

République Algérienne Démocratique et Populaire
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



**Ecole Nationale Supérieure des
Travaux Publics**

المدرسة الوطنية العليا للأشغال العمومية

Code :

Mémoire

Pour l'Obtention du diplôme de MASTER

Filière : TRAVAUX PUBLICS

Spécialité : INFRASTRUCTURES DE BASE

Thème

**DIMENSIONNEMENT OPTIMAL DES POTEAUX
EN BETON A HAUTE PERFORMANCE AUX ETATS
LIMITES ULTIMES SELON BAEL 91/99**

Encadré par :

Dr. FADGHOUCHE FERHAT

Présenté par :

KHADRAOUI MADJDA

Promotion 2015

Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics. Garidi. Kouba.

Remerciements

Je remercie d'abord le bon DIEU le tout puissant qui m'a guidé et m'a donné la force et la volonté de réaliser cette modeste recherche.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements à Dr. Fadghouche farhat , mon encadreur , pour le sujet qu'il m'a proposé et dirigé avec rigueur ainsi que pour sa disponibilité et pour tous les moyens mis à ma disposition pour l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens également à remercier les membres du jury qui me font l'honneur de juger mon travail.

Enfin, mes remerciements à tous ceux qui ont apporté une contribution, exceptionnellement mon future marié cheraiti abdelmoumene pour l'élaboration de cette étude.



*« Rien n'est plus accomplissant pour soit que de voir l'œuvre de sa vie réaliser et partager
avec les gens qui nous sont chers »*

Je tiens pour cela à dédier mon mémoire à :

*Ma chère mère, qui représente pour moi le symbole de la bonté par excellence,
la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de
prier pour moi. Ta prière et ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien
mes études.*

*Mon cher père, Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le
dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour lui, Rien au monde ne vaut les efforts
fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être.*

Ma sœur et mes frères

pour mon future marié ☺

pour tout la famille khadraoui

Tous mes amies et Tous mes camarades de PROMOTION.

KHADRAOUI MADJDA



SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

I.1. INTRODUCTION GENERALE	1
I.2. CONCEPTION CONVENTIONNELLE VERSUS CONCEPTION OPTIMALE	2
I.3. OBJECTIFS VISES.....	3
I.4. ORGANISATION DE CE MEMOIRE.....	3

CHAPITRE II: LES BETONS HAUTS PERFORMANCES

II. Introduction	4
II.1 Définition	4
II.1.1 Constituants des BHP	5
II.1.2 Composition	5
II.1.3 Propriétés des BHP	6
II.1.4 Caractéristiques	6
II.1.5 Traduction de performances mécaniques des BHP	7
II.2 Applications.....	8

CHAPITRE III : CONCEPTION ET FORMULATION D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION

III.1. INTRODUCTION.....	12
III.2. ROLE DE L'OPTIMISATION	12
III.3. APPLICATIONS DE TECHNOLOGIE D'OPTIMISATION.....	12
III.4. CATEGORIES D'OPTIMISATION	13
III.5. FORMULATION GENERALE D'UN PROBLÈME D'OPTIMISATION.....	13
III.5.1. Variables de décision.....	14
III.5.2. Contraintes	14
III.5.3. Fonction objectif.....	14
III.6. TYPE DES PROBLEMES D'OPTIMISATION.....	14
III.6.1. Problèmes probabilistes	15
III.6.2. Problèmes déterministes	15
III.7. METHODE DE FORMULATION GENERALE D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION DETERMINISTE.....	15

III.7.1. Contraintes	15
III.7.2. L'espace de conception.....	16
III.7.3. Fonction objectif.....	18
III.7.4. Formulation dans l'espace des variables de conception.....	18
III.8. ALGORITHME ET METHODES UTILISEES POUR LA RESOLUTION NUMERIQUE..	19
III.9. Les logiciels utilisés dans l'optimisation.....	19

CHAPITRE IV: HYPOTHESES FONDAMENTALES DU CALCUL AUX ETATS LIMITES

IV.1. Généralité : Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L).....	20
IV.2. Définitions des états limites	20
IV.3. Etats limites ultimes (E.L.U)	21
IV.3.1. Etat limite ultime de résistance ELUR.....	22
IV.3.1.1. Le diagramme contraintes-déformations des aciers	22
IV.3.1.2. Diagramme contraintes-déformations du béton :	22
IV.3.1.3. Diagramme des déformations limites de la section.....	23
IV.3.2. Etat limite ultime de stabilité de forme.....	24
IV.4. États limites de service ELS	24
IV.4.1. Hypothèses supplémentaires de calcul pour ELS.....	25
IV.4.2. Etat limite de compression du Béton	25
IV.4.3. Etat limite d'ouverture des fissures	25
IV.4.4. État-limite de service vis-à-vis de la déformation.....	25

CHAPITRE V: LES REGLES RELATIVE A' L'EMPLOI DES BETONS HAUTS PERFORMANCES

V.1. INTRODUCTION.....	26
V.2. Béton	26
V.2.1. Matériaux	26
V.2.2. L'expression du module de déformation différée	27
V.3. Etat limite ultime de résistance.....	27
V.3.1. Hypothèses de calcul	27
V.3.1.1. Diagramme des déformations limites de la section.....	28
V.3.1.2. Diagramme des déformations-contraintes du béton.....	28
V.3.1.3. Diagramme rectangulaire simplifié « selon Eurocode 2 S. Multon ».....	29
V.4. Cas de la flexion composée avec compression	29

V.4.1.	Sollicitations et hypothèses de calcul.....	29
V.4.2.	Règles de calcul en section courante.....	30
V.4.2.1.	Condition de non-fragilité :.....	30
V.4.2.2.	Condition de non-fragilité et section minimale d'armatures :.....	30
V.5.	Justification des poteaux.....	30
V.6.	Effet a long terme :.....	31
V.6.1.	Les effets du retrait et du fluage	31
V.6.1.1.	Retrait.....	31
V.6.1.2.	Fluage.....	32
V.7.	Effet de la température :.....	34
V.7.1.	L`analyse thermique :.....	34
V.7.2.	Evolution des caractéristiques mécaniques avec la température	34
V.7.2.1.	Résistance en compression	35
V.7.2.2.	Résistance en traction	35
V.7.2.3.	Module d'élasticité.....	36

CHAPITRE VI : POTEAU EN BHP

VI.1.	DEFINITIONS GENERALES	38
VI.2.	Mode de travail.....	38
VI.2.1.	Compression centrée.....	38
VI.2.2.	Flexion composée.....	38
VI.3.	Flexion composé.....	39
VI.3.1.	Prise en compte forfaitaires des effets de second ordre.....	40
VI.3.2.	Excentricité du second ordre.....	41
VI.4.	Sections entièrement tendues.....	42
VI.4.1.	Définition	42
VI.4.2.	Calcul des armatures.....	42
VI.5.	Sections entièrement comprimé.....	43
VI.6.	Sections partiellement comprimées (tendue)	44
VI.7.	CALCUL CLASSIQUE A L'ETAT LIMITE ULTIME D'UNE SECTION SOUMISE A LA FLEXION COMPOSEE PARTIELLEMENT COMPRIME (TENDUE)	45
VI.7.1.	Principe de calcul	45
VI.7.2.	Technique du calcul.....	46
VI.7.2.1.	Armature minimale.....	47
VI.7.2.2.	Pourcentage d'armatures	47

VI.8. Compression simple	48
--------------------------------	----

CHAPITRE VII : METHODOLOGIE DE CALCUL OPTIMAL DES POTEAUX EN BHP A' ELU

VII. Introduction	50
VII.1 DIMENSIONNEMENT OPTIMALE DES POTEAUX RECTANGULAIRE SOUMIS A LA FLEXION COMPOSEE EN BHP A L'ELU PARCIELLEMENT COMPRIMEE	51
VII.1.1 Fonction objectif	53
VII.1.2 Formulation du problème	54
VII.1.3 Contraintes de comportement	55
VII.1.4 Contraintes de pré-dimensionnement et de bonne exécution	56
VII.2 CAS 1 : DIMENSIONNEMENT OPTIMAL DES POTEAUX SOUMIS A LA FLEXION COMPOSEE EN BHP A' L'ELU PARTIELLEMENT COMPRIMEE AVEC ACIER SYMETRIQUE : $A_s = A_s'$	56
VII.2.1 Formulation du problème	56
VII.2.2 Contraintes de comportement	56
VII.2.3 Contraintes de pré-dimensionnement et de bonne exécution	57
VII.3 CAS 2 : DIMENSIONNEMENT OPTIMAL DES POTEAUX SOUMIS A LA COMPRESSION CENTREE EN BHP L'ELU ($N \neq 0, M = 0, V = 0$)	57
VII.3.1 Formulation du problème	58
VII.3.2 Contraintes de comportement	58
EXEPMLE :	60

Liste des figures

Figure I- 1:Comparaison entre la méthode de conception conventionnelle et la méthode de conception optimale	2
Figure II -1 structure microscopique d'un béton ordinaire et d'un béton à haute performance.....	4
Figure II -2: plastifiants et super-plastifiants / réducteur d'eau	5
Figure 3: diminution de la résistance à la compression des bétons à haute résistance selon l'EC2feu ..	7
Figure II- 4: La tour EDF	10
Figure II-5 : Cœur Défense.....	10
Figure II -6 : Pont de Normandie.	10
Figure II -7 : Les voussoirs du pont de l'île de Ré	10
Figure II-8:La Grande Arche (Paris, France 1990)	10
Figure II-9:Le Musée des civilisations	11
Figure II -10 :La Grande Mosquée Hassan II	11
Figure III-1 : Schéma illustratif d'un espace bidimensionnel de conception.....	17
Figure IV-1:représente les différents types de ELU	21
Figure IV-2:Diagramme contraintes déformations des aciers	22
Figure IV-3:Diagramme contrainte/déformation du béton	22
Figure IV-4:Diagramme des trois pivots	23
Figure V-1:le diagramme des déformations-contraintes du béton.....	28
Figure V- 2: courbes contraintes-déformation du béton ordinaire et BHP.....	28
Figure V-3:diagramme rectangulaire simplifié.....	29
Figure V- 4: Définie La loi de Sargin et leurs expressions.....	30
Figure V.5 : ATG d'une pâte de ciment soumise à de hautes temps ratures.....	34
Figure V.6: les différents résultats à la compression obtenue d'après les différents auteurs.....	35
Figure V.7: les différents résultats à la traction obtenue d'après les différents auteurs.....	36
Figure V.8 : l'évolution du module d'élasticité.....	37
Figure VI-1:Les deux modes de travail d'un poteau en BA	39
Figure VI-2:la position des aciers tendus dans une section de béton	40
Figure VI-3:Les efforts internes à une section entièrement tendue	42
Figure VI-4:Diagrammes de contrainte et de déformation pour la limite du pivot BC	44
Figure VI-5:Diagramme section partiellement comprimé	45
Figure VI-6: sollicitation d'un poteau isolés.....	48
FigureVI- 7: diagramme calculé section en compression simple	49
Figure VII- 1: Excentrement des appareils d'appui par rapport l'axe du chevêtre.....	51
FigureVII 2:Contraintes et déformations d'une section de BA partiellement comprimé.....	52

Liste Des Tableaux

<i>Tableau II- 1 : résistance à la compression de classe de béton.....</i>	<i>6</i>
<i>Tableau II- 2 : les ouvrages réalisés par BHP.....</i>	<i>9</i>
<i>Tableau V- 1:classe de résistance et propriétés de BHP.....</i>	<i>26</i>
<i>Tableau V-2:les valeurs de ϵ_{bc2} correspondantes aux résistances de compression du béton.....</i>	<i>26</i>
<i>Tableau V-3:Les valeurs numériques correspondantes.....</i>	<i>28</i>

ملخص :

يحتوي هذا البحث على عرض طريقة تطبيقية عامة معتمدة على طرق التصميم الأمثل و هذا من أجل الحصول على الأبعاد المثلى لتصميم , منخفض التكاليف لأعمدة خرسانة مسلحة عالية الجودة مستطيلة المقطع (حالة أعمدة الجسور) الدالة الهدف تمثل تكاليف المواد المستعملة . مجموعة القيود تتمثل بالدرجة الأولى في قيود ميكانيكية وغيرهما وهذا طبقا لقانون المعتمد "الخرسانة المسلحة في حالات القصوى"

تحت بند السلوك البلاستيك للخرسانة و الفولاذ و كذلك قيود تصميم مستخرجة طبقا للقواعد العامة للتصميم و التنفيذ الجيد
BAEL 91/99

الكلمات المفتاحية : التصميم الأمثل منخفض التكاليف , خرسانة عالية الأداء , أعمدة , قانون خرسانة مسلحة المعتمد في الجزائر

RESUME :

Le présent travail de recherche résume une méthodologie générale pour obtenir, sur la base d'une méthode d'optimisation, les dimensionnements optimaux de moindres coûts des poteaux rectangulaire en béton à haut performance (cas des piles des ponts). La fonction objectif à minimiser représente les coûts des matériaux. L'ensemble des contraintes consiste aussi bien en des contraintes de comportement (définies, ici, conformément au BAEL 91/99 incluant celles liées aux comportements plastique du béton et de l'acier) et des contraintes relatives aux règles pratiques courantes de pré-dimensionnement et de bonne exécution.

MOTS-CLES : Optimisation, Conception de moindre coût, Béton haute performance, poteaux, code BAEL 91/99

ABSTRACT :

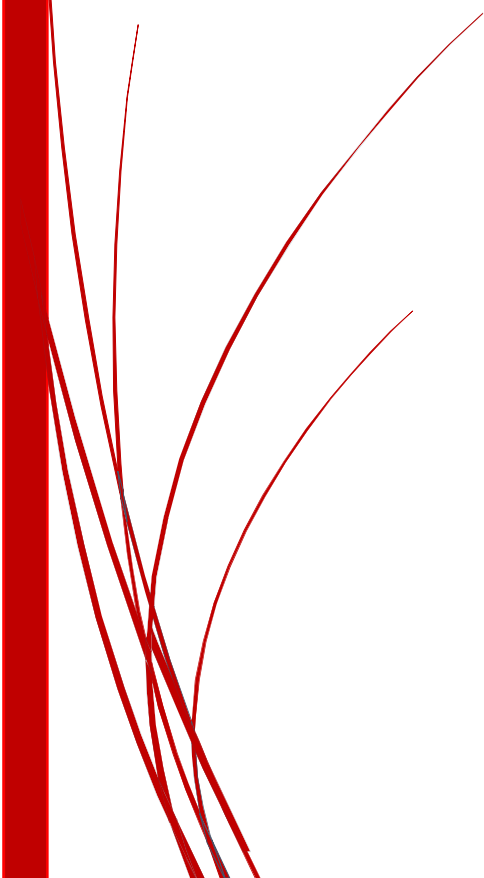
This work resumes a general methodology to obtain, on the basis of an optimization method, to find the optimum dimensions for a minimum costs design of a rectangular reinforced with high performance concrete columns (case of the piers of bridges). The objective function to minimize represents the costs of the materials. The set of constraints is considered as well as a design constraints (defined, here, according to the BAEL 91/99 code under the bend of those related to the plastic behaviors of the concrete and steel) and also those constraints related to the rules of good practices design and good execution.

KEYWORDS: Optimization, minimum cost design, high performance concrete, columns, BAEL91/99

A thick red vertical bar on the left side of the page. A red arrow points to the right from the middle of this bar, containing the text 'CHAPITRE I'.

CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE



I.1. INTRODUCTION GENERALE

La technologie se compose d'un certain nombre d'activités bien établies, y compris l'analyse, la conception, la construction, les ventes, la recherche, et le développement des systèmes. Le sujet de construction est un champ important dans la profession d'ingénierie. Le processus de concevoir et de construire des structures a été développé au-dessus des siècles. L'existence de beaucoup de structures complexes, tels que des bâtiments, des ponts, routes, et d'autres, est un excellent testimonial à sa longue histoire. Cependant, l'évolution de telles structures a été lente et le processus complet est long et coûteux, exigeant les ressources humaines et matérielles substantielles. Par conséquent, le procédé a été de concevoir, construire, et employer une structure de s'elle est la meilleure. Des structures améliorées ont été conçus seulement après qu'un investissement substantiel a été récupéré. La discussion précédente indique que plusieurs structures peuvent habituellement accomplir le même rôle, et que quelques structures sont meilleures que d'autres. Par exemple, le but d'un pont est de fournir la continuité dans le trafic d'un côté du fleuve à l'autre côté.

Dans tous les problèmes, on se propose d'obtenir un certain résultat en satisfaisant à des conditions dont les unes sont essentielles et dont les autres sont accessoires.

La finalité d'une construction varie énormément d'un cas à un autre, mais elle existe toujours. Construire pour le plaisir de construire serait un jeu trop coûteux pour les hommes raisonnables de notre époque comme de toutes les époques. L'humanité construit pour un résultat. Elle n'obtient pas toujours ce résultat, mais c'est pour l'obtenir qu'elle construit.

On ne construit pas les ouvrages seulement pour qu'ils tiennent. On les construit pour quelque autre fonction qui comporte évidemment comme condition essentielle, que la construction maintienne ses formes et ses aptitudes à remplir cette fonction pendant un certain temps. La résistance est une condition fondamentale ; mais ce n'est pas la finalité unique, ni même la plus importante.

Une bonne résolution de ce type de problèmes nécessite la connaissance de méthodes approuvées ainsi que la maîtrise des outils mathématiques et informatiques développés à cet effet.

Les méthodes proposées pour résoudre les problèmes d'optimisation sont nombreuses, mais elles peuvent toutes se résumer à l'énoncé mathématique suivant, à savoir maximiser ou minimiser une fonction numérique de variables soumises à diverses contraintes.

Les méthodes de résolution des problèmes d'optimisation sont bien développés durant ces dernières années [méthodes de programmation mathématiques sans dérivées ex : Hillclimb (Rosenbrock 1960) Complex (Box 1965), Méthodes à première dérivées ex : « Sequential Unconstrained Minimization Technique » (SUMT) (Fiacco & McCormick 1968) Tolérance flexible (Himmelblau 1971) et., Davidon-Fletcher-Powell (Rao 1984),...etc. « Sequential Quadratic Programming » (Programmation Séquentielle Quadratique) SQP (Fan et al. 1988). Méthodes à seconde dérivées : Newton (Mordecai 2003), On a aussi des autres classe de

techniques comme méthodes ¹ József_Farkas, KárolyJármay, Optimum design of steel structures, page 16,17

des critères optimales (OC) (Rozvany 1997), ou « les méthodes combinatoires discrètes » comme Backtrack (Golomb & Baumert (1965), Annamalai 1970). [5]

I.2. CONCEPTION CONVENTIONNELLE VERSUS CONCEPTION OPTIMALE

C'est un challenge pour l'ingénieur de concevoir des systèmes efficaces et rentables sans compromettre leur sécurité, Figure 1(a) présente un schéma explicite pour la méthode conception conventionnelle, Figure 1 (b) présente un schéma similaire pour la méthode de conception optimale, Il est important de noter que les deux méthodes sont itératives ce qui est indiqué par la boucle entre les cases 6 et 3. [5]

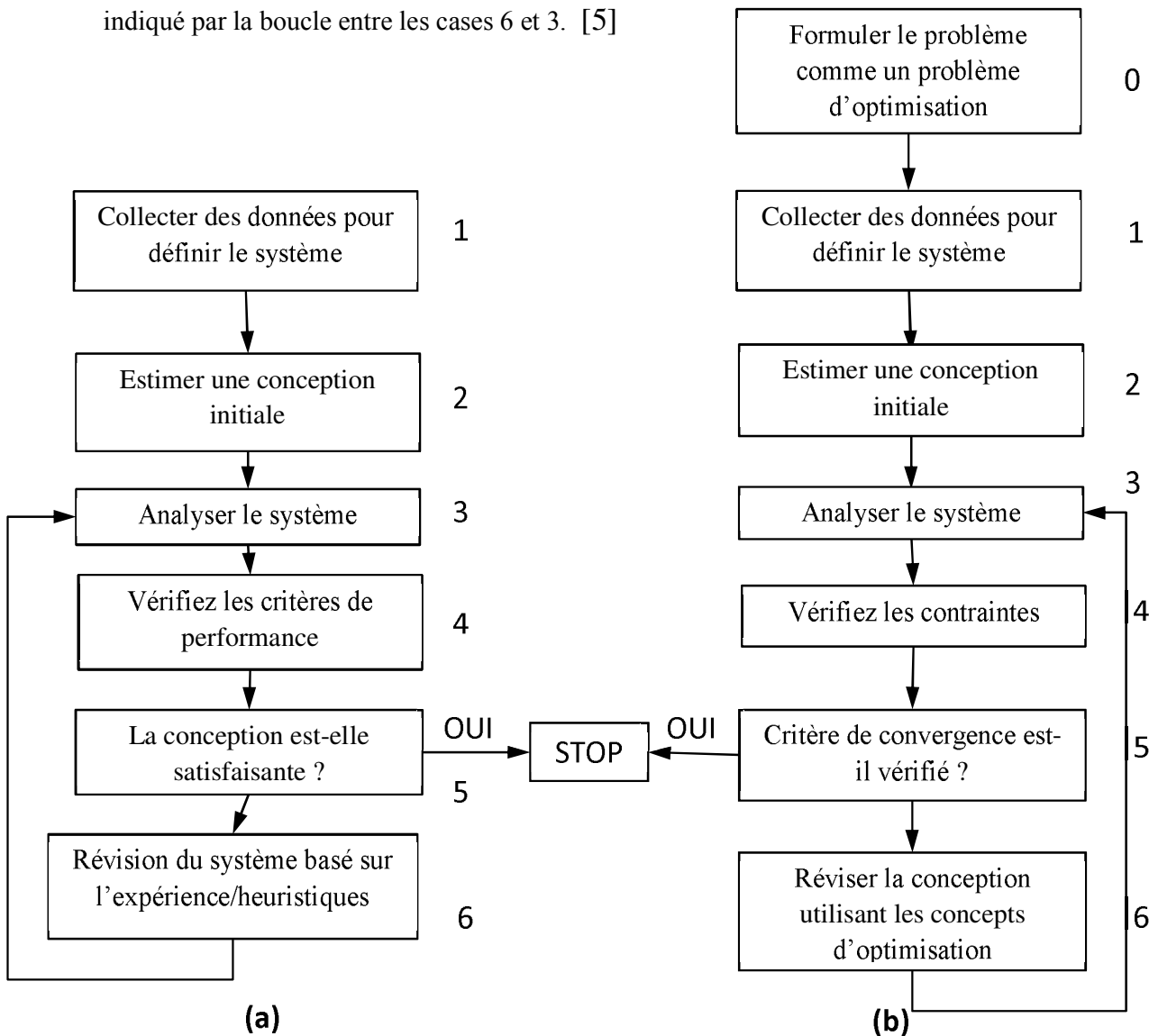


Figure I- 1: Comparaison entre la méthode de conception conventionnelle et la méthode de conception optimale



I.3. OBJECTIFS VISES

Le présent travail de recherche vise l'établissement d'une méthodologie générale en vue d'obtenir, sur la base d'une méthode de programmation mathématique, des dimensionnements optimaux de moindres coûts des poteaux en béton à haute performance rectangulaire. De manière générale, la fonction objective à minimiser devra comprendre les coûts du béton, de l'acier et du coffrage. Les contraintes consisteront en des contraintes de conception aux Etats Limites Ultimes (ELU) définies conformément à un code de conception et de calcul des structures en béton armé largement adopté par la communauté francophone. Le modèle mathématique de moindre coût devra également inclure les contraintes liées aux règles pratiques courantes de pré dimensionnement et de bonne exécution.

I.4. ORGANISATION DE CE MEMOIRE

Le présent mémoire est organisé en sept chapitres :

Chapitre I : est consacré à une introduction générale incluant les objectifs visés et le plan général de la thèse.

Le chapitre II : une présentation des bétons à hautes performances et sons application dans le monde

Le chapitre III : traite les concepts et formulation générale d'un problème d'optimisation, la formulation mathématique générale du problème qui comporte l'identification des variables de décision, la définition d'une fonction objectif et la description des contraintes imposées aux variables de décision.

Le chapitre IV : présente les règlements utilisés et quelques notions d'états limite

Le chapitre V : présente les règles relatives à l'emploi des bétons à hautes performances et les modifications appliquées aux BHP par apport aux bétons ordinaires, avec les changements correspondants.

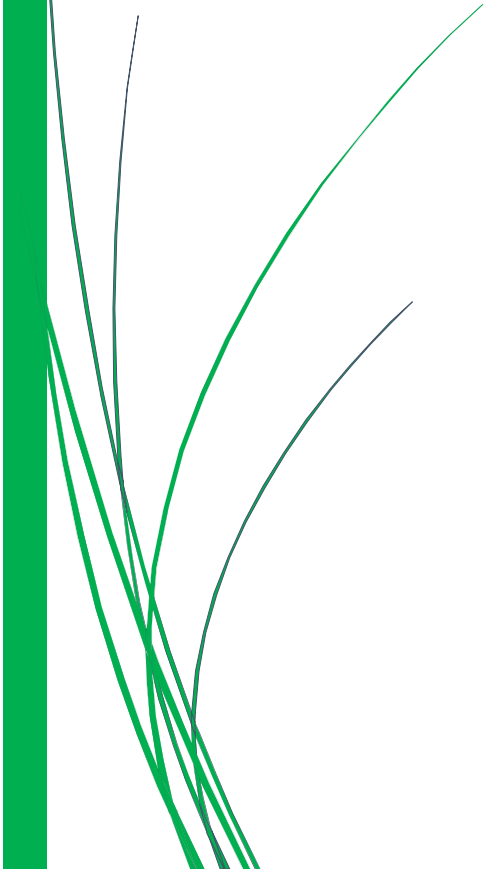
Le chapitre VI : expose sur les poteaux, calcul des sollicitations, et domaine d'étude soit en compression centrée ou flexion composée, avec un résumé du calcul classique d'une section soumise à la flexion composée.

Et en fin chapitre VII qui traite la méthodologie de calcul optimal des poteaux en béton à haute performances à l'état-limite ultime.



CHAPITRE II

LES BETONS A' HAUTES PERFORMANCES (BHP)



II. Introduction

Depuis l'origine, le béton traditionnel est caractérisé essentiellement par sa résistance à la compression. Dans les années 1940, on sait que pour améliorer la résistance du béton il faut minimiser le pourcentage de vides, après des années de recherche on découvre le moyen de réduire ces vides avec l'ajout de microparticules et d'adjuvants de types plastifiants, ainsi naissent les bétons à hauts performances. Ils présentent une durabilité améliorée et une résistance accrue. Ils peuvent supporter des charges supérieures ou permettre des constructions plus élancées. Ils peuvent également présenter des formes plus complexes et permettent de réaliser de plus grandes portées. Des progrès considérables ont été enregistrés dans ce domaine au cours de ces dernières décennies. [11]

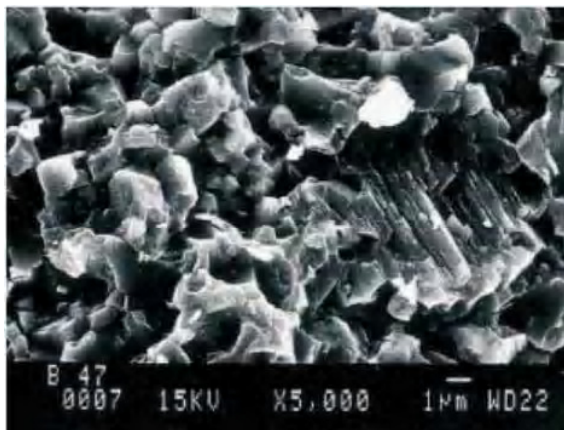
II.1 Définition

Les Bétons à Hauts Performances (BHP) ont d'abord été utilisés pour leur haute résistance. Cette caractéristique facilement mesurable a fait des progrès spectaculaires à partir des années 80. Elle est passée de 30 à 35 Mpa, à plus de 100 Mpa pour les Bétons à Très Hautes Performances, voire plus de 200 Mpa pour les Bétons Fibrés à Ultra Hautes Performances (BFUP).

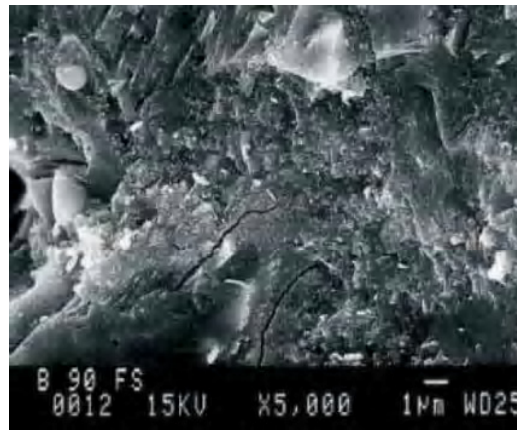
➤ **Les BHP se caractérisent par :**

- une résistance caractéristique à la compression à 28 jours supérieure à 50 Mpa sur cylindre
- un rapport $E_{eff}/Liant$ équivalent inférieur à 0,3.

Mais les gains de résistance ne sont pas les seuls avantages de ces bétons qui tirent leurs propriétés de leur microstructure très dense, d'une forte réduction de leur porosité et d'un réseau capillaire non connecté. Ces bétons sont en fait des matériaux à très haute compacité.



Béton ordinaire



Béton à haute performance

Figure II -1 structure microscopique d'un béton ordinaire et d'un béton à haute performance

II.1.1 Constituants des BHP

Les constituants du BHP font l'objet des principales spécifications suivantes :

- **ciments** : types CEM I, CEM II ou CEM III, classes de résistance conseillées 42,5 ou 52,5
- **granulats** : granulats pour bétons
- **Additions** : cendres volantes silico-alumineuses, laitiers de haut-fourneau, additions calcaires, additions siliceuses, ultrafines (fumées de silice) conformes à leurs normes respectives
- **adjuvants** : plastifiants réducteurs d'eau et super plastifiants hauts réducteurs d'eau

II.1.2 Composition

Pour améliorer les performances d'un béton, il convient d'en réduire la **porosité** en agissant sur le squelette granulaire (granulométrie) par l'addition de particules ultrafines type "fumée de silice", l'ajout d'un adjuvant super-plastifiants/haut réducteur d'eau pour la réduction de l'eau.

- ✚ L'emploi des "**super-plastifiants/haut réducteur d'eau**" permet de réduire l'eau du béton à consistance égale entraînant la suppression d'un volume important non mobilisé par l'eau nécessaire à l'hydratation du **ciment**. Le rapport eau/ciment est ainsi de 0,30 à 0,40 alors qu'il est habituellement de 0,45 à 0,60 pour un béton ordinaire.
- ✚ L'utilisation de particules **ultrafines** contribue à réduire encore plus la porosité, mais est essentiellement utilisée pour les bétons à très hautes performances (BTHP).

Les particules ultrafines utilisées sont la plupart du temps **des fumées de silice**, contenant plus de 90 % d'oxyde de silicium, sous-produit de l'industrie du ferrosilicium.

Ces fumées de silice ont une double action. Outre le fait de réduire les vides, elles jouent aussi un rôle de catalyseur avec la chaux vive, lié à leur caractère pouzzolanique. [3]



Figure II -2: plastifiants et super-plastifiants / réducteur d'eau

II.1.3 Propriétés des BHP

➤ Manœuvrabilité :

Du fait de la présence de super-plastifiants, le béton à hautes performances est très facilement manœuvrable, La fluidité d'un tel béton permet une facilité de mise en œuvre avec en particulier un bon remplissage des coffrages et un enrobage complet des armatures, y compris dans les zones où le ferrailage est très dense.

➤ Durabilité :

La porosité et la perméabilité de ces bétons améliorent par ailleurs la durabilité, telle La résistance aux agents agressifs (ions chlore, sulfates, eau de mer, acides ...), le faible risque de corrosion des armatures, la forte résistance au cycle gel-dégel et à l'écaillage ainsi que la faible perméabilité sont autant de propriétés qui qualifient ce béton comme étant durable.

➤ Imperméabilité :

Leur faible porosité capillaire confère aux BHP une très faible perméabilité.

II.1.4 Caractéristiques

➤ Résistance à la compression :

Les bétons sont classés selon leur résistance à la compression à 28 jours. Les bétons à hautes performances ont une résistance élevée. [3]

Classe	Résistance à la compression à 28 jours (en MPa)
Béton ordinaire	16 à 40
Béton à hautes performances	45 à 60
Béton à très hautes performances	65 à 100
Béton à ultra hautes performances	> 110

Tableau II- 1 : résistance à la compression de classe de béton



➤ **Fluage et fluidité :**

Le **fluage** est très inférieur à celui d'un béton usuel. Le coefficient de fluage égal au rapport de la déformation différée sur la déformation instantanée est compris entre 1 et 1,5 pour les BHP alors qu'il est de 2 pour les bétons ordinaires.

➤ **Résistance au feu :**

La résistance au feu est cependant un élément sur lequel il convient d'attirer l'attention. En raison de la structure très dense des pores, la pression de vapeur, qui apparaît à l'intérieur du béton à des températures excédant 100 °C, peut difficilement être réduite. La vapeur ne peut en effet pas être rapidement évacuée à l'extérieur, en raison de la structure très dense du matériau. Par rapport au béton conventionnel, la résistance du béton à haute résistance diminuera dès lors plus rapidement si la température est supérieure à 100 °C. Les renseignements à propos du facteur de réduction à appliquer figurent dans la norme NBN EN 1992-1-2 (voir également figure 3). [3]

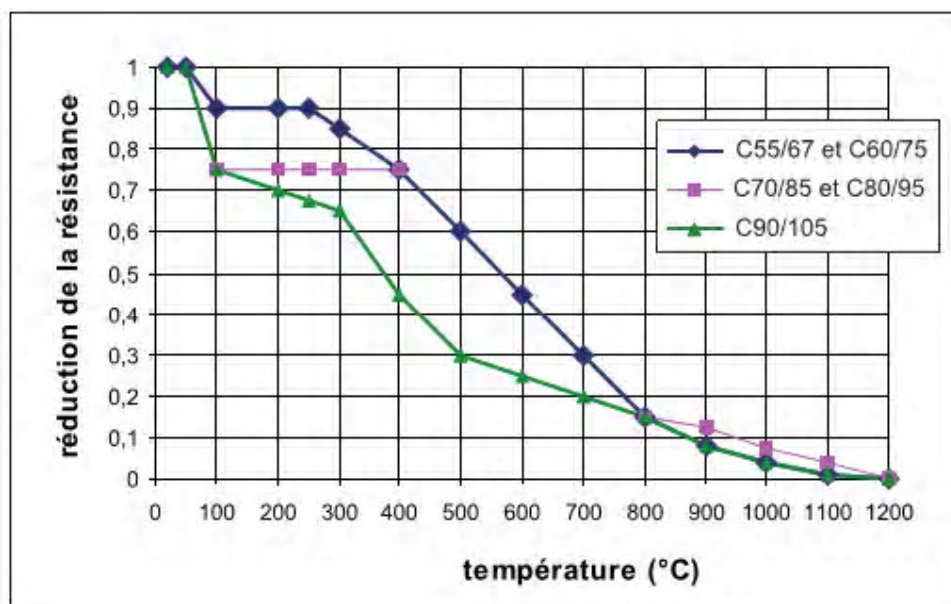


Figure 3: diminution de la résistance à la compression des bétons à haute résistance selon l'EC2feu

➤ **Retrait :**

Le retrait total du BHP est globalement identique à celui d'un béton traditionnel mais avec une cinétique différente (il se produit plus tôt et se développe principalement pendant les premiers jours après le coulage).

II.1.5 Traduction de performances mécaniques des BHP

- Résistances en traction supérieures : ce qui permet de limiter la précontrainte et d'amincir la section transversale en béton.

- Performances en flexion : qui se traduisent par une augmentation de la rigidité en flexion.
- Fluage inférieur à celui des bétons ordinaires et évolution plus rapide
- Réduction de l'ouverture de fissures.
- L'emploi de BHP permet de réduire l'ouverture des fissures à contraintes égales dans les armatures
- Meilleure adhérence acier béton, d'où une réduction sensible des longueurs de recouvrement.
- Augmentation des valeurs de contrainte de tractions admissibles ce qui permet de réduire les sections d'armatures.
- Majoration des contraintes de cisaillement admissibles. Il en résulte la possibilité de réduire, par exemple, les épaisseurs des âmes des poutres
- Réduction des épaisseurs d'enrobage compte tenu des faibles porosités et sensibilités aux agents agressifs des BHP.

II.2 Applications

Les grandes résistances à court terme de 24h à 3 jours selon CCTP permettent un décoffrage rapide ainsi que des mises en précontraintes rapides. Ainsi les BHP sont utilisés pour des ouvrages: précontraints, préfabriqués, coulés en place.

Ces propriétés élevées au jeune âge conduisent à préconiser l'utilisation de ce BHP pour les ouvrages soumis à de fortes sollicitations mécanique (bâtiments de grande hauteur, ponts, réservoirs, centrales nucléaires, etc). La résistance en milieu agressif conduit à les préconiser pour les travaux en milieu marin ou agressif. Enfin lorsque le béton doit être pompé sur une grande hauteur, le BHP est recommandé du fait de sa grande manœuvrabilité.

Année	Ouvrage	Élément en BHP	Lieu
1979-1991	Centrale nucléaire de Cattenom	Poutres des tours des aéroréfrigérants	Cattenom, France 
1986-1988	Pont de l'île de Ré	Voussoirs	Île de Ré, France 



1988-1995	Pont de Normandie	Voussoirs	Le Havre, France 
1997	Passerelle de l'Université de Sherbrooke	Poutre et dalle	Sherbrooke, Canada 
1998-2004	Pont Rion-Antirion	Plancher béton	Rion, Grèce 
2001	Tour EDF	Piliers de façade	La Défense, France 
2001	Cœur Défense	Poteaux des tours	La Défense, France 
2001-2004	Viaduc de Millau	Couverture de la barrière de péage	Millau, France 
2002	Passerelle de Seonyu	Arc	Séoul, Corée du sud 
2008-2012	Pont de l'île Rousski	Pylônes	Vladivostok, Russie 
2010	Aéroport international de Tokyo	Dalles de la Piste D	Tokyo, Japon 
2010-2013	MuCEM	Pilliers de structure	Marseille, France 
2010-2013	Stade Jean-Bouin	Couverture extérieure	Paris, France 
2011-2014	Fondation Louis Vuitton	Panneaux de couverture	Paris, France 

Tableau II- 2 : les ouvrages réalisés par BHP



La tour EDF : à La Défense, présente une hauteur de 165 mètres.
L'utilisation d'un BHP de type B80 pour les piliers de façade a permis de limiter le diamètre des poteaux les plus chargés à 1,30 m

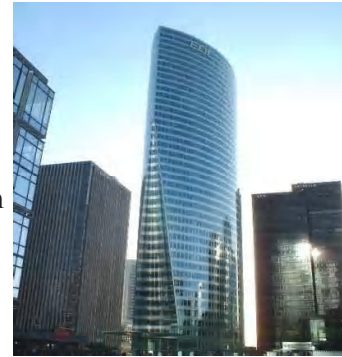


Figure II- 4: La tour EDF



Figure II-5 : Cœur Défense

Cœur Défense : Les poteaux des tours ont un diamètre de 1,10 m et ont été réalisés avec un BHP B80.



Figure II -6 : Pont de Normandie.

Pont de Normandie.

Les voussoirs des rampes d'accès ont été fabriqués avec du BHP de résistance 60 Mpa

Les voussoirs du pont de l'île de Ré ont été réalisés avec un B60.

La résistance à 15 h étant de 20 MPa a permis de réduire considérablement les délais de préfabrication.



Figure II -7 : Les voussoirs du pont de l'île de Ré



Figure II- 8:La Grande Arche (Paris, France 1990)

La Grande Arche (Paris, France 1990) : Le béton utilisé pour couler la partie supérieure de la Grande Arche de La Défense présente des résistances supérieures à 65 MPa et un slump de 22 à 25 cm,



Le Musée des civilisations de l'Europe et de la Méditerranée (Mucem, 2010) :

Le bâtiment de la parcelle J4 conçu par l'architecte Rudy Ricciotti est une somme de prouesses techniques, Qui ont pour point commun l'utilisation du béton fibré à ultra haute performance (BFUHP).



Figure II- 9:Le Musée des civilisations

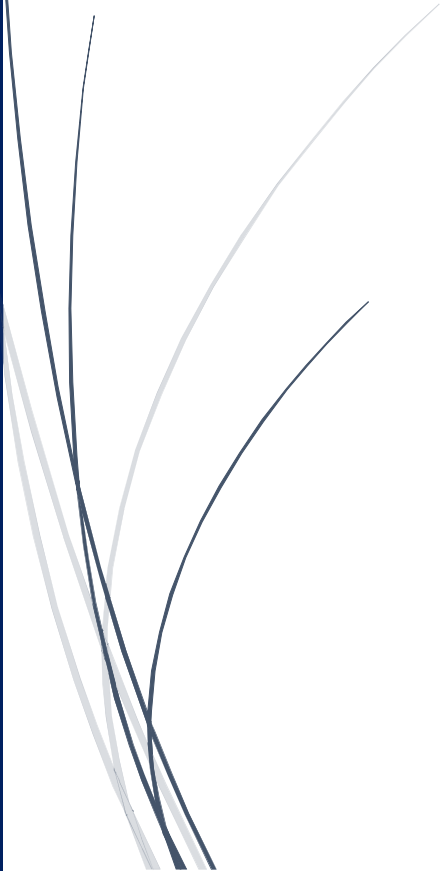
La Grande Mosquée Hassan II (Casablanca, Maroc. 1986) : Les bétons de hautes performances ont fait l'objet d'études spécifiques pour résister (100 MPa) aux contraintes dues aux efforts sismiques, ainsi qu'à celles de la houle et aux effets de corrosion sur les armatures en milieu marin.



Figure II -10 :La Grande Mosquée Hassan II

CHAPITRE III

**CONCEPTS ET
FORMULATION
GENERALE D'UN
PROBLEME
D'OPTIMISATION**



III.1. INTRODUCTION

Le mot **optimisation** en mathématique désigne la recherche des conditions moyennant pour lesquelles une fonction donnée atteint un optimum, qui se présente le plus souvent comme un extremum. L'optimum impose qu'une certaine fonction de mérite (fonction objectif, fonction économique) soit maximale ou minimale.

C'est la recherche de la meilleure solution, évaluée selon certains critères avec prise en compte des conditions nécessaires. On voit immédiatement à quelle point ce genre de problème peut répondre à des préoccupations de tout ordre physique, mécanique, technique, économique,...etc.

Historiquement, le problème de maximiser ou de minimiser une fonction sous des conditions d'égalité est un problème mathématique bien classique (c'est un problème d'optimisation qui remonte à Lagrange après un premier intérêt porté par **MONGE en 1776** à un problème de ce genre. Le fait d'étendre la théorie de Lagrange et de ses multiplicateurs au cas où il y a aussi des contraintes d'égalité est relativement nouveau et les premiers résultats ne datent que depuis 1948 c'est à dire à l'arrivée du monde informatique.

L'objectif dans l'optimisation des éléments en béton armé est de trouver les dimensions optimales et le coût minimum correspondant des matériaux mis en œuvre.

En général, le nombre de variables de conception indépendantes est relativement petit et les contraintes sont données par des expressions explicites c'est souvent possible de trouver la solution optimale par une recherche directe dans un espace d'un ou deux variables qui représentent les dimensions du béton.

III.2. ROLE DE L'OPTIMISATION

Le rôle de l'optimisation dans la construction est capital elle permet de déterminer la meilleure solution d'un problème et d'aboutir à des coûts minimaux. Le développement des méthodes d'optimisation n'a servi qu'à rendre explicite la recherche, l'évolution et le classement des options. Les tendances faites pour développer ces méthodes ont eu pour effets bénéfiques d'affiner notre compréhension du projet et d'identifier les applications valables de l'optimisation et de restructurer un grand nombre des processus partiels qu'intègre l'étude du projet. [6]

III.3. APPLICATIONS DE TECHNOLOGIE D'OPTIMISATION

L'optimisation, dans son plus large sens, peut être appliquée pour résoudre n'importe quel problème de technologie.

Quelques applications typiques de différentes disciplines de technologie indiquent la portée large du sujet :

- Dimensionnement des avions et des structures aérospatiales pour le poids minimum
- Détermination de la trajectoire optimale des véhicules spatiaux
- Dimensionnement des structures de génie civil
- Dimensionnement de Minimum-poids des structures pour le séisme, le vent, et d'autres types de chargement aléatoire
- Dimensionnement des systèmes de ressources en eau pour l'avantage maximum
- Dimensionnement plastique optimale des structures

III.4. CATEGORIES D'OPTIMISATION

On a trois grandes familles d'optimisation :

L'optimisation de formes paramétrique où les formes sont paramétrées par un nombre réduit de variables (par exemple, une épaisseur, un diamètre, des dimensions), ce qui limite considérablement la variété des formes possibles (ou admissibles),

L'optimisation de formes géométrique où, à partir d'une forme initiale, on s'autorise des variations de la position des frontières de la forme (sans toutefois changer la topologie de la forme, c'est-à-dire, en dimension deux d'espace, le nombre de composantes connexes de son bord ou plus simplement le nombre de "trous" dans la forme),

L'optimisation de formes topologique où l'on cherche, sans aucune restriction explicite ou implicite la meilleure forme possible quitte à changer de topologie. [5]

III.5. FORMULATION GENERALE D'UN PROBLÈME D'OPTIMISATION

Une optimisation ou un problème de programmation mathématique peut être énoncée comme suit :

Trouvez $X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}$ qui minimise $f(X)$

Et qui vérifie les contraintes

$$g_i(X) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m$$

$$l_j(X) = 0, j = 1, 2, \dots, p$$

Ou :

X : Vecteur de n dimensions appelé *vecteur de conception* ou aussi *variable de conception*.

$f(X)$: Fonction objectif.

$g_i(X)$: Contraintes d'inégalité.

$l_j(X)$: Contraintes d'égalité.

Les contraintes d'égalité peuvent souvent être éliminées et la recherche optimale peut être effectuée dans l'espace des solutions admissibles défini par les contraintes d'inégalité.

III.5.1. Variables de décision

Les variables de conception ou de décision ou variables de calcul sont constituées par des sections ou par les dimensions (épaisseur, longueur, ...) de la structure ou à d'autres paramètres. Dans les structures à deux ou trois dimensions ceux qui définissent la géométrie sont particulièrement intéressants à déterminer afin de minimiser la quantité des matériaux mis en œuvre.

Le calcul consiste à définir les valeurs des composantes du vecteur $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ qui sont les inconnues du problème (on appelle ces composantes les variables de décision).

III.5.2. Contraintes

La structure calculée doit satisfaire aux exigences fonctionnelles concernant la résistance, l'utilisation, ... etc. Ces exigences qu'on appelle conditions sont les limitations ou les contraintes du problème. Il convient de répartir les contraintes en deux classes ; celles qui doivent être satisfaites comme des égalités strictes et celles qui sont régies par des inégalités

III.5.3. Fonction objectif

Parmi les facteurs caractéristiques d'une structure, il y a toujours un dont l'importance prédomine. C'est ce facteur qui constitue le critère d'optimisation et qui est représenté sous la forme d'une fonction objectif f on dit aussi parfois : fonction économique, fonction critère ou fonction mérite.

En outre, le critère de mérite n'exige pas d'être déterministe et peut s'exprimer en termes de probabilité.

En optimisation des structures, on utilise souvent un volume minimale comme critère plutôt qu'un coût minimal pour la raison que les coefficients de coût sont trop difficile à déterminer. [5]

III.6. TYPE DES PROBLEMES D'OPTIMISATION

Problèmes probabilistes.

Problèmes déterministes.

III.6.1. Problèmes probabilistes

En général le problème de Dimensionnement probabiliste optimal peut être énoncé comme suit:

Pour une structure à configuration, charges probables et variations des résistances connues. Trouver les résistances moyennes des éléments telles que la confiance à ruine est définie comme la probabilité requise pour qu'une structure n'atteigne pas sa ruine plastique ; la confiance à plasticité est la probabilité nécessaire pour qu'une section de la structure ne soit pas la première à développer une rotule plastique. [1]

III.6.2. Problèmes déterministes

Soit une structure dont les charges, géométrie et dimensions des sections en béton sont fixées. Le problème de Dimensionnement optimal consiste à déterminer les variables X_j ($j = 1, 2, \dots, n$.) qui optimisent une certaine fonction de mérite et satisfaisant également aux contraintes. [1]

III.7. METHODE DE FORMULATION GENERALE D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION DETERMINISTE

III.7.1. Contraintes

Chaque groupe de valeur pour les variables de décision (ou de conception) représente une conception de la structure. Clairement, quelques conceptions sont des solutions utiles pour l'optimisation du problème, mais d'autres peuvent être inadéquates en terme de fonction, comportement ou autres considérations. Si une conception satisfait toutes les exigences ou condition imposées, elle sera dite " solution admissible " (ou solution faisable).

Les conditions (ou restrictions) qui doivent être satisfaites afin d'obtenir une conception sont dites les contraintes. Du point de vue physique on peut identifier deux sortes de contraintes

Les contraintes imposées sur les variables de conception et qui limite leur champs pour des raisons que des considérations sont appelées contraintes de conception où contrainte de bon côté.

Les contraintes qui sont explicitées en forme peuvent provenir de différente considération telle que la fonctionnalité, la fabrication ou l'esthétique. De cette façon une contrainte de conception est une limitation spécifique ou imposée sur une variable de conception.

Les contraintes qui dérivent des exigences sur le comportement sont appelées les contraintes de comportement. Les limitations sur les contraintes maximales, déplacement flambement sont des exemples typiques de contraintes de comportement.

Des contraintes de comportement explicites ou implicites sont toutes deux rencontrées dans la conception pratique.

Les contraintes de comportement explicites sont souvent données par des formules présentées dans des cadres de conception ou des spécifications. Cependant, les contraintes de comportement sont généralement implicites. D'un point de vue mathématique, les contraintes de conception et de comportement peuvent être usuellement exprimées comme un groupe d'inégalités.

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Où m est le nombre de contraintes d'inégalité et X le vecteur de conception qui peut comprendre les variables de décision et de comportement.

Souvent dans un problème de conception des structures, on a aussi à considérer d'égalité de la forme générale :

$$l_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Où p est le nombre d'égalités.

Dans la plupart des cas, les contraintes d'égalité peuvent être utilisées pour éliminer des variables des processus d'optimisation en réduisant leur nombre.

En général, les équations d'analyse d'un problème sous condition peuvent être exprimées en termes de variable de la forme de l'équation. Cependant, si nous choisissons les variables comme indépendante alors ces équations peuvent calculer les variables de comportement pour chacun de conception données.

Cette procédure est avantageuse dans plusieurs cas, puisque nous avons à trouver les valeurs optimales d'un nombre moindre de variables, et le problème va avoir une dimension plus basse.

L'égalité peut présenter aussi différente considération de conception telle qu'un rapport désiré entre la longueur de section transversale et son épaisseur de telles simples et explicites contraintes peuvent facilement être utilisée pour réduire le nombre de variables indépendante.

Cependant, dans certains cas la procédure d'élimination peut être complexe et consomme du temps et quelques contraintes d'égalité doivent être considérées. [5]

III.7.2. L'espace de conception

Pour un problème d'optimisation avec seulement des contraintes d'inégalité $g_j(X) \leq 0$ L'ensemble de valeurs de X qui satisfont l'équation $g_j(X) = 0$ forme un hyperplan dans l'espace de conception et s'appelle une surface de contrainte.

La surface de contrainte divise l'espace de conception en deux régions : une dans lequel $g_j(X) < 0$ et autre dans lequel $g_j(X) > 0$ ainsi les points se trouvant sur l'hyperplan satisfaisant de façon critique la contrainte $g_j(X)$, tandis que les points situés dans la région où $g_j(X) > 0$ sont infaisables ou inacceptables, et les points situés dans la région où le $g_j(X) < 0$ sont faisables ou acceptables. La collection de toutes les surfaces de contraintes $g_j(X) \leq 0$, $j = 1, 2, \dots, m$ qui sépare la région acceptable s'appelle la surface composée de contrainte.

La Figure 1. Montre un espace d'un problème bidimensionnel, l'hyperplan de conception où la région infaisable est indiquée par les lignes hachurées. Un point de conception qui se trouve sur un ou plusieurs contraintes extérieure s'appelle un point attaché, et la contrainte associée s'appelle une contrainte active. Concevoir les points qui ne se trouvent sur aucune surface de contrainte est connus en tant que points libres. Selon si un point particulier de conception appartient à la région admissible ou inadmissible, elle peut être identifiée en tant qu'un des quatre types suivants :

1. Point libre admissible
2. Point libre inadmissible
3. Point limite admissible
4. Point limite inadmissible

Chacun des quatre types de points est montré dans La Figure 1 [8]

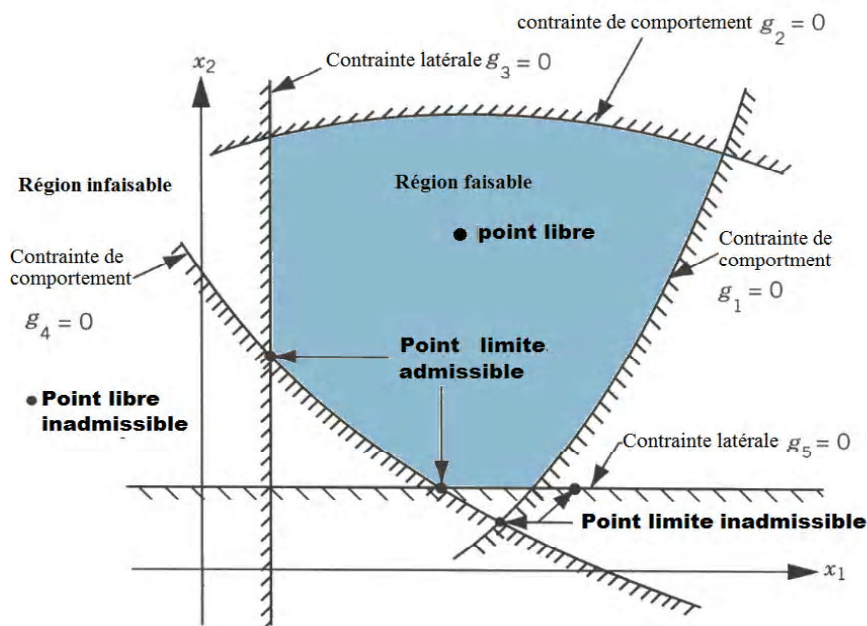


Figure III-1 : Schéma illustratif d'un espace bidimensionnel de conception

III.7.3. Fonction objectif

Les procédures conventionnelles de conception visent à trouver la conception acceptable ou proportionnée qui satisfait simplement la fonction et d'autres conditions du problème. Généralement il y aura plus que celui conception acceptable, et le but de l'optimisation est de choisir le meilleur d'un nombre -théoriquement- infini de conceptions admissibles. Ainsi un critère doit être choisi pour comparer les différentes conceptions admissibles alternatives et pour choisir l'optimale. Le critère en ce qui concerne lequel la conception est optimisé, une fois exprimé en fonction des variables de conception, est connu comme *critère* ou *mérite* ou *fonction objectif*. Le choix de la fonction objectif est régi par la nature du problème. La fonction objective pour la minimisation est habituellement prise comme minimisation de coût. Ainsi le choix de la fonction objectif peut être l'une des décisions les plus importantes dans tous le processus de conception optimale. [8]

III.7.4. Formulation dans l'espace des variables de conception

Le problème général de conception de la structure optimale peut être formulé comme étant le choix d'une conception et des variables de comportement correspondantes soumises aux contraintes relatives à la conception et au comportement de la structure, de telle sorte que la fonction objectif soit minimale.

Si le comportement de la structure peut être facilement calculé pour n'importe quelle valeur donnée des variables de conception, les équations d'analyse peuvent être extraites de la formulation mathématique. Dans de tels cas, nous utilisons les équations d'analyse pour évaluer les contraintes qui sont données de façon implicite. Une formulation explicites de ces contraintes est possibles seulement pour des structures déterminées ou simples.

Supposons que toutes les contraintes d'égalité peuvent être éliminées, le problème de conception optimale peut être formulé mathématiquement comme étant une façon de choisir le vecteur des variables de décision $\{X\}$ de telle sorte :

$$g_j(x) < 0, j = 1, 2, \dots, m$$

$$f(x) \text{ -----} \rightarrow \text{Min}$$

L'équation signifie que $f(x)$ donne un minimum.

Ce problème est dit formulé dans l'espace de conception puisque les variables de décisions sont les seules indépendantes. Les deux équations ci- dessus représentent une forme de problème appelé programmation mathématique. [8]

III.8. ALGORITHME ET METHODES UTILISES POUR LA RESOLUTION NUMERIQUE

L'optimisation non linéaire est le processus de résolution d'un problème d'optimisation défini par un système des égalités et des inégalités, collectivement nommé des contraintes, au-dessus d'un ensemble de vraies variables inconnues, avec une fonction objective à maximiser ou être réduite au minimum, où une partie des contraintes ou de la fonction objectif est non linéaire.

→ Algorithmes d'optimisation non-linéaire :

Les algorithmes d'optimisation cherchent à déterminer le jeu de paramètres d'entrée d'une fonction donnant à cette fonction la valeur maximale ou minimale on trouve :

Méthode des changements des variables.

Méthode des directions réalisables.

Méthode du gradient projeté.

Méthode du gradient réduit.

Méthode du gradient réduit généralisée.

Méthode de programmation quadratique séquentielle [7]

III.9. Les logiciels utilisés dans l'optimisation

Il est très compliqué et trop long de trouver une solution optimale qui convient à nos besoins réalistes sans l'aide de la programmation et l'outil informatique parmi les logiciels qu'on peut utiliser pour formuler un problème mathématique d'optimisation et le résoudre on peut nommer :

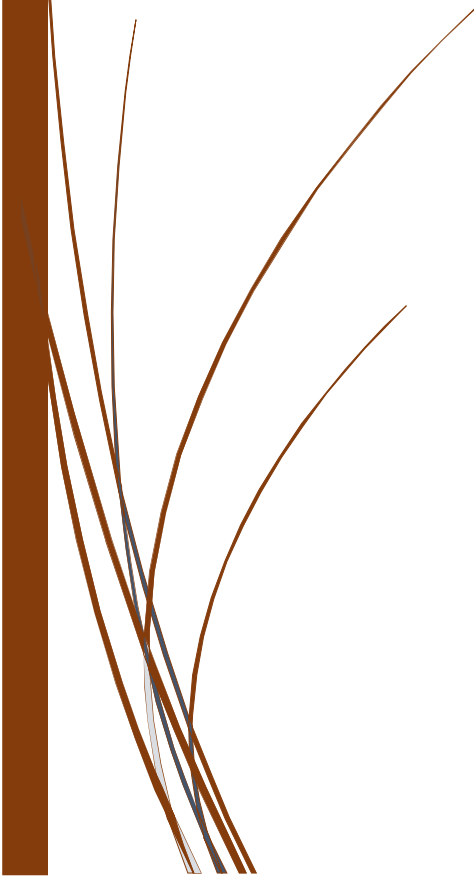
1. excel + solveur
2. matlab
3. geogebra
4. ansys workbench
5. maple

Remarque : si ces logiciel n'ont pas été assez adapté pour le problème, on pouvez utiliser la programmation avec python en créant un algorithme spécifique avec les librairies " Numpy et Scipy "

A thick, dark brown vertical bar runs down the left side of the page. A horizontal arrow-shaped element, also in dark brown, points to the right from the top of this bar. The text 'CHAPITRE IV' is centered within this arrow.

CHAPITRE IV

HYPOTHESES FONDAMENTALES DU CALCUL AUX ETATS LIMITES



IV.1. Généralité : Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L)

Actuellement, pour le calcul des structures en béton armé, la théorie dite **semi – probabiliste** Ou des « **ETATS LIMITES** » est utilisée. Elle consiste à :

- a) Définir les phénomènes que l'on veut éviter (l'état limite),
- b) Estimer la gravité des risques liés à ces phénomènes (états limites ultimes et les états limites de services),
- c) Dimensionner les éléments de la Construction de telle manière que la probabilité d'atteindre l'un de ces phénomènes reste faible.

IV.2. Définitions des états limites

La méthode de calcul « aux états limites » se fonde sur une approche semi- probabiliste et l'usage de coefficients partiels de sécurité associés, d'une part aux résistances et d'autre part aux actions, qui traduisent les différentes incertitudes liées aux propriétés des matériaux et à la réalisation de l'ouvrage.

Ce type de calcul permet de dimensionner une structure de manière à offrir une probabilité acceptable de ne pas atteindre un « état limite », qui la rendrait impropre à sa destination.

Un ouvrage doit présenter durant toute sa durée d'exploitation des sécurités appropriées vis-à-vis :

- ➔ de sa ruine ou de celle de l'un de ses éléments,
- ➔ d'un comportement en service pouvant affecter sa durabilité, son aspect ou le confort des usagers.

La vérification des structures se fait par le calcul aux états limites : les vérifications doivent être faites pour toutes les situations de projet et tous les cas de charges appropriés. [9]

➤ Hypothèses générales du BAEL :

1. principe de Navier-Bernoulli : au cours de la déformation, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions
2. Par adhérence, les allongements relatifs de l'acier et du béton au contact sont les mêmes. [9]

IV.3. Etats limites ultimes (E.L.U)

Ils correspondent à l'état à partir duquel, il y a la perte d'équilibre statique (basculement), perte de stabilité de forme (flambement) et surtout perte de résistance.

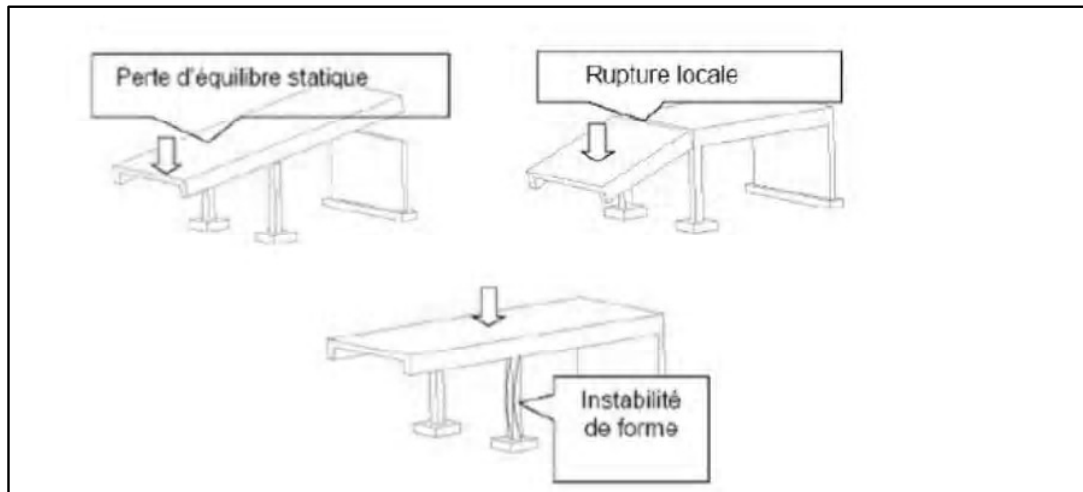


Figure IV-1:représente les différents types de ELU

➤ Autre définition :

Les États Limites Ultimes (ELU) mettent en jeu la sécurité des biens et des personnes. Ils correspondent à l'atteinte du maximum de la capacité portante de l'ouvrage ou de l'un de ses éléments. Ces états limites sont:

- Etats limite ultime d'équilibre statique (perte d'équilibre statique).
- Etat limite ultime de résistance (rupture des sections par déformation excessive).
- Etat limite ultime de stabilité de forme (flambement ,diversement, voilement...).

Les vérifications aux états limites ultimes portent sur :

- la flexion
- l'effort tranchant
- la torsion
- le poinçonnement
- la fatigue

IV.3.1. Etat limite ultime de résistance ELUR

Hypothèses de calcul pour ELUR :

- H1. Hypothèse de Navier Bernoulli.
- H2. Pas de glissement relatif entre les aciers et le béton.
- H3. Résistance à la traction du béton négligée.
- H4. Section d'un groupe de paquets de barres.

Hypothèses supplémentaires s'ajoutent aux précédentes :

- H1. le diagramme contraintes-déformations de l'acier
- H2. le diagramme contraintes-déformations du béton
- H3. les positions que peut prendre le diagramme des déformations d'une section droite passent au moins par l'un des trois pivots défini ci d'après.

IV.3.1.1. Le diagramme contraintes-déformations des aciers

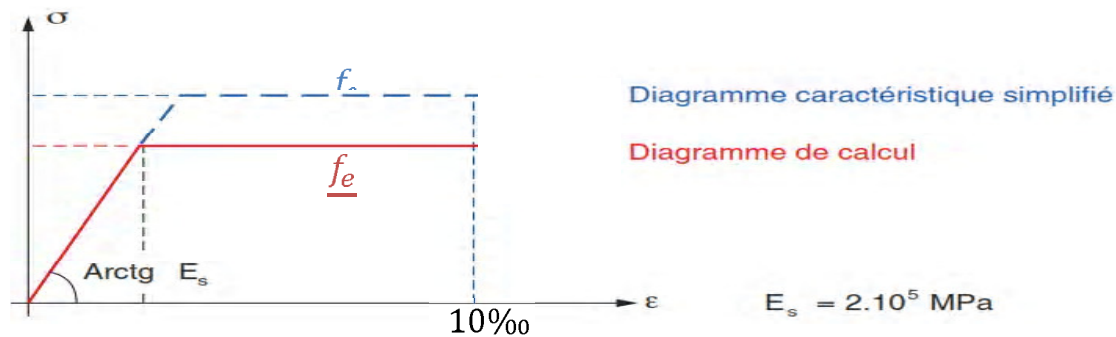


Figure IV-2: Diagramme contraintes déformations des aciers

IV.3.1.2. Diagramme contraintes-déformations du béton :

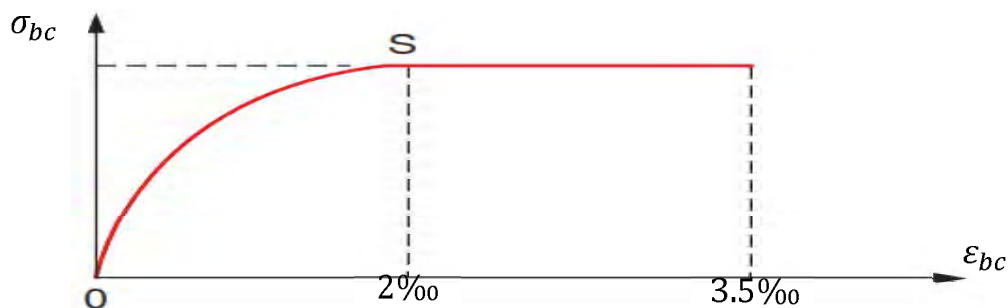


Figure IV-3: Diagramme contrainte/déformation du béton

IV.3.1.3. Diagramme des déformations limites de la section

- Le dimensionnement d'une section à l'état-limite ultime se fait en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C

Le raccourcissement relatif du béton est limité à :

- En flexion 3,5 ‰
- En compression 2 ‰

L'allongement relatif de l'acier:

- n'est pas limité si on considère un diagramme à palier horizontal
- dépend du type d'acier utilisé (ϵ_{ud})

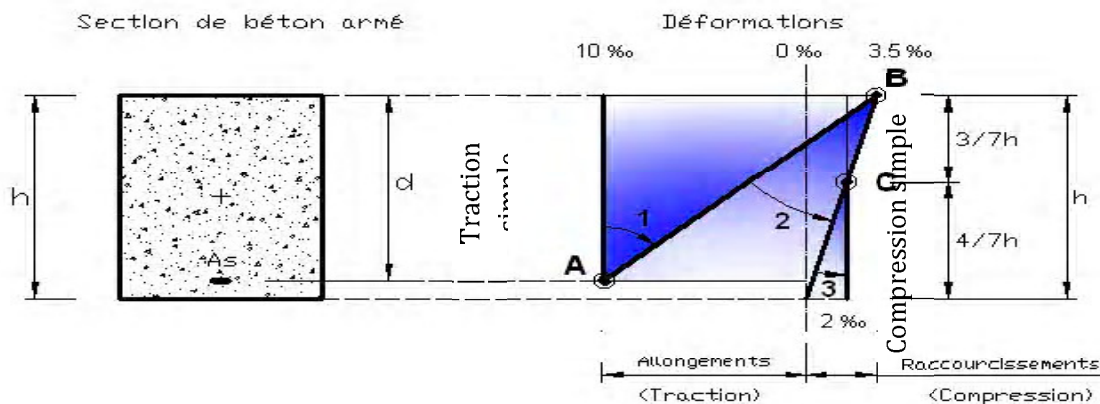


Figure IV-4: Diagramme des trois pivots

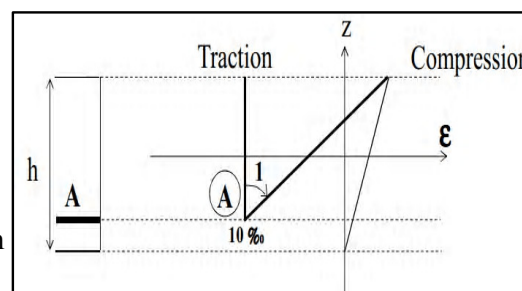
➔ Analyse du diagramme des déformations limite d'une section

Pivot A:

Allongement de l'acier le plus tendu :

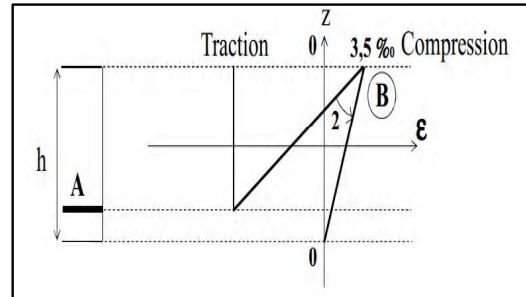
$\epsilon_s = 10.10^{-3}$

pièces soumises à la traction simple ou à une flexion simple ou composée

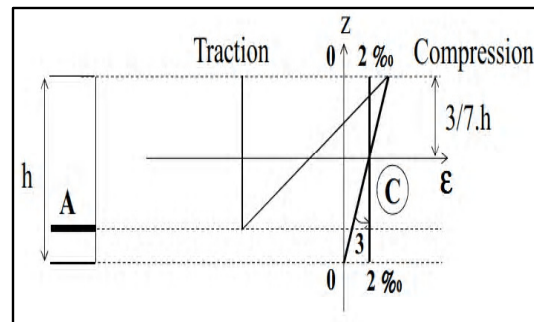


Pivot B:

Raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée : $\epsilon_{bc} = 3,5 \cdot 10^{-3}$
pièces soumises à une flexion simple ou composée

**Pivot C:**

Raccourcissement de la fibre de béton à la distance de $3h/7$: $\epsilon_{bc} = 2 \cdot 10^{-3}$
pièces soumises à la flexion composée ou à la compression simple [9]

**IV.3.2. Etat limite ultime de stabilité de forme**

Les pièces (poutres, poteaux, etc.) soumises à une sollicitation de flexion composée avec compression sont exposées au risque de flambement ; pour s'en prémunir, le règlement impose des justifications de dispositions adaptées, particulièrement des majorations d'excentricité.

IV.4. États limites de service ELS

Les États Limites de Service (ELS) correspondent à des états de la structure lui causant des dommages limités ou à des conditions au-delà desquelles les exigences d'aptitude au service spécifiées pour la structure ou un élément de la structure ne sont plus satisfaites (fonctionnement de la structure ou des éléments structuraux, confort des personnes, aspect de la construction).

Ils sont relatifs aux critères d'utilisation courants : déformations, vibrations, durabilité. Leur dépassement peut entraîner des dommages à la structure mais pas sa ruine.

Les États Limites de Service courants concernent :

- La limitation des contraintes
- La maîtrise de la fissuration
- La limitation des flèches [9]

IV.4.1. Hypothèses supplémentaires de calcul pour ELS

H1: l'acier et le béton sont considérés comme des matériaux élastiques linéaires

H2: la résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration.

H3: par convention, le rapport entre les coefficients d'élasticité longitudinale de l'acier et du béton, ou coefficient d'équivalence, est pris égal à $n=15$

IV.4.2. Etat limite de compression du Béton

Contrainte limite (contrainte de calcul) du béton en compression :

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{cj}$$

La limitation de la compression du béton correspond à un état-limite de formation de fissures parallèles à la direction des contraintes de compression. Cette règle est susceptible d'être répondante pour les sections rectangulaires fléchies, surtout si elles comportent des pourcentages d'armatures élevés

IV.4.3. Etat limite d'ouverture des fissures

Les formes des divers éléments les dispositions des armatures sont conçues de manière à limiter la probabilité d'apparition de fissures d'une largeur supérieure à celle qui est tolérable en raison du rôle et de la situation de l'ouvrage. Dans tous les cas, il convient de bien répartir les armatures : il faut avoir recours à des pourcentages suffisants d'armatures tendues et proportionner leur diamètre aux dimensions transversales des pièces ; en général, il faut utiliser le plus petit diamètre. C'est à dire le plus grand nombre des barres compatible avec une mise en place correcte du béton, sans nécessiter d'accroissement injustifié des dimensions transversales des pièces.

IV.4.4. État-limite de service vis-à-vis de la déformation

Les États-limites de déformations s'expriment par des valeurs admissibles des déplacements d'un élément. Le calcul des déformations globales doit tenir compte des phases successives de la construction et des sollicitations exercés. Mais les déformations obtenues lors des phases successives de la construction ne sont pas automatiquement cumulable en raison de la fissuration de béton.

Les déformations dues à la flexion sont obtenues par une double intégration des courbures le long des pièces. Alors qu'on néglige en général celles qui sont dues à l'effort tranchant.

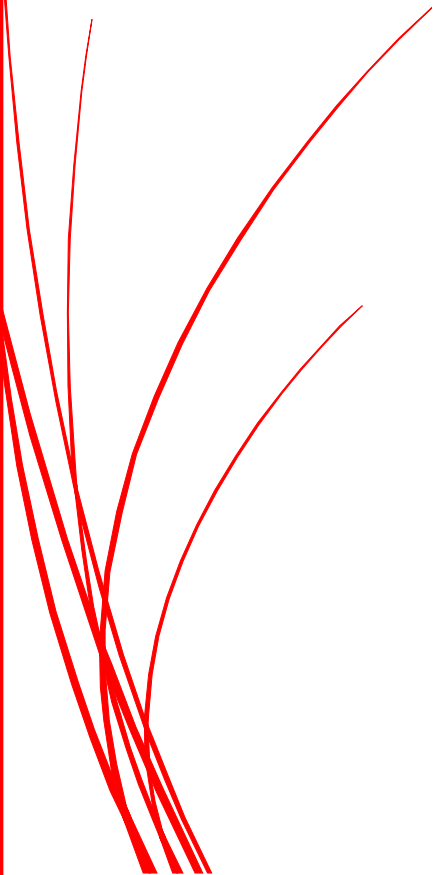
Ce calcul des déformations est pratiqué :

- soit pour limite les déformations de l'ouvrage en service,
- soit pour évaluer les contre flèches à donner lors de la construction de l'ouvrage. [9]



CHAPITRE V

RÈGLES RELATIVES À L'EMPLOI DE BÉTONS À HAUTES PERFORMANCES



V.1. INTRODUCTION

Le béton de haute performance BHP est d'abord un béton de haute résistance, car ses caractéristiques mécaniques peuvent atteindre des valeurs spectaculaires. Elles sont passées de 50 à 100 MPa il y a quelques années à plus de 100 à 150 MPa, voire plus de 200 MPa pour des bétons de laboratoire.

Les gains de résistance ne sont pas les seuls avantages ces bétons qui tirent leurs propriétés d'une forte réduction de leur porosité .

Par convention, on distingue par le vocable BHP avec fumée de silice les bétons dont le rapport pondéral fumée de silice/ciment est au moins égal à 5 %.

Les modifications appliquées aux BHP, avec les changements correspondants : selon Fascicule n° 62 -Titre I - Section I

V.2. Béton

lors de l'étude du béton, que la résistance caractéristique en traction (estimée à partir d'essais de fendage), notamment pour $j = 28$ jours, est supérieure à celle que l'on calcule à partir de la résistance caractéristique en compression par la formule $f_{tj} = 0,275 f_{cj}^{2/3}$ et la variabilité du rapport f_{tj} / f_{cj} devient importante pour les bétons à hautes performances.

Pour $f_{cj} \geq 60$ MPa, la résistance caractéristique* à la traction s'exprime par :

$$f_{tj} = 0,275 f_{cj}^{2/3}$$

Pour $40 \text{ Mpa} \leq f \leq 60 \text{ MPa}$, la loi usuelle s'applique :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

V.2.1. Matériaux

L'obtention de BHP exige l'emploi de matériaux appropriés (granulats de qualité, ciment de classe 42,5 - anciennement 55 - ou plus, présentant une compatibilité satisfaisante avec les adjuvants) et d'une installation de fabrication précise et fiable. En outre, les résistances les plus élevées (B70/B80) exigent le plus souvent l'utilisation d'additions minérales particulières telles que la fumée de silice.

Le tableau ci-dessous résume les valeurs des propriétés caractéristique des différentes classes de BHP telles que décrites par l'EC-2



Classe	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
f_{ck} (Mpa)	55	60	70	80	90
f_{ctm} (Mpa)	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
ε_{c2} ‰	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
ε_{cu2} ‰	3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
n	1.75	1.6	1.45	1.4	1.4
λ	0.7875	0.775	0.7500	0.725	0.700
η	0.975	0.950	0.900	0.850	0.800

Tableau V- 1: classe de résistance et propriétés de BHP

Dans ce tableau les définitions suivantes sont utilisées :

ε_{c2} : déformation correspondante à la contrainte maximale pour la loi puissance (σc - εc)

ε_{cu2} : déformation ultime du béton à la compression de la loi puissance (σc - εc)

n : facteur

f_{ctm} : résistance moyenne à la traction du béton

V.2.2. L'expression du module de déformation différée

$E_{vj} = 4400 f_{cj}^{1/3}$ sans fumée de silice.

$E_{vj} = 6100 f_{cj}^{1/3}$ avec fumée de silice.

Pour les BHP sans ou avec fumée de silice, avec $f_{c28} \geq 60$ MPa, les déformations complémentaires dues au fluage du béton sont égales à 1,5 fois ou 0,8 fois les déformations instantanées respectivement. [4]

V.3. Etat limite ultime de résistance

V.3.1. Hypothèses de calcul

Les déformations des sections sont limitées, pour l'allongement unitaire de l'acier, à 10.10^{-3} pour le raccourcissement unitaire du béton à $\varepsilon_{bc1} = 2.10^{-3}$ en compression simple à ε_{bc2} en flexion. Le raccourcissement relatif ε_{bc1} est fonction de la résistance du béton selon la relation.

$$\varepsilon_{bc2} = (4,5 - 0,025f_{cj}) \times 10^{-3}$$

f_{cj}	40	50	60	70	80
ε_{bc2}	3,5	3,25	3	2,75	2,5

Tableau V-2: les valeurs de ε_{bc2} correspondantes aux résistances de compression du béton

V.3.1.1. Diagramme des déformations limites de la section

La valeur fixe $3,5 \cdot 10^{-3}$ du raccourcissement relatif au pivot B est à remplacer par ϵ_{bc2} . L'ordonnée du pivot C est alors fonction de la résistance du béton.

V.3.1.2. Diagramme des déformations-contraintes du béton

Pour les bétons à hautes performances, remplacer « Ce segment s'étend entre les valeurs 0,2 % et 0,35 % de la déformation ϵ_{bc} » par « Ce segment de droite s'étend entre les valeurs $\epsilon_{bc1} = 2 \cdot 10^{-3}$ et ϵ_{bc2} de la déformation ».

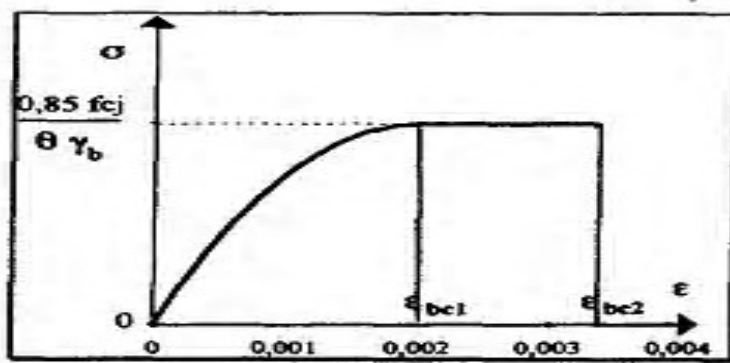


Figure V-1: le diagramme des déformations-contraintes du béton

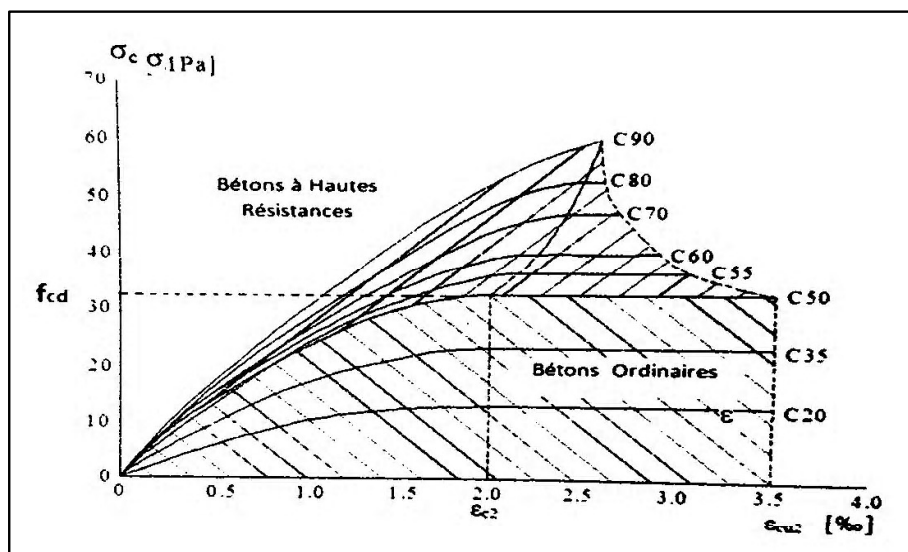


Figure V-2: courbes contraintes-déformation du béton ordinaire et BHP



V.3.1.3. Diagramme rectangulaire simplifié « selon Eurocode 2 S. Multon »

Pour les bétons de $f_{cj} \leq 50$ Mpa $\lambda = 0,8$ et $\eta = 1,0$

Pour les BHP :

- la hauteur $0,8 y_u$ du diagramme rectangulaire simplifié est remplacée par λy_u , le coefficient λ étant fonction de la résistance selon la relation
- la valeur du F_{bu} remplacé par ηF_{bu}

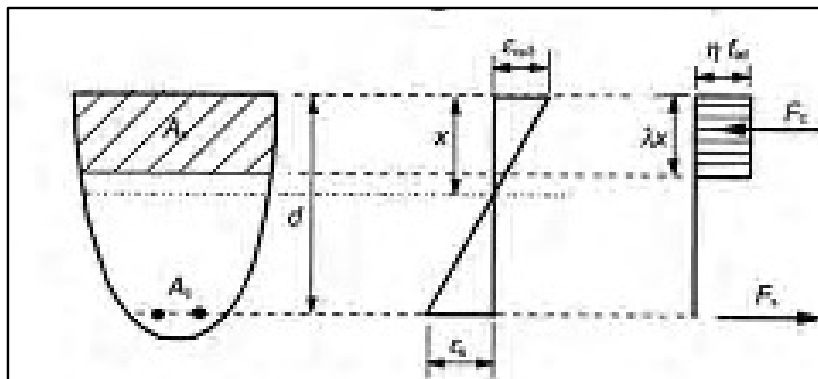


Figure V-3: diagramme rectangulaire simplifié

$$\lambda = 0,8 - (f_{cj} - 50)/400$$

$$\eta = 1,0 - (f_{cj} - 50)/200 \quad \text{pour } 50 < f_{cj} \leq 90 \text{ Mpa} \quad [4]$$

f_{cj}	40	50	60	70	80
λ	0,8	0,78	0,77	0,75	0,72

Tableau V-3: Les valeurs numériques correspondantes

V.4. Cas de la flexion composée avec compression

Dans la formule donnant e_2 , lorsque $f_{c28} \geq 60$ MPa, le rapport ϕ prend la valeur :

$\phi = 1,5$ pour les BHP sans fumée de silice.

$\phi = 0,8$ pour les BHP avec fumée de silice.

V.4.1. Sollicitations et hypothèses de calcul

On adopte, pour le béton comprimé, la loi contrainte-déformation dite loi de Sargin* Cependant, pour le calcul des poteaux d'élanement mécanique λ inférieur à 50, il est loisible d'utiliser le diagramme dans la figure 1. Dans tous les cas, est appliquée une affinité parallèle à l'axe des déformations, de rapport $(1 + \alpha \phi)$, expression dans laquelle les coefficients α et ϕ gardent la même signification.



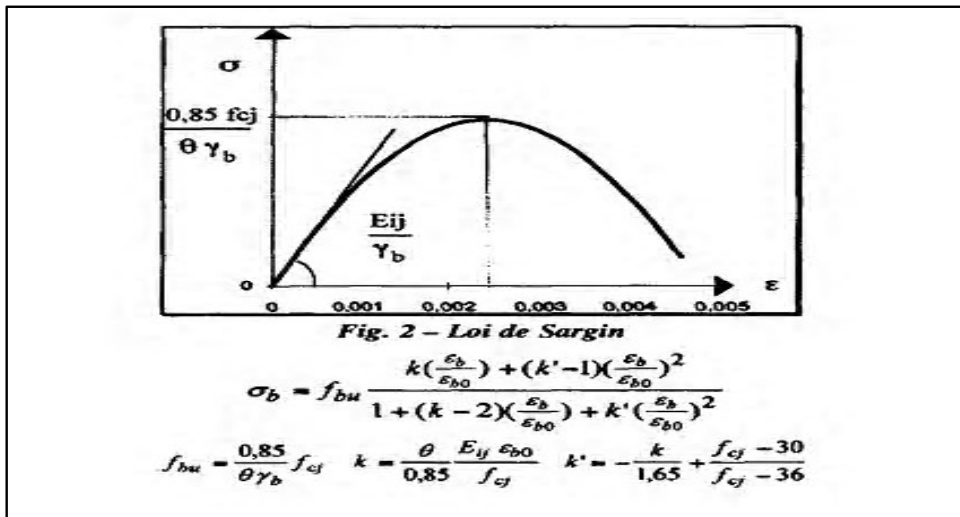


Figure V-4: Définie La loi de Sargin et leurs expressions

V.4.2. Règles de calcul en section courante

Quand $f_{c28} \geq 60$ MPa, le coefficient d'équivalence prend la valeur $n = 9^*$, que le béton contienne ou non de la fumée de silice. Dans le commentaire noté*, remplacer $n=15$ par $n=9$.

V.4.2.1. Condition de non-fragilité :

Les valeurs de 0,001 et 0,002 sont remplacées respectivement par $0,00033 f_{ij}$ et $0,00067 f_{ij}$

V.4.2.2. Condition de non-fragilité et section minimale d'armatures :

La quantité ρ_o prend pour les BHP les valeurs suivantes :

- $0,0004 f_{ij}$ s'il s'agit de ronds lisses (FeE 215 ou FeE 235) ;
- $0,0003 f_{ij}$ s'il s'agit de barres ou fils à haute adhérence de classe Fe E 400 ou de treillis soudés à fils lisses de diamètre supérieur à 6 mm.
- $0,0002 f_{ij}$ s'il s'agit de barres ou fils à haute adhérence de classe Fe E 500 ou de treillis soudés à fils lisses de diamètre supérieur à 6 mm.

V.5. Justification des poteaux

Pour les bétons sans fumée de silice de résistance supérieure à 40 MPa, et en fonction de l'âge auquel la majorité des charges est appliquée, les valeurs de α sont à diviser par :

- 1,05 (au lieu de 1,1)
- 1,10 (au lieu de 1,2)

Pour les bétons avec fumée de silice, la valeur de α ne subit aucune réduction.



V.6. Effet a long terme :**V.6.1. Les effets du retrait et du fluage****V.6.1.1. Retrait**

La déformation totale de retrait ϵ_{cs} est égale à $\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$

ϵ_{cd} : retrait de dessiccation évolue en fonction du temps :

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \times k_h \times \epsilon_{cd,0}$$

k_h : coefficient dépendant du rayon moyen h_0 (Tableau 3.3)

$\epsilon_{cd,0}$: retrait de dessiccation non gêné (Tableau 3.2)

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}}$$

t est l'âge du béton à l'instant considéré, en jours

t_s est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (en général à la fin de la cure).

h_0 est le rayon moyen (mm) de la section transversale = $2A_c/u$

avec :

A_c aire de la section du béton

u périmètre de la partie de la section exposée à la dessiccation.

ϵ_{ca} : retrait endogène évolue en fonction du temps :

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \epsilon_{ca}(\infty)$$

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5})$$

t étant exprimé en jours.



Tableau 3.2 : Valeurs nominales du retrait de dessiccation non gêné $\varepsilon_{cd,0}$ (en ‰) pour le béton avec des ciments CEM de classe N

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Tableau 3.3 : Valeurs de k_h dans l'expression (3.9)

h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

V.6.1.2. Fluage

Soit ($t > 0$) l'âge en jours, considéré comme temps initial, où l'on applique à une éprouvette une contrainte de compression constante et permanente ($< 0,45.f_{ck}(t_0)$). L'éprouvette a déjà subi un retrait ε_{cs} . Il s'y ajoute un raccourcissement instantané $\varepsilon(t_0)$.

Les déformations continuent de croître pour se stabiliser ($t > 2$ ans).

La déformation totale au temps t est :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{cs} + \varepsilon(t_0) + \Delta\varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cc}(t) \quad (***)$$

Avec:

$\Delta\varepsilon_{cs}(t)$ = accroissement de retrait entre t et jours mesuré sur un éprouvette témoin de même béton non chargée :

$\varepsilon_{cc}(t)$ = fluage.

Lors du déchargement, au temps t , il se produit une déformation élastique instantanée réversible :

$$\varepsilon_e (< \varepsilon(t_0)) .$$

Au repos, la déformation diminue de :



$\Delta \epsilon_e$ = élasticité différée et se stabilise.

La déformation finale obtenue est irréversible et elle vaut :

Cet essai montre que le fluage et le retrait sont des phénomènes indissociables.

En première approximation, on peut admettre qu'est proportionnel à $\epsilon(t_0)$, c'est-à-dire à $\sigma(t_0)$ (fluage linéaire). Avec cette hypothèse, au temps t , pour $\sigma(t_0) = Cste$, on a :

$$\epsilon_{cc}(t) = \varphi(t, t_0) \cdot \epsilon(t_0) \cdot r(t) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma(t_0)}{E_{cm}(t_0)} r(t)$$

Avec :

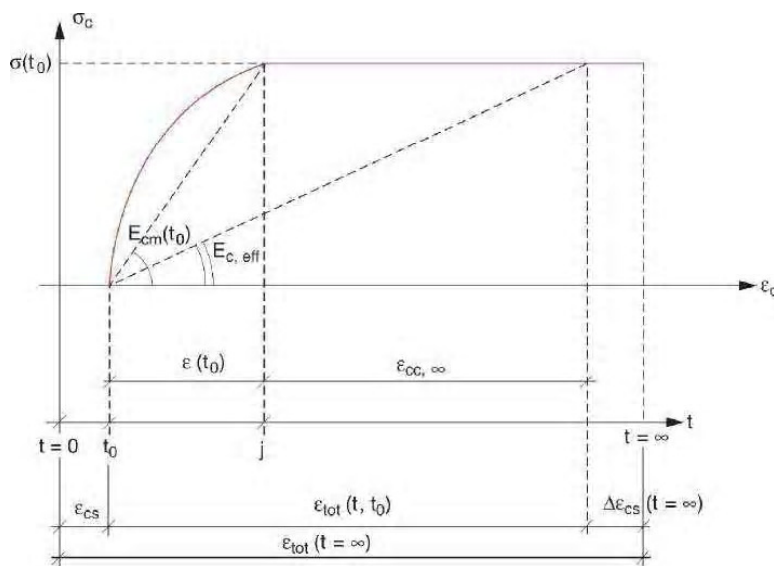
$\varphi(t, t_0)$ = coefficient de fluage,

t_0 = âge de la première mise en charge,

$E_{cm}(t_0)$ = module de déformation instantanée du béton à jours,

$r(t)$ = loi fonction du temps variant de 0 pour $t = 0$ à 1 pour $t = \infty$.

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow r(t) = 1 \Rightarrow \epsilon_{cc, \infty} = \varphi(\infty, t_0) \frac{\sigma(t_0)}{E_{cm}(t_0)} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \epsilon(t_0)$$



Référence [4], [13], [14]



V.7. Effet de la température :

V.7.1. L'analyse thermique :

Une analyse thermo-gravimétrique ou thermo-différentielle met en avant les transformations physico-chimiques qui se produisent suite à l'élévation de la température. Ces modifications sont représentées par des pics sur les thermographes. Ces essais aident à analyser les différentes étapes et les modifications qui se produisent au sein du béton.

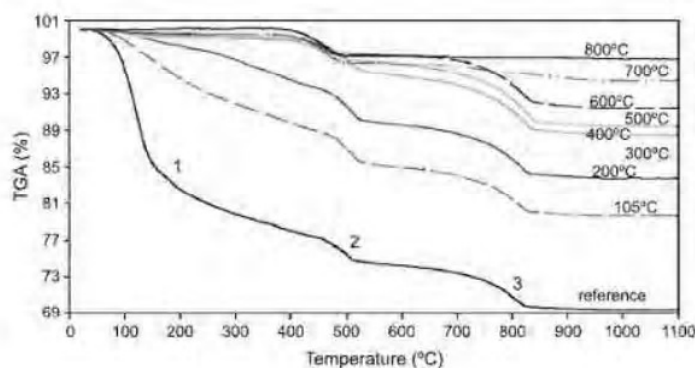


Figure V.5 : ATG d'une pâte de ciment soumise à de hautes températures

Nous observons trois stades importants :

- ✓ 1^{er} perte de masse : Avant 100°C - Cette perte correspond au départ de l'eau libre [108].
- ✓ 2^{ème} perte de masse : 450 °C - Décomposition de l'hydroxyde de calcium (CH) en chaux libre et eau suivant la réaction $Ca(OH)_2 \longrightarrow CaO + H_2O$
- ✓ 3^{ème} perte de masse : 700°C - Décomposition de $CaCO_3$ qui résulte de la présence

De calcaire dans la pâte testée : $CaCO_3 \longrightarrow CaO + CO_2$

V.7.2. Evolution des caractéristiques mécaniques avec la température

Le comportement à température ambiante des bétons est bien connu. Sous traitement thermique, la microstructure du béton subit d'importantes modifications physicochimiques. Ces transformations au sein du matériau influencent le comportement mécanique. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser à l'évolution des propriétés mécaniques du béton avec une élévation de température.



V.7.2.1. Résistance en compression

Plusieurs facteurs combinés peuvent influencer la résistance du béton. En effet, on peut observer une importante dispersion des résultats pour un chauffage à 150°C. Les bétons peuvent présenter un gain de résistance de l'ordre de 20% ou une perte de résistance allant jusqu'à 30%.

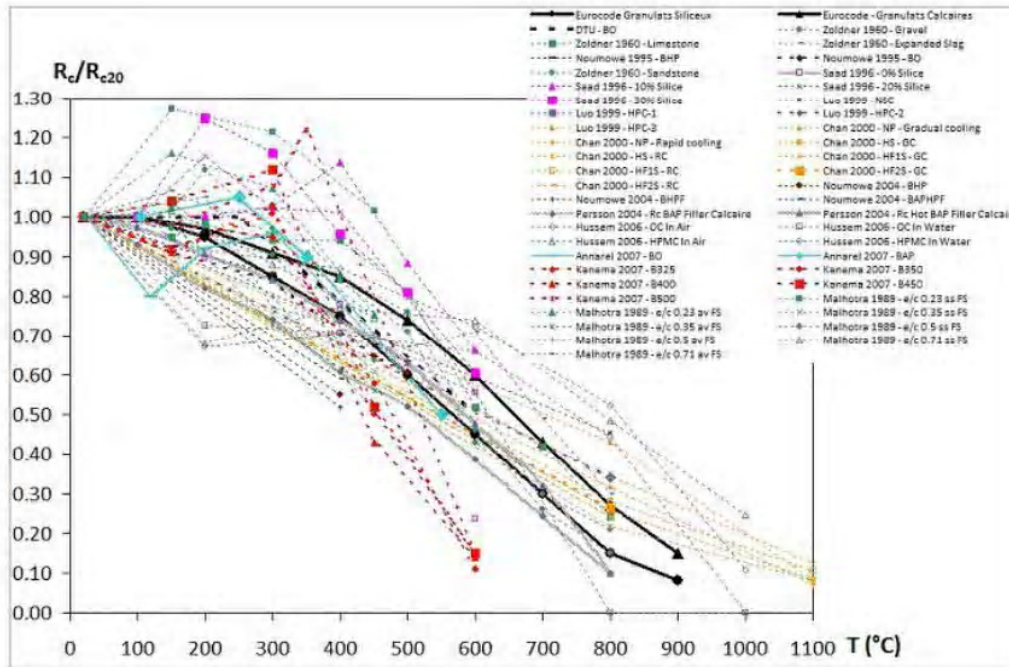


Figure V.6: les différents résultats à la compression obtenue d'après les différents auteurs

On remarque que plus la température augmente plus la résistance à la compression se diminue par rapport à la résistance en température ambiante.

Cette diminution dépend de plusieurs facteurs parmi eux la perte d'eau, la réduction de cohésion entre les feuilles de C-S-H (Calcium Silicate Hydrate).

V.7.2.2. Résistance en traction

Dans la littérature, il existe peu de résultats concernant l'évolution de la résistance en traction en fonction de la température. Pourtant cette donnée est primordiale, la résistance en traction conditionne en partie la stabilité thermique des bétons (éclatements)

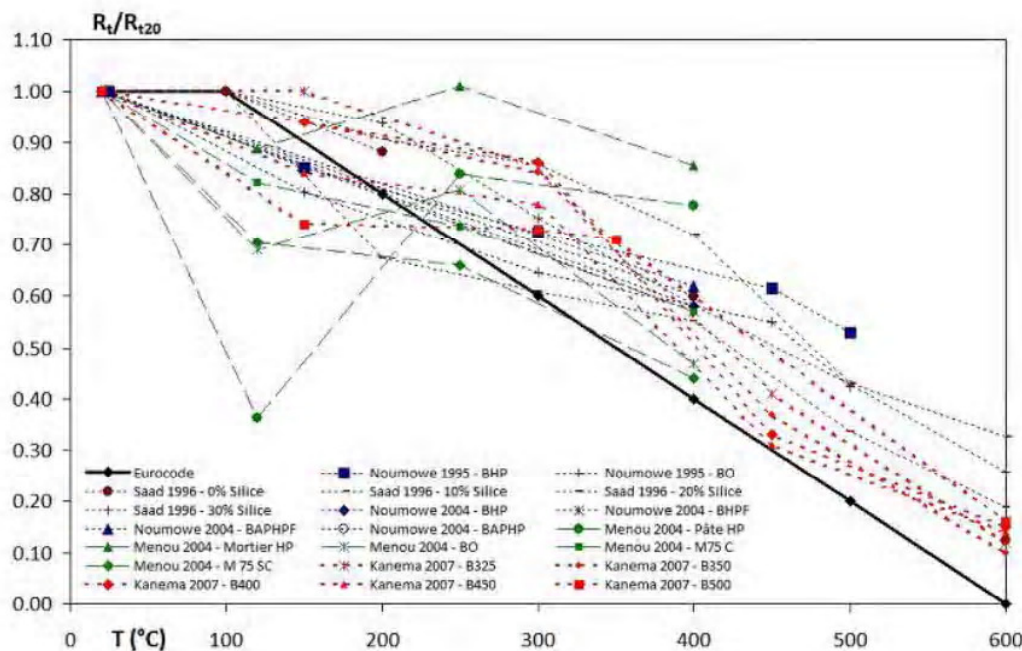


Figure V.7: les différents résultats à la traction obtenue d'après les différents auteurs

On observe en général une diminution de la résistance à la traction avec l'augmentation de la température. Jusqu'à 300°C, les valeurs sont assez dispersées avec des résistances relatives allant de 35% à 100%. Par contre, les valeurs fournies par l'Eurocode représentent plutôt des valeurs moyennes. Au delà de 300°C, les résultats sont tous supérieurs aux valeurs données par l'Eurocode.

V.7.2.3. Module d'élasticité

Avec l'augmentation de la température, les variations du module d'élasticité dépendent principalement de la microstructure de la pâte de ciment (augmentation de l'endommagement du matériau par la déshydratation et la fissuration de la matrice) et traduit l'évolution de la rigidité du béton avec la température. Ainsi, avec l'élévation de la température, on assiste à la rupture de liaisons internes qui entraînent une diminution du module d'élasticité avec un matériau de plus en plus déformable.



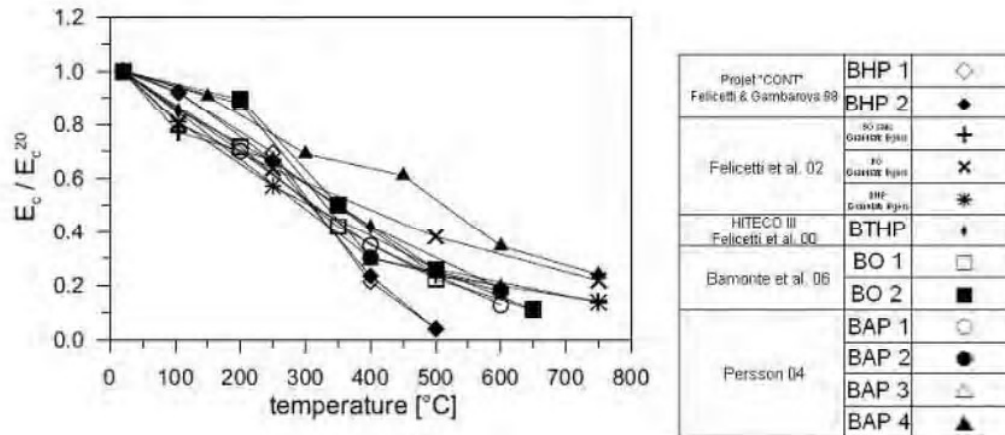


Figure V.8 : l'évolution du module d'élasticité

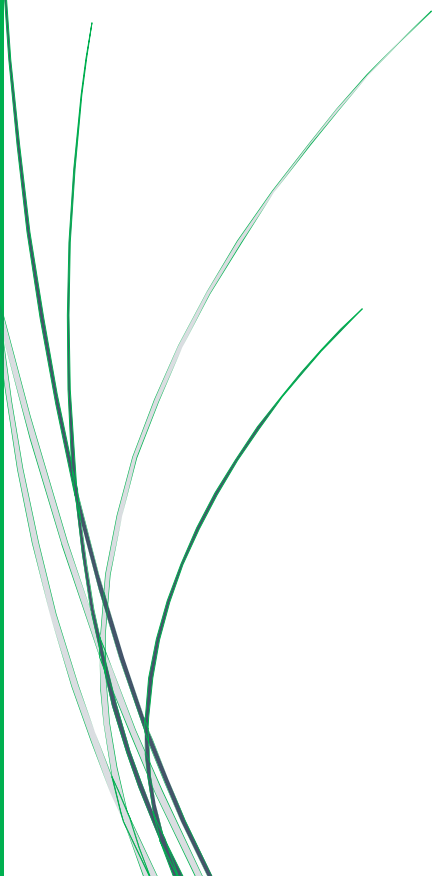
Le module décroît peu importe le type de béton teste (BV, BAP, . . .). La diminution du module est due à l'endommagement de la microstructure du béton [15]

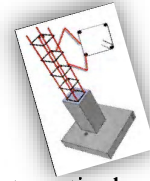


A thick green vertical bar on the left side of the page. A green arrow points to the right from the middle of this bar, containing the text 'Chapitre VI'.

Chapitre VI

POTEAUX EN BHP





VI.1. DEFINITIONS GENERALES

Un poteau est un élément de structure courante généralement vertical, rarement incliné, dont une dimension, la longueur, est grande par rapport aux deux autres. Il est destiné principalement à transmettre les charges gravitaires de la structure ou des surcharges.

En réalité, les poteaux qui sont soumis à aucun moment en tête et en pied sont rares. Il faudrait que la tête soit libre, sans effort horizontal ou que les deux extrémités soient articulées.

Cependant, il est habituel de considérer :

- Les poteaux de bâtiments courants dont les extrémités ne sont pas susceptibles de déplacements horizontaux, (voiles, murs en maçonnerie, triangulation) et qui sont calculés en compression simple.
- les poteaux de bâtiments dont les extrémités peuvent se déplacer horizontalement qui sont calculés en flexion composée et vérifié au flambage.
- Les poteaux de portiques ;
- Les pylônes, piles, colonnes qui sont en général des éléments de grande hauteur, alors que les poteaux de bâtiments ou portiques ont des longueurs courantes variant de 2,50 m à 6 m.

VI.2. Mode de travail

On distingue deux cas :

VI.2.1. Compression centrée

Un poteau est réputé soumis à une compression «centrée » s'il n'est sollicité en plus de l'effort normal de compression que par des moments dont l'existence n'est pas prise en compte dans la justification de la stabilité et de la résistance des éléments qui lui sont liés et qui ne conduisent par ailleurs qu'à de petites excentricités de la force extérieure.

VI.2.2. Flexion composée

Poteaux d'ossatures poteaux-poutres, Poteaux d'angles des étages supérieurs (peu chargés dans tous les cas).

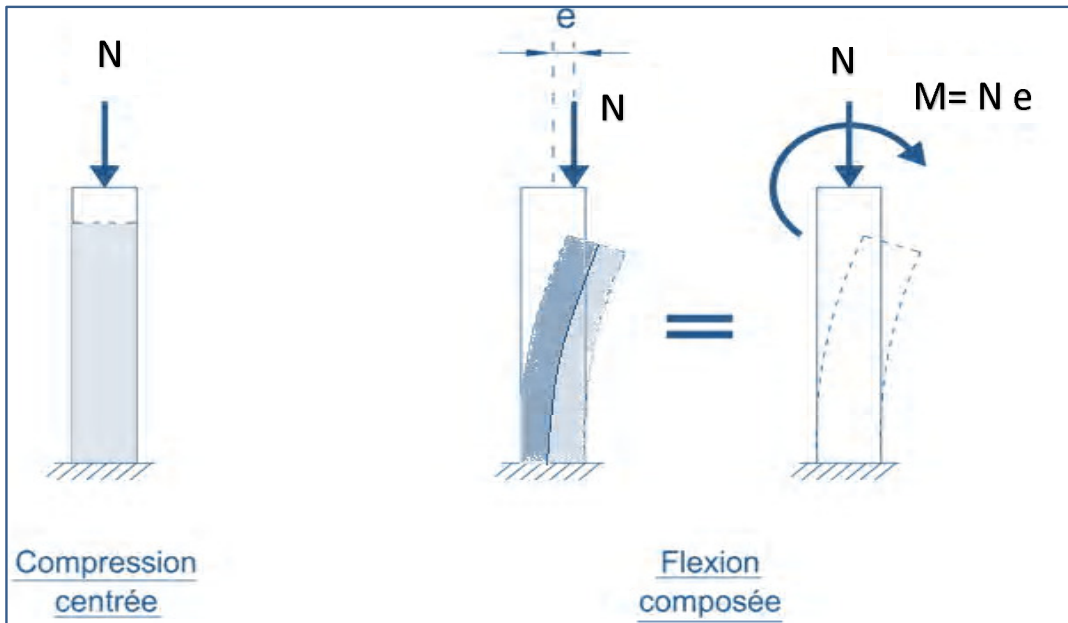
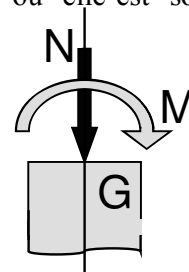


Figure VI-1: Les deux modes de travail d'un poteau en BA

VI.3. Flexion composée

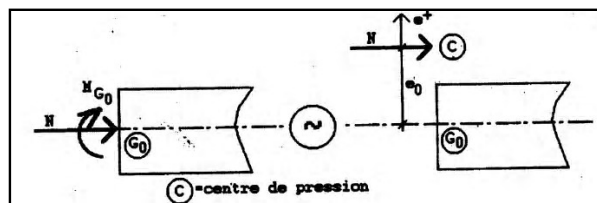
Une section est sollicitée en flexion composée à partir du moment où elle est soumise simultanément à :

- Un effort normal noté N
- $N > 0$ compression
- $N < 0$ traction
- Un moment de flexion au centre de gravité (de la section de béton seule) noté M_{G_0}



Ce torseur (M, N) revient à appliquer un effort N au point C, appelé « centre de pression ». la distance de C au centre de gravité de la section de béton est appelé « excentricité » et est notée e_0 .

e_0 a pour valeur : $e_0 = \frac{M_{G_0}}{N}$



Le signe de M_{G0} fournit une indication sur la position des aciers tendus:

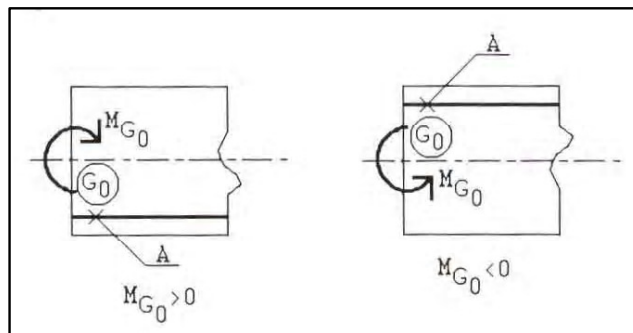


Figure VI-2: la position des aciers tendus dans une section de béton

En fonction du signe de N et de la valeur de e_0 , on distingue plusieurs cas de figure :

- Si N (traction) et que le point C est situé entre les deux nappes d'armatures longitudinales, on est dans le cas d'une **section entièrement tendue**.
- Si N (traction) et le point C est situé à l'extérieur des deux nappes d'armatures longitudinales, on est dans le cas d'une **section partiellement tendue**.
- Si N (compression) et le point C est situé à l'extérieur des deux nappes d'armatures longitudinales, on est dans le cas d'une **section partiellement comprimée**.
- Si N (compression) et que le point C est situé entre les deux nappes d'armatures longitudinales, on est dans le cas d'une **section entièrement comprimée**.

Le cas de la section « entièrement comprimée » fait appel à un calcul basé sur des abaques ou un calcul itératif basé sur les diagrammes d'interaction.

VI.3.1. Prise en compte forfaitaires des effets de second ordre

La prise en compte des effets du second ordre a pour but de majorer les efforts issus du calcul RDM. Pour cela on détermine une excentricité du second ordre.

Cette excentricité du 2nd ordre viendra se cumuler à l'excentricité du 1er ordre pour majorer les efforts en conséquence.

Notation :

- L_f : longueur de flambement de la pièce
- H : hauteur de la section droite dans le plan de flambement.

➤ L: longueur libre de la pièce.

Excentricité du 1^{er} ordre.

On note:

$$e_0 = \frac{\sum \gamma_j M_{jG_0}}{\sum \gamma_i N_i}$$

$$e_a = \max \left\{ \begin{array}{l} 2cm \\ \frac{l}{250} \end{array} \right. = \text{excentricité additionnelle}$$

L'excentricité du 1er ordre à l'ELU a pour valeur:

$$e_1 = e_0 + e_a$$

VI.3.2. Excentricité du second ordre

Pour déterminer l'excentricité du second ordre, on distingue 2 cas de figure:

Si $\frac{l_f}{h} > \text{Max} \left[15,20 \frac{e_1}{h} \right]$ on doit vérifier la pièce à l'état limite ultime de stabilité de forme

Si $\frac{l_f}{h} \leq \text{Max} \left[15,20 \frac{e_1}{h} \right]$ on détermine l'excentricité du 2nd ordre de façon forfaitaire, comme détaillé ci-dessous.

L'excentricité e_2 est définie par la formule: $e_2 = \frac{3l_f^2}{10^4} [2 + \alpha\varphi]$

Avec :

Pour les bétons haute performance en prend :

$\varphi = 1,5$ BHP sans fumé de silice

$\varphi = 0,8$ BHP avec fumé de silice

$$\alpha = \frac{MG}{MG+MQ}$$

Connaissant la valeur de e_2 , on peut déterminer les sollicitations corrigées:

$$\left\{ \begin{array}{l} Nu \\ Mu = (e_1 + e_2) Nu \end{array} \right.$$

VI.4. Sections entièrement tendues

VI.4.1. Définition

la section est considérée entièrement tendue (à l'ELU comme à l'ELS) si:

- { N est une traction ($N < 0$)
- { C tombe entre les armatures

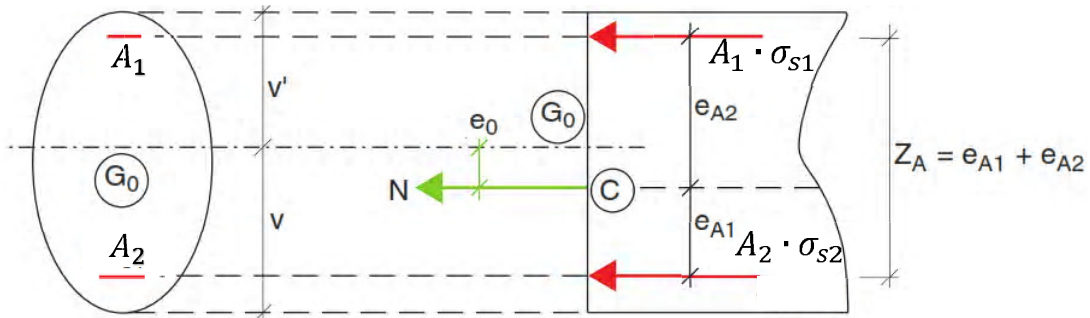


Figure VI-3: Les efforts internes à une section entièrement tendue

VI.4.2. Calcul des armatures

On écrit l'équilibre de la section par rapport au centre de poussée:

Equilibre des forces : $A_1\sigma_{S1} + A_2\sigma_{S2} = N$

Equilibre des moments : $A_2\sigma_{S2} \times e_{A2} = A_1\sigma_{S1} \times e_{A1} \rightarrow A_2\sigma_{S2} = A_1\sigma_{S1} \times e_{A1} / e_{A2}$

D'après les deux équations d'équilibre, on en déduit :

$$\begin{cases} A_{S1} = \frac{N \cdot e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) \sigma_{S1}} \\ A_{S2} = \frac{N \cdot e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) \sigma_{S2}} \end{cases}$$

→ Calcul d'armature à l'ELU: $\text{Pivot A} \Rightarrow \sigma_{S1} = \sigma_{S2} = \begin{cases} f_e / \gamma_s & (\text{si } \epsilon_u \geq \epsilon_e) \\ \sigma_s(\epsilon_u) & (\text{si } \epsilon_u < \epsilon_e) \end{cases}$



VI.5. Sections entièrement comprimé

La section est entièrement comprimée si, la section A' des armatures les plus comprimées étant supposée connue (dans cas contraire, faire $A' = 0$ dans les formules qui suivent), on vérifie les conditions ci-après.

Dans le diagramme contrainte et déformation rectangle en à des changements pour les BHP selon le EROCOD 2 :

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

- Vérification à l'ELU on se trouve au pivot C, c.à.d.

$$M_u - A' \cdot f_e(d - d') > M_{BC} = \lambda \frac{h}{d} \left(1 - \frac{\lambda h}{2d} \right) b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{bu}$$

(Pour une section rectangulaire)

→ Calcul d'armature a l'ELU :

1. ELU de résistance :

Dans le cas où la section est entièrement comprimée, le BAEL ne permet pas d'utiliser le diagramme simplifié, il faut donc calculer la résultante et le moment du au béton comprimé en intégrant le diagramme parabole-rectangle, la résolution est complexe on utilise le *diagramme d'interaction*¹

2. ELU de stabilité de forme : (flambement).

¹ Les diagrammes d'interaction moment-effort normal sont des abaques permettant un dimensionnement ou une vérification rapide de sections droites dont la forme et la distribution des armatures sont fixées à l'avance. Les diagrammes d'interaction sont établis uniquement pour l'état limite ultime (rien n'empêche d'en établir à l'ELS sur le même principe).

VI.6. Sections partiellement comprimées (tendue)

(Cas qui nous concerne) la section est partiellement comprimée si :

- Vérification à l'ELU :

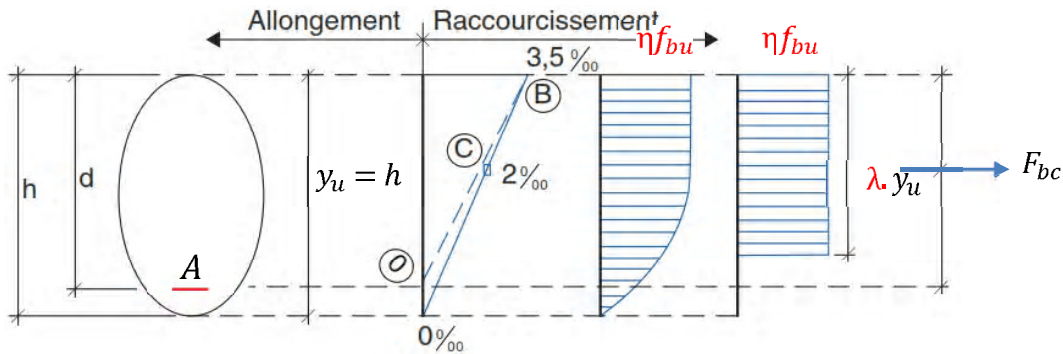


Figure VI-4: Diagrammes de contrainte et de déformation pour la limite du pivot BC

a) N_u est compression ($N_u > 0$) :

Figure 8 : Diagrammes de contrainte et de déformation pour la limite du pivot BC

Pour une section rectangulaire en l'absence d'aciers comprimés avec

$$x_u = h :$$

$$\left. \begin{aligned} F_{bc} &= \lambda \cdot b \cdot h \cdot \eta \cdot f_{bu} \\ z_c &= d - \frac{\lambda}{2} h \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_{BC} = F_{bc} \cdot z_c$$

Soit en considérons le moment par rapport aux aciers tendus :

$$M_{BC} = \frac{\lambda h}{d} \left(1 - \frac{\lambda h}{2d} \right) \cdot b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{bu}$$

D'où :

$$\mu_{BC} = \frac{M_{BC}}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{bu}} = \frac{\lambda h}{d} \left(1 - \frac{\lambda h}{2d} \right)$$

En pratique, il suffit donc de calculer le moment réduit de la section et de le comparer à la valeur de μ_{BC} , pour savoir si la section est entièrement ou partiellement comprimée, ce qui se traduit par:

$$y_u \leq h \Rightarrow \mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{bu}} \leq \mu_{BC} = \frac{\lambda h}{d} \left(1 - \frac{\lambda h}{2d} \right)$$

D'où :

M_u : Moment fléchissant ultime par rapport aux aciers tendus.



Telque : selon Fascicule n° 62 - Titre I - Section I

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ Mpa pour les BHP}$$

b) N_u est Traction ($N_u < 0$) :

Le centre de pression est à l'extérieur des traces des armatures

Les critères de détermination d'une section partiellement tendue s'expriment différemment selon que l'on est en dimensionnement E.L.U ou E.L.S.

Si N est une compression ($N_u > 0$), avec $e_0 = e_1 + e_2$, on doit avoir $y_u \leq h$. De façon analogue à la justification ELS, nous allons déterminer le moment réduit qui correspond à une section $y_u = h$

VI.7. CALCUL CLASSIQUE A L'ETAT LIMITE ULTIME D'UNE SECTION SOUMISE A LA FLEXION COMPOSEE PARTIELLEMENT COMPRIME (TENDUE)

VI.7.1. Principe de calcul

On se place dans le cas où l'une au moins des nappes d'armatures est tendue.

D'après le principe d'équivalence (RDM), le système des forces internes et le système des forces extérieures doivent avoir :

- même résultante générale ;
- même moment résultant. On se place dans le cas où l'une au moins des nappes d'armatures est tendue :

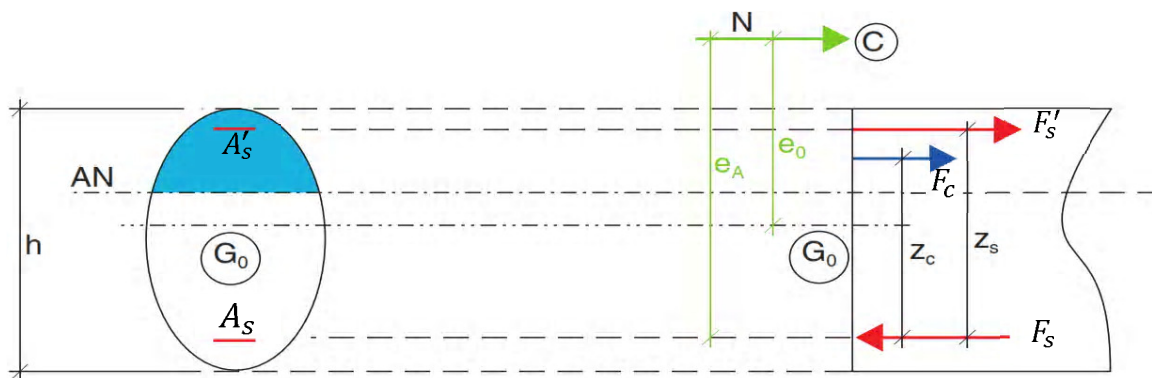


Figure VI-5: Diagramme section partiellement comprimé

Si on considère le cas général d'une section ayant une section d'aciers tendus A et une section d'aciers comprimés A' ,

L'équilibre de la section s'écrit:

Equilibre des moments:

$$M_{uA} = A' N x_{eA} = A' \sigma_{SC} Z_S + F_{bc} Z_b$$

Equilibre des efforts:

$$N = F_{bc} + A' \sigma_{SC} - A \sigma_S \rightarrow F_{bc} + A' \sigma_{SC} - \left(A + \frac{N}{\sigma_S}\right) \sigma_S = 0$$

Les équations d'équilibre d'une même section soumise au moment M_{uA} en flexion simple seraient:

Equilibre des moments:

$$M_{uA} = A' \sigma_{SC} Z_S + F_{bc} Z_b$$

Equilibre des efforts:

$$F_{bc} + A' \sigma_{SC} - A \sigma_S = 0$$

Par identification, on obtient les relations suivantes:

$$A' = A'$$

$$A = A - \frac{N}{\sigma_S}$$

➔ **Calcul de la valeur de M_{ua} :**

Le moment M_{ua} est le moment par rapport au centre de gravité des aciers tendus.

Or, lorsque l'on détermine le moment $M_u = (e_1 + e_2) N_u$, il s'agit d'un moment par rapport au centre de gravité de la section de béton seul.

donc on a:

$$M_{ua} = M_{G0} + N (d - h/2)$$

N étant pris avec son signe.

VI.7.2. Technique du calcul

La technique de dimensionnement d'une section partiellement tendue en flexion composée est la suivante:

1. On calcule le moment M_a (à l'ELU ou ELS) par rapport aux aciers tendus.
2. On en déduit les sections A et A' par un dimensionnement en flexion simple.

3. On revient à la flexion composée avec les sections d'aciers :

$$\begin{cases} A'_s = A'_s \\ A_s = A_s - \frac{N}{\sigma_s} \end{cases}$$

ATTENTION, l'effort normal N doit être considéré avec sa valeur algébrique:

Si N est une compression ($N > 0$) \Rightarrow on a une diminution de la section d'aciers trouvée en Flexion simple, car la compression est favorable.

Si N est une traction ($N < 0$) \Rightarrow on a une augmentation de la section d'aciers trouvée en Flexion simple, car la traction est défavorable.

Remarque :

Pour les bétons haute performance on fait les changements suivants sur le diagramme des déformations : *selon Fascicule n° 62 - Titre I - Section I*

Allongement unitaire d'acier : 10×10^{-3}

Raccourcissement unitaire de béton : $\varepsilon_{bc1} = 2 \times 10^{-3}$ (flexion simple)

Raccourcissement unitaire de béton : $\varepsilon_{bc2} = (4,5 - 0,025f_{cj}) \times 10^{-3}$ (flexion composé)

VI.7.2.1. Armature minimale

$$A_{\min} = 0,23 \frac{F_{t28}}{F_e} b_0 d$$

VI.7.2.2. Pourcentage d'armatures

La section d'armatures longitudinales est au moins égale à 4 cm² par mètre de longueur de paroi mesurée perpendiculairement à la direction de ces armatures.

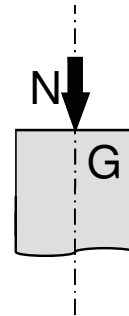
D'autre part, la section d'armatures longitudinales est au moins égale à 0,2 % de la section totale du béton comprimé, sans pouvoir dépasser 5 % en dehors des zones de recouvrement de ces barres.



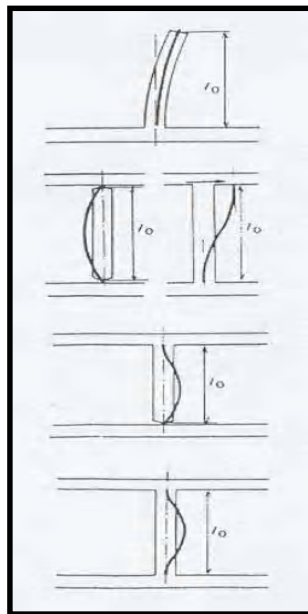
VI.8. Compression simple

Le poteau est soumis à un **effort normal** de compression, appliqué **au centre de gravité G** de la section ; **au centre de gravité G** de la section ;

- Toute la section de béton est donc uniformément comprimée
- Le centre de gravité des armatures est confondu avec celui de la section,

Calcul des poteaux

Les sollicitations se déterminent à l'**ELU** Cas de poteaux isolés



Encastré à 1 extrémité et libre à l'autre

$$l_f = 2 l_0$$

Articulation aux extrémités

$$l_f = l_0$$

Encastrement avec déplacement relatif

$$l_f = l_0$$

Encastré à 1 extrémité et articulé à l'autre

$$l_f = 0,7 l_0$$

Encastré aux 2 extrémités

$$l_f = 0,5 l_0$$

Figure VI-6: sollicitation d'un poteau isolés

Remarque : pour les BHP : selon Fascicule n° 62 - Titre I - Section I

Pour les BHP sans fumée les valeurs de α sont à diviser par :

- 1,05 (au lieu de 1,1)
- 1,10 (au lieu de 1,2)

Pour les BHP avec fumée de silice, la valeur de α ne subit aucune réduction.

Le calcul de la sollicitation normale s'obtient par l'application de la combinaison d'actions de base suivante :

Référence [9] , [10]

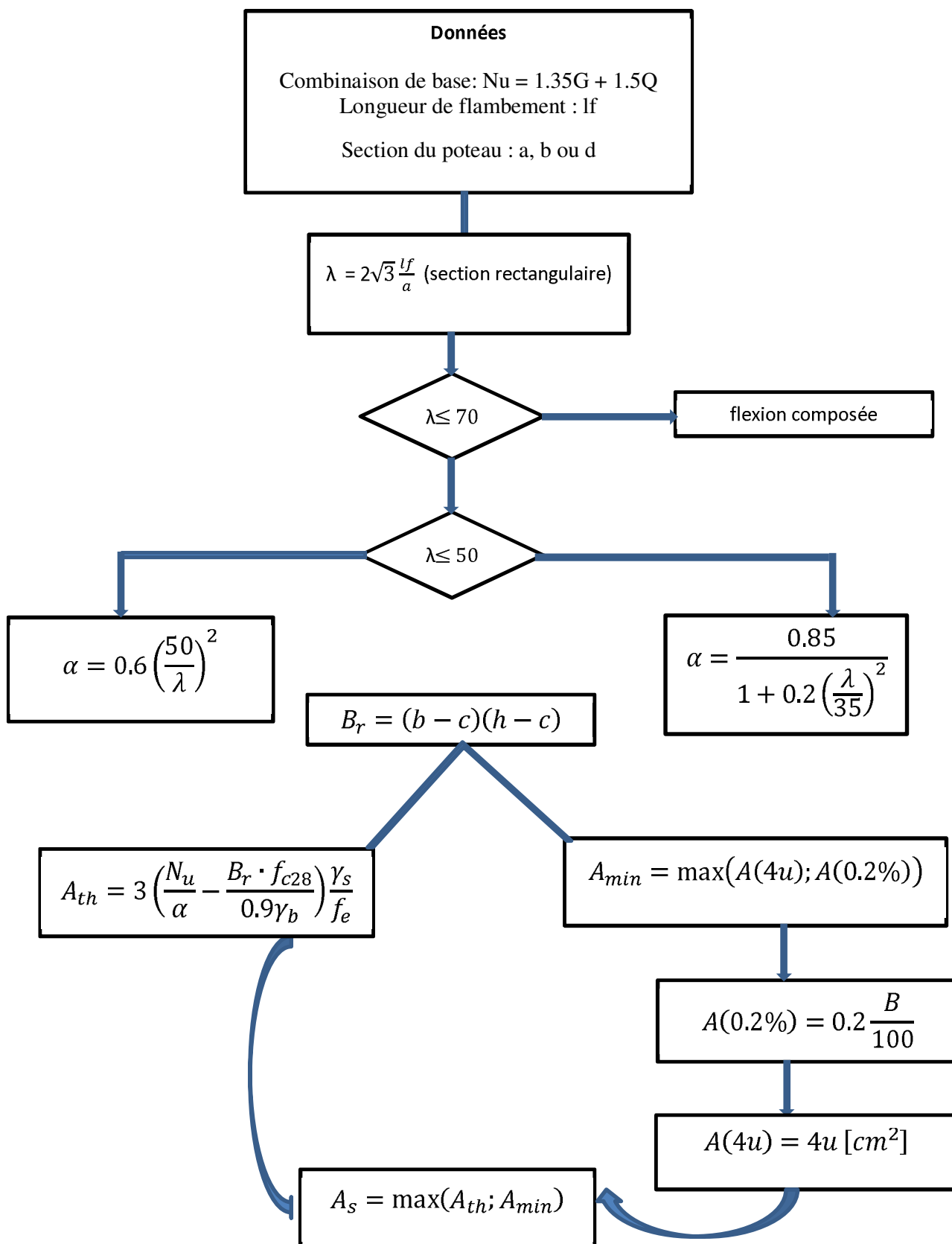
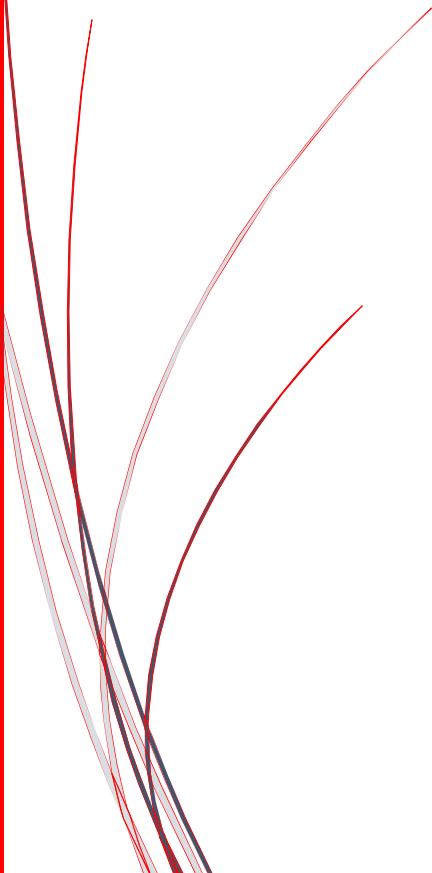


Figure VI- 7: diagramme calcul section en compression simple



Chapitre VII

METHODOLOGIE DE CALCUL OPTIMAL DES POTEAUX EN BHP A' ELU



VII. Introduction

Les poteaux sont fréquemment utilisés en construction Industrielle, particulièrement, dans les étages courants des bâtiments, les appuis de ponts et plus généralement dans tous les projets de construction en béton armé. Et dans les dernières années l'utilisation de **bétons à haute performance** en remplacement du béton normal dans le domaine de construction et son emploi se développe fortement à cause de ces propriétés mécaniques remarquables par rapport à des bétons conventionnels. L'objectif du travail est de fabriquer un **BHP** ayant des propriétés (mécaniques, physiques, chimiques, physico chimiques, rhéologiques, de la durabilité et mise en œuvre) très élevés.

Les BHP dans la conception des bâtiments multi-étagés permet d'accroître la capacité axiale des poteaux et/ou réduire la taille des poteaux afin d'augmenter l'espace disponible aux étages inférieurs des bâtiments.

Une attention particulière doit être accordée à la conception **optimale** car elle constitue un facteur clé dans la réduction du coût global d'un projet.

Toutefois, il convient de noter que la conception optimale de moindre coût en béton armé des poteaux est difficile en utilisant **les méthodes classiques** de conception car il y a un grand nombre de solutions de conception conduisant à une même capacité de résistance flexionnelle. Dans ce cas, le recours à **une technique d'optimisation numérique** devient nécessaire et le développement d'une approche de conception économique s'impose. Dans ce cas, une partie importante du montant total du projet englobe essentiellement les coûts des matériaux élémentaires de construction du béton, et de l'acier.

L'approche économique de moindre coût consiste à développer un modèle mathématique d'optimisation structurale et de le résoudre ensuite par un algorithme de programmation mathématique approprié, le modèle d'optimisation structurale consiste à définir un critère (fonction objectif) et un espace de conception (ensemble de contraintes).

Pour la formulation du modèle d'optimisation des coûts, le coût globale des matériaux de construction (béton, acier et coffrage) représente la fonction objectif les contraintes comprend les restrictions réglementaires sur le comportement, les contraintes mécanique, les dimensions de la section rectangulaire fondé sur les règles pratiques de pré-dimensionnement et de bonne exécution en vigueur.

Ce présent travail est basé sur les hypothèses de choix suivants :

- **L'état limite ultime (ELU)** est un état déterminant pour le dimensionnement des sections. Parce qu'on suppose que le poteau est dans un milieu protégé (fissuration peu nuisible).



- Un poteau de forme rectangulaire avec des sections d'acier comprimé parce que le règlement **BAEL 91/99** exige qu'il y ait une armature dans chaque angle du poteau, donc l'utilisation des aciers comprimés est obligatoire.

VII.1 DIMENSIONNEMENT OPTIMALE DES POTEAUX RECTANGULAIRE SOUMIS A LA FLEXION COMPOSEE EN BHP A L'ELU PARCIELLEMENT COMPRIMEE

- CAS GENERAL ($N \neq 0, M \neq 0, V \neq 0$) ($A_s \neq A'_s$) :

Pour l'étude on prend des piles rectangulaires d'un pont isostatique où la charge normale est excentrée à cause de l'excentrement des appareils d'appui par rapport à l'axe du chevetre (Fig 1), donc on est à la flexion composée

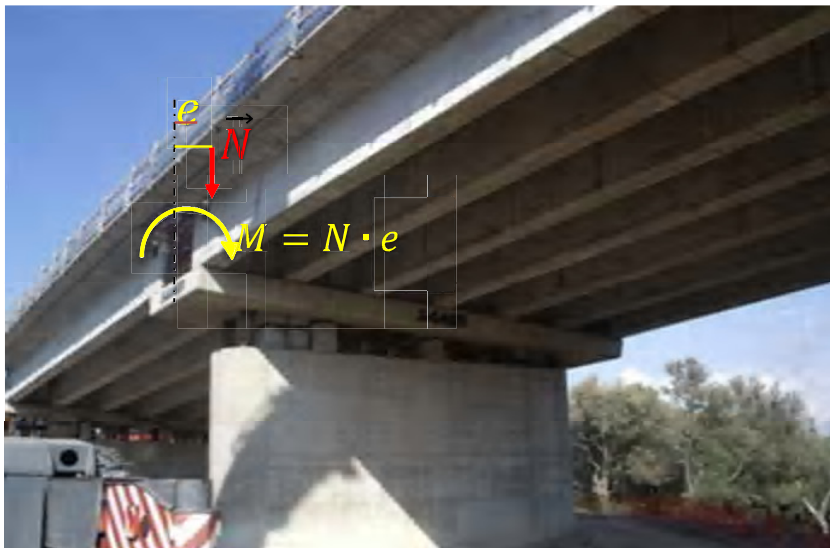


Figure VII- 1: Excentrement des appareils d'appui par rapport l'axe du chevetre

La fissuration est jugée peu nuisible donc on ne prend pas de limitation sur les contraintes de l'acier et le dimensionnement se fait à l'ELU.

Les différentes dimensions de la section transversale en béton armé sont définies par les paramètres suivants :

b : Largeur de la section du poteau

h : Hauteur de la section du poteau

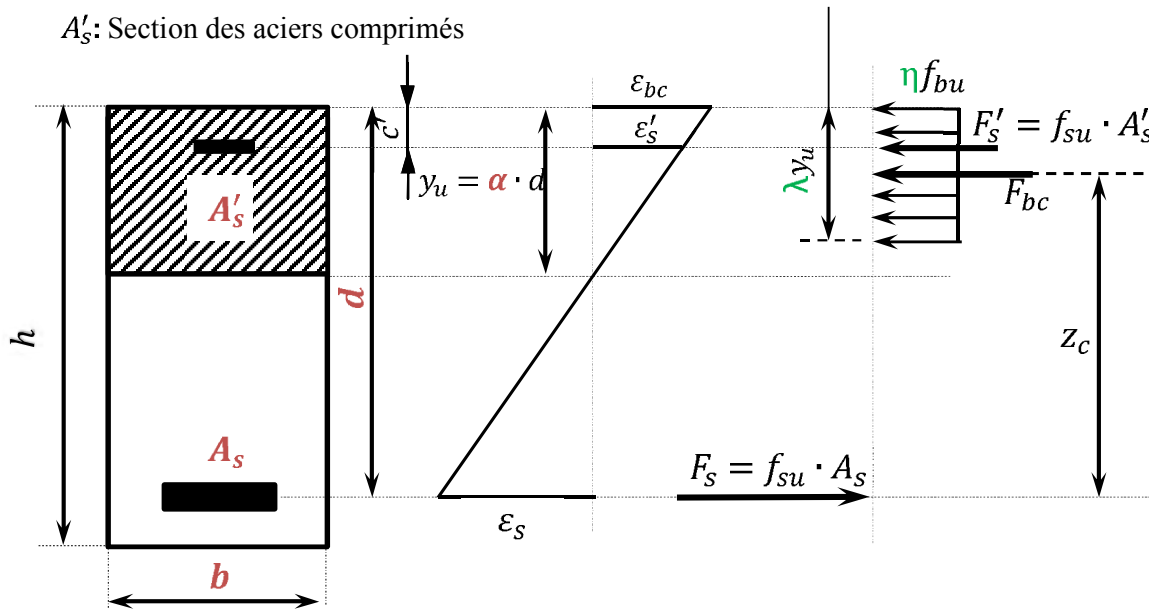
d : Hauteur utile ($d = h - c \simeq 0.9h$)



α : Profondeur de la zone comprimée

A_s : Section des aciers tendus

A'_s : Section des aciers comprimés



FigureVII 2: Contraintes et déformations d'une section de BA partiellement comprimé

Tel que : selon Fascicule n° 62 - Titre I - Section I

$$\lambda = 0,8 \text{ et } \eta = 1,0 \text{ pour } f_{c28} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{c28} - 50)/400$$

$$\eta = 1,0 - (f_{c28} - 50)/200 \quad \text{pour } 50 < f_{c28} \leq 90 \text{ Mpa} \quad (\text{les bétons à haute performance BHP})$$

Les équations d'équilibre s'écrivent : on prend les moments par rapport aux aciers tendus :

$$\begin{cases} M = F'_s \cdot z_s + F_{bc} \cdot z_c \\ N = F_c + F'_s - F_s \end{cases}$$

$$F_{bc} = \lambda y \cdot b \cdot \eta f_{bu} \text{ Tel que : } f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b}$$

$$z_c = d - \frac{\lambda y}{2} = d(1 - \alpha \frac{\lambda}{2})$$

$$F_s = A_s \cdot \sigma_s \text{ Tel que : } \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$



$$z_s = d - c'$$

$$F'_s = A'_s \cdot \sigma'_s$$

VII.1.1 Fonction objectif

Soit C_0 la fonction objectif représentant le coût total du béton, l'acier et le coffrage par section, cette fonction est définie comme suit :

$$C_0 = C_b hb + C_a(A_s + A'_s) + 2 \cdot C_c(h + b)$$

C_b : Coût unitaire du béton.

C_a : Coût unitaire de l'acier.

C_c : Coût unitaire de coffrage.

Les éléments de coût tels que le béton et l'acier sont présentes implicitement et sont inclus dans la fonction objectif en termes de pourcentages appropriées de coût unitaire de béton et d'acier respectivement.

Il devrait être tout aussi important de noter que dans un problème d'optimisation de moindre coûts, les valeurs optimales des variables de conception sont affectées par les valeurs relatives des coûts de la fonction objectif seulement, mais pas par les valeurs absolues des coûts. En d'autres termes, les valeurs absolues de coût affectent la valeur finale de la fonction objectif, et non pas les valeurs optimales des variables de conception.

La fonction objectif à minimiser peut être écrite comme suit :

$$C \longrightarrow Min$$

$$C = hb + \frac{C_a}{C_b}(A_s + A'_s) + 2 \frac{C_c}{C_b}(h + b)$$

Le cout global absolu peut ensuite être déduit à partir du cout optimisé C à l'aide de la relation : $C_0 = C \cdot C_b$

La valeur du rapport coût $\frac{C_a}{C_b}, \frac{C_c}{C_b}$ varie d'un pays à un autre ou d'une région à une autre.

Données du problème :

$$\sigma_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}: \text{Contrainte ultime de calcul pour l'acier}$$

σ_{bu} : Contrainte ultime de calcul pour le béton



$M_{u/A}$: Moment ultime par rapport aux aciers tendus

N_u : Effort normal ultime

ϵ_{es} : Limite d'élasticité des aciers

$e = \frac{M_u}{N_u}$: Position du centre pression

H : Hauteur de la pile

l : Longueur de la grande portée du pont

➤ Contrainte de traction du béton :

Pour $f_{c28} > 60$ MPa. la résistance caractéristique à la traction s'exprime par :

$$f_t = 0,275 f_{c28}^{2/3}$$

- Pour $40 < f_{c28} < 60$ MPa. la loi usuelle s'applique : $f_t = 0.6 + 0.06 f_{c28}$

$c' = 0.1h = 0.09d$: Enrobage des aciers comprimés

VII.1.2 Formulation du problème

Le problème de conception optimale de moindre coût d'une pile rectangulaire en béton à haute performance peut être formulé mathématiquement comme suit :

Trouver : $V_{opt} = \begin{pmatrix} d \\ b \\ \alpha \\ A_s \\ A'_s \end{pmatrix}$

Tel que : $C = hb + \frac{c_a}{c_b}(A_s + A'_s) + 2\frac{c_c}{c_b}(h + b) \longrightarrow Min$

Soumis aux contraintes suivantes :



VII.1.3 Contraintes de comportement

Pour que la pièce soit en équilibre :

- le moment sollicitant doit être inférieur ou égal au moment résistant, on calcule le moment ultime par rapport aux aciers tendus :

$$M_{u/A} \leq M_{resist}$$

$$M_{u/A} \leq \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) + A'_s \sigma_{su} (d - c')$$

$$M_{u/A} \leq \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) + 0.91 d \sigma_{su} A'_s \quad (1)$$

- L'effort normal agissant égale à l'effort normal résistant :

$$N_u = N_{resist}$$

$$N_u = (A'_s - A_s) \sigma_{su} + \lambda \eta f_{bu} \alpha b d \quad (2)$$

- Pour que les aciers comprimés soient effectivement exploités, le moment sollicitant doit être supérieur au moment résistant du béton :

$$M_u > M_{rb}$$

$$M_u > \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) \quad (3)$$

- Pour que la pièce soit géométriquement stable, l'élancement du poteau doit être limité :

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = l_f \sqrt{\frac{I_{min}}{B}} < 70 \quad \text{Telle que } i = \sqrt{\frac{B}{I_{min}}} = \max\left(\frac{\sqrt{12}}{b}, \frac{\sqrt{12}}{h}\right) \quad (4)$$

- $l_f = 0.7H$
- $\lambda = 0.7H \frac{\sqrt{12}}{b} = 2.42 \frac{H}{b} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{b} < \frac{28,96}{H}$
- $\lambda = 0.7H \frac{\sqrt{12}}{h} = 2.42 \frac{H}{h} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{h} < \frac{28,96}{H} \quad (4)$

Remarque : λ c'est l'élancement mécanique ne pas confondre avec le coefficient de hauteur de contrainte lamda λ

- Section minimale des aciers tendus :

$$A_s \geq 0.23 \frac{f_{t28}}{f_e} b d \quad (5)$$

- Section minimale d'aciers :

$$\frac{A_s + A'_s}{b d} \geq 0.002 \quad (6)$$



- Section maximale d'aciers :

$$\frac{A_s + A'_s}{bd} \leq 0.05 \quad (7)$$

VII.1.4 Contraintes de pré-dimensionnement et de bonne exécution

$$d < 5.4e \quad (8)$$

- Pour une pile de pont les documents de pré-dimensionnement proposent les règles suivantes :

$$b \geq 0.5m \quad (9)$$

$$d \geq 0.45m \quad (10)$$

❖ Les cas particuliers :

VII.2 CAS 1 : DIMENSIONNEMENT OPTIMAL DES POTEAUX SOUMIS A LA FLEXION COMPOSEE EN BHP A' L'ELU PARTIELLEMENT COMPRIMEE AVEC ACIER SYMETRIQUE : ($A_s = A'_s$)

Dans la pratique ce cas des sections d'aciers identiques est courant car la majorité des structure sont symétrique d'où la flexion a lieu dans les deux sens.

VII.2.1 Formulation du problème

$$\text{Trouver : } V_{opt} = \begin{pmatrix} d \\ b \\ \alpha \\ A_s \end{pmatrix}$$

$$\text{Tel que : } C(V_{opt}) = hb + 2\frac{C_a}{C_b}A_s + 2\frac{C_c}{C_b}(h + b) \longrightarrow \text{Min}$$

VII.2.2 Contraintes de comportement

Soumis aux contraintes suivantes :

$$M_{u/A} \leq \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) + 0.91 f_{su} A_s d \quad (1')$$



$$N_u = \lambda \eta f_{bu} \alpha b d \quad (2')$$

$$M_u > \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) \quad (3')$$

$$\lambda = 0.7H \frac{\sqrt{12}}{b} = 2.42 \frac{H}{b} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{b} < \frac{28,96}{H}$$

$$\lambda = 0.7H \frac{\sqrt{12}}{h} = 2.42 \frac{H}{h} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{h} < \frac{28,96}{H} \quad (4')$$

- Section minimale des aciers tendus :

$$A_s \geq 0.23 \frac{f_{t28}}{f_e} b d \quad (5')$$

- Section minimale d'aciers :

$$\frac{A_s}{b d} \geq 0.001 \quad (6')$$

- Section maximale d'aciers :

$$\frac{A_s}{b d} \leq 0.025 \quad (7')$$

VII.2.3 Contraintes de pré-dimensionnement et de bonne exécution

$$d < 5.4 \cdot e \quad (8)$$

$$b \geq 0.5m \quad (9)$$

$$d \geq 0.45m \quad (10)$$

VII.3 CAS 2 : DIMENSIONNEMENT OPTIMAL DES POTEAUX SOUMIS A LA COMPRESSION CENTREE EN BHP L'ELU

$$(N \neq 0, M = 0, V = 0)$$

Les piles d'un pont sont calculées à la compression centrée lorsque la structure du pont est continue (pont hyperstatique).



VII.3.1 Formulation du problème

Trouver : $V_{opt} = \begin{pmatrix} b \\ h \\ A_s \end{pmatrix}$

Tel que : $C(V_{opt}) = hb + \frac{c_a}{c_b} A_s + 2 \frac{c_c}{c_b} (h + b) \rightarrow Min$

Soumis aux contraintes suivantes :

VII.3.2 Contraintes de comportement

- Pour que la pièce soit géométriquement stable, l'élancement du poteau doit être limité :

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = l_f \sqrt{\frac{I_{min}}{B}} < 70$$

Pour une pile de section rectangulaire : $i = \sqrt{\frac{B}{I_{min}}} = \max\left(\frac{\sqrt{12}}{b}, \frac{\sqrt{12}}{h}\right)$

En prenant l'hypothèse que la pile est encastree dans le sol est articulé au niveau du tablier alors : $l_f = 0.7H$

$$0.7H \frac{\sqrt{12}}{b} = 2.42 \frac{H}{b} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{b} < \frac{28,96}{H} \quad (1^*)$$

$$0.7H \frac{\sqrt{12}}{h} = 2.42 \frac{H}{h} < 70 \quad \dots\dots\dots \frac{1}{h} < \frac{28,96}{H} \quad (1^{**})$$

- Pour que la pièce soit en équilibre l'effort normal agissant doit être égal à l'effort normal résistant :

$$N_u = N_{resist}$$

$$N_u = A_s \cdot f_{su} + bh \cdot \eta \cdot f_{bu} \quad (2^*)$$

- Section minimale des aciers :

$$\frac{A_s}{bh} \geq 0.002 \quad (5^*)$$

- Section maximale des aciers :

$$\frac{A_s}{bh} \leq 0.05 \quad (7)$$

$$b \geq 0.5m \quad (8)$$

$$d \geq 0.45m \quad (9)$$



Remarque consternant l'effet du fluage et retrait :

Si on prend en considération les effets à long termes (fluage et retrait) lors de notre calcul objectif, on fait le calcul en utilisant la déformation finale (ϵ_{∞})

Tels que $\epsilon_{tot} = \epsilon_{cs} + \epsilon(t_0) + \Delta\epsilon_{cs}(t) + \epsilon_{cc}(t)$

L'effet de la température :

On veut faire une récapitulation sur l'influence de la température sur les propriétés mécaniques du béton et sur la fonction objectif on utilise les facteurs de pondération (de correction) suivante [14]

Pour la résistance à la compression :

température	0- 100 °c	100- 200°c	200- 300°c	300- 400°c	400- 500°c	500- 600°c	600- 700°c	700- 800°c	800- 900°c	900- 1000°c	900- 1000°c
Facteur de correction	1	0.95	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1

Pour la résistance à la compression :

température	0- 100 °c	100- 200°c	200- 300°c	300- 400°c	400- 500°c	500- 600°c
Facteur de correction	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.1

Reference du chapitre VII : [1], [2], [14], [15]



EXEPMLE :

Pour s'approfondir dans le calcul optimal en utilisant l'informatique et pour bien expliqué l'utilisation de l'optimisation dans le domaine des travaux publics, j'ai fait un exemple de calcul avec logiciel EXCEL, dans cet exemple j'ai pris des données d'un cas réel

DONNÉ	Mu	620000
	Nu	5410000
	e	0,114602588
	Fe	400000000
	Fc28	60000000
	c'	0,040533247
	Fsu	347826087
	Fbu	34000000
	eps	0,002
	lamda	0,775
	nu	0,95
	Ft28	4200000

Dans le calcul j'ai pris le chemin classique et le chemin optimal pour faire une comparaison entre les deux approches.

J'ai bien défini le problème optimal et la fonction objective comme on a détaillé dans ce qui précède. Et j'ai aussi inséré mes contraintes pour bien trouver l'optimum qui les satisfait tous sans exceptions.

Pour que je trouve à la fin une différence de presque 20 % entre la méthode optimale et la méthode classique en faveur de la méthode optimale bien sûr.

19,975

contraintes

$$M_{u/A} \leq \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right) + 0.91 d \sigma_{su} A'_s$$

1702888,237	inf	2630656,852
-------------	------------	-------------

$$N_u = (A'_s - A_s) \sigma_{su} + \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \quad \boxed{N_u = N_{resist}}$$

5410000	=	5410000
---------	----------	---------

$$M_u > \lambda \eta f_{bu} \alpha b d^2 \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha\right)$$

620000	sup	620000
--------	------------	--------

$$A_s \geq 0.23 \frac{f_{tm}}{f_c} b d$$

0,000544268	sup	0,000544268
-------------	------------	-------------

$$\frac{A_s + A'_s}{b d} \geq 0.002$$

0,046847646	sup	0,002
-------------	------------	-------

$$\frac{A_s + A'_s}{b d} \leq 0.05$$

0,046847646	inf	0,05
-------------	------------	------

$$d < 5.4e$$

0,450369415	inf	0,618853974
-------------	------------	-------------

$$1m \leq h/b \leq 4m$$

1	inf	4
1	sup	1

$$0.186 \leq \mu_{bu} \leq \mu_r$$

0,189114578	sup	0,186
0,189114578	inf	0,371542669



CONCLUSION

ce mémoire est un travail de recherche concerné par la mise en place d'un problème d'optimisation de moindre coût d'un poteau en béton à haute performance , On a formulé un problème de dimensionnement optimal pour les deux modes possibles de travail d'un poteau : la flexion composée et la compression centrée conformément aux règles BAEL 91/99

Une approche analytique du problème fondé sur un critère de conception de coût minimal des matériaux de construction mis en œuvre et un ensemble de contraintes, notamment de comportement non linéaire du béton et de l'acier est formulée. L'ensemble des contraintes relatives aux règles pratique courantes de pré-dimensionnement et de bonne exécution

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Fedghouche F : Optimisation des éléments de structure en BA aux états limites. Thèse de doctorat d'état en génie civil, Ecole Nationale Des Travaux Publics Alger, 2001,
- [2] Fedghouche. F : « Modèle de calcul de moindre coût des poutres en T en BA par optimisation non linéaire ».Thèse de doctorat d'état en génie civil. Ecole nationale Polytechnique Alger, 2013, 86p
- [3] <http://www.infociments.fr>
- [4] S. Multon : « BETON ARME Eurocode 2 », juin 2012
- [5] Jasbir S. Arora : « Introduction to optimum design », 3^{ème} édition 2012.
- [6] Singiresu S. Rao : « Engineering Optimization »,4^{ème}édition 2009.
- [7] Yadolah Dodge: « Optimisation appliquée », 1ère édition 2005.
- [8] József Farkas, Károly Jármai : « Optimum Design of Steel», 1^{ère} édition 2013.
- [9] Jean Pierre Mougin : « BAEL 91 modifié 99 et DTU associés », 2^{ème} édition 2000.
- [10] H.Renaud et J.Lamirault : « Béton armé : guide de calcul »
- [11] Christine Lacasse « Etude expérimentale et analytique du comportement en compression-flexion de poteaux composites partiellement enrobés de bétons haute performance et de bétons renforcés de fibres métallique » . Thèse de doctorat d'état en génie civil École Polytechnique De Montréal 2011
- [12] Fascicule n° 62 - Titre I - Section I Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites - BAEL 91 révisé 99 AVRIL 1999
- [13] Aide-mémoire des ouvrages en béton armé 4^e édition
- [14] Ingénieurs et architectes suisses 24 janvier 1980
- [15] Hanaa FARES Mémoire thèse doctorat « Propriétés mécaniques et physico-chimiques de Bétons autoplaçants exposés à une température élevée