égale à la moitié de la distance entre l'âme et l'âme adjacente, mesurée à mi-hauteur de la semelle de béton, à l'exception des bords libres où la largeur réelle est la distance entre l'âme et le bord libre.

La longueur l_0 est la distance approximative entre les points de moment fléchissant nul.

Figure-1 Portées équivalentes, pour une largeur utile de semelle de béton.



3. Analyse plastique des sections transversales

La détermination de la résistance de calcul à la flexion se fait par la théorie de la plasticité uniquement lorsque la section mixte est de classe 1 ou de classe 2.

Toutes les aires des sections en acier ou en béton sont sollicitées à leur résistance maximale, soit en traction, soit en compression.

Pour le béton, compte tenu de la forme du diagramme contraintes déformations unitaires, on admet forfaitairement une résistance moyenne égale à $0,85 \cdot f_{cd}$ dans la totalité des parties comprimées et à 0 dans les parties tendues.

La zone comprimée et la zone tendue de la section mixte sont séparées par une droite, appelée axe neutre plastique, dont la position est déterminée de façon que la somme des efforts de compression soit égale à la somme des efforts de traction, en l'absence d'effort normal appliqué à la poutre.

Le moment ultime est la somme du moment des forces de compression par rapport à l'axe neutre plastique et du moment des

forces de traction par rapport au même axe.

Les calculs peuvent être simplifiés par application de la remarque suivante :

si la section de la poutre en acier est coupée par l'axe neutre, le moment des forces de la partie située d'un côté de cet axe est égal au produit de la résistance totale de la section ($A_a \cdot f_a$) par la distance de son centre de gravité à l'axe neutre, augmenté du moment par rapport au même axe des forces agissant de l'autre côté.

Dans un tel cas, M_p sera égal à la somme :

- du produit de l'effort total dans le béton comprimé ($0,85 \cdot A_c \cdot f_{cd}$) par la distance du centre de gravité du béton à l'axe neutre plastique ;

- du produit de l'effort total dans la section en acier ($A_a \cdot f_a$) par la distance de son centre de gravité à l'axe neutre ;

- et de deux fois le moment par rapport à l'axe neutre des forces agissant dans l'acier comprimé (une fois pour tenir compte de l'acier réellement comprimé et une fois pour tenir compte de la remarque précédente dans la prise en compte de l'acier tendu) ; (exemple : figures (4), (5), et (6)).

3.1. Sections soumises à un moment positif

On néglige l'influence des armatures de la dalle et d'un renformis éventuel en béton entre la dalle et la semelle supérieure de la poutre en acier.

La position de l'axe neutre est déterminée à partir de l'équilibre des efforts internes ;

On pose :

$$\varphi = \frac{0,85 \cdot A_c \cdot f_{cd}}{A_a \cdot f_a} \quad (1)$$

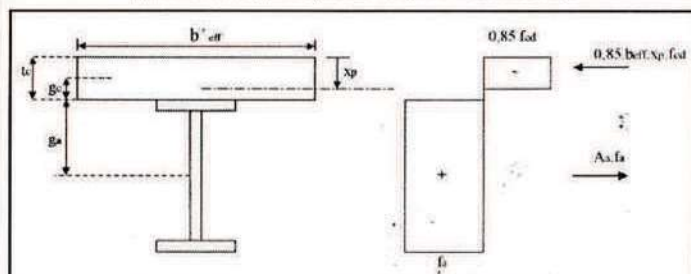
- Pour $\varphi > 1$: l'axe neutre est dans la dalle en béton.

- Pour $1 > \varphi > 1 - \frac{2 \cdot A_f}{A_a}$: l'axe neutre passe dans la semelle supérieure.

- Pour $\varphi < 1 - \frac{2 \cdot A_f}{A_a}$: l'axe neutre coupe l'âme.

Nous allons développer le cas où l'axe neutre se trouve dans la dalle en béton, c'est le cas le plus courant pour les sections soumises à un moment positif.

Figure-2 Section transversale soumise à un moment plastique positif (l'axe neutre plastique dans la dalle de béton)



L'équilibre des efforts normaux nous donne :

$$x_p = \frac{A_a \cdot f_a}{0,85 \cdot b_{eff} \cdot f_{cd}} \quad (2)$$

Le moment résistant ultime:

$$M_{pl} = A_a \cdot f_a \cdot (g_a + t_c - x_p) + 0,85 \cdot b_{eff} \cdot \frac{x_p^2}{2} \cdot f_{cd} \quad (3)$$

L'effort normal dans la dalle:

$$F_{cf} = A_a \cdot f_a \quad (4)$$

L'effort tranchant ultime:

$$V_{pl} = A_v \cdot \frac{f_a}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

où A_v représente l'aire de cisaillement de l'élément en acier:

$$A_v = 1,04 \cdot h_a \cdot t_w \quad \text{pour les profilés laminés en I.}$$

$$A_v = h_w \cdot t_w \quad \text{pour les profilés soudés en I.}$$

3.2. Sections soumises à un moment négatif

On ne tient compte dans la dalle tendue que de la résistance des armatures longitudinales, le béton étant supposé fissuré.

Les armatures dans la largeur utile b_{eff} ont une section A_a et peuvent résister à un effort de traction:

$$F'_{cf} = A_s \cdot f_{sd} \quad (6)$$

Elles sont à une distance g_s de la liaison acier-béton.

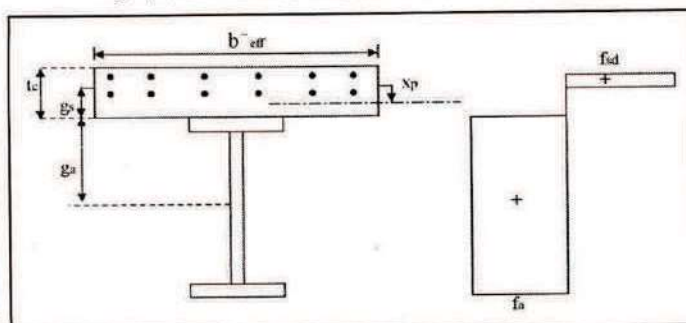
La position de l'axe neutre est déterminée à partir de l'équilibre des efforts internes;

On pose:

$$\varphi = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{A_a \cdot f_a} \quad (7)$$

- Pour $\varphi > 1$: l'axe neutre est dans la dalle en béton.

Figure-3 Section transversale soumise à un moment plastique négatif (l'axe neutre plastique dans la dalle en béton)

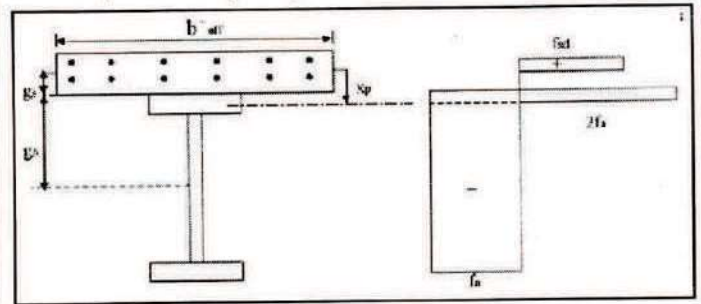


Le moment résistant ultime:

$$M'_{pl} = A_a \cdot f_a \cdot (g_a + g_s) \quad (8)$$

- Pour $1 > \varphi > 1 - \frac{2 \cdot A_r}{A_a}$: l'axe neutre passe dans la semelle supérieure.

Figure-4 Section transversale soumise à un moment plastique négatif (l'axe neutre plastique dans la semelle supérieure)



L'équilibre des efforts normaux nous donne la position de l'axe neutre;

$$A_a \cdot f_a = A_s \cdot f_{sd} + 2 \cdot f_a \cdot b_r \cdot (x_p - g_s)$$

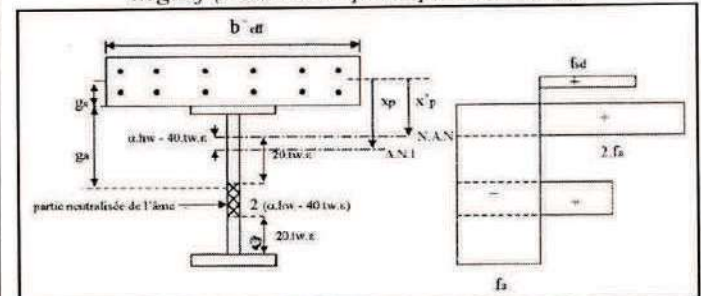
$$x_p = \frac{A_a \cdot f_a - A_s \cdot f_{sd} + 2 \cdot f_a \cdot b_r \cdot g_s}{2 \cdot f_a \cdot b_r} \quad (9)$$

Le moment résistant ultime:

$$M'_{pl} = A_a \cdot f_a \cdot (g_a + g_s - x_p) + A_s \cdot f_{sd} \cdot x_p + 2 \cdot f_a \cdot b_r \cdot \frac{(x_p - g_s)^2}{2} \quad (10)$$

- Pour $\varphi < 1 - \frac{2 \cdot A_r}{A_a}$: l'axe neutre se trouve dans l'âme.

Figure-5 Section transversale soumise à un moment plastique négatif (l'axe neutre plastique dans l'âme)



L'équilibre des efforts normaux nous donne la position de l'axe neutre:

$$A_a \cdot f_a = A_s \cdot f_{sd} + 2 \cdot A_r \cdot f_a + 2 \cdot f_a \cdot t_w \cdot (x_p - t_r - g_s)$$

$$x_p = \frac{A_a \cdot f_a - A_s \cdot f_{sd} - 2 \cdot A_r \cdot f_a + 2 \cdot f_a \cdot t_w \cdot (g_s + t_r)}{2 \cdot f_a \cdot t_w} \quad (11)$$

Le moment résistant ultime:

$$M'_{pl} = A_a \cdot f_a \cdot (g_a + g_s - x_p) + A_s \cdot f_{sd} \cdot x_p + 2 \cdot A_r \cdot f_a \cdot (x_p - g_s - \frac{t_r}{2}) + 2 \cdot f_a \cdot t_w \cdot \frac{(x_p - g_s - t_r)^2}{2} \quad (12)$$

Pour chaque cas étudié, il doit être vérifié que les sections transversales analysées appartiennent à la classe 1 ou 2 en comparant l'élanement de leurs éléments comprimés aux valeurs limites relatives à ces classes [1].

La classe 2 équivalente

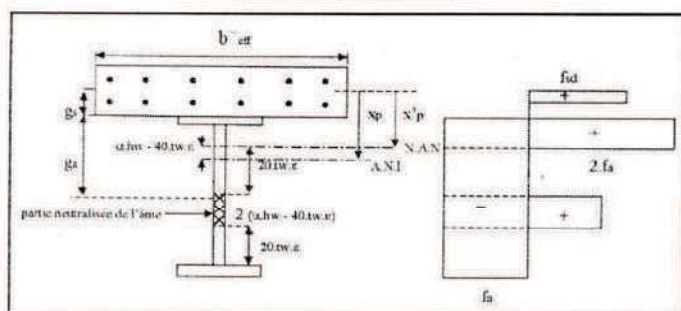
Une section transversale mixte de classe 3, dont la semelle comprimée se trouve en classe 1 ou 2, peut être représentée par une âme de classe 2 en supposant que la hauteur de l'âme résistant à la compression est limitée à $20.t_w.\varepsilon$ du côté de la semelle comprimée et à $20.t_w.\varepsilon$ du côté du nouvel axe neutre plastique.

Cette méthode est destinée à réduire les solutions de continuité dans les méthodes de calcul. Autrement, la classification des âmes est trop sensible aux faibles modifications d'aire d'armature longitudinale ou de la largeur utile de la dalle.

La valeur $20.t_w.\varepsilon$ représente une approximation minimale, qui entraîne une discontinuité de faible importance des classes 2 et 3.

Figure-6 Utilisation d'une âme de classe 2 équivalente ($\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$)

N.A.N : nouvel axe neutre
A.N.I : axe neutre initial



La position du nouvel axe neutre plastique (N.A.N) est déterminée par :

$$x'_p = x_p - (\alpha.h_w - 40.t_w.\varepsilon) \quad (13)$$

Le moment résistant ultime :

$$M'_{pl} = A_s.f_a.(g_s + g_s - x'_p) + A_s.f_{sd}.x'_p + 2.A_s.f_a.(x'_p - g_s - \frac{t_c}{2}) + 2.f_s.t_w.\frac{(x'_p - g_s - \frac{t_c}{2})^2}{2} - (\alpha.h_w - 40.t_w.\varepsilon)(\alpha.h_w - 20.t_w.\varepsilon) \quad (14)$$

Les formules (13) et (14) sont valables uniquement dans le cas où le nouvel axe neutre plastique se trouve dans l'âme. Sinon, la hauteur de l'âme résistant à la compression sera limitée à $20.t_w.\varepsilon$ du côté de la semelle inférieure et à $20.t_w.\varepsilon$ du côté de la semelle supérieure.

3.3. Analyse plastique des sections transversales dans le cas de la connexion partielle

Le moment résistant plastique de la poutre mixte en connexion partielle se calcule comme celui de la connexion complète, étudié précédemment, à l'exception de l'effort s'exerçant dans la dalle le béton qui doit être remplacé par une valeur réduite F_c ou F'_c .

F_c représente l'effort de compression nécessaire dans la dalle de béton pour résister au moment fléchissant positif M_{sd} .

F'_c représente l'effort de traction nécessaire dans les armatures de la dalle de béton pour résister au moment fléchissant négatif M'_{sd} .

$$F_c = \frac{M_{sd} - M_{apl}}{M_{pl} - M_{apl}} . F_{cf} \quad (\text{en moment positif}) \quad (15)$$

où bien :

$$F'_c = \frac{M'_{sd} - M_{apl}}{M'_{pl} - M_{apl}} . F'_{cf} \quad (\text{en moment négatif})$$

F_{cf} (ou F'_{cf}) est l'effort normal dans la dalle de la section en connexion complète.

M_{apl} et M'_{pl} (ou M'_{tr}) représentent, respectivement, les moments de résistance plastique des sections transversales, en travée ou sur appui, du profilé métallique seul et de la section mixte en connexion complète.

4. Analyse élastique des sections transversales

L'analyse élastique peut être appliquée aux sections transversales mixtes quelle que soit leur classe.

Elle est basée sur les hypothèses de la conservation des sections planes et de la proportionnalité des contraintes aux déformations unitaires.

Compte tenu de la différence de la déformabilité des deux matériaux, il est d'usage en béton armé d'employer un coefficient d'équivalence, $n = E_s/E_c$, égal au rapport des modules d'élasticité de l'acier et du béton, et d'appliquer les méthodes classiques de la résistance des matériaux à une section rendue homogène en multipliant les aires de l'acier par n .

Les valeurs de E_c étant affectées par le fluage, il serait nécessaire pour des ouvrages très importants de moduler n en fonction des durées d'application des charges. Toutefois les recommandations de l'Eurocode 4 [1] prévoient, pour des charges de courte durée, une valeur de $n = 6$.

4.1. Sections soumises à un moment positif

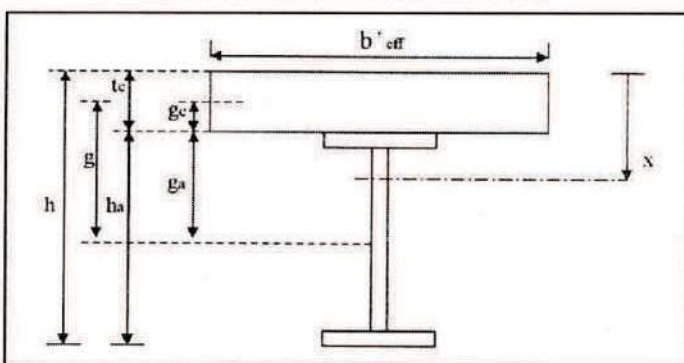
On néglige la présence des armatures de la dalle et du béton d'un renformis éventuel.

L'équilibre du moment statique détermine la position de l'axe neutre :

- Pour $A_c \cdot \frac{t_c}{2} < n \cdot A_s \cdot \frac{h_a}{2}$: l'axe neutre se trouve dans l'acier.
- Pour $A_c \cdot \frac{t_c}{2} > n \cdot A_s \cdot \frac{h_a}{2}$: l'axe neutre se trouve dans la dalle

4.1.1. Cas où l'axe neutre se trouve dans l'acier

Figure-7 Section transversale soumise à un moment élastique positif (l'axe neutre élastique dans l'acier)



De la double expression du moment statique :

$$S = A_c \cdot \left(x - \frac{t_c}{2} \right) = n \cdot A_s \cdot \left(g + \frac{t_c}{2} - x \right)$$

on tire :

$$x = \frac{t_c}{2} + \frac{n.A_a}{A_c + n.A_a} \cdot g \quad (16)$$

Le moment d'inertie il s'écrit :

$$I_l = I_c + n.I_a + A_c \cdot \left(x - \frac{t_c}{2}\right)^2 + n.A_a \cdot \left(g + \frac{t_c}{2} - x\right)^2 \quad (17)$$

Le moment résistant ultime positif en phase élastique prendra la plus petite des deux valeurs suivantes:

.Résistance limitée par le béton:

$$M_{el} = \frac{I_l}{x} \cdot f_{cd} \quad (18)$$

.Résistance limitée par l'acier:

$$M_{el} = \frac{I_l}{h - x} \cdot \frac{f_a}{n} \quad (19)$$

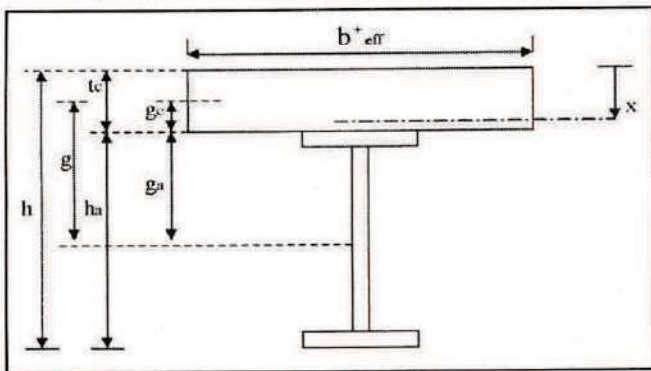
Il y correspond respectivement les valeurs de l'effort normal dans la dalle:

$$F_{ef} = \frac{S}{x} \cdot f_{cd} \quad (20)$$

$$F_{ef} = \frac{S}{h - x} \cdot \frac{f_a}{n} \quad (21)$$

4.1.2. Cas où l'axe neutre se trouve dans la dalle

Figure-8 Section transversale soumise à un moment élastique positif (l'axe neutre élastique est dans la dalle en béton)



- Pour $A_c = \frac{t_c}{2} > n.A_a \cdot \frac{h_a}{2}$, on peut compter que sur une partie du biton.

Le moment statique s'écrit :

$$S = b_{eff} \cdot \frac{x^2}{2} = n.A_a \cdot \left(g + \frac{t_c}{2} - x\right)$$

d'où on tire :

$$x = \frac{2 \cdot g + t_c}{1 + \sqrt{1 + \frac{A_c}{n.A_a} \cdot \left(\frac{2 \cdot g}{t_c} + 1\right)}} \quad (22)$$

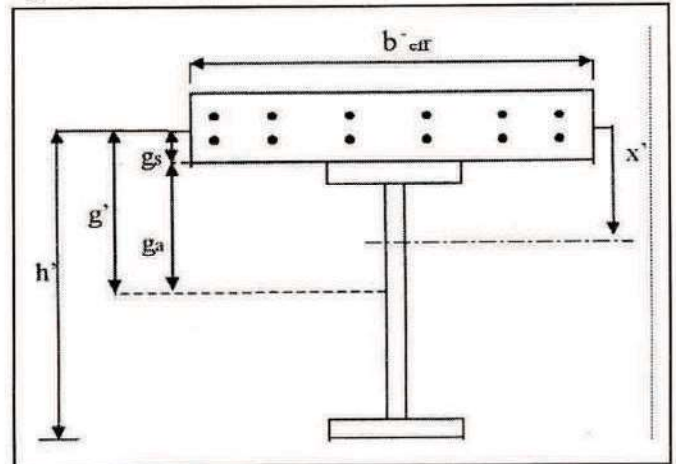
et un moment d'inertie :

$$I_l = \frac{b_{eff} \cdot x^3}{3} + n.I_a + n.A_a \cdot \left(g + \frac{t_c}{2} - x\right)^2 \quad (23)$$

Les valeurs de moment M_{el} et de l'effort normal F_{ef} peuvent être déterminées par les mêmes formules que dans le cas précédent, mais en prenant ces valeurs de x et de I_l .

4.2. Sections soumises à un moment négatif

Figure-9 Section transversale soumise à un moment élastique négatif



Comme pour l'analyse plastique, on ne peut pas tenir compte du béton, mais on tient compte des armatures tendues qui se trouvent dans la largeur utile b_{eff} de la dalle.

Elles ont une section A_s située à une distance g' du centre de gravité de la section de la poutre en acier.

L'axe neutre se trouve à x' des armatures.

Le moment statique s'écrit:

$$S' = A_s \cdot x' = A_a \cdot (g' - x')$$

d'où

$$x' = \frac{A_a}{A_s + A_a} \cdot g' \quad (24)$$

Le moment d'inertie homogénéisé par rapport à l'acier s'écrit:

$$I_2 = I_a + A_s \cdot x'^2 + A_a \cdot (g' - x')^2 \quad (25)$$

Le moment résistant ultime négatif en phase élastique prendra la plus petite des deux valeurs suivantes:

. Résistance limitée par les armatures:

$$M'_{el} = \frac{I_2}{x'} \cdot f_{sd} \quad (26)$$

. Résistance limitée par le profilé métallique:

$$M'_{el} = \frac{I_2}{h' - x'} \cdot f_a \quad (27)$$

Il y correspond respectivement les valeurs de l'effort normal dans la dalle:

$$F_{cf} = -A_s \cdot f_{sd} \quad (28)$$

$$F_{cf} = - \frac{A_a \cdot (g' - x')}{h' - x'} \cdot f_a \quad (29)$$

5. L'effet du cisaillement vertical sur le moment résistant

Lorsque le cisaillement vertical V_{sd} dépasse la moitié de la résistance plastique au cisaillement V_{pl} (déterminée précédemment dans le paragraphe (3-1)), il convient de réduire le moment de résistance en satisfaisant le critère suivant:

$$M_{sd} \leq M_{fpl} + (M_{pl} - M_{fpl}) \left[1 - \left(\frac{2 \cdot V_{sd}}{V_{pl}} - 1 \right)^2 \right] \quad (30)$$

où :

M_{sd} = valeur de calcul du moment

M_{pl} = moment de résistance plastique

M_{fpl} = moment de résistance plastique d'une section transversale ne comportant que les semelles.

6. Conclusion

Nous avons présenté, dans cette étude, les différentes méthodes d'analyse aux états limites ultimes proposées par l'Eurocode 4 pour être utilisées dans le calcul et la vérification des sections transversales des constructions mixtes acier-béton.

Afin de faciliter son application, pour chaque méthode proposée, nous avons développé des formules directement applicables par les utilisateurs, tout en précisant leur domaine d'application.

En perspective, une étude similaire sera faite pour l'analyse globale aux états limites des poutres mixtes, et pour le calcul de la connexion au cisaillement.

Bibliographie

[1] - Eurocode 4- «Règles unifiées communes pour les constructions mixtes acier-béton»- Commission des Communautés Européennes- version 1994.

[2]- M. TEHAMI - « Voilement local dans les poutres mixtes continues - expérimentation et modélisation » Thèse de Doctorat d'état. Novembre 97.