ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TRAVAUX
المدرسة الوطنية العليا للأشغال العمومية

Tel : 021-28-68-38 - 021-28-90-37 -- **Fax** : 021-28-87-61 – **Email** : entp@wissal.dz

Direction Post-Graduation & Recherche Scientifique

Mémoire de Magister

Option : Matériaux - Structures

Mr. KAOUANE ALI

Ingénieur d'Etat en Travaux Publics

Diplômé de l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics

Intitulé

Influence des hypothèses de calcul sur l'analyse de la stabilité des talus

Soutenu publiquement le 19 Mars 2014 devant le Jury composé de :

BOUAFIA Ali	Professeur, univ Said Dahleb Blida	Président
BERRICHE Yassine	Maitre de conférences B, ENSTP	Examinateur
BELABDELOUAHAEB Farid	Maitre de conférences B, ENSTP	Examinateur
BADAOUI Azhar	Maitre de conférences B, ENSTP	Examinateur
TAKI Mohamed	Maitre de conférences A, ENSTP	Rapporteur

Dédicaces

A Mes chèrs Parents

A ma grande famille, frères et soeurs

A ma femme

A ma fille Lina

A mon Fils, Mohamed Rabie

Remerciements

D’abord et avant tout, je dois remercier ALLAH le tout puissant de m’avoir donné la force et la patience pour achever mon travail.

Mes sincères remerciements vont aux personnes qui ont contribué au bon déroulement et à l’aboutissement de ce mémoire.

En premier lieu, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur. TAKI Mohamed, Maitre de conférences à l’Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics, qui m’a donné la chance de réaliser ces travaux. Je tiens à le remercier pour avoir accepté de diriger ce mémoire avec une formidable compétence. Grâce à son encadrement et à sa disponibilité, il m’a été possible de mener ce travail à son terme.

Je tiens aussi à dire merci à Monsieur BOUAFIA. Ali, Professeur à l’Universuté Said Dahleb de Blida pour avoir accepté de présider le jury de cette soutenance.

Remerciements et profonde gratitude vont également à Monsieur BERRICHE. Yassine, Maître de Conférences à l’Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics d’Alger pour avoir accepté d’examiner ce travail.

J’exprime ainsi toute ma reconnaissance à Monsieur Belabdelouahab. Farid, Maître de Conférences à l’Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics, pour avoir accepté de faire partie des membres du jury.

J’adresse aussi mes sincères remerciements à BADAOUI Azhar, Maître de Conférences l’Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics qui a également accepté d’être parmi les membres du jury de ce mémoire.

Je remercie toute personne ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Table des matières

Introduction générale 1

Chapitre I Généralité sur les mouvements de terrain 2

I.1 Introduction 2
I.2 Classification des mouvements de terrains 2
I.2.1.1 Principales causes des glissements 4
I.2.2 Coulées 5
I.2.3 Ecroulements 5
I.2.4 Fluage 6
I.3 Etude d'un glissement 6
I.3.1 Reconnaissance des sols 7
I.3.2 Méthode de calcul 7
I.4 Conclusion 7

Chapitre II Calcul à la rupture 8

II.1 Introduction 8
II.2 Définition et hypothèses préliminaires 8
II.3 Chargements potentiellement supportables 8
II.3.1 Détermination de l'ensemble K 9
II.4 Analyse Limite 10
II.5 Stabilité à court terme et à long terme 11
II.6 Résistance au cisaillement 11
II.7 Notion de coefficient de sécurité 12
II.8 Méthodes de calcul à la rupture 13
II.8.1 Principes et hypothèses des méthodes de calcul à la rupture 13
II.8.2 Méthodes globales 15
II.8.3 Méthode de Fellenius [1927] 16
Hypothèses 16
II.8.4 Méthode simplifiée de BISHOP [1955] 16
Hypothèses 16
II.8.5 Méthode simplifiée de JANBU [1956] 17
Hypothèses 17
II.8.6 Méthode Suédoise modifiée, U.S. Army Corps Of Engineers [1970] 18
Hypothèses 18
II.8.7 Méthode de Spencer [1967], Morgenstern-Price [1965] 19
Hypothèses 19
II.8.8 Méthode de Taylor et Caquot 19
II.8.9 Méthode de Biarez 20
II.8.10 Méthode de Bell 21
II.8.11 Méthode des perturbations 21
II.8.12 Méthode de minimisation énergétique : 22
II.8.13 Comparaison des valeurs du coefficient de sécurité 22
II.8.14 Limites des méthodes analytiques 23
II.9 Conclusion 24

Chapitre III Calcul en contraintes - déformations 25

III.1 Introduction 25
III.3 Principe des travaux virtuels 26
III.4 Méthode des éléments finis 26
III.4.1 Principe de la Méthode des éléments finis 27
III.5 Modélisation du comportement des sols 29

III.5.1 Comportement élastique *29*
III.5.2 Comportement élasto-plastique *29*
III.5.2.1 Surface de charge 30
III.5.2.2 Cas de charge ou de décharge 31
III.5.2.3 Potentiel plastique - règle d'écoulement 32
III.5.2.4 Ecrouissage 33
III.5.2.5 Déformation totale - matrice de rigidité élasto-plastique : 33
III.5.2.6 Modèles élasto-plastiques parfaits 34
III.5.2.7 Modèles élasto-plastiques avec écrouissage 35
III.6 RÉSOLUTION PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS DES PROBLÈMES DE L'ÉLASTOPLASTIQUE 36
III.6.1 Schémas d'intégration numérique *37*
III.6.1.1 Schéma du module tangent 37
III.6.1.2 Schéma de retour du module tangent 38
III.6.1.3 Schéma de retour du module tangent simplifié 39
III.6.2 Méthode de force - Méthode de rigidité *41*
III.7 MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS 42
III.7.1 Modélisation géométrique du problème *42*
III.7.1.1 Analyse géométrique du problème 42
III.7.1.2 Discrétisation spatiale du milieu équivalent 42
III.7.2 Modélisation des conditions aux limites sur les inconnues *43*
III.7.3 Modélisation de l'état initial du sol *43*
III.7.3.1 Prise en compte d'un état initial des contraintes dans la M.E.F 43
III.8 HYPOTHÈSES DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS DANS LA STABILITÉ DES PENTES 44
III.9 CONCLUSION 44

Chapitre IV Étude paramétrique 46

IV.1 INTRODUCTION 46
IV.2 DESCRIPTION DU MODÈLE GÉOMÉTRIQUE 46
IV.3 ANALYSE DE STABILITÉ DE TALUS 47
IV.3.1 Analyse de la stabilité de talus par TALREN *47*
IV.3.2 Modélisation numérique du talus par logiciel éléments finis Plaxis *48*
IV.3.3 Interprétation et analyse des résultats *51*
IV.4 ANALYSE PARAMÉTRIQUE 52
IV.4.1 Influence du maillage sur le calcul d'éléments finis *52*
IV.4.2 Influence de la loi de comportement *55*
IV.4.2.1 Calcul des paramètres de HSM (Hardening Soil Model) 55
IV.4.3 EFFET DES PARAMÈTRES GÉOTECHNIQUES 58
IV.4.3.1 Effet de la cohésion « c » 58
IV.4.3.2 Effet de l'angle de frottement « φ » 63
IV.4.3.3 Effet de module d'Young E 67
IV.4.3.4 Effet de coefficient de Poisson « ν » 71
IV.5 CONCLUSION 74

Chapitre V Etude de cas 76

V.1 ANALYSE DE STABILITÉ D'UN TALUS : CAS DE LA FALAISE D'AIN TAYA 76
V.2 SITUATION GÉOGRAPHIQUE DU SITE D'ÉTUDE 76
V.3 CARACTÉRISTIQUES DU SITE 77
V.4 ANALYSE DU GLISSEMENT PAR LES DEUX LOGICIELS 77
V.4.1 Logiciel Talren 4 ..... *78*
V.4.1.1 Talus modélisé avant glissement 78
V.4.1.2 Talus modélisé après glissement 78
V.4.1.3 Résultats obtenus 78
V.4.2 Logiciel Plaxis *79*
V.4.2.1 Talus modélisé avant glissement 79

V.4.2.2 Résultats obtenus 80
V.4 CONCLUSION 82
Conclusion générale 83
***Références bibliographiques* 85**
Annexe 87

Liste des Figures

Figure I.1 : Glissement plan 3
Figure I.2 : Glissement rotationnel 4
Figure I.3 : Glissement successifs emboités 4
Figure I.4 : Coulée de boue 5
Figure I.5 : Ecroulement 5
Figure I.6 : Exemple de fluage 6
Figure II.1 : Approches par l'extérieur du convexe K 10
Figure II.2 : Diagramme contrainte/déformation lors du cisaillement d'un milieu argileux 12
Figure II.3 : Exemple d'une rupture circulaire 13
Figure II.4 : Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Fellenius 16
Figure II.5 : Forces sur une tranche dans la méthode de Bishop simplifiée 17
Figure II.6 : Inclinaison des forces dans la méthode Suédoise modifiée 18
Figure II.7 : Force agissante sur une tranche pour la méthode Suédoise modifiée 18
Figure II.8 : Coordonnées de la surface de glissement pour la méthode de Spencer 19
Figure II.9 : Equilibre global 20
Figure II.10 : Mise en œuvre de la méthode des perturbations 21
Figure III.1 : Equilibre des travaux virtuels 26
Figure III.2 : Déformation réversible et irréversible 30
FigureIII.3 : Surface de charge 30
Figure III.4a : Cas de charge 31
Figure III.4b : Cas de décharge 31
Figure III.5 : Ecrouissage 33
Figure III.6 : type d'écrouissage 33
Figure III.8 : Critère de Treska 36
Figure III.9 : Critère de Mohr-Coulomb 36
Figure III.9 : Critère de Von-Mises 36
Figure III.10 : Critère de Drucker-Prager 36
Figure III.11 : Schéma du module tangent 37
Figure III.12 : Schéma de retour du module tangent simplifié 40
Figure III.13 : Méthodes de Newton-Raphson 41
Figure IV.1 : Vue en coupe 46
Figure IV.2 : Surface de glissement obtenue par la méthode ordinaire 48
Figure IV.3 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture 48
Figure IV.4 : Déformation du maillage 49
Figure IV.5 : Variation du coefficient de sécurité 50
Figure IV.6 : Déformation totale 50
Figure IV.7 : Champ de déplacements totaux 50
Figure IV .8 : Déplacement en surface de talus AA' 51
Figure IV.9 : Déplacements des points témoins 51
Figure IV.10 : Position des nœuds et des points contrainte dans les éléments de sol 52
Figure IV.11 : Déformation du maillage (éléments à 06 noeuds) 53
Figure IV.12 : Variation de coefficient de sécurité 53
Figure IV.13 : Déformation totale 54

Figure IV.15 : Déplacement de la surface de talus AA'.....54
Figure IV.14 : Champ de déplacements totaux du talus 54
Figure IV.16 : Déplacement des points témoins.....54
Figure IV.17 : Déformation du maillage.....56
Figure IV.18 : Variation de coefficient de sécurité.....56
Figure IV.19 : Déformation totale.....56
Figure IV.21 : Déplacement de la surface de talus AA'.....57
Figure IV.20 : Champ de déplacements totaux du talus 57
Figure IV.22 : Déplacements des points témoins 57
Figure IV.23 : Surface de glissement obtenu par la méthode ordinaire.....58
Figure IV.24 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisée le long de la surface de rupture 59
Figure IV.25 : Déformation du maillage après application de la gravité.....59
Figure IV.26 : Variation de coefficient de sécurité.....60
Figure IV.27 : Déformation totale.....60
Figure IV.28 : Champ de déplacements totaux du talus 60
Figure IV.29 : Déplacement de la surface de talus AA'.....61
Figure IV.30 : Déplacement des points témoins en fonction des étapes de chargement 61
Figure IV.31 : Variation du coefficient de sécurité en fonction de la cohésion dans les deux méthodes 62
Figure IV.32 : Surface de glissement obtenue par la méthode ordinaire.....63
Figure IV.33 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture 63
Figure IV.34 : Déformation du maillage.....64
Figure IV35 : Variation du coefficient de sécurité 64
Figure IV.36 : Déformation totale.....64
Figure IV.37 : Champ de déplacements totaux du talus 65
Figure IV.38 : Déplacement de la surface du talus AA’.....65
Figure IV.39 : Déplacement des points témoins.....65
Figure IV.40 : Variation du coefficient de sécurité en fonction de l'angle de frottement dans les deux méthodes 66
Figure IV.41 : Déformation du maillage.....68
Figure IV.42 : Variation du coefficient de sécurité 68
Figure IV.43 : Déformation totale.....69
Figure IV.44 : Champ de déplacements totaux du talus 69
Figure IV.45 : Déplacement de la surface de talus AA'.....69
Figure IV.46 : Déplacement des points témoins.....70
Figure IV.47 : Déformation du maillage.....71
Figure IV.48 : Variation de coefficientde sécurité.....72
Figure IV.49 : Déformation totale.....72
Figure IV.50 : Champ de déplacements totaux.....72
Figure IV.51 : Déplacement en surface du talus AA' 73
Figure IV.52 : Déplacement des points témoins.....73
FigureV.1 : Talus modélisé avant glissement 78
Figure V .2 : Talus modélisé après glissement 78

Figure IV.3 : Variation de la contrainte normale et de cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture 79
Figure V.4 : Talus modélisé avant glissement 79
Figure V.5 : Déformation du maillage 80
Figure V.6 : Contraintes de cisaillement 80
Figure V.7 : Déplacements 81
Figure V.8 : Zones plastiques 81
Figure V.9 : Variation du coéfficient de sécurité 81
Figure V.10: Déformations totales 82

Liste des notations utilisées

Chapitre II	
Symbole	**Définition**
Ω	Domaine de structure
Γ	Contour de la structure
Γ_u	Une partie de Γ
Γ_T	Une partie complément de Γ_u
$\underline{f}$	Chargement de type force volumique
$\underline{T}$	Chargement associe aux contraintes imposé dans la partie Γ_T
G(x)	Domaine de résistance
$\underline{n}$	Vecteur normale
$\underline{\underline{\sigma}}$	Champ de contrainte
K	Ensemble des chargements supportable
K_{sat}	Ensemble des chargements supportable statique
K_{cin}	Ensemble des chargements supportable cinématique
$\pi_G(\underline{d})$	=sup ($\underline{\underline{\sigma}}.\underline{\underline{d}}/\underline{\underline{\sigma}} \in G$)
π_G	=sup ($\hat{U}\underline{\underline{\sigma}}.n/\underline{\underline{\sigma}} \in G$)
$\underline{\underline{d}}$	Tenseur des vitesses de déformation
$\hat{U}$	Champ de vitesse virtuel
P_{rm}	Puissance résistance maximale
$L(\hat{U})$	Puissance des efforts extérieurs
F	Coefficient de sécurité.
τ	Contrainte de cisaillement.
τ_{max}	Résistance au cisaillement maximale.
C	Cohésion.
c’	Cohésion d'un sol drainé.
ϕ	Angle de frottement.
ϕ’	Angle de frottement d'un sol drainé.
σ	Contrainte normale.
σ’	Contrainte normale effective.
c_u, ϕ_u	Caractéristiques non drainés.
τ_{fp}	Valeur de pic de la résistance au cisaillement.
τ_{lp}	Résistance résiduelle de la résistance au cisaillement.
Δl_p	Déformation dans le plan de cisaillement
W	Force due aux poids des terres.
U	Résistance due à l'écoulement de l'eau.
N	Résultante des composantes normales.
T	Résultantes de composantes tangentielles.
L	Longueur de l’arc de la ligne de rupture.
B	Epaisseur de la tranche
R	Rayon du cercle de la surface de rupture.
γ	Poids volumique.
X,Xo, Xl	Abscisse curviligne du point courant.
σ_F	Contrainte de Fellinius.
P	Paramètre de perturbation.
E, X	Composantes horizontale et verticale de la force interne tranche
α	Inclinaison de la force normale par rapport à la verticale.

M_n	Moment de la tranche n
X	Bras de levier
H_n	Effort horizontal de la n^{eme} tranche.
F_p	Coefficient primitif.

Chapitre III	
Symbole	**Définition**
σ_{ij}	Tenseur des contraintes.
ε_{ij}	Tenseur des déformations.
F_i	Force de volume.
T_i	Force de surface.
U_i	Déplacement
D_s	Elément de surface.
D_v	Elément de volume.
U_E	Déplacement à l'intérieur de l'élément fini.
U_G	Déplacement nodal.
N	Fonction d'interpolation.
$\underline{\varepsilon}$	Vecteur déformation.
L	Matrice de dérivation.
B	Matrice de déformation.
$\underline{\sigma}$	Vecteur contrainte.
F_G	Vecteur force nodal équivalent
D	Matrice d'élasticité
K_G	Matrice de rigidité globale.
F_{ij}	Fonction tensorielle.
ε	Déformation totale.
ε_e	Déformation élastique.
ε_p	Déformation plastique.
$F(\sigma,R)$	Fonction d'écoulement.
R	Paramètre d'écrouissage.
$\dot{\sigma}$	$d\sigma/dx$
$\dot{F}_\sigma$	$(\partial F/\partial\sigma).\dot{\sigma}$
$\dot{F}_R$	$(\partial F/\partial\sigma).\dot{R}$
m_{ij}	Vecteur normal de la surface de charge.
λ	Multiplicateur de plasticité.
G	Potentiel plastique
$\partial G/\partial\underline{\sigma}$	Direction des déformations plastiques.
H	Module d'écrouissage.
D^p	Matrice de rigidité plastique.
D^{ep}	Matrice de rigidité élastoplastique.
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales.
J_2	Deuxième invariant du tenseur déviatorique.
K	La résistance maximale du matériau (paramètre de la loi de comportement).
I_1	Trace du tenseur des contraintes.
A	Paramètre de la loi de comportement.
$\Delta\sigma$	Incrément de contrainte.
$\Delta\varepsilon$	Incrément de déformation.
$\delta\sigma$	Correction des contraintes.

ملخص

إن اختيار طريقة تحليل الانزلاقات و ثبات المنحدرات أصبحت عملية جد معقدة، نظرا للمشاكل المطروحة التي تسببها هاته الظواهر، الى يومنا هذا، عدة طرق للحساب تستعمل لتحليل ثبات المنحدرات، كل طريقة تتميز بفرضيات تدخل في الحساب من أجل تحديد ميكانيكيا و فيزيائيا الأتربة. عموما، نجد نمطين للحساب، الأول يرتكز على نظرية الحساب عند التمزق، الثاني يرتكز على علاقة الجهد و التشوهات. الدراسة الحالية تهدف الى إنجاز مقارنة بين هاته الطرق فيما يتعلق بتأثير فرضيات الحساب التي تدخل في كل منها على نتائج الحساب المحصل عليها. أولا قمنا بشرح مبدأ كل نمط، نظرياته و تطبيقه في مجال ثبات المنحدرات، ثانيا قمنا بدراسة مقارنة بين طريقتين للحساب و التي تختلف فيما بينها في تقريبها لقانون سلوك الأتربة، أخذا في الاعتبار تأثير عوامل الحساب الخاصة لكل طريقة في النتائج المحصلة. أخيرا أنجزنا تطبيقا على حالة حقيقية لتحليل الثبات بكلتا الطريقتين للحساب، و هي هدف الدراسة التي قمنا بها.

كلمات البحث: انزلاق التربة، الحساب عند التمزق، طرق التوازن المحدد، طريقة العناصر المنتهية، طريقة تخفيض c-φ، عامل الأمان.

Résumé

Le choix de la méthode d'analyse des glissements et de stabilité des pentes est devenu une opération primordiale vu les problèmes causés par ces phénomènes. De nos jours, plusieurs méthodes de calcul sont utilisées pour analyser la stabilité des pentes et des talus. Chaque méthode se distingue par certaines hypothèses introduites dans le calcul pour définir mécaniquement et physiquement le sol. Globalement, on retrouve deux grands modes de calcul, un premier mode basé sur la théorie de calcul à la rupture et le deuxième celle basée sur la relation «Contraintes–Déformations. La présente étude a pour objet de faire une comparaison entre ces méthodes en ce qui concerne l'influence des hypothèses de calcul introduite sur chacune d'elles, au niveau des résultats de calcul obtenus. En premier lieu, nous avons essayé d'expliquer le principe de chaque mode, ces hypothèses et son application dans de domaine de l'analyse de stabilité des pentes et des talus. En deuxième lieu, nous avons mené une étude comparative entre deux méthodes de calcul qui différent par leur approche en terme de loi de comportement des sols tout en mettant en évidence l'influence des paramètres de calcul, propres à chaque méthode, sur les résultats obtenus. Enfin, une application sur un cas réel de stabilité analysée par les deux méthodes de calcul, faisant l'objet de notre étude, a été effectuée.

Mots clés : *glissement de terrain, calcul à la rupture, méthodes d'équilibre limite, méthode des éléments finis, méthode "c-φ réduction", coefficient de sécurité.*

Abstract

The choice of the analysis method of landslides and slope stability has become a crucial operation saw the problems caused by these phenomena. Nowadays, several calculation methods are used to analyze the stability of slopes and embankments. Each method is distinguished by certain assumptions introduced in the calculation for mechanically and physically defines the soil. Overall, there are two main methods of calculation, a first mode based on the theory of break computing and the second one based on the relationship "stress-strain". This study is a comparison between these methods regarding the influence of the underlying assumptions introduced in each of them. First, we tried to explain the principle of each mode, these assumptions and its application in the field of stability analysis of slopes and embankments. Second, we conducted a comparative study between two calculations methods differ in their approach in terms of law of soil behavior while highlighting the influence of calculation parameters, in each method, and the results obtained. Finally, an application on a real case analyzed by the two methods of calculation, the subject of our study stability was performed.

Keywords: *Slope sliding, failure analysis, limit equilibrium method, finite element method, c-φ reducing method, factor of safety*

Introduction générale

Les problèmes de stabilité de pentes se rencontrent fréquemment dans la construction des routes, des canaux, des digues et des barrages ainsi les habitations. En outre, certaines pentes naturelles sont ou peuvent devenir instables.

Une rupture d'un talus peut être catastrophique et provoquer des pertes en vies humaines ainsi que des dégâts naturels considérables.

L'étude de stabilité des talus comporte, outre la reconnaissance générale du site et les caractéristiques mécaniques des sols, un calcul pour déterminer d'une part, la courbe de rupture ; le long de laquelle le risque de glissement est le plus élevé, d'autre part, la valeur correspondante du coefficient de sécurité.

En effet, la bonne reconnaissance de la géologie, donne une information sur la sensibilité du site et donc sur le volume des investigations ultérieures ; elle donne aussi une information sur la forme de la surface potentielle de rupture et l'homogénéité ou non des couches du sous-sol, ce qui va influencer le choix de la méthode de calcul.

De nos jours, plusieurs méthodes de calcul sont utilisées pour analyser la stabilité des pentes et des talus. Chaque méthode se distingue par certaines hypothèses introduites dans le calcul pour définir mécaniquement et physiquement le sol. Globalement, on retrouve deux grands théories de calcul, une première théorie basée sur le calcul à la rupture et la deuxième sur celle de la relation « contraintes - déformations ».

Le présent travail, dans sa première partie englobe une synthèse bibliographique sur les différentes théories de calcul de stabilité des pentes et des talus, les principes et hypothèses de calcul ainsi que les avantages et les inconvénients de chacune d'elles. Cette partie nous a permis de recenser un certain nombre de méthodes de calcul de stabilité à la rupture et les différents modèles élasto-plastiques utilisés pour simuler d'une façon pratique certains aspects du comportement réel des sols qui permettent le calcul en déformation.

En deuxième partie, nous avons mené une étude comparative et paramétrique de deux méthodes de calcul qui différent par leur approche en terme de loi de comportement des sols. La première méthode est basée sur la théorie de l'analyse limite, l'autre méthode est basée sur la relation contraintes-déformations.

La troisième partie est une application sur un cas réel de glissement, analysé par les deux méthodes de calcul faisant l'objet de notre étude.

Notre travail se termine par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I

Généralité sur les mouvements de terrain

I.1 Introduction

Les mouvements de terrain sont très variés, par leur nature (glissements de terrains, éboulements rocheux, coulées de boues, effondrements de vides souterrains, affaissements, gonflement ou retrait des sols, ...) et par leur dimension par exemple le glissement de la Clapiers dans les Alpes Maritimes, qui est atteint plusieurs dizaines de millions de m^3.

La répartition des mouvements des terrains, est spatiale est guidée par la topographie et par la géologie (nature et fracturation des formations affleurantes, hydrogéologie) c'est-à-dire par l'environnement physique. Ils concernent non seulement les régions montagneuses et côtières, mais aussi les bassins à forte densité de vides souterrains (naturels ou minés), les sols argileux sensibles aux variations de teneur en eau,…Leur occurrence est très marquée par les variations climatiques (périodes de fortes pluies, fonte des neiges, sécheresse) mais peut aussi être liée à des secousses sismiques ou encore être induite par les activités humaines.

Les mouvements des terrains surviennent lorsque la résistance des terrains est inférieure aux efforts moteurs engendrés par la gravité et l'eau souterraine ou par les travaux de l'Homme ; leur dynamique répond naturellement aux lois de la mécanique [29].

Dans la pratique, les choses sont très complexes, du fait de l'incertitude à savoir :

- Les conditions géométriques initiales (notamment en profondeur, l'inclinaison…) ;
- Les propriétés mécaniques des terrains, en général hétérogènes, non linéaires, anisotropes, discontinus,
- Les conditions hydrauliques : position de la nappe, phénomènes se produisant en zone non saturée. L'eau est la cause déclenchant de la plupart des mouvements ; c'est un facteur variable dans le temps.

I.2 Classification des mouvements de terrains

De nombreuses classifications ont été proposées pour cerner de la diversité des mouvements de terrain. Les principaux critères de classification retenus sont ttableau (I.1):

- Types de terrain affectés.
- Types de mouvements.
- Vitesse des processus.
- Taux de remaniement des matériaux après le mouvement.

Les mouvements de terrain les plus fréquents sont classés en :

- Glissements.
- Coulées.
- Ecroulement.
- Fluages.

I.2.1 **Glissements**

Ils se caractérisent par la translation latérale d'une certaine masse de matériaux au niveau d'une surface de rupture nettement individualisée et se produisent généralement dans des matériaux faiblement cohérents (marnes, argiles..). Les glissements sont les mouvements qui affectent le plus fréquemment les ouvrages de génie civil et génie minier.

Selon la forme de la surface de rupture, on distingue trois types de glissements :

- Glissement plan.
- Glissement rotationnel ou circulaire.

a) Glissement plan

Il se produit suivant un plan, au niveau d'une surface de discontinuité géologique : zone entre deux matériaux de nature différente, failles, plans de stratification (Figure I.1).

La ligne de rupture suit une couche mince de mauvaises caractéristiques sur laquelle s'exerce souvent l'action de l'eau. Une telle couche est appelée « couche savon ».

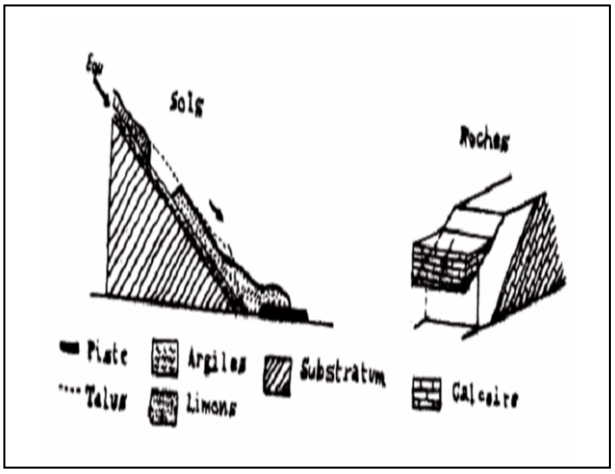


Figure I.1 : Glissement plan



Image (I.1) « glissement plan »

b) Glissement rotationnel ou circulaire

Le terrain glisse le long d'une surface concave ayant la forme d'une cueillerai. On distingue le glissement rotationnel simple et complexe (composé).

- **Glissement rotationnel simple**

Ce type de glissement est très fréquent. La surface de rupture à une forme simple et peut être assimilée à un cylindre. Dans un tel glissement, on distingue figure (I.2) : au sommet des fissures de traction et un escarpement, correspondant au départ de la surface de glissement, et à la base un bourrelet formé par des matières glissées. Dans certains cas, la surface de rupture peut être assimilée à un cercle, d'où le nom de glissement circulaire.

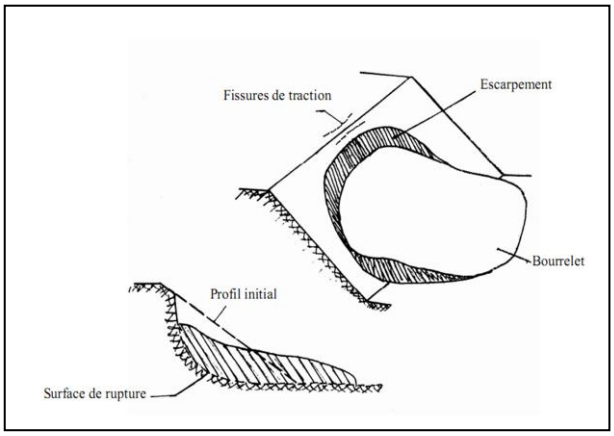


Figure I.2 : Glissement rotationnel



Image (I.2) « glissement rotationnel simple

- **Glissement rotationnel complexe**

Ce type de glissement est rare. Il s'agit de glissements multiples emboîtés les uns dans les autres, dus souvent à la suppression de la butée provoquée par le glissement précédent, ce qui entraîne des glissements successifs remontant vers l'amont.

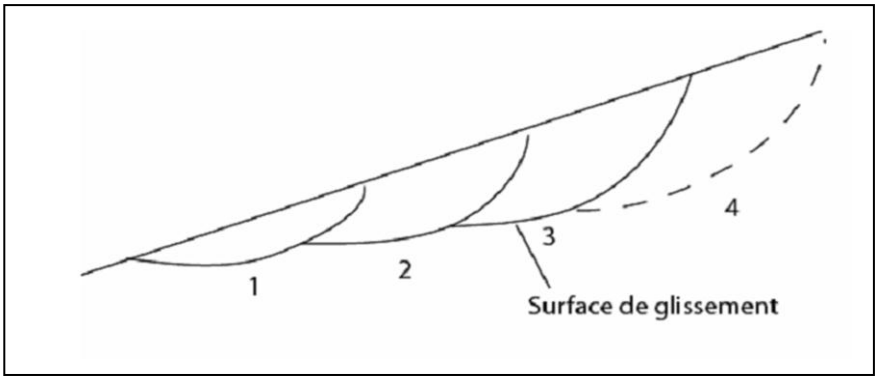


Figure I.3 : Glissement successifs emboités

I.2.1.1 Principales causes des glissements

Plusieurs facteurs contribuent au déclenchement des glissements, les plus importants sont :

- La nature des terrains : les terrains argileux sont prédisposés aux glissements.
- L'action de l'eau : l'eau est dans la plupart des cas la cause principale dans la mise en mouvement des terrains.
- Les causes mécaniques externes : citons parmi les causes mécaniques externes, le terrassement au pied du talus, les entailles effectuées dans les talus stables, toute surcharge naturelle ou artificielle déposée sur une pente, les vibrations naturelles (séismes) ou artificielles (explosion, machines …).

I.2.2 Coulées

Elles se produisent sur des matériaux meubles, momentanément saturé en eau, prenant alors une consistance plus ou moins visqueuse, parfois proche de la fluidité. On distingue plusieurs types de coulées telle que : coulées boueuses (incluant coulée de blocs, de terre, de boue, lave torrentielle, avalanche de débris et se produisant surtout en montagne) figure (I.4). Coulées de solifluxion c'est un déplacement lent des sols en milieu périglaciaire, résultant de l'instabilité de la partie dégelée du sol, en surface, au cours de l'été.

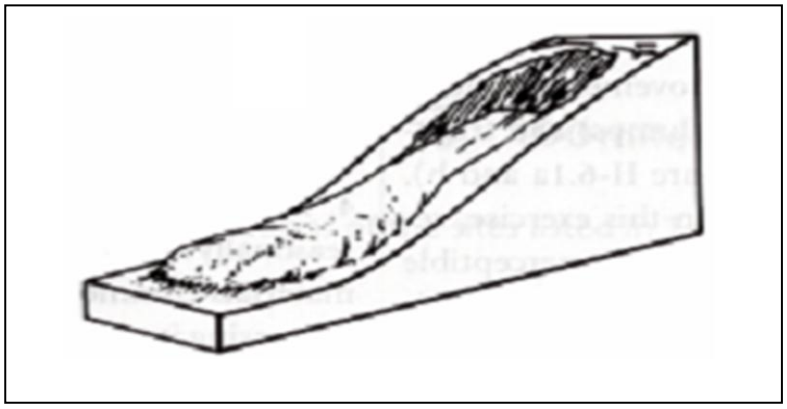


Figure I.4 : Coulée de boue

I.2.3 Ecroulements

Ce sont des chutes soudaines de masses rocheuses figure (I.5). On utilise le terme de chute de pierres pour le détachement de quelques unités de volume inférieur à 1 dm^2, ou chute de blocs pour un volume supérieur. Le terme écroulement est utilisé quand il s'agit de la chute soudaine d'une masse rocheuse qui se détache d'une paroi en se désorganisant.

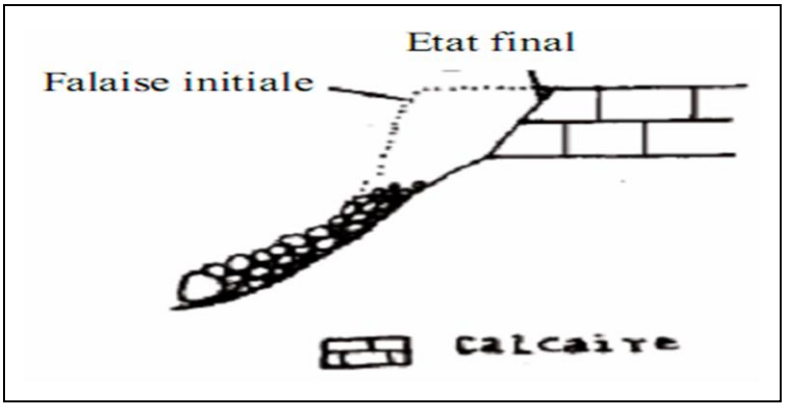
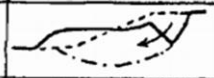
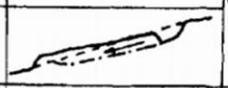
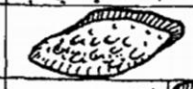


Figure I.5 : Ecroulement

Tableau(I.1) « Principales classes et types de déstabilisation sur les versants en fonction des terrains concernés (d'après Campy M., Macaire J.J., 2003)»

Classes	Types	Schéma	Terrains concernés	Remaniement interne	Vitesse moyenne
GLISSEMENTS DE TERRAIN (sens strict)	GLISSEMENT CIRCULAIRE (loupe)		roches peu cohérentes - marnes - alluvions - moraines	plutôt faible	quelques cm à quelques m par jour discontinu (saisons)
	GLISSEMENT PLAN				
	GLISSEMENT DE NIVEAU D'ALTÉRATION		altérites	plutôt fort	quelques m par jour discontinu (saisons)
COULÉES	COULÉE DE SOLIFLUXION		roches meubles		
	COULÉE DE BOUE				plusieurs m par seconde variable (selon fluidité)
ÉCROULEMENTS	ÉCROULEMENT DE SURPLOMB		roches cohérentes stratifiées ou non		déclenchement très rapide chute en quelques secondes
	ÉCROULEMENT D'AVAL PENDAGE				
FAUCHAGE				variable selon le stade	très lent quelques cm par an

I.2.4 Fluage

Il correspond à des mouvements lents, dus à des sollicitations proches de la rupture (domaine plastique). Dans l'exemple de la figure (I.6), le banc de marne flue sous le poids de la falaise calcaire. Ceci peut provoquer une fissuration du banc calcaire peu déformable et un risque d'écroulement de la falaise.

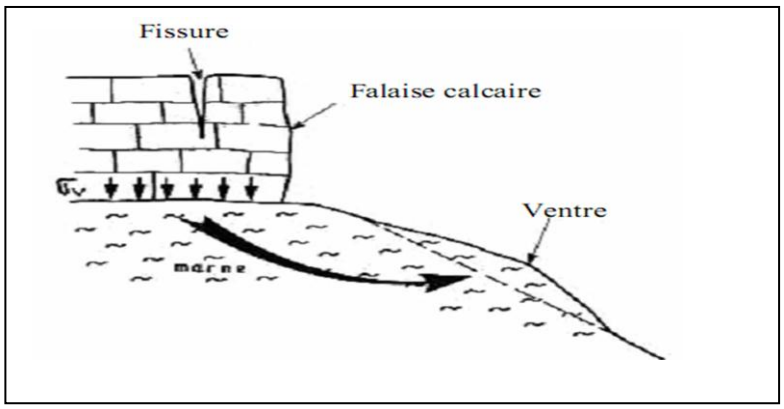


Figure I.6 : Exemple de fluage

I.3 Etude d'un glissement

L'estimation de la sécurité réelle vis à vis du risque de rupture est très délicate quelle que soit l'approche utilisée, particulièrement pour les pentes naturelles et les talus en déblai. Toute étude de stabilité doit être précéder d'une reconnaissance géologique très fine qui permet souvent de mettre en évidence des hétérogénéités locales ainsi que d'autres facteurs (anisotropie, pendage des couches, circulation d'eau, etc.) qui sont pas toujours quantifiables. Les calculs se font maintenant par ordinateur, et les codes de calcul qui traduisent les méthodes, nécessitent, pour conduire une analyse,

de nombreux paramètres qui sont à évaluer à partir de données toujours insuffisantes. Des hypothèses simplificatrices sont donc nécessaires pour adapter le cas réel à celui du modèle de calcul. Il y a aussi tout au long de la démarche, de nombreux choix à faire et ces choix ne peuvent être justifié qu'en fonction d'une bonne connaissance du code de calcul utilisé.

La stabilité des pentes et des talus peut être abordée dans deux optiques différentes, selon qu'il s'agit de prévenir l'apparition de glissements sur un versant réputé stable.

En dehors du repérage géométrique de la surface de rupture, l'étude de la stabilité d'un versant, avant apparition de tout glissement, passe pratiquement par les mêmes règles qui sont exprimés dans ce qui suit.

I.3.1 Reconnaissance des sols

II s'agit d'utiliser au mieux les différentes disciplines qui peuvent permettre d'avoir une bonne connaissance des conditions ayant provoqué le glissement : géomorphologie, géologie, hydrologie et géotechnique ; leur but est de :

- Préciser la nature des différents terrains rencontrés, ainsi que la structure géologique globale ;
- Déterminer les propriétés physiques, hydrauliques et mécaniques du sol ;
- Déceler les zones d'hétérogénéité ;
- Donner les indications sur l'existence éventuelle d'une nappe phréatique et de sa profondeur.

I.3.2 Méthode de calcul

De nos jours, plusieurs méthodes de calcul sont utilisées pour analyser la stabilité des pentes et des talus. Chaque méthode se distingue par certaines hypothèses introduites dans le calcul pour définir mécaniquement et physiquement le sol. Globalement, on retrouve deux grands théories de calcul, une première théorie basé sur le calcul à la rupture et la deuxième théorie sur la relation « contraintes - déformations ». Ces théories de calcul font l'objet des deux chapitres prochains

I.4 Conclusion

Les mouvements de terrains se caractérisent d'une manière générale par le déplacement de masse par gravité. La nécessité de procéder à une classification et de définir les causes essentielles de ces mouvements est l'une des premières préoccupations des mécaniciens de sol, Dans le but de bien situer le problème.

Chapitre II

Calcul à la rupture

II.1 Introduction

Le calcul à la rupture [21], [27]; et plus particulièrement ses applications en mécanique des sols, offre un cadre cohérent rigoureux et efficace pour l'élaboration des méthodes de dimensionnement à la rupture des ouvrages de géotechnique: stabilité de pentes et d'ouvrages de soutènements, calcul de capacité portante des fondations superficielles, etc.

Le calcul à la rupture permet de déterminer l'ensemble des chargements potentiellement supportables par une structure, à partir de la seule connaissance de son domaine de résistance locale, de sa géométrie et de son mode de chargement. Deux approches complémentaires, les méthodes statiques et cinématiques, ont été développées pour la mise en œuvre de cette théorie.

L'introduction d'hypothèses supplémentaires sur le comportement du matériau constitutif de la structure, permet de garantir que les chargements potentiellement supportables mis en évidence par cette approche, sont effectivement supportables par la structure (analyse limite) [6] et [4].

II.2 Définition et hypothèses préliminaires

On se donne une structure désignée par Ω, de contour Γ. Dans une partie de son contour Γ_u, on impose des déplacements nuls. La structure est soumise au chargement ($\underline{f}$.$\underline{T}$), où $\underline{f}$ désigne le chargement constitué par les forces volumiques et $\underline{T}$ le chargement associé aux contraintes imposées dans la partie Γ_T du contour Γ (complémentaire de Γ_u).

Le comportement mécanique du système Ω est représenté par un modèle élastique parfaitement plastique. À ce comportement, on associe un ensemble G(x), qui correspond au domaine de résistance du matériau constituant la structure, au point $\underline{x}$. Cet ensemble est convexe et contient strictement l'état de contraintes nul.

Le comportement du matériau est supposé élastique à l'intérieur du domaine G* et les changements de géométrie peuvent être considérés comme négligeables. On suppose également que les chargements sont quasi-statiques et on considère comme négligeables les forces d'inertie [12]. On rappelle qu'un chargement est dit statiquement admissible s'il vérifie les équations suivantes :

$$\text{div } \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f} = 0 \text{ dans } \Omega.$$

$$\underline{\underline{\sigma}}.\ \underline{n} = \underline{T} \text{ dans } \Gamma_T$$

Où Γ_T désigne la partie de la frontière soumise aux efforts $\underline{T}$, et $\underline{n}$ la normale au contour Γ_T.

II.3 Chargements potentiellement supportables

Un chargement ($\underline{f}$, $\underline{T}$) est potentiellement supportable s'il existe un champ de contraintes statiquement admissibles $\underline{\underline{\sigma}}$ équilibrant le chargement ($\underline{f}$, $\underline{T}$) et tel que $\underline{\underline{\sigma}} \in G, \forall \underline{x} \in \Omega$.

L'ensemble des chargements potentiellement supportables sera désigné par K dans la suite. Mécaniquement, la signification de K est la suivante : si un chargement n'appartient pas à K, la ruine de la structure Ω, est certaine sous ce chargement ; par contre, si un chargement appartient à K, on ne peut rien affirmer sur la stabilité de la structure, sans avoir des précisions sur la loi de comportement du matériau [21].

L'ensemble K a les mêmes propriétés de convexité que G et contient aussi le chargement nul. Les chargements appartenant à la frontière de K sont dits chargements extrêmes.

II.3.1 Détermination de l'ensemble K

La détermination analytique de K est en général impossible. Dans ces conditions, on essaye de donner un encadrement de cet ensemble, à partir des approches dites statique et cinématique, qui conduisent respectivement à la mise en évidence de bornes inférieures et supérieures de l'ensemble K.

a) Approche statique

Le théorème statique, qui conduit à une approche de K par l'intérieur, est inspiré directement de la définition de chargement potentiellement supportable. Il peut être énoncé comme suit :

S'il existe un champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ dans la structure Ω équilibrant le chargement (f, T), statiquement admissible et tel que $\underline{\underline{\sigma}} \in G$, alors la structure est potentiellement stable sous ce chargement. L'approche statique basée sur ce théorème consiste à mettre en évidence des champs de contraintes statiquement admissibles respectant le critère de résistance. Cette méthode permet d'approcher l'ensemble K par l'intérieur. L'ensemble résultant de cette approche sera désigné par K_{stat}.

b) Approche cinématique

Cette approche fait appel à la définition des fonctions π:

$\pi_G(\underline{\underline{d}}) = \sup(\underline{\underline{\sigma}}.\underline{\underline{d}} \backslash \underline{\underline{\sigma}} \in G)$ et $\pi_G(\hat{U}) = \sup(\hat{U}\underline{\underline{\sigma}}.n \backslash \underline{\underline{\sigma}} \in G)$

Où $\underline{\underline{d}}$ désigne le tenseur des vitesses de déformation et Û le champ de vitesses virtuel. La quantité $P_{rm}(u) = \int_\Omega \pi_G(\underline{\underline{d}}) + \int_{\Gamma d} \pi_G(\hat{U})$ représente la puissance résistante maximale dans le champ de vitesses, et la quantité $L(\hat{U}) = \int_\Omega f.\hat{U} + \int_{\Gamma d} T.\hat{U}$ la puissance des efforts extérieurs.

Le résultat fondamental de l'approche cinématique peut être présenté sous la forme suivante (Salençon, 1994) :

$\forall (f, T) \in K$, $\forall \hat{U}$ cinématiquement admissible $L(\hat{U}) - P_{rm}(\hat{U}) < 0$

On définit l'ensemble K_{cin} comme étant l'ensemble des chargements dont la puissance, dans tout champ de vitesses cinématiquement admissibles, est inférieure à la puissance dissipée par le système.

K_{cin} contient le convexe K et par conséquent le convexe K_{stat} (voir Figure II.1) dans le cas d'un mode de chargement à deux paramètres Q_1 et Q_2).

L'utilisation de l'approche cinématique passe donc par la minimisation de la fonctionnelle $J(\hat{U}) = P_{rm}(\hat{U}) - L(\hat{U})$, sur l'ensemble des vitesses cinématiquement admissibles. Classiquement, l'approche de K par l'extérieur est mise en œuvre en imposant des mécanismes simples, dépendant d'un nombre fini (généralement petit) de paramètres. La fonctionnelle $J(\hat{U})$ est ensuite minimisé par rapport à cet ensemble de paramètres.

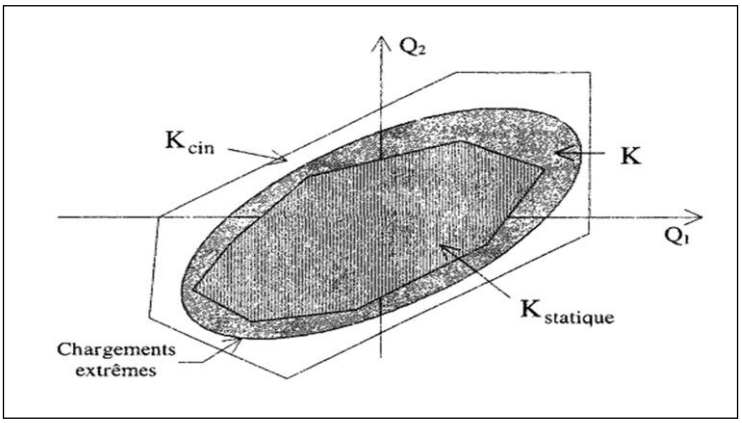


Figure II.1 : Approches par l'extérieur du convexe K

II.4 Analyse Limite

Les développements qui précédent ne considèrent que le convexe G, représentant le domaine élastique et qui caractérise le niveau de contraintes à partir duquel les déformations plastiques peuvent se produire.

L'autre notion importante dans un modèle de plasticité est la détermination des déformations plastiques, celles-ci étant déduites d'un potentiel plastique et d'une règle d'écoulement. Dans ce cas, la règle d'écoulement s'écrit sous la forme :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}$$

Ou $\dot{\lambda}$ désigne le multiplicateur plastique ($\dot{\lambda} \geq 0$).

En se basant sur les résultats de Brezis (1973) sur l'existence de la solution d'un problème d'évolution élasto-plastique, on peut énoncer le résultat suivant [21], [20]:

«Tout chargement intérieur à l'ensemble K sera effectivement supporté par la structure ; les chargements appartenant à la frontière de K sont appelés chargements limites ».

L'utilisation d'une règle d'écoulement associée pourrait soulever quelques problèmes dans le cas des matériaux non associés. C'est en particulier le cas des matériaux caractérisés par un critère de **Mohr-Coulomb**, pour lesquels les vitesses de déformation sont calculées à partir d'un potentiel plastique différent de la fonction de charge. Toutefois cette difficulté est levée car les bornes supérieures calculées en utilisant la règle d'écoulement associée, sont aussi des bornes supérieures pour le matériau non associé [6] et [7].

II.5 Stabilité à court terme et à long terme

Le choix des caractéristiques mécaniques à utiliser dans un calcul de stabilité est conditionné par :

- Les conditions de drainage en cours de cisaillement, les quelles découlent de la perméabilité du matériau et de la vitesse du processus de rupture. Cette vitesse, dans le cas des glissements de terrain, est très variable d'un glissement à l'autre, et, pour un même glissement, elle est en fonction de la période considérée.
- L'état de consolidation du matériau.

Ces conditions jouent un rôle décisif dans la rupture des milieux argileux qui constituent les matériaux préférentiels des glissements de terrain.

Par référence aux catégories d'essais de cisaillement qu'on peut réaliser en laboratoire, on admet que la rupture en place se rattache soit au type non drainé, soit au type drainé.

1. Adoption des caractéristiques non consolidées non drainées ϕ_u et C_u : Elles correspondent à une rupture "rapide" et sont donc adaptées à l'étude de la stabilité dite "à court terme " :

- des ouvrages en terre (digues, remblais).
- des sites sur lesquels on réalise un nouvel ouvrage (immeuble, mur de soutènement, fouille, remblai, etc.) qui modifie "brutalement" l'état de contraintes antérieur.

2. Adoption des caractéristiques drainées ϕ' et c' : La mobilisation des caractéristiques effectives impliques que le processus de rupture est suffisamment lent pour qu'on ait en permanence la pression interstitielle u = 0 le long de la future surface de rupture. Cette hypothèse correspond assez bien aux études de stabilité "à long terme".

On sait que les versants sujets à des glissements évoluent par phases lentes entrecoupées de phases actives rapides. Il est donc toujours nécessaire d'effectuer un calcul de stabilité à partir de c' et ϕ' puis un calcul à partir de ϕ_u et c_u quelque fois à partir de ϕ_{cu} et c_{cu} lus petite des valeurs du coefficient de sécurité représente la stabilité réelle du site.

II.6 Résistance au cisaillement

Rappelons le schéma classique figure (II.2) de la rupture d'un milieu argileux. Il en ressort : tant que la déformation le long de la future surface de rupture reste faible ($\leq \Delta l_p$), la résistance au cisaillement disponible est bien la valeur de pointe (on dit aussi « de pic ») τ_{fp} . Si la déformation devient importante, cette résistance diminue progressivement pour se limiter à la valeur résiduelle τ_{fp}.

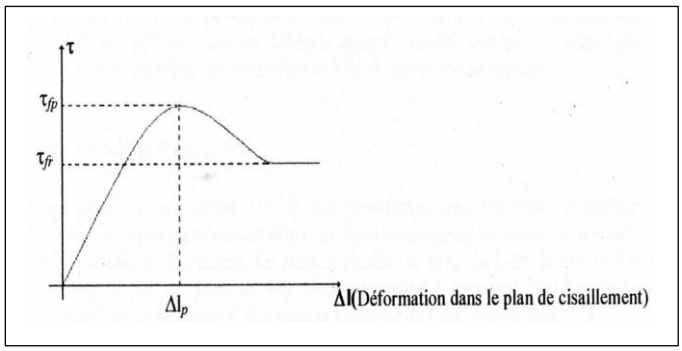


Figure II.2 : Diagramme contrainte/déformation lors du cisaillement d'un milieu argileux

La valeur τ_{fp} s'applique à un site rigoureusement stable, la valeur τ_{fr} aux sites de stabilité précaire, et donc à beaucoup de versants naturels qui ont été soumis depuis toujours à une évolution lente. Pour un calcul de stabilité portant sur un glissement, c'est la valeur résiduelle qui doit être prise en compte. De même, dans tous les cas douteux, il est prudent de définir les caractéristiques **ϕ** et **c** à partir de la valeur résiduelle.

II.7 Notion de coefficient de sécurité

De nombreuses publications ont été faites sur les divers coefficients de sécurité que l'on est susceptible d'adopter pour définir la stabilité des talus [22], [19], [11], [10].
Si les données géotechniques nécessaires sont définies, le calcul de la stabilité des pentes peut être effectué à l'aide d'une des méthodes de calcul connues. Le principe de calcul consiste à déterminer le coefficient de sécurité $\mathbf{F_s}$ par lequel il faut diviser la résistance de la surface de glissement pour que la masse potentiellement stable soit à la limite de l'équilibre. On distingue deux manières différentes d'utiliser les méthodes de calcul :

- Dans la première, le glissement a déjà eu lieu, il s'agit d'une valeur de Fs inférieure ou égale à 1, dans ce cas la surface exacte est connue et on cherche à déterminer, pour Fs =1, les caractéristiques correspondantes.
- La deuxième, la plus fréquente, consiste à déterminer la marge de sécurité disponible et adopter les solutions adéquates pour améliorer la sécurité de l'ouvrage en répondant à des exigences en fonction de l'emploi des talus.

Pour évaluer la stabilité d'une pente, l'ingénieur doit choisir entre plusieurs définitions du coefficient de sécurité, ce coefficient peut être un rapport de forces, de moments, de grandeurs par rapport à une grandeur limite comme le montre le tableau (II.1) :

Tableau (II.1) « Différents exemples de définitions d'un coefficient de sécurité, LAMBE [1973] »

Définition	**Formule**
Rapport de contraintes	F=τmax/τ
Rapport de forces	F=Erésist/Emoteur
Rapport de moments	F=Mresist/Mmoteur
Rapport de grandeurs	Par ex: H/Hmax

Dès que l'ingénieur fait un choix et calcule le coefficient de sécurité, la surface de rupture déterminante, trouvée par essais, est celle qui fait paraître le plus petit coefficient de sécurité. Ce coefficient de sécurité minimal à adopter dépendra du type d'ouvrage et de son utilisation. Il est évident que pour des ouvrages dont la stabilité doit être garantie à tout prix (risque pour les personnes,

site exceptionnel…), le coefficient de sécurité Fs doit être élevé, tandis que pour certains sites peu importants ou pour certains ouvrages courants, et lorsqu'il n'y a pas de risque pour la vie humaine, on peut accepter des valeurs plus faibles (valeur courante de Fs est de 1.5).

II.8 Méthodes de calcul à la rupture

II.8.1 Principes et hypothèses des méthodes de calcul à la rupture

Dans l'étude de la stabilité des pentes et talus, deux cas de figure peuvent se présenter soit :

- Il n'y a pas de surface de glissement préférentielle, c'est le cas des sols relativement homogènes ne présentant pas de discontinuités géologiques, la surface sur laquelle pourrait y avoir rupture n'est pas connue. Elle est alors définie sur la base d'un coefficient de sécurité minimal et d'une rupture cinématiquement possible. Afin de préciser la surface de rupture la plus critique et le coefficient de sécurité qui lui est associé, on utilise généralement des méthodes de calcul à la rupture itérées de nombreuses fois.
- La masse rigide en glissement se déplace le long d'une surface de géométrie bien définie, c'est le cas des massifs rocheux fracturés, pour lesquels la cinématique du mouvement est conditionnée par les discontinuités et leur orientation spatiale. C'est aussi le cas pour les sols lorsqu'il peut y avoir mouvement le long d'une surface de glissement préexistante.

Dans les deux cas, le comportement du géomatériau est supposé suivre la loi de Mohr- Coulomb. Les méthodes de calcul à la rupture sont très appropriées, car on peut écrire facilement les équations qui relient les variables, mais, sauf pour les cas les plus simples, le nombre d'inconnues est bien supérieur au nombre d'équations. Pour pouvoir résoudre les équations, il faut donc introduire des hypothèses supplémentaires et simplificatrices de manière à égaler le nombre d'inconnues et le nombre d'équations.

Le principe de base de toutes ces méthodes est de découper le volume de sol étudié en un certain nombre de tranches et d'appliquer les différentes forces comme le montre à titre indicatif la figure (II.3), Toutes ces méthodes ont en commun la même difficulté qui est de trouver à la fois :

- la surface critique.
- les contraintes normales et tangentielles le long de cette surface.
- le coefficient de sécurité (sur le critère de rupture) en partant des équations d'équilibre.

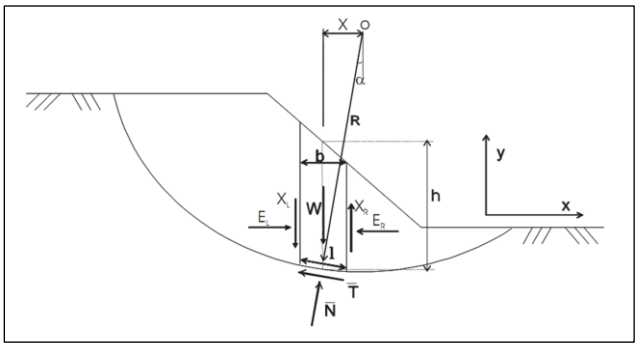


Figure II.3 : Exemple d'une rupture circulaire

Comme on peut le voir sur la figure (II.3), les forces agissantes sur la tranche, peuvent être définies comme suit :

W : Poids total de la tranche de largeur b et de hauteur h

$\overline{N}$, $\overline{T}$: Composantes normale et tangentielle de la force agissant à la base de la tranche

X, E : Composantes verticale et horizontale des forces entre les tranches

b : Epaisseur de la tranche (b = l.cos α)

α : Angle que fait la base de la tranche avec l'horizontale

R : Rayon du cercle de rupture de centre o

l : Longueur du plan de glissement de la tranche

x : Bras de levier du poids des terres

Définissons les efforts comme suit :

$\overline{N} = \sigma \, . \, l$ et $\overline{T} = \tau_m \, . \, l$

Où τ_m est la contrainte de cisaillement mobilisée à la base de la tranche qui peut être exprimée par :

$$\tau_m = \frac{\tau}{F_s}$$

où τ est donnée par l'équation de Mohr- Coulomb: $\tau = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Fs est le coefficient de sécurité par lequel la résistance au cisaillement du sol doit être réduite pour amener la masse de sol dans un état d'équilibre limite.

Il vient alors :

$$\text{Et} \quad \overline{T} = \frac{\tau}{F_s} l = \frac{1}{Fs} [c' + (\sigma - u) \tan \emptyset']$$

$$\text{Ou} \quad \overline{T} = \frac{1}{Fs} [c' l + (\overline{N} - u l) \tan \emptyset'] \qquad \text{(II.1)}$$

Pour une tranche :

• En projetant verticalement toutes les forces :

$$\overline{N} \cos\alpha + \overline{T} \sin\alpha = W - (X_R - X_L) \qquad \text{(II.2)}$$

Si on remplace $\overline{T}$ par sa valeur dans l'équation (II.1), on obtient :

$$\overline{N} = \left[W - (X_R - X_L) - \frac{1}{F_s} (c' l \sin\alpha - u l \tan\emptyset' \sin\alpha \right] / m_\alpha \qquad \text{(II.3)}$$

Ou

$$m_\alpha = \cos\alpha \left(1 + \tan\alpha \frac{\tan\phi'}{F_s} \right) \qquad \text{(II.4)}$$

• En projetant horizontalement toutes les forces :

$$\overline{T}\cos\alpha - \overline{N}\sin\alpha + E_R - E_L = 0 \qquad (II.5)$$

Si on remplace $\overline{T}$ par sa valeur dans l'équation (II.1), on obtient :

$$E_R - E_L = \overline{N}\sin\alpha - \frac{1}{F_s}[c'l + (\overline{N} - ul)\tan\phi']\cos\alpha \qquad (II.6)$$

On peut définir le coefficient de sécurité comme suit :

- Soit on le définit à partir de l'équilibre de moment de toutes les forces et on va le désigner par F_m .
- Soit on le définit à partir de l'équilibre global des forces horizontales, les unes tendant à bouger la masse de sol, les autres tendant à la stabiliser, et on va le désigner par F_f.

- **Equilibre global des moments :**

$\sum W.x = \sum \overline{T}.R$ et si on remplace $\overline{T}$ par sa valeur dans l'équation (II.1) et x par R sin α :

$$F_m = \frac{\sum[c'l + (\overline{N} - ul)\tan\phi']}{\sum W\sin\alpha} \qquad \textbf{(II.7)}$$

- **Equilibre global des forces :**

En absence de tout chargement de la masse de sol étudiée :

$\sum E_R - E_L = 0$

$\sum X_R - X_L = 0$

D'où, l'équation (II.6) donne :

$$F_f = \frac{\sum[c'l + (\overline{N} - ul)\tan\phi')]\cos\alpha}{\sum \overline{N}\sin\alpha} \qquad (II.8)$$

En général, les deux coefficients de sécurité sont assez proches et BISHOP [1955] montre que F_m est moins sensible aux hypothèses sur les forces inter tranches.

Pour trouver les deux coefficients de sécurité F_m et F_f , certaines hypothèses doivent être posées pour résoudre les équations. A titre indicatif, nous citons certaines méthodes d'équilibre limite et leurs hypothèses :

II.8.2 Méthodes globales

Ces méthodes sont principalement utilisées pour l'étude d'équilibre d'un massif homogène considéré globalement, et l'on suppose que la rupture se produira le long d'un arc de cercle. Elle vise à déterminer l'état de contrainte au sein de ce massif supposé rigide plastique au voisinage de l'équilibre limite figure (II.3). Les forces agissant sur la masse en rupture sont :

- Force due au poids des terres W.
- Résultante due à l'écoulement de l'eau U.
- Résultante des composantes normales ($N = \sigma\, ds$).
- Résultante des composantes tangentielles ($T = \tau\, ds$).

La résolution du problème se fait à l'aide de deux équations de projection du polynôme des forces et de l'équation du moment par rapport au point «O».

Les équations font intervenir les contraintes σ dont la répartition le long du cercle est inconnue. Le calcul de F à partir de ces relations ne peut donc être fait qu'en se fixant une loi de répartition de σ.

On dispose pour l'étude globale de la rupture circulaire d'un massif homogène d'un certain nombre des méthodes qui ne différent essentiellement que par la nature de l'hypothèse prise sur la distribution des contraintes le long de la courbe de rupture.

II.8.3 Méthode de Fellenius [1927]

Hypothèses

La méthode de Fellenius en1927 a utilisé l'hypothèse suivante.

- Une surface de glissement circulaire et divise le talus en tranches.
- Néglige les forces verticales et horizontales entre les tranches, Figure (II.4). A partir des équations (II.2) et (II.5), la force normale $\overline{N}$ s'écrit :

$$\Rightarrow\begin{cases}\overline{N}.\cos\alpha + \overline{T}.\sin\alpha = W\\ \overline{T}.\cos\alpha - \overline{N}.\sin\alpha = 0\end{cases}\Rightarrow \overline{N} = W.\cos\alpha$$

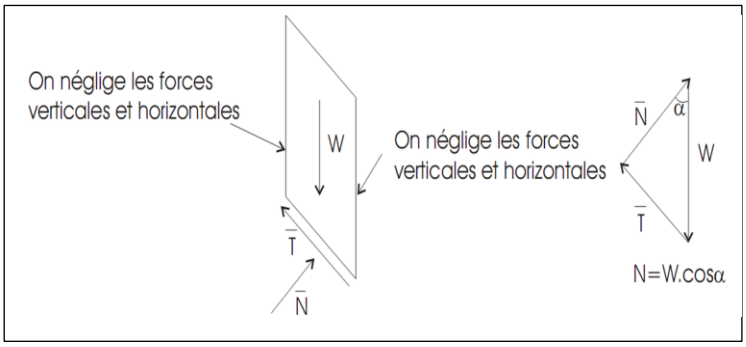


Figure II.4 : Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Fellenius

La méthode de Fellenius vérifie l'équilibre global des moments, ce qui fait qu'en remplaçant dans l'équation (II.7) $\overline{N}$ par sa valeur trouvée ($\overline{N}$ =W. cos α), on aura :

$$F_m=\frac{\sum c'l+(W\cos\alpha - ul)\tan\phi'}{\sum W\sin\alpha} \qquad (II.9)$$

La méthode de Fellenius donne des résultats très satisfaisants pour des sols homogènes et elle est moins précise que les autres méthodes des tranches pour les autres types des sols.

II.8.4 Méthode simplifiée de BISHOP [1955]

Hypothèses

En 1955, Bishop a apporté une amélioration à la méthode de Fellenius qui est basée sur les hypothèses suivantes :

- Une surface de glissement circulaire ;
- Elle néglige les forces verticales entre les tranches figure (II.5), il a toutefois montré le fait d'admettre que V(x) = 0 n'avait que peu d'influence (10 à 15 %) sur la précision des résultats du calcul [4], [10].

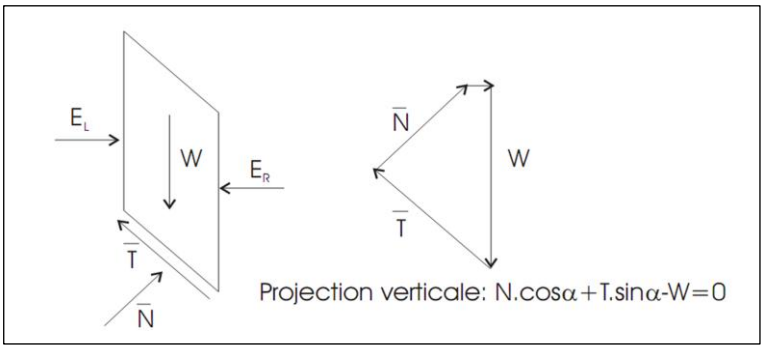


Figure II.5 : Forces sur une tranche dans la méthode de Bishop simplifiée

La méthode de Bishop et contrairement à Fellenius vérifier l'équilibre des moments ainsi que l'équilibre vertical pour chaque tranche, mais elle néglige l'équilibre horizontal des forces.

L'équilibre vertical donne par l'équation (II.3) et d'après l'hypothèse faite sur les forces entre les tranches ($X_R - X_L = 0$), nous aurons :

$$\Rightarrow \bar{N} = \left[W - \frac{1}{F_s}\left(c' l \sin\alpha - u l \tan\emptyset' \sin\alpha\right)\right] / m_\alpha$$

Si on remplace $\bar{N}$ dans l'équation (II.7) nous aurons :

$$F_m = \frac{\sum [c' l \cos\alpha + (W - u l \cos\alpha)\tan\emptyset'] / m_\alpha}{\sum W \sin\alpha} \qquad \text{(II.10)}$$

Où :

$$m_\alpha = \cos\alpha \left(1 + \tan\alpha \frac{\tan\phi'}{F_m}\right)$$

Nous constatons que le calcul du coefficient de sécurité F_m calculé par la méthode de bishop, dû à l'équilibre des moments, se retrouve dans les deux membres d'équation, et donc, la résolution de cette équation (II.10) passe par le calcul itératif.

Généralement, on prend la valeur du coefficient de sécurité obtenue avec la méthode de Fellenius comme point de départ de cette itération. Cette méthode est plus précise que celle de Fellenius et le calcul se prête particulièrement bien au traitement par ordinateur.

II.8.5 Méthode simplifiée de JANBU [1956]

Hypothèses

- La méthode suppose une surface de glissement quelconque.
- Elle suppose que les forces entre les tranches sont horizontales.

La méthode de Janbu vérifie l'équilibre des forces horizontales et verticales, tout en négligeant l'équilibre des moments, en utilisant l'équation (II.8):

$$F_f = \frac{\sum [c' l + (\bar{N} - u l)\tan\emptyset'] \cos\alpha}{\sum \bar{N} \sin\alpha} \qquad \text{(II.11)}$$

Et si on projette parallèlement à la base de la tranche, cette équation équivaut à :

$$\mathbf{F_f} = \frac{\sum[c'l+(\bar{N}-ul)\tan\emptyset\prime] / \cos\alpha}{\sum W \tan\alpha} \quad \text{(II.12)}$$

Ce coefficient de sécurité F_f est corrigé par un coefficient f_0 dépendant de l'allure de la courbe de rupture et des propriétés du sol : $F'_f = f_0 . F_f$

II.8.6 Méthode Suédoise modifiée, U.S. Army Corps Of Engineers [1970]

Hypothèses

- La méthode suppose également une surface de glissement quelconque (non circulaire).
- Contrairement à la méthode de Janbu, elle suppose que les forces entre les tranches sont inclinées parallèlement à la pente moyenne Figure (II.6).

Comme la méthode de Janbu, elle vérifie l'équilibre horizontal et vertical des forces, mais elle néglige l'équilibre des moments.

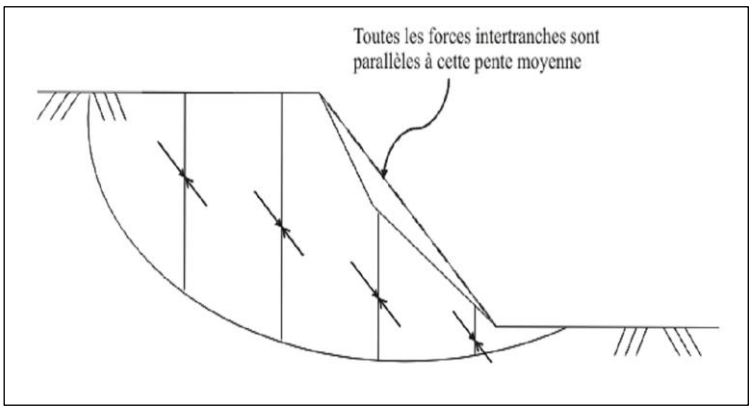


Figure II.6 : Inclinaison des forces dans la méthode Suédoise modifiée

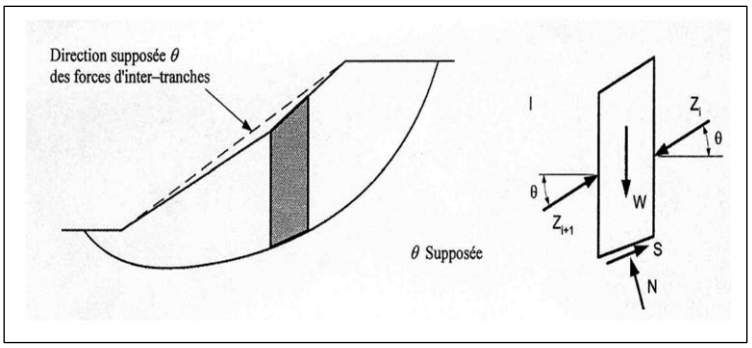


Figure II.7 : Force agissante sur une tranche pour la méthode Suédoise modifiée

Le coefficient de sécurité est obtenu par supposition de plusieurs valeurs (un procédé itératif), et en construisant le polygone des coefficients de forces pour chaque des vecteurs de forces pour chaque tranche jusqu'à ce que l'équilibre de forces soit satisfait pour toutes les tranches. Les forces agissantes au-dessus pour le cas où il n'y a aucune pression interstitielle sont montrées dans la figure (II.7).

Les forces comprennent le poids de la tranche W, les forces des cotés gauches et droites de la tranche (Zi et Zi+1), et les forces normales et de cisaillement sur la base de la tranche (N et S). La force d'inter-tranche, Zi, représente la force du coté supérieur de la tranche, alors que Zi+1.

Cette méthode est moins précise qu'une solution avec l'équilibre complet des forces et dépend de l'hypothèse faite sur l'inclinaison des forces entre les tranches.

II.8.7 Méthode de Spencer [1967], Morgenstern-Price [1965]

Hypothèses

- La méthode suppose une surface de glissement non circulaire.
- Elle suppose que les forces entre les tranches sont parallèles entre elles afin de rendre le problème déterminé Figure (II.8).
- Elle suppose aussi que la force normale **N** agit au centre de la base de chaque tranche.

Cette méthode vérifie l'équilibre horizontal et vertical des forces, l'équilibre des moments en un point quelconque ; et détermine également l'inclinaison des forces entre les tranches, ce qui donne une inconnue supplémentaire. Cette méthode est précise et elle est applicable à toutes les géométries et types de sol.

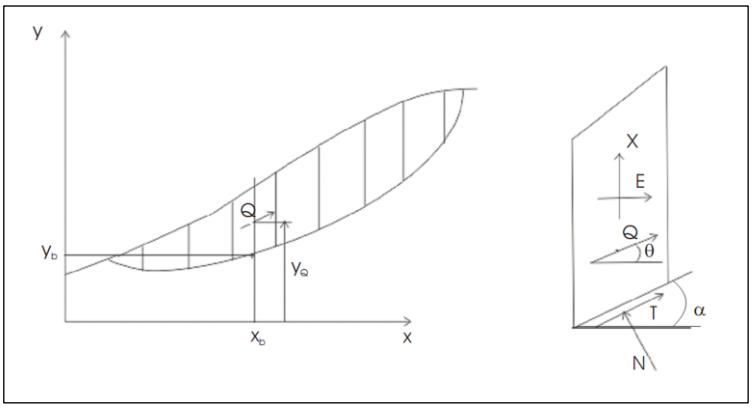


Figure II.8 : Coordonnées de la surface de glissement pour la méthode de Spencer

Pour SPENCER [1967] l'inclinaison θ est constante et pour MORGENSTERN et PRICE [1965] le rapport $\frac{X}{R} = \lambda\ f\ (X)$, où f(x) est une fonction qui varie continuellement le long de la surface de glissement, λ étant le coefficient d'échelle.

II.8.8 Méthode de Taylor et Caquot

Taylor (1937) [25], puis Caquot (1954) [5], ont développé une méthode graphique permettant le calcul de rupture circulaire dans un talus homogène cohérent et frottant, appelée méthode du cercle de frottement. Le terme cohésion le long de l'arc de cercle (de centre O et de rayon R) est, du point de vue force équivalente, remplacé par une force parallèle à la corde de l'arc et de valeur c'*l*, *l* étant la longueur de l'arc Figure (II.9).

Taylor suppose que la contrainte est sinusoïdale le long de la courbe de rupture. F est obtenu en vérifiant uniquement l'équilibre des forces. Les résultats des investigations effectuées sur les caractéristiques mécaniques requises pour assurer la stabilité des talus, sont mis sous forme d'abaques rendant l'utilisation de la méthode facile.

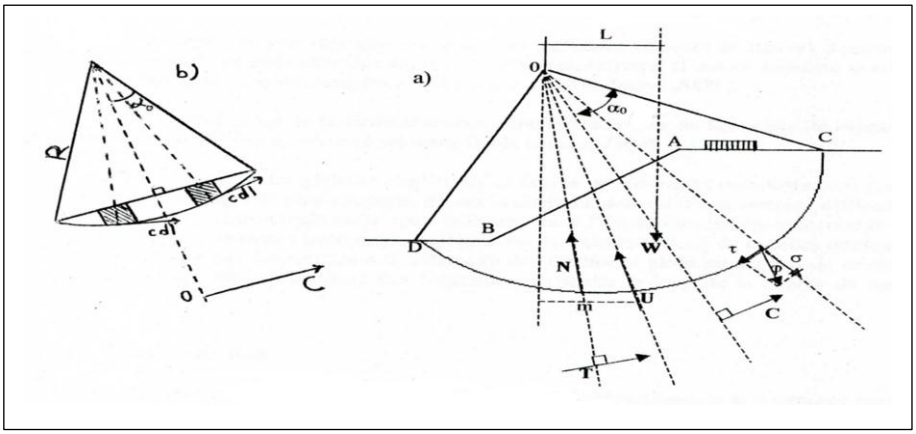


Figure II.9 : Equilibre global

• Caquot a adopté la définition de Fellinius du coefficient de sécurité F, en écrivant l'équilibre de la masse sujette au glissement en projetant les équations d'équilibre sur les deux axes ox, oy. La résolution du problème se présente sous forme d'une équation du 3eme degré en F. le coefficient F s'exprime alors par une fraction contenant les divers paramètres du site :

$$F = \frac{2\alpha_0 r^2 c + r\,tg\phi \frac{\alpha_0}{\sin\alpha_0}(W+U)_y}{WL - Um} \qquad (II.13)$$

En 1967 des abaques sont établis.

II.8.9 Méthode de Biarez

A partir des hypothèses de Caquot, Biarez (1960) [3] a introduit une autre approche à l'aide du funiculaire des forces, pour l'écriture de l'équilibre statique. F est obtenu par la formule suivante :

$$F = \frac{2\alpha_0 r^2 c + r\,tg\,\phi^{''}.L^{''}}{WL - Um} \qquad (II.14)$$

Où «L» est la longueur du funiculaire

Des abaques sont établis pour faciliter sa pratique.
L'expérience montre que les deux méthodes (Caquot et Biarez) donnent des résultats équivalents mais avec des degrés de raffinement divers. Il en va de même d'ailleurs pour la méthode de Taylor [32], [8], [9].

L'influence de la distribution des contraintes le long de la surface de rupture sur la valeur du coefficient de sécurité est assez faible (Faure, 1984).

Les méthodes globales explicitées ci-dessus ne répondent manifestement pas aux besoins de la pratique la plus courante, du fait vraisemblablement d'une certaine difficulté de traitement, elles sont actuellement peu utilisées, mais l'évolution des moyens numériques leur apporte un renouveau intéressant, l'intégration de valeurs le long de courbes quelconque étant très simple par discrétisation. L'efficacité des méthodes globales dépend de ce fait du bon paramétrage de la répartition des contraintes normales le long de la courbe de rupture [9].

II.8.10 Méthode de Bell

Bell (1969) propose de prendre une fonction de répartition de la contrainte normale le long de la courbe de rupture définie par deux paramètres d'ajustement λ, et μ :

$$\sigma_n = \lambda \gamma h + \mu \sin(\pi(x-x_o)(x_1-x_o)) \quad \text{(II.15)}$$

Où x, x_1, x_0 sont les abscisses curvilignes du point courant et des extrémités de la courbe de rupture. Cette fonction de répartition n'a pas permis à la méthode de fournir des résultats probants.

II.8.11 Méthode des perturbations

La méthode des perturbations est une méthode globale proposée par Raulin et al(1974) et développée par 8]. Elle peut s'énoncer de la façon suivante figure (II.10) :

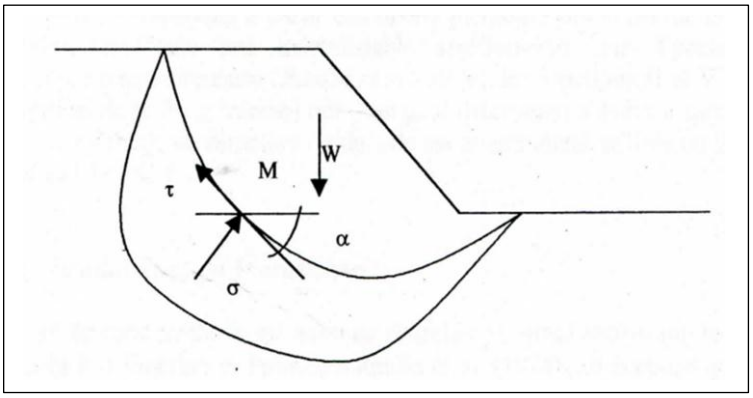


Figure II.10 : Mise en œuvre de la méthode des perturbations

Soit un massif de terre délimité par une courbe de rupture quelconque. Il est en équilibre sous son propre poids et la réaction du sol sous-jacent. La distribution des contraintes normales ainsi que les valeurs de la pression interstitielle en tout point le long de la courbe de rupture est défini à l'aide d'une contrainte approchée connue, modifiée ou perturbée par deux paramètres. La loi de Coulomb permet d'exprimer les contraintes de cisaillement maximales. Le coefficient de sécurité est défini classiquement comme le rapport du cisaillement maximal disponible au cisaillement nécessaire à l'équilibre.

En partant des propriétés tensorielles du champ des contraintes, [21] ont donné la forme analytique la plus générale de la fonction σ(x). Cette étude a montré que σ(x) s'exprime en fonction de σ et ϕ' et dépend linéairement de deux fonctions inconnues (σ_x , σ_{yx}) tel que :

$$\sigma(x) = \gamma.h.\cos^2\alpha \left[\frac{\alpha_x}{\gamma.h} tg^2\alpha - \frac{\sigma_{xy}+\sigma_{yx}}{\gamma.h}.tg\,\alpha + \frac{\sigma_y}{\gamma.h}\right] \quad \text{(II.16)}$$

C'est ainsi qu'a été étudié le rapport de perturbation :

$$P = \sigma / \sigma_F \quad \text{(II.17a)}$$

Avec

$$\sigma_p = \gamma.h.\cos^2\alpha \quad \text{(II.17b)}$$

σ_F étant la projection du poids sur la normale à la surface de rupture inclinée d'un angle a sur l'horizontale.

Après plusieurs essais effectués Raulin et al. (1974), ont montré que l'on peut adopter pour σ(x) une expression de la forme :

$$\sigma(x) = \sigma_F(\lambda + \mu tg\alpha) \quad \text{(II.18)}$$

Ainsi le système est résolu globalement à l'aide des trois équations appliquées à tout le massif, ce qui fournit les valeurs des trois inconnues du problème qui sont le coefficient de sécurité et les deux paramètres qui modifient la contrainte approchée.

Des calculs comparatifs à partir des divers méthodes ont confirmé que la méthode des perturbations représente une incontestable amélioration dans l'estimation de F, notamment en rupture non circulaire (Raulin et al., 1974), les fonctions H et V (composantes horizontal et vertical de la force interne) que l'on peut déterminer s'avèrent très régulières, ce qui confère à cette méthode un caractère fiable, elle est couramment utilisée au laboratoire des ponts et chaussées (LCPC).

II.8.12 Méthode de minimisation énergétique :

L'objet de cette méthode est aussi de chercher la forme analytique la plus générale qu'on peut donner à la fonction σ. Pour cela Raulin et al. (1974) ont supposé qu'il existe une fonction potentielle de courbe de rupture.

Parmi toutes les répartitions de contraintes satisfaisant aux équations de la statique Raulin et al. (1974) ont choisi celle qui rend le potentiel minimum. Cette méthode consiste à minimiser l'intégral :

$$L(\sigma, \tau) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{2}\phi(\sigma, \tau)dx \quad \text{(II.19)}$$

où ϕ (σ, τ) étant une forme quadratique définie positive (Raulin et al. (1974)).

Raulin et al. (1974) ont montré que la valeur obtenue pour F par cette méthode ne dépend que très peu (2 à 3%) du choix de ϕ mais il n'en est pas de même pour σ. Pour illustrer ce phénomène, ils ont choisi les formes de ϕ suivante :

$$\phi_1 = (\sigma^2 + \tau^2)(ds/dx)^2 \quad \text{(II.20a)}$$

$$\phi_2 = (\sigma - \gamma.h\cos^2\alpha)(ds/dx)^2 \quad \text{(II.20b)}$$

D'une manière générale, il semblerait que la forme ϕ_2 donne les répartitions de σ qui paraissent être meilleures.

II.8.13 Comparaison des valeurs du coefficient de sécurité

Raulin et al. (1974) ont effectué une étude comparative portant sur la valeur du coefficient de sécurité en utilisant les méthodes décrites précédemment, considérant plusieurs exemples pour chaque méthode, l'ensemble des résultats obtenues est consigné dans le tableau II.2.

- Méthode 1: Morgensterin et Priée avec la variante numérique mise au point par Raulin et al. (1974)
- Méthode 2: Janbu
- Méthode 3: méthode de la ligne de passage imposée.
- Méthode 4: méthode de résolution lorsque la ligne d'action est confondue avec la courbe de Rupture
- Méthode 5 : méthode de minimisation
- Méthode 6: méthode des perturbations
- Méthode 7: Bishop simplifiée
- Méthode 8 : Morgensterin et Priée
- Méthode 9: J.M.Bell

Tableau (II.2) « Les valeurs du coefficient F »

F	Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3	Méthode 4	Méthode 5	Méthode 6	Méthode 7	Méthode 8	Méthode 9
Ex 1	2.037	2.090	2.031	2.029	2.033	2.030	1.959	2.045	
Ex 2	0.620	0.666	0.634	0.629	0.642	0.628	0.619		
Ex 3	3.410	3.352	3.370	3.321	3.450				3.425
Ex 4	0.915	0.945	0.916	0.942	0.903	0.937			

Les valeurs de F données dans le tableau II.2 sont dans l'ensemble très cohérentes. Les valeurs données par les méthodes vérifiant les équations de la statique (1, 3,4,5,6) sont très voisines les unes des autres.

Pour compléter cette description de la diversité des méthodes de calculs, il convient de rappeler que chaque méthode est particulière, délicate à maîtriser et qu'il est parfois tentant, du fait de délais de réponse de plus en plus courts, d'utiliser la méthode que l'on possède dans des situations, où elle ne devrait pas être employée [9].

II.8.14 Limites des méthodes analytiques.

- ❖ Les analyses du type équilibre limite ont été utilisées depuis longtemps en géotechnique et sont maintenant utilisées de façon routinière dans la pratique de l'ingénierie géotechnique.
- ❖ Les outils informatiques graphiques modernes ont permis d'obtenir un bien meilleure compréhension des détails numériques internes de la méthode. Un examen plus poussé des détails révèle que la méthode d'équilibre limite des tranches comporte de sérieuses limitations.
- ❖ Le défaut fondamental des méthodes d'équilibre limite, qui ne satisfont que les équations de la statique, est, qu'elles ne prennent pas en compte la compatibilité entre la déformation et le déplacement. Cette limitation peut être surmontée en utilisant des contraintes calculées par éléments finis à l'intérieur du cadre conventionnel d'équilibre limite.
- ❖ En partant des contraintes d'éléments finis, on peut calculer le long de la surface de glissement la résistance totale au cisaillement de même que la contrainte totale de cisaillement mobilisée et les utiliser pour déterminer le coefficient de sécurité.

- ❖ Les outils informatiques qui rendent faisables et pratiques ces analyses sont maintenant disponibles et offrent de grandes possibilités pour faire avancer la technologie d'analyse de la stabilité des structures en terre.

II.9 Conclusion

Le calcul à la rupture est en outre extrêmement est le plus souvent utilisé, car applicable à toutes les situations et à tous types d'ouvrages, y compris dans les situations les plus complexes où les approches traditionnelles se révèlent parfois inopérantes. Son utilisation a été développée par plusieurs logiciels de calcul. Il convient enfin de noter que l'approche de calcul à la rupture développée parfaitement en accord avec la problématique de la sécurité relative aux états limites ultimes (ELU). Des coefficients partiels de sécurité sont ainsi affectés aux paramètres définissant le problème de stabilité de l'ouvrage. Ces coefficients viennent réduire la valeur caractéristique des paramètres de résistance ainsi que celles des charges lorsque ces dernières sont stabilisatrices dans l'équilibre de bloc considéré, tandis qu'ils viennent augmenter la valeur des charges stabilisatrices.
Dans leurs principes, ces méthodes de calcul à la rupture sont critiquables et contraires aux aspects fondamentaux de la mobilisation de la résistance au cisaillement dans les sols.

Donc l'hypothèse de la déformation constante le long de la courbe de rupture est plus douteuse ; les déformations apparentes qui précèdent les glissements sont souvent des fissures de traction en tête de talus et un renflement au pied, ce qui ne confirme pas cette hypothèse dont le seul avantage est celui de la simplicité.

- Elle ne permet pas la prise en compte des phénomènes de progressivité de la rupture, qui nécessite des modèles rhéologiques faisant intervenir les paramètres de fluage reliant les déformations et les paramètres de cisaillement ;
- Elle ne permet pas de résoudre le problème de la détermination des pressions interstitielles au moment de la rupture.
- La seule possibilité d'amélioration des méthodes de calcul à la rupture nécessiterait de développer une procédure permettant
- ❖ D'estimer le tenseur des contraintes dans le massif et d'utiliser ses composantes pour la détermination de la forme et de la position de la surface de rupture.
- ❖ De prendre en considération une mobilisation de la résistance au cisaillement des sols qui tiennent compte des chemins de contraintes suivis jusqu'à la rupture.

Ces conditions nécessitent en fait l'utilisation de la méthode des éléments finis, ce qui nous ramène au calcul en déformations.

Chapitre III

Calcul en contraintes - déformations

III.1 Introduction

Le calcul de la stabilité des ouvrages a longtemps été abordé au point de vue de la stabilité (la théorie du calcul à la rupture), c'est-à-dire selon une approche, dans laquelle le comportement des matériaux est supposé rigide-plastique (plasticité parfaite). Cette approche, validée par son application quotidienne au calcul de stabilité des ouvrages, a besoin d'être améliorée par la prise en compte des déformations avant la rupture et des non-linéarités des déformations des matériaux (élasticité non-linéaire, élasto-plasticité).

L'objectif de calcul en contraintes déformation dans la géotechnique, est souvent la recherche d'une réponse, d'une solution à un problème particulier et complexe. La modélisation numérique est un outil puissant, elle est en constante progression depuis les années cinquante. Aujourd'hui, la modélisation intervient dans tous les domaines sans exception.

III.2 Méthodes numériques en géotechnique

Depuis une vingtaine d'années, encouragées par l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul des ordinateurs et une diminution identique des coûts d'accès et de mise en œuvre, les méthodes numériques ont connu un développement très important dans les bureaux d'études et les centres de recherches en géotechnique. Leur utilisation est aujourd'hui très courante et la conception de grands projets passe forcément par des analyses de ce type, afin de vérifier la stabilité des ouvrages en interaction avec leur environnement, de contrôler les déplacements et les contraintes soient admissibles et d'aider au dimensionnement des structures. Il existe plusieurs types de méthodes numériques, parmi lesquelles, on citera :

1- Les méthodes de type « éléments limites » (boundary methods), pour lesquelles l'intérieur de la masse rocheuse ou du sol est représenté mathématiquement comme un milieu continu infini ou fini suivant que la frontière est ouverte ou fermée.
2- Les méthodes des domaines (domain methods), pour lesquelles l'intérieur de la masse rocheuse ou du sol, est divisé en éléments géométriques simples, chacun étant doté de propriétés géométriques et mécaniques. Le comportement collectif et l'interaction de ces éléments, modélisent le comportement global et plus complexe de la masse.

Parmi les méthodes des domaines, les plus couramment utilisées sont :

- La méthode des éléments finis et la méthode des différences finies, qui traitent les milieux comme un milieu continu.
- La méthode des éléments distincts, qui modélise chaque bloc du massif comme un élément unique.

Pour notre étude comparative on s'intéresse par la méthode des éléments finis.

III.3 Principe des travaux virtuels

Soit un corps solide (S) Figure (III.1), déformable de volume (v) et de surface extérieur ∂S soumis à l'action de forces de volume F_i et de forces extérieures T_i sur la surface ∂S_F et auquel on impose des déplacements $\underline{U_i}$, sur la surface ∂S_u avec :$\partial S = \partial S_F + \partial S_u$ [29], [24], [15])

Un champ de déplacement U_i; est cinématiquement admissible pour un problème donné s'il est continu dans $S+\partial S$, continûment dérivable par morceau dans S et vérifie les conditions aux limites : $U_i = \underline{U_i}$; sur ∂S_u.

Le principe des travaux virtuels consiste à écrire que, pour tous les champs cinématiquement admissibles, le travail virtuel des actions extérieures est égal au travail virtuel des actions intérieures, ce qui s'écrit [16]:

$$\int_v \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}dv = \int_v F_i U_i dv + \int_{\delta_\sigma} T_i U_i ds \forall\ (U_i) \qquad \text{(III.1)}$$

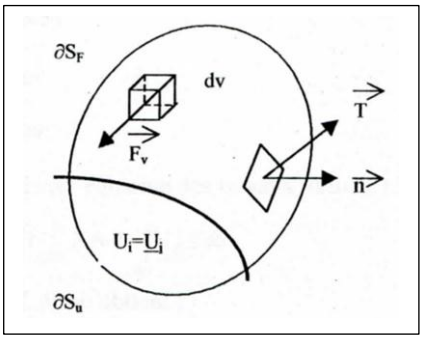


Figure III.1 : Equilibre des travaux virtuels

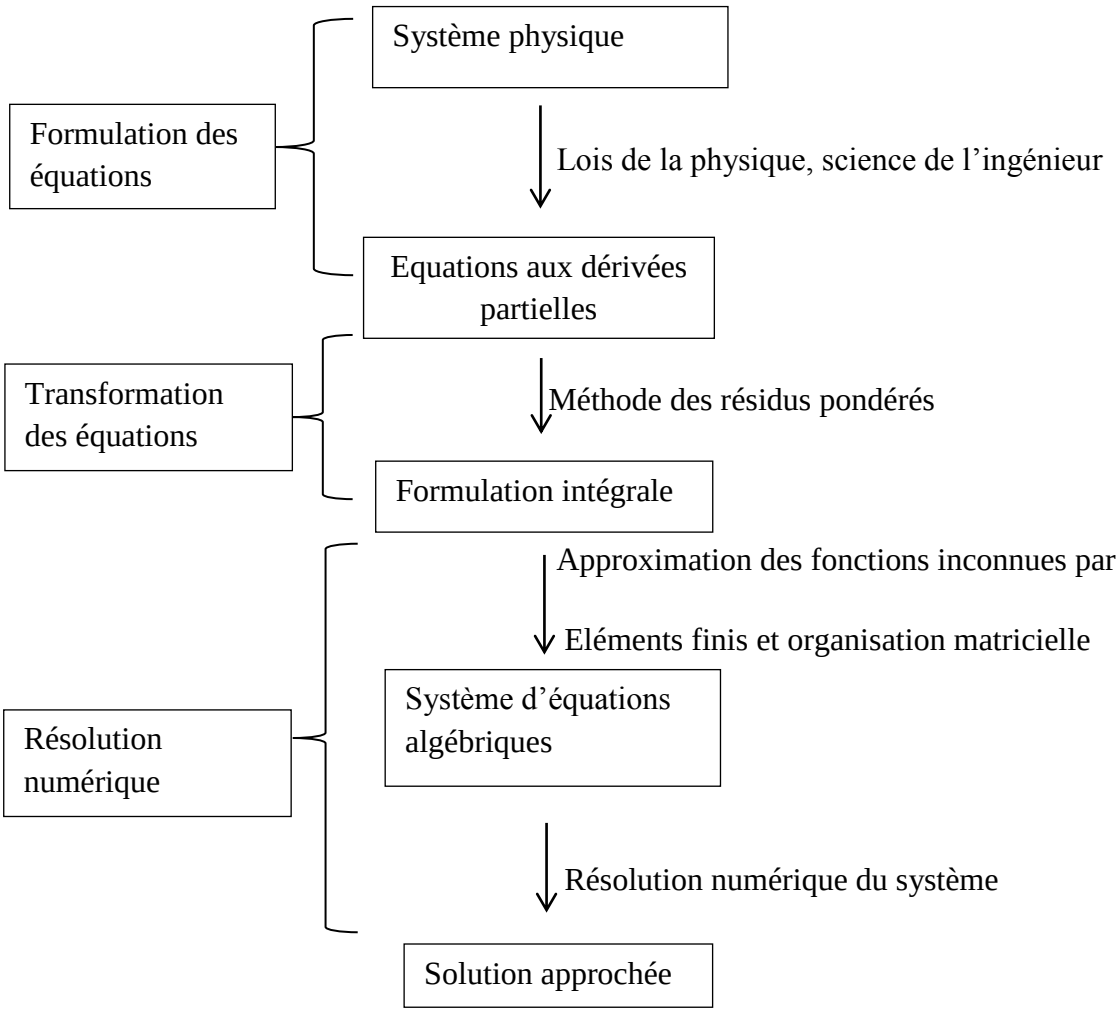
Ce qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\int_V \underline{\varepsilon^T}.\underline{\sigma}.dv = \int_v \underline{U^T}.\underline{F}.\text{dv} + \int_\delta \underline{U^T}.\underline{T}.\text{ds} \qquad \forall(U_i) \qquad \text{(III.2)}$$

III.4 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments Finis est une technique de calcul numérique, qui consiste à discrétiser en sous-ensembles un objet (ou une partie d'un objet), dont on veut étudier certaines de ses propriétés. Ces sous-ensembles sont appelés éléments. Ces derniers sont connectés entre eux par des nœuds. La discrétisation de l'objet se nomme le maillage. Ainsi, notre objet est représenté par des fonctions définies sur chaque élément. Ces fonctions locales ont l'avantage d'être plus simple, que celles que l'on pourrait éventuellement utiliser pour représenter la totalité de l'objet. Ce sont en particulier des polynômes ou des fonctions harmoniques [2].
L'étape qui suit, consiste alors à analyser la réponse mécanique associée à chaque élément en construisant des matrices de rigidité élémentaires et des vecteurs chargements. Une fois cette tâche réalisée, on assemble le tout dans la matrice de rigidité globale. On dispose donc, d'une équation matricielle qui relie les déplacements nodaux aux chargements nodaux pour l'intégralité de l'objet (la structure). Il ne reste ensuite qu'à appliquer les conditions aux limites.

A partir de là, on peut résoudre cette équation matricielle dont les inconnus sont les déplacements nodaux [1].



« Transformation des équations d'un système physique »

III.4.1 Principe de la Méthode des éléments finis

Le principe de base de la méthode des éléments finis, consiste à subdiviser le structure en sous domaines de formes relativement simples appelées éléments finis ; c'est une méthode qui calcule une approximation de la solution du problème.

On approxime les déplacements à l'ultérieur d'un élément à l'aide des déplacements aux nœuds par des fonctions d'interpolation N [15].

$$U_E = NU_G \qquad \text{(III.3)}$$

Tel que :

U_G: vecteur global des déplacements nodaux ;

N: matrice des fonctions d'interpolation ou fonctions de forme.

D'autre part, en petites déformations, on a :

$$\varepsilon_{ij} = 1/2\left(\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j}\right) + \left(\frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right)\right) \qquad \text{(III.4)}$$

Ce qui s'écrit :

$$\underline{\varepsilon} = L.\underline{U_E} \quad \text{(III.5)}$$

Avec :

L : matrice de dérivation

En tenant compte de l'équation (III.3)

$$\underline{\varepsilon} = L.N.\underline{U_G} \Rightarrow \ \underline{\varepsilon} = \underline{B}.\underline{U_G} \quad \text{(III.6)}$$

Où B est la matrice de déformation

En introduisant l'équation (III.5) dans l'équation des travaux virtuels (III.2) nous aurons :

$$\int \underline{U_E^T}.L^T\underline{\sigma}.\mathrm{dv} = \int_v \underline{U_E^T}.F dv + \int_{\delta\sigma} \underline{U_E^T}.T ds \quad \text{(III.7)}$$

En se servant de (III.3) et de B = L.N, on obtient :

$$U_G^T\left[\int B^T\sigma.dv - F_G\right] = 0 \quad \text{(III.8)}$$

$$\Rightarrow \int B^T\underline{\sigma}.dv - F_G = 0 \quad \text{(III.9)}$$

$$F_G = \int_{\delta\sigma} N^T T\ ds + \int_v N^T F\ dv \quad \text{(III.10)}$$

Dans le cas de l'élasticité, on a :

$$\underline{\sigma} = D.\underline{\varepsilon} = D.B.\underline{U_G} \quad \text{(III.11)}$$

D : est la matrice d'élasticité

Et l'équation (III.9) s'écrit :

$$\langle F_G\rangle = [K_G].\langle U_G\rangle \quad \text{(III.12)}$$

Où

$$K_G = \int_v B^T DB dv \quad \text{(III.13)}$$

$[K_G]$: Matrice de comportement élastique généralisée ;

$\langle U_G\rangle$: Vecteur des déplacements nodaux ;

$\langle F_G\rangle$: Vecteur des forces nodales.

L'inversion de l'équation matricielle (III.12) permet d'obtenir les déplacements $\underline{U}_G$ à partir des forces $\underline{F}_G$. En utilisant (III.11) on obtient également les contraintes, la résolution de l'équation (III.12) est la base de la méthode des éléments finis.

Dans le cas d'un problème non linéaire, cette équation doit être résolue plusieurs fois pour un incrément) de charge donné, en jouant soit sur K_G (méthode de la rigidité variable, soit sur F_G tout seul (méthode des contraintes initiales).

III.5 Modélisation du comportement des sols

La résolution numérique des problèmes géotechniques, exige l'utilisation d'une loi constitutive du sol. Une bonne loi de comportement du sol, doit décrire avec suffisamment de réalisme, les divers aspects rhéologiques du sol, et admettre une forme assez simple pour être utilisable numériquement, c'est donc un outil mathématique destiné à simuler le comportement du sol à partir des paramètres déterminés expérimentalement [18].

III.5.1 Comportement élastique

Un milieu continu est dit élastique si l'état de contraintes est déterminé de manière unique par l'état de déformations actuel (l'histoire de la déformation n'intervient pas).

La relation de comportement s'exprime par une fonction tensorielle (F_{ij}), tel que :

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl}) \qquad \text{(III.14)}$$

F_{ij} Est la fonction de réponse élastique.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}.\varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^{0} \qquad \text{(III.15)}$$

Où

σ_{ij}^{0} Représente le tenseur des contraintes initiales.

C_{ijkl} Matrice d'élasticité (tenseur décrivant le comportement physique du matériau)

Pour un matériau élastique linéaire et isotrope, l'équation (III.15) devient :

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad \text{(III.16)}$$

Dans ce cas le comportement est caractérisé entièrement à partir de deux constantes de Lamé λ, et μ, on peut définir σ_{ij} en fonction du module de Young E et du coefficient de Poisson ν :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\varepsilon_{ij} + \frac{\nu.E}{(1+\nu).(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \qquad \text{(III.17)}$$

Deux (02) constantes suffisent à définir les caractéristiques du milieu élastique, le module de Young E et le coefficient de Poisson ν, la simplicité du comportement élastique fait qu'il est encore très souvent utilisé pour analyser le comportement des massifs des sols et des ouvrages ; par ailleurs la partie élastique de la déformation ne peut être négligée dans la formulation d'une loi élasto- plastique.

III.5.2 Comportement élasto-plastique

Considérons un matériau ayant un comportement élasto-plastique écrouissable, sous une sollicitation uniaxiale, les déformations du matériau sont irréversibles.

La déformation totale est :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \qquad \text{(III.18)}$$

Au point au-delà duquel on a des déformations plastiques Figure (III.2), le point A est appelé le seuil de plasticité initial et le point B est le seuil de plasticité actuel.

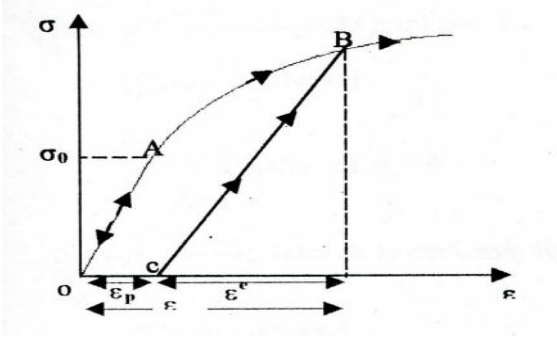
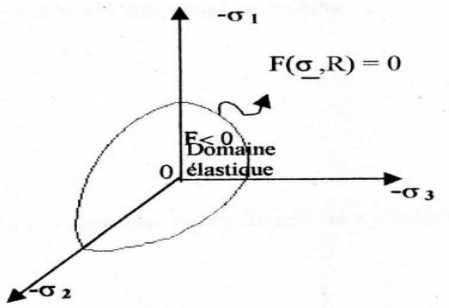


Figure III.2 : Déformation réversible et irréversible



FigureIII.3 : Surface de charge

III.5.2.1 Surface de charge

Dans le cas de la sollicitation multiaxiale, le seuil de plasticité est remplacé par une fonction scalaire F tel que :

$$F(\sigma,R)=0 \qquad \text{(III.19)}$$

σ : tenseur des contraintes

R : ensemble des paramètres d'écrouissage.

La fonction F est représentée dans l'espace des contraintes par une surface dite surface de charge, elle est appelée fonction de charge ou encore fonction d'écoulement Figure. (III.3).

- Pour F < 0, on est dans le domaine élastique et les déformations sont uniquement élastiques ;
- Pour F = 0, les déformations élastiques peuvent être éventuellement accompagnées de déformations plastiques ;
- Pour F > 0, on est un état de contrainte physiquement impossible.

Quand l'expression de la surface de charge ne contient pas de paramètres d'écrouissage, la plasticité est dite parfaite.

III.5.2.2 Cas de charge ou de décharge

$F(\sigma, R) = 0 \Rightarrow$dF (σ, R)=0

dF(σ, R)=0 $\Rightarrow (\partial F/\partial\sigma)d\sigma + (\partial F/\partial R)dR = 0 \Rightarrow (\partial F/\partial\sigma)\dot{\sigma} + (\partial F/\partial R)\dot{R}$=0

$$\begin{cases}(\partial F/\partial\sigma)\dot{\sigma} = \dot{F}_\sigma \\ (\partial F/\partial R)\dot{R} = \dot{F}_R\end{cases} \Rightarrow \dot{F}_\sigma + \dot{F}_R = 0 \Rightarrow \quad \boxed{\dot{F}_\sigma = -(\partial F/\partial\sigma)\dot{\sigma}}$$

Pour un état de contrainte $\underline{\sigma}$ tel que F (σ,R) = 0, on peut avoir deux cas possibles :

1er cas : (décharge)

$F(\sigma, R) = 0$

$\dot{F}_R = (\partial F(\sigma, R)/\partial\sigma)\underline{\dot{\sigma}} < 0$

$\mathrm{d}\underline{\varepsilon} = d\underline{\varepsilon^e}$

Ce cas représente celui de la décharge Figure (III.4b), c'est à dire que $\underline{\dot{\sigma}}$ est dirigé vers l'intérieur du domaine d'élasticité.

2éme cas : (charge)

$F(\sigma, R) = 0$

$\dot{F}(\sigma, R) = 0$ Condition de consistance ou équation de compatibilité.

$\dot{F}_R = (\partial F/\partial\sigma)\dot{\sigma} \geq 0$

$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon^e} + \dot{\varepsilon^p}$

Dans ce cas l'incrément de contrainte $\underline{\dot{\sigma}}$ est dirigé vers l'extérieur du domaine d'élasticité Il y a apparition de déformations plastiques (cas de charge, Figure. (III.4a)). Pour un modèle écrouissable, le domaine d'élasticité se déplace.

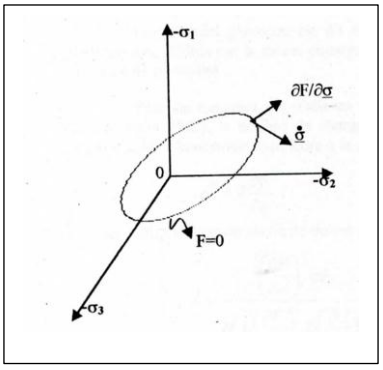


Figure III.4a : Cas de charge

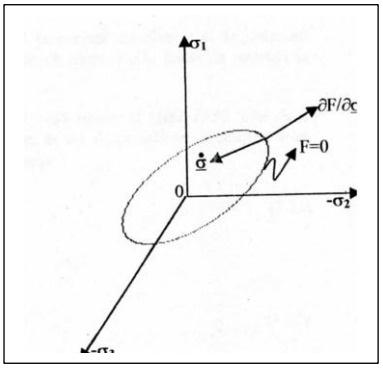


Figure III.4b : Cas de décharge

III.5.2.3 Potentiel plastique - règle d'écoulement

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude. La direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique G ($\underline{\sigma}$) = 0, cette normalité est caractérisé par un vecteur m_{ij}.

$$m_{ij}=\frac{\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma_{ij}}}}{\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ki}}.\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kj}}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad \text{(III.20a)}$$

L'incrément de déformation plastique est donc donné par une constante scalaire dλ, multipliant ce vecteur normal m_{ij} [26].

$$d\underline{\varepsilon^p} = d\lambda . m_{ij} \quad : d\lambda>0 \qquad \text{(III.20b)}$$

$$\dot{\varepsilon^p} = \dot{\lambda}\frac{\partial G(\sigma,R)}{\partial \underline{\sigma}} \qquad \text{(III.20c)}$$

Avec :

G : potentiel plastique.

λ≥0 : multiplicateur de plasticité.

$\partial G/\partial \underline{\sigma}$: définit les directions de déformation plastique.

Le potentiel plastique est dit associé quand la surface de charge et le potentiel plastique sont définis par la même équation (F = G). On dit alors que le matériau satisfait la condition de normalité.

Pour un matériau qui obéit au principe du travail maximal [26], la surface de charge est convexe, et les déformations plastiques sont dirigées suivant la normale extérieure à la surface de charge.

$$\underline{\varepsilon^p} = \lambda\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \qquad \text{(III.21)}$$

$\dot{\lambda}$ Est un multiplicateur de plasticité donné par :

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\varepsilon}\dot{\sigma}}{H+\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)} \qquad \text{(III.22)}$$

Les développements analytiques du calcul de λ, sont donnés dans l'annexe.

Dans le cas de la plasticité parfaite, F est en fonction de σ (le module d'écrouissage H = 0) alors

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\varepsilon}\dot{\sigma}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)} \qquad \text{(III.23)}$$

III.5.2.4 Ecrouissage

Soit $\underline{\sigma}$ situé sur la surface de charge, F ($\underline{\sigma}$, R) = 0 Figure (III. 5), l'accroissement infiniment petit des contraintes tel que $(\partial F/\partial\sigma).\sigma > 0$ provoque des déformations plastiques.

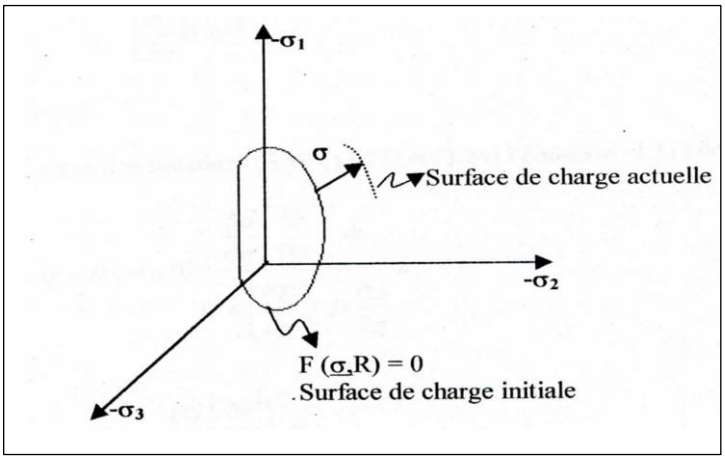
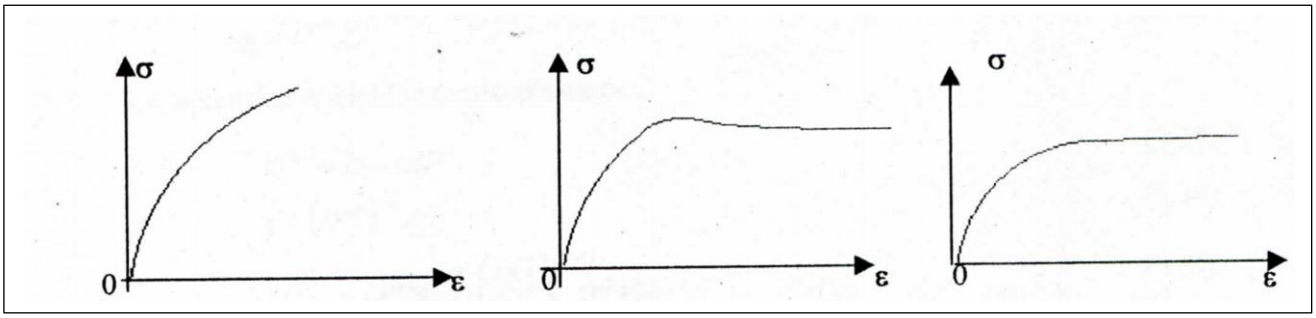


Figure III.5 : Ecrouissage

L'évolution des déformations plastiques dans le cas des matériaux écrouissables conduit à un changement de limite élastique (dit écrouissage). La surface de charge se dilate et se déplace au fur et à mesure que se développe l'écrouissage.



(a) Ecrouissage positif. (b) Ecrouissage négatif. (c) Matériau parfaitement plastique.

Figure III.6 : type d'écrouissage

III.5.2.5 Déformation totale - matrice de rigidité élasto-plastique :

L'équation d'écoulement peut être écrite sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \alpha\dot{\lambda}\frac{\partial G}{\partial\sigma} \qquad \text{(III.24)}$$

$$\alpha = 1\ pour \begin{cases} F = 0; \\ \dot{F} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial\sigma}\dot{\sigma} \geq 0 \end{cases}$$

Si non α=0.

En tenant compte des équations (III.18), (III.22), et (III.24) l'équation (III.11) devient

$$\dot{\underline{\sigma}} = D\dot{\underline{\varepsilon}} - \alpha D.\frac{\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \dot{\sigma}}{H+\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}}\dot{\varepsilon} \quad \text{(III.25)}$$

En posant :

$$D^p = D\frac{\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \dot{\sigma}}{H+\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}} \quad \text{(III.26)}$$

Ou $D^p\dot{\varepsilon} = \dot{\lambda}D\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}$ (III.27)

$$\dot{\underline{\sigma}} = D^{ep}\dot{\underline{\varepsilon}} \quad \text{(III.28)}$$

D^{ep} : étant la matrice de rigidité élasto-plastique

$D^{ep}=D-\alpha D^p$ (III.29)

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = (D^{ep})^{-1}.\dot{\underline{\sigma}} \quad \text{(III.30)}$$

$$(D^{ep})^{-1} = D^{-1} + \frac{\alpha}{H}\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \quad \text{(III.31)}$$

III.5.2.6 Modèles élasto-plastiques parfaits

Plusieurs critères de plasticité parfaite, ont été initialement développés pour les métaux, et puis ils ont été utilisés pour les sols, notamment en tant que critère de rupture. De manière générale, dans le modèle élastique parfaitement plastique, la fonction de charge est confondue avec le critère de rupture.

A partir de chaque critère de rupture, il est possible de construire une loi de comportement élastique parfaitement plastique, qui constitue une description rudimentaire du comportement des matériaux.

Nous présenterons dans ce présent paragraphe quelques critères isotropes de plasticité parfaite, utilisés pour les sols.

a) Critère de Mohr - Coulomb

Coulomb a proposé en 1773 le premier critère de plasticité en mécanique des sols [18], qui est utilisé pour décrire les sols pulvérulents et les sols cohérents à long terme. Le critère de Mohr-Coulomb se compose de deux (02) droites symétriques dans le plan de Mohr figure. (III.7).

L'équation de ces deux (02) droites s'écrit :

$F(\sigma_{ij}) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi - 2c.\cos\phi \leq 0$ (III.32)

Où σ_1 et σ_3 représentent les contraintes principales extrêmes, ϕ est l'angle de frottement et c la cohésion. On note que ce critère ne prend pas en compte la contrainte intermédiaire.

b) Critère de Tresca

Le critère de Tresca (1864) est un cas particulier du critère de Mohr-Coulomb Figure (III.8), il est utilisé pour les sols cohérents à court terme ($\phi = 0$).

On peut écrire :

$$F(\sigma_{ij}) = \sigma_1 - \sigma_3 - 2c \quad \text{(III.33)}$$

c) Critère de Von Mises

Afin de prendre en compte l'influence de la contrainte intermédiaire, Von Mises a proposé en 1913 que le critère de rupture dépend du deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatorique J_2 (Meslat, 1993, Yulin, 1995) :

$$F(\sigma_{ij}) = J_2(\sigma_{ij}) - k^2 \leq 0 \quad \text{(III.34)}$$

$$J_2 = 1/6\,[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad \text{(III.35)}$$

$$F(\sigma_{ij}) = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau^2_{xy} + \tau^2_{yz} + \tau^2_{zx}) - 6k^2 \quad \text{(III.36)}$$

Dans l'espace des contraintes principales (σ_1, σ_2, σ_3), la surface de rupture de VON MISES est un cylindre de révolution ayant pour axe la droite d'équation : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ figure (III.9).

III.5.2.7 Modèles élasto-plastiques avec écrouissage

Une loi élastique, voir élasto-plastique, constitue une approche acceptable pour le comportement des métaux sous des sollicitations courantes. Par contre, il n'en est pas de même pour les sols, car ces mêmes sollicitations ont des effets mécaniques beaucoup plus importants, dont le modèle élasto-plastique parfaitement plastique ne rend compte qu'imparfaitement. Les essais menés au laboratoire montrent qu'il devient fondamental de suivre toute la déformation au cours de l'évolution des sollicitations et donc d'adopter un modèle élasto-plastique avec écrouissage.

On rappelle toutefois que ces lois, constituent en elles même, une approximation du comportement des sols, puisque, on néglige notamment les effets du temps dans le cas des sols fins.

Les modèles élasto-plastiques avec écrouissage, sont largement utilisés depuis une vingtaine d'années pour la modélisation du comportement des sols. Parmi les principaux modèles existant nous citons à titre d'exemple :

- Modèle de Cambridge (Cam - Clay) 1958 - 1969 : Lois de comportement élasto-plastiques avec écrouissage destinées essentiellement à décrire le comportement des argiles reconstituées en laboratoire.
- Modèle de Mélanie 1983 : Loi de comportement élasto-plastique anisotrope écrouissable adaptée pour les argiles naturelles.
- Modèle de Nova et Wood 1979 : Loi de comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope adaptée à la description du comportement des sables.

III.6 Résolution par la méthode des éléments finis des problèmes de l'élastoplastique

La clef de la simulation réaliste des problèmes statiques de la géotechnique dans les analyses en éléments finis, est l'usage de la loi incrémentale. Ceci, implique de simuler le problème total comme une série d'événements et analyser chaque événement comme un problème linéaire simple.

On procède alors pour les problèmes non linéaires à un chargement pas à pas, les incréments de contraintes et de déplacements sont calculés à chaque pas de l'analyse et ajoutes aux valeurs du pas antérieur. En fournissant de cette façon les états complets des contraintes, déformations et des mouvements pour chaque étape de l'analyse.

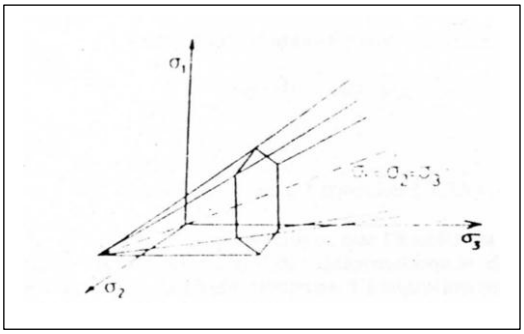


Figure III.7 : Critère de Mohr-Coulomb

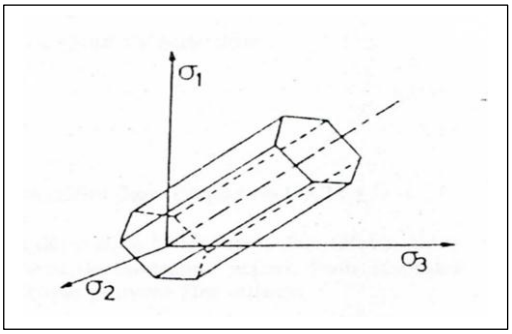


Figure III.8 : Critère de Treska

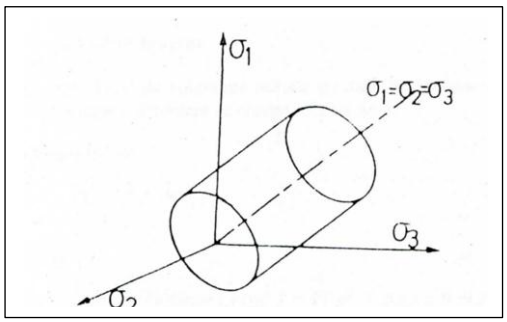


Figure III.9 : Critère de Von-Mises

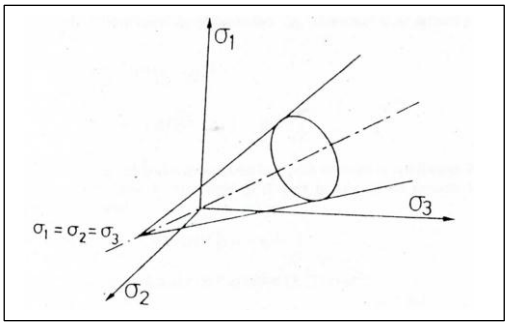


Figure III.10 : Critère de Drucker-Prager

L'équation du comportement élasto-plastique (III.28) s'écrit alors :

$$\Delta\underline{\sigma} = [D - \alpha D^{p}]\Delta\underline{\varepsilon} \qquad \text{(III.38)}$$

Avec :

D : matrice d'élasticité

D^P : matrice définie par l'équation (III.25), α est défini dans l'équation (III.24)

Cette équation montre que l'incrément $\Delta\underline{\sigma}$ dépend de l'incrément des déformations $\Delta\underline{\varepsilon}$ de l'allure du chemin des déformations et de l'état de contrainte actuel. Pour résoudre cette équation, différents schémas d'intégration numérique peuvent être utilisés.

III.6.1 Schémas d'intégration numérique

III.6.1.1 Schéma du module tangent

On prend l'état de contrainte initiale $\underline{\sigma_0}$ dans le domaine élastique, c'est-à-dire F ($\underline{\sigma_0}$)< 0 et on applique l'incrément de charge ΔF (ou $\Delta\underline{\sigma}$).

L'état de contrainte $\underline{\sigma_1^e}$ est :

$$\underline{\sigma_1^e}=(\underline{\sigma^0})+\Delta\underline{\sigma} \qquad \text{(III.39)}$$

Avec :

$$\Delta\underline{\sigma}=D\Delta\underline{\varepsilon}$$

Si $\underline{\sigma_1^l}$est dans le domaine élastique : F($\underline{\sigma_1^e}$) = F($\underline{\sigma^0}$ + $\Delta\underline{\sigma}$) ≤ 0 et toutes les déformations sont élastiques ($\Delta\underline{\varepsilon}$ =$\Delta\underline{\varepsilon^e}$). Si non, F($\underline{\sigma_1^e}$)>0 (impossible), il doit exister un état de contraintes $\underline{\sigma_c}$ sur le segment ($\underline{\sigma_0}$,$\underline{\sigma_1^e}$) (Figure (III.11)) tel que F($\underline{\sigma_c}$) = 0, cet état de contrainte s'appelle l'état transitoire. $\underline{\sigma_c}$ est le point d'intersection du vecteur ($\underline{\sigma_0}$,$\underline{\sigma_1^l}$) et de la surface de charge initiale. L'incrément de déformation$\Delta\underline{\varepsilon_c}$ nécessaire pour arriver à l'état transitoire $\underline{\sigma_c}$ s'écrit :

$$\Delta\underline{\varepsilon_c}=D^{-1}(\underline{\sigma_c}-\underline{\sigma^0}) \qquad \text{(III.40)}$$

Avec

$$\underline{\sigma_c}=\underline{\sigma^0}+RD\underline{\sigma} \quad ; \quad R=\frac{DC}{AE} \qquad \text{(III.41)}$$

II existe des méthodes approximatives pour calculer le coefficient R [24]. L'état final de contrainte ($\underline{\sigma'_1}$) dans le schéma du module tangent simplifié s'écrit (après correction) :

$$\underline{\sigma'_1}=\underline{\sigma_c}+[D-\alpha D^p][D\varepsilon-\alpha D\varepsilon_c] \qquad \text{(III.42)}$$

La matrice D^p est calculée à partir de l'équation (III.25) pour :

$\underline{\sigma}=\underline{\sigma_c}$;

α=1;

Pour F>0 si non α=0

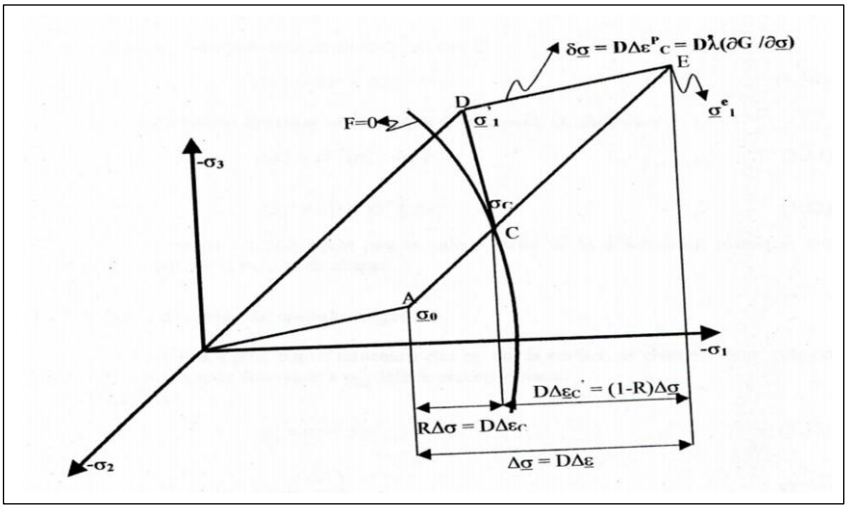


Figure III.11 : Schéma du module tangent

On pose

$\Delta\underline{\varepsilon'_c}=\Delta\underline{\varepsilon} - \alpha D\underline{\varepsilon_c}$ (III.43)

Alors $\underline{\sigma'_1}=\underline{\sigma_c}+(D-\alpha D^p)\, D\, \underline{\varepsilon'_c}$ (III.44)

En tenant compte de (III 40)

$\underline{\sigma'_1}=\underline{\sigma_0}+ D\Delta\underline{\varepsilon_c}+ D\Delta\underline{\varepsilon'_c}- \alpha D^p\underline{\varepsilon_i}$ (III.45)

En utilisant l'équation (III.27) on a :

$D\underline{\varepsilon'_c}=\dot{\lambda}D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_c$ (III.46)

$\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_c$ Étant determine au point C, on obtient :$\underline{\sigma'_1}=\sigma_0 + D\Delta\underline{\varepsilon'_c} - \alpha\dot{\lambda}D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_c$ (III.47)

On posant $\delta\underline{\sigma'} = \alpha\dot{\lambda}D\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)_c = -\alpha D\Delta\varepsilon_c^p$ (III.48)

On trouve :

$\underline{\sigma'_1}=\sigma_1^e + \delta\sigma^1$ (III.49)

Les déformations plastiques dans ce schéma s'écrivent :

$\Delta\varepsilon_c^p=\Delta\underline{\varepsilon'_c} - \Delta\underline{\varepsilon_c^e}$ (III.50)

Avec :$\Delta\underline{\varepsilon_c^e}$: déformation élastique entre le point C et le point D, alors on a :

$\Delta\underline{\varepsilon_c^e}=D^{-1}(\sigma'_1-\sigma_c)$ (III.51)

$\Delta\varepsilon_c^p = \alpha[D^{-1}D^p]_c\Delta\underline{\varepsilon'_c}$ (III.52)

Cette valeur est plus petite que la valeur réelle de la déformation plastique, car l'état σ'_1 n'est pas sur la surface de charge.

III.6.1.2 Schéma de retour du module tangent

Ce schéma a pour but de ramener l'état $\underline{\sigma'_1}$ sur la surface de charge. Pour cela on ajoute une correction de contrainte à σ'_1 précédemment.

L'état final s'écrit :

$\underline{\sigma'} = \underline{\sigma'_1} + \delta\underline{\sigma^2}$ (III.53)

Avec $\delta\underline{\sigma^2} = -\lambda\left(\frac{\partial F}{\delta\sigma}\right)_{\sigma'_1}$ (III.54)

Et $\sigma'_1 = \underline{\sigma_c} + [D - \alpha D^p][\Delta\varepsilon'_c]$ (III.55)

λ, étant déterminée par l'équation F($\underline{\sigma'}$) = 0.

Ce schéma suppose que la correction $\delta\underline{\sigma^2}$ est normale à la surface de charge F = 0.

III.6.1.3 Schéma de retour du module tangent simplifié

Dans ce schéma on n'a pas besoin de déterminer le point d'intersection du vecteur (σ_0,σ_1^e) et de la surface de charge. L'état de contrainte après une correction s'écrit :

$$\underline{\sigma'} = \underline{\sigma_1^e} + \delta\underline{\sigma} \quad \text{(III.56)}$$

Avec : $\underline{\sigma_1^e} = \underline{\sigma_0} + \Delta\underline{\sigma}$ (III.57)

$$\delta\underline{\sigma} = -\dot{\lambda} D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right) \quad \text{(III.58)}$$

Pour un matériau ecrouissable le multiplicateur λ, est calculé à partir de l'équation :

$$F(\sigma', R) = 0 \quad \text{(III.59)}$$

D'ou

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\sigma_1^e, R_0)}{H_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)} \quad \text{(III.60)}$$

Dans les schémas présentés auparavant, la direction ($\partial G / \partial \underline{\sigma}$) peut être déterminée pour $\underline{\sigma} = \underline{\sigma_c}$ ou $= \sigma_1^e$, alors qu'ici on est obligé d'utiliser $\underline{\sigma} = \sigma_1^e$.

Pour le cas de la plasticité parfaite (H=0), l'équation (III.60) s'écrit

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\sigma_1^e, R_0)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_{\underline{\sigma} = \underline{\sigma_1^e}}} \quad \text{(III.61)}$$

Avec $\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)$ obtenu pour $\underline{\sigma} = \sigma_1^e$

Ou encore pour le potentiel associé

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\sigma_1^e)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_{\underline{\sigma} = \underline{\sigma_1^e}}} \quad \text{(III.62)}$$

F et $\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}$ sont calculés pour $\underline{\sigma} = \sigma_1^e$

En résumé, le schéma est illustré dans la Figure (III.12)

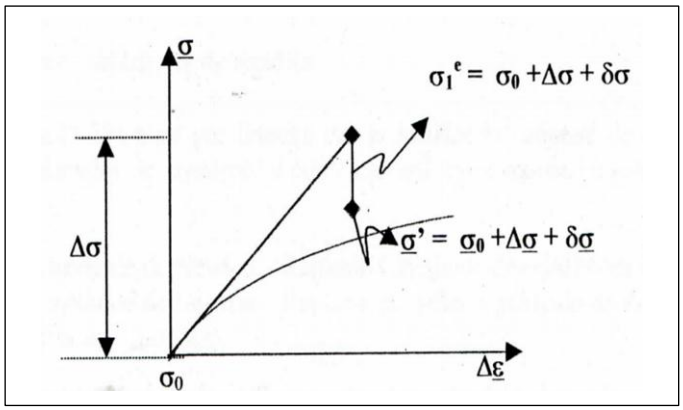


Figure III.12 : Schéma de retour du module tangent simplifié

Guellec (1976-1977 [13]) propose une méthode qui consiste à calculer λ, pour l'itération i par une suite d'itérations internes j de telle manière que :

$$\underline{\sigma} = \sigma_1^e \quad + \sum_{j=1}^{m} \delta^j \underline{\sigma} \tag{III.63}$$

Satisfasse $F(\underline{\sigma}, R) = 0$

m : étant le nombre d'itérations interne.

L'algorithme de ce schéma avec itérations internes pour un matériau élasto-plastique parfait avec un potentiel associé est le suivant:

$$\lambda_i^j = \frac{F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}} D \frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}}}$$

J=1,m

$$\varepsilon_i^{pj} = \varepsilon_i^{pj-1} + \dot{\lambda} \frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}}$$

$$\delta_i^j \underline{\sigma} = \dot{\lambda} D \frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}}$$

$$\sigma_i^j = \sigma_i^{j-1} + \delta_i^j \underline{\sigma}$$

J est le rang de l'itération interne

Les déformations plastiques totales et les contraintes $\underline{\sigma}$ à la fin des m itérations internes ou à la fin de l'itération i s'écrivent :

$$\begin{cases} \varepsilon_i^p = \varepsilon_{i-1}^p + \sum_{j=1}^{m} \dot{\lambda}_i^j \frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}} & \text{(III. 64)} \\ \underline{\sigma_i} = \underline{\sigma_{i-1}} + D \sum_{j=1}^{m} \dot{\lambda}_i^j \frac{\partial F\left(\sigma_i^{j-1}\right)}{\partial \underline{\sigma}} + \Delta\delta_i \underline{\sigma} & \text{(III. 65)} \end{cases}$$

III.6.2 Méthode de force - Méthode de rigidité

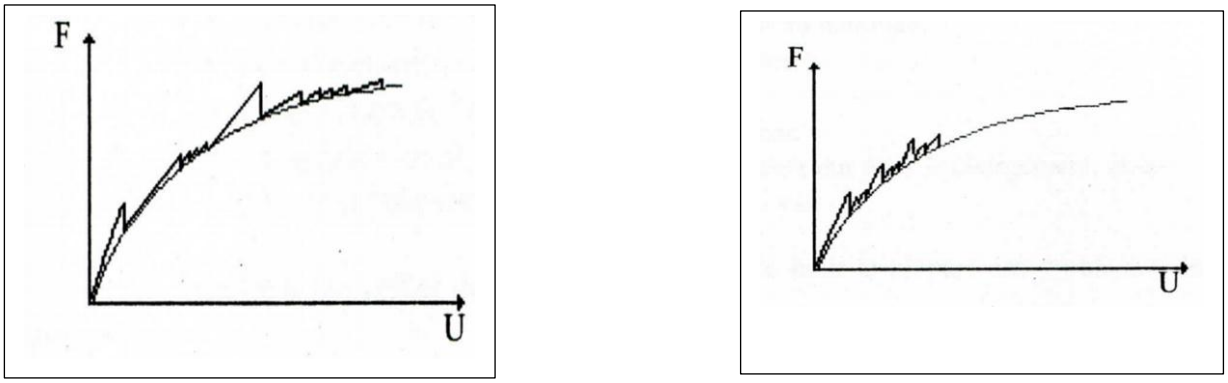
L'équation (III 28) n'est pas linéaire car la matrice D^p dépend de l'état actuel des contraintes. Pour résoudre le système d'équation qui en découle, il existe plusieurs techniques itératives.

- La méthode de Newton - Raphson (méthode de rigidité variable).
- La méthode de Newton - Raphson modifiée (méthode de force ou des contraintes initiales).

Ce sont lest les méthodes les plus utilisées pour le traitement du problème par éléments finis. Dans la méthode de Newton - Raphson, la matrice de rigidité est déterminée et inversée à chaque itération figure.(III.14a) [29], [12].

Cette matrice est calculée et inversée une seule fois figure (III.14b) dans la méthode de Newton - Raphson modifiée. La méthode de force ainsi que la méthode de rigidité, peuvent être utilisées pour tous les schémas qui ont été présentés.

Dans les deux méthodes, on admet à la première itération que l'état de contrainte se trouve à l'intérieur du domaine d'élasticité ; dans les itérations suivantes on vérifie si le critère est violé, auquel cas, on calcule les corrections de contraintes $\partial\sigma$' suivant le schéma choisi.



a) Méthode de rigidité. b) Méthode de force.

Figure III.13 : Méthodes de Newton-Raphson

On applique alors $\delta\underline{\sigma}$ sous forme de forces initiales. Il en résulte un incrément de déformations $\Delta\underline{\varepsilon}$et de contraintes $\Delta\delta\underline{\sigma}$. La nouvelle position d'équilibre après l'itération numéro i s'écrit alors :

$$\underline{\sigma_i} = \underline{\sigma_{i-1}} + \delta_i\underline{\sigma} + \Delta\delta_i\underline{\sigma} \qquad \text{(III. 66)}$$

$$\underline{\varepsilon_i} = \underline{\varepsilon_{i-1}} + \Delta_i\underline{\varepsilon} \qquad \text{(III.67)}$$

Vermeer (1980) a comparé les deux méthodes en utilisant le schéma de retour du module tangent (cité dans l'article Tdjbakhsh et Frank, 1985 [24]). Dans les deux cas, le temps de calcul est du même ordre de grandeur.

Dans la méthode de force (Newton - Raphson modifiée) le nombre d'itérations est compris entre 10 et 25. Pour la méthode de rigidité (Newton - Raphson), on a 02 à 04 itérations.

La méthode de force nécessite un plus grand nombre d'itérations, mais il est parfois plus économique de conserver la matrice de rigidité pendant le calcul.

En général, la méthode de rigidité est avantageuse pour l'élasticité non linéaire et que la méthode de force est avantageuse en élastoplasticité, quand on s'approche de la charge limites (la méthode de rigidité devient alors singulière.

III.7 Modélisation par éléments finis

Les principes de la méthode des éléments finis, étant exposés, la réalisation d'une modélisation suppose connues les informations suivantes concernant :

- La géométrie du milieu à modéliser et la reconnaissance des matériaux.
- La détermination de l'état initial et des chargements à appliquer.
- Le choix d'une loi de comportement pour chaque matériau.
- La présence d'une nappe phréatique et la prise en compte éventuelle de l'effet de mouvement de la masse d'eau.

Une modélisation par les éléments finis comprend alors les étapes suivantes :

- La discrétisation spatiale ou la construction du maillage.
- La modélisation des conditions aux limites.
- La représentation du chargement.
- La simulation de l'état initiale du matériau.
- La modélisation de leur comportement ultérieur sous le chargement, et la prise en compte éventuelle de l'effet de l'eau.

L'hypothèse des petites déformations est posée pour la plupart des problèmes de géotechnique.

III.7.1 Modélisation géométrique du problème

III.7.1.1 Analyse géométrique du problème

Les ouvrages réels et leur environnement présentent très rarement une géométrie tridimensionnelle simple, cependant il est possible en constatant qu'une des dimensions de l'espace est prépondérante par rapport aux deux autres, ou bien que le problème complet possède une symétrie de révolution, de réduire le problème tridimensionnel à un problème plan. Les hypothèses permettent de réduire fortement le nombre d'éléments et de nœuds du maillage, car le coût d'un calcul en éléments finis augmente d'une manière vertigineuse lorsque l'on passe du problème bidimensionnel au problème tridimensionnel.

III.7.1.2 Discrétisation spatiale du milieu équivalent

La discrétisation spatiale du milieu équivalent, consiste à réussir un juste compromis entre le nombre d'éléments finis, leur taille et leur répartition spatiale. La " fonction maillage" des codes de calcul courants est généralement assurée par des algorithmes de remplissage automatique, qui génèrent des éléments finis dont le nombre et la taille dépendent des densités données par l'utilisateur sur les conteurs intérieurs et la frontière du domaine à discrétiser.

Les techniques de discrétisation, la définition des différents types d'éléments finis, sont décrites dans les traités d'éléments finis [29], [12], [15].

III.7.2 Modélisation des conditions aux limites sur les inconnues

Les conditions aux frontières sur l'inconnue, traduisent le plus souvent un blocage, ou une condition imposée sur une frontière du milieu équivalent. Les conditions limites classiques en déplacements, consistent à bloquer les déplacements horizontaux des bords verticaux et les déplacements verticaux des bords horizontaux, excepté si le bord supérieur coïncide avec celui du terrain naturel. Les conditions de déplacement nul à l'infini sont placées à une distance finie, les limites du milieu équivalent doivent donc se situer à une distance telle que la perturbation apportée n'y produise qu'un déplacement négligeable.

D'autres conditions peuvent être imposées selon le problème modélisé : Déplacement imposé ou rotation imposée.

III.7.3 Modélisation de l'état initial du sol

L'état initial d'un massif de sol ou de roche, c'est à dire l'état des contraintes en place avant toute simulation des travaux, est très difficile à déterminer car ces contraintes initiales peuvent avoir des origines bien diverses. Dans les sols de surface il est raisonnable de supposer que les contraintes principales sont verticales et horizontale, et qu'elles sont dues au poids du terrain. Par contre, dans les massifs rocheux ou dans les sols de grande profondeur, les contraintes sont liées à l'histoire géologique, dont la connaissance est insuffisante pour en déduire une évaluation réaliste et l'orientation des contraintes peut être tout à fait quelconque. Dans ce cas, de nombreux sondages, voire des galeries d'essais lorsque cela est possible, deviennent indispensables pour obtenir des informations quantitatives [18].

Le procède habituel de l'état initial mécanique consiste à estimer que la contrainte verticale équilibre le recouvrement des terrains, et que la contrainte effective horizontale est une proportion K_o de la contrainte effective verticale, le coefficient K_o est appelé coefficient de pression des terres au repos. Son influence sur le calcul est importante, le choix d'une valeur supérieure ou inférieure à 1 peut inverser totalement l'allure des résultats numériques. Ce coefficient est un paramètre de comportement, toutefois, il n'est pas intrinsèque à un matériau, en effet les expérimentations ont montré qu'il varie avec la profondeur et qu'il dépend des propriétés des sols, et de l'histoire des contraintes horizontales et verticales [17].

III.7.3.1 Prise en compte d'un état initial des contraintes dans la M.E.F

Sans entrer dans les détails, en utilisant le principe des travaux virtuels équation (III.1) on a :

$$\int_v \left(E_{IJkl}\varepsilon_{kl} + \sigma_{IJ}^0\right)dv = \int_v F v_1 u_1 dv + \int_v T_I\, u_I ds \qquad \textbf{(III.68)}$$

Le traitement numérique par la méthode des éléments finis est effectuée en faisant passer au second membre le terme dans lequel apparaissent les contraintes initiales, on about au système d'équations algébriques suivant, dans lequel trois types de chargements sont distingués :

$$[K_G].\langle u\rangle = \langle F_{ext}\rangle + \langle F_g\rangle - \langle F_0\rangle \qquad \text{(III.69)}$$

$[K_G]$ Est la matrice de rigidité du milieu discrétisé

$\langle u\rangle$ Est le vecteur des déplacements nodaux

$\langle F_{ext} \rangle$ Est le vecteur des forces extérieures nodales

$\langle F_g \rangle$ Est le vecteur associé au poids volumique des matériaux ;

$\langle F_0 \rangle$ Est le vecteur correspondant aux contraintes initiales ; ce dernier vecteur est parfois appelé « chargement des contraintes initiales »

Puis, après la résolution du système précédent, le champ de contrainte est calculé à partir du champ de déformationε_{ij}, associé au champ de déplacements nodaux u_i, et de la loi de comportement élastique linéaire : $\sigma_{ij} = C_{IJkl} .\varepsilon_{KL} + \sigma_{IJ}^0$

II convient de noter que dans un calcul par éléments finis, le champ de contraintes initiales intervient généralement à deux (02) niveaux, d'une part, en tant que second membre ou vecteur du chargement F_0 et, d'autre part, par l'initialisation du champ des contraintes en utilisant la loi de comportement, sont ainsi deux opérations distinctes :

- l'initialisation des contraintes $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0$
- La mise en chargement des contraintes initiales, calcule de :

$F_0 = \int_v B^T \sigma_{IJ}^0 dv$

Où B est la matrice de déformation ou matrice des dérivées des fonctions d'interpolation.

Pour la modélisation numérique, il est nécessaire de savoir combiner avec soin les deux opérations précédentes.

III.8 Hypothèses de la méthode des éléments finis dans la stabilité des pentes

- Pas d'hypothèses sur la ligne de rupture.
- Prise en compte de la déformabilité.
- Différents modèles de comportement.
- Prise en compte de l'état de contrainte initial.

III.9 Conclusion

Par contre à la théorie de calcul à la rupture, l'analyse de stabilité des massifs de sol par la théorie de calcul en contraintes – déformation ne prendre aucun hypothèse sur la ligne de rupture et prendre en compte les lois rhéologiques de matériaux qui est présentes des relations entre les contraintes et les déformations.

La théorie de calcul en contraintes-déformation exige plusieurs paramètres géotechniques des sols, et la connaissance de contraintes initiales de matériaux

La disponibilité d'ordinateurs et des codes de calcul d'analyse par éléments finis, rendue possible l'exécution des analyses rationnelles des contraintes et mouvements des pentes dans les sols, par exemple le code élément finis Plaxis utilisait plusieurs lois de comportement. La présentation rapide de la méthode des éléments finis ne nous a pas permis de montrer la complexité de la modélisation numérique et les difficultés liées à la recherche d'un modèle de fonctionnement d'un ouvrage donné

dans le domaine de la géotechnique. Ces difficultés proviennent pour l'essentiel de la reconnaissance géotechnique qui est incomplète ou que les caractéristiques des sols sont très variables, soit encore, parce qu'on ne sait pas modéliser certains types de comportement.

Pour la pratique des éléments finis, il est alors préférable d'utiliser des lois élasto- plastique parfaites comme celle de Mohr - Coulomb.

La connaissance des conditions aux limites n'est pas évidente et peut avoir une incidence importante sur la nature des résultats, ainsi que la détermination de l'état initial dans les massifs des sols, qui encore plus complexe lorsque sa configuration n'est pas horizontale.

L'ensemble de ces considérations indiquent le caractère délicat de l'utilisation de la méthode des éléments finis, il apparaît en fait que cette approche reste actuellement plus complexe d'emploi que les méthodes classiques.

Chapitre IV

Étude paramétrique

IV.1 Introduction

En premier lieu, nous essayons d'analyser la stabilité d'un talus pris comme modèle, par deux méthodes différentes en leur approche en termes de loi de comportement. A cet effet, nous avons choisi deux logiciels d'analyse de stabilité, l'un basé sur la méthode calcul à la rupture et considère le sol comme étant rigide plastique, l'autre basé sur la méthode contrainte-déformation et modélise le comportement du sol par une loi elasto-plastique. Les deux logiciels utilisés sont Talren (analyse limite) et Plaxis (contrainte-déformation).

Le but est de faire une étude comparative entre les deux méthodes afin de mettre en évidence l'influence des deux approches sur les résultats finaux.

En deuxième lieu, nous entamons une étude paramétrique dont l'objectif est de quantifier l'effet des paramètres géotechniques et de modélisation (paramètre de calcul) sur les valeurs recherchées par cette analyse. Cette étude est basée sur la variation de trois paramètres principaux, qui sont :

- ✓ Paramètre de calcul (modélisation numérique).
- ✓ Modèle de comportement (modélisation numérique).
- ✓ Paramètres géotechniques.

La comparaison est faite sur cinq types de résultats

- Le déplacement du sol (modélisation numérique).
- Le coefficient de sécurité.
- Le type de surface de glissement.
- L'étendue du mouvement (emprise) obtenue par chaque modélisation.
- La déformation totale du sol (modélisation numérique).

IV.2 Description du modèle géométrique

Le modèle géométrique choisi pour cette étude est un talus homogène de hauteur H=10m et d'une pente d'angle $\beta = 46°$ reposant sur un substratum. La taille du modèle est fixée de sorte que ces frontières soient absorbantes, c'est-à-dire, qu'elles soient autant éloignées que possible de la pente.

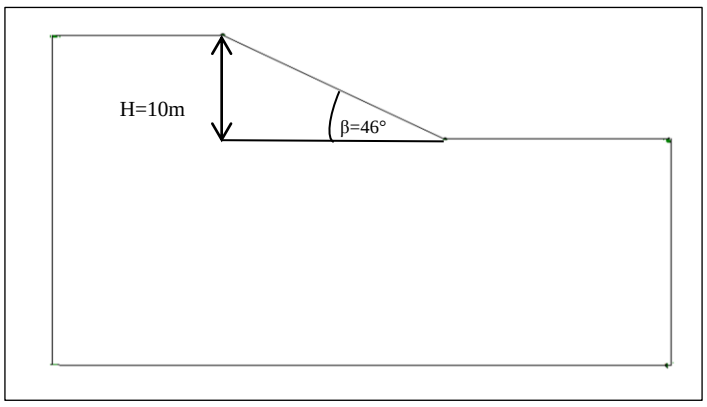


Figure IV.1 : Vue en coupe

IV.3 Analyse de stabilité de talus

L'analyse de stabilité de ce talus est menée par les deux méthodes, citées ci-dessus, avec les propriétés de sol suivantes :

- Les paramètres de sol nécessaires pour l'analyse de la stabilité du talus par le logiciel Talren sont représentés dans le tableau suivant **:**

Tableau (IV-1)« paramètres de résistance du sol »

Caractéristiques	γ_d	c	ϕ
Unité	KN/m^3	KPa	◦
Valeur	19	10	35

On note :

- c : cohésion [KPa]
- ϕ : angle de frottement [°]
- Ψ : angle de dilatence [°]
- γ_d : Poids volumique sec [KN/m^3]

- Les paramètres de sol nécessaires pour l'analyse de la stabilité du talus par le logiciel Plaxis sont représentés dans le tableau suivant **:**

Tableau (IV.2)« Propriétés de sol et d'interfaces»

caractéristiques	γ_s	γ	K_x	K_y	E	ν	c	ϕ	Ψ	R_{intr}
Unité	KN/m^3	KN/m^3	m/j	m/j	KPa	-	KPa	◦	◦	-
Valeur	19	20	10^{-8}	10^{-8}	18000	0.30	10	35	5	1

Avec :

- γ : Poids volumique humide.
- γ_s : Poids volumique sec.
- Kx : Perméabilité horizontale.
- Ky : Perméabilité verticale.
- E : Module d'Young.
- R_{intr} : Facteur de rigidité de l'interface.

IV.3.1 Analyse de la stabilité de talus par TALREN

Talren est un programme qui permet d'analyser la stabilité des sols et déterminer la surface de rupture potentielle. Il est basé sur la méthode des tranches qui donne un coefficient de sécurité pour l'ensemble des zones étudiées en considérant un comportement rigide plastique du sol. Ce programme permet de calculer le coefficient de sécurité (pour une surface de rupture quelconque) en effectuant un quadrillage dans lequel se trouve l'ensemble des centres de cercles. Pour chaque centre, il trace des cercles de rayons décroissants. Le cercle critique qui correspond a le coefficient de sécurité le plus faible [30].

Pour notre étude on a choisi la méthode de Bishop, En effectuant les calculs avec les paramètres cités ci-dessus, cette analyse a donné les résultats suivants :

Allure de la surface de rupture et valeur du coefficient de sécurité

La Figure (IV.2) montre la surface de rupture la plus critique correspondant à une valeur minimale de coefficient de sécurité.

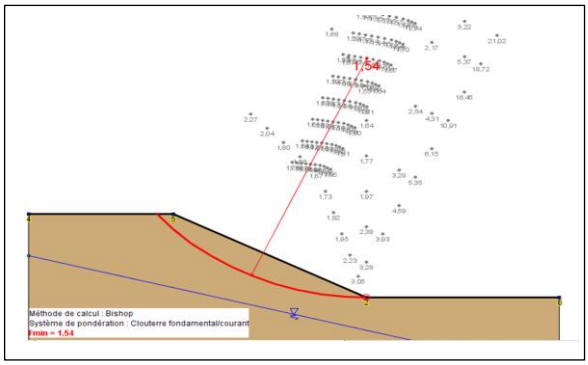


Figure IV.2 : Surface de glissement obtenue par la méthode ordinaire

Nous constatons que la ligne de rupture critique est de forme circulaire passant au pied du talus avec un coefficient de sécurité de 1.54.

Contrainte normale totale et cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture

La Figure(IV.3), représente l'évolution de la contrainte normale totale et celle de la contrainte de cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture.

Le maximum de la contrainte normale (Sig-totale) est estimé à 55,3kPa, celui de la contrainte de cisaillement (Tau) est estimé à 34.61 kPa. Ces deux valeurs sont atteintes au milieu de la ligne de rupture critique.

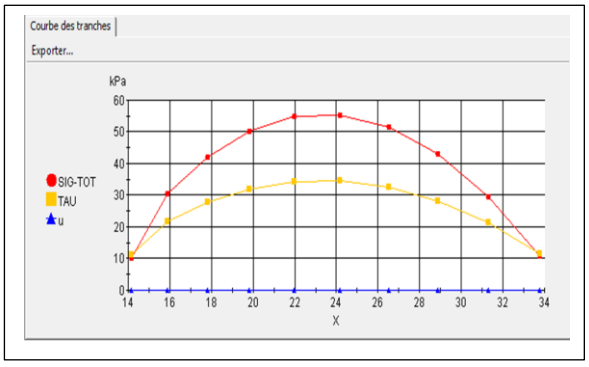


Figure IV.3 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture

IV.3.2 Modélisation numérique du talus par logiciel éléments finis Plaxis

PLAXIS est un programme d'éléments finis en deux dimensions, spécialement conçu pour réaliser des analyses de déformation et de stabilité pour différents types d'applications géotechniques. C'est un outil d'analyse non-linéaire en élasto-plasticité non standard (cinq paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, Les situations réelles peuvent être représentées par un modèle plan ou

axisymétrique. Le programme utilise une interface graphique pratique permettant aux utilisateurs de générer rapidement un modèle géométrique et un maillage d'éléments finis basé sur la coupe verticale de l'ouvrage à étudier (manuelle d'utilisation Plaxis 2012 [31]).
De la même façon qu'avec le logiciel Talren, le talus est modélisé en deux dimensions. Ainsi, pour l'analyse de sa stabilité, nous avons adopté l'hypothèse des déformations planes et un comportement mécanique du sol obéissant à la loi du modèle Mohr- coulomb.

En ce qui concerne la modélisation éléments finis du sol, nous avons choisi, pour commencer, l'élément à 15 nœuds. Notons que le logiciel offre deux possibilité, pour la modélisation du sol, qui sont : l'élément à 6 nœuds et celui à 15 nœuds.

Une fois l'analyse effectuée, le programme 'output' du logiciel permet l'examen de chacune des phases de calcul.

- Un calcul plastique avec le modèle de Mohr-Coulomb.
- Un calcul de sécurité par la méthode de "phi-c reduction".

Déformation du maillage

La déformation du maillage est représentée sur la Figure (IV.4).On note un déplacement total maximum d'une valeur de 0.76 m.

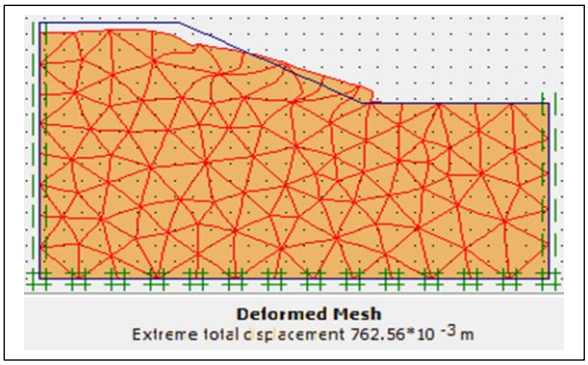


Figure IV.4 : Déformation du maillage

On remarque que le talus presente un mouvement generalise vers le bas surtout au niveau de la crête de talus.

Calcul du coefficient de sécurité

Seule l'allure du champ de déplacements représenté sur la figure (IV.7) est significative dans un calcul Phi-c Reduction. Celle-ci fournit une indication du mécanisme de rupture, qui serait obtenu par un calcul traditionnel de type équilibre limite pour des surfaces de rupture circulaires.

Le coefficient de sécurité est obtenu en examinant la valeur finale du facteur $\sum$ après la sélection de la phase de calcul appropriée (module Calculation, Multipliers, Reached values ou bien dans le module Output, View, Calculation Info.)

La formule donnant le coefficient de sécurité s'écrit alors :

$Fs = (\tan \phi_{real} / \tan \phi_{réduit}) = (c_{real} / c_{réduit})$

Contrairement aux autres coefficients, Fs vaut 1 au début c'est -à- dire

$\phi_{real} = \phi_{réduit}$ et $c_{real} = c_{réduit}$

Ces caractéristiques sont réduites progressivement jusqu'à l'apparition de la rupture :

Nous avons obtenu un coefficient de sécurité minimal FS =2,22.

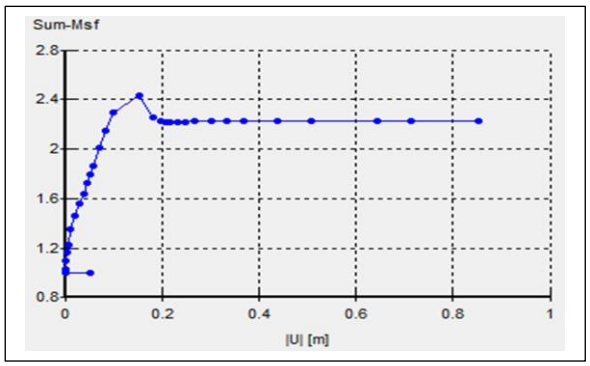


Figure IV.5 : Variation du coefficient de sécurité

Déformation totale

La Figure (IV.6), représente la déformation totale, on note une valeur maximale $\varepsilon_{xy} = 23.43\ \%$

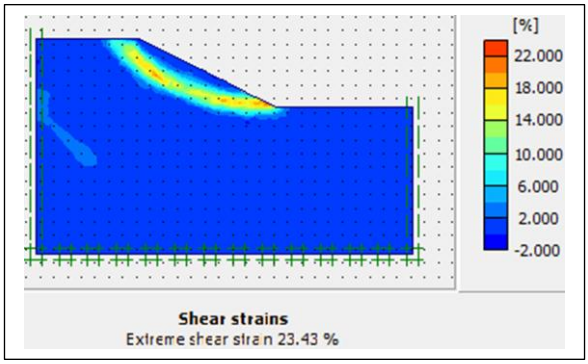


Figure IV.6 : Déformation totale

On remarque que le talus présente une déformation importante le long de la surface critique susceptible à la rupture.

Déplacements au niveau du talus

La figure (IV.7) représente le mouvement du sol après analyse on remarque que :

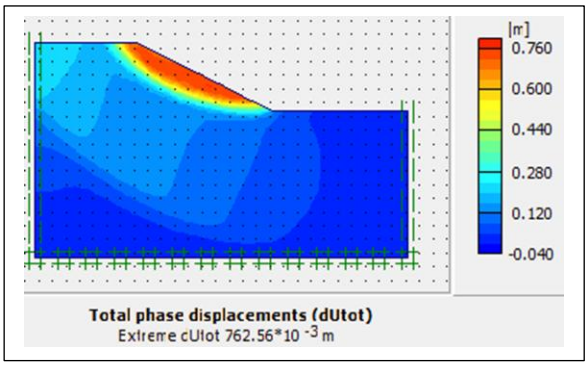


Figure IV.7 : Champ de déplacements totaux

une frontière courbe qui sépare une zone critique (en surface) et une zone plus stable (en dessous). Nous constatons, aussi, que la zone critique est de forme circulaire et passe par le pied du talus.

De même, la profondeur maximale de la zone critique est de 2.5m.

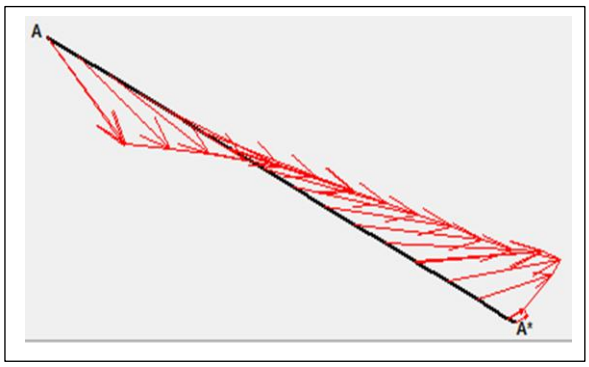


Figure IV .8 : Déplacement en surface de talus AA'

Déplacement des points témoins

Le logiciel Plaxis offre la possibilité de choisir des points particuliers (témoins) dans le volume du sol et de suivre leur déplacement en fonction des étapes de chargement. Les points choisis pour cette étude étant le sommet et le pied du talus. La Figure (IV .9) présente les déplacements de ces points témoins matérialisés au niveau du talus, en fonctions des étapes de chargement.

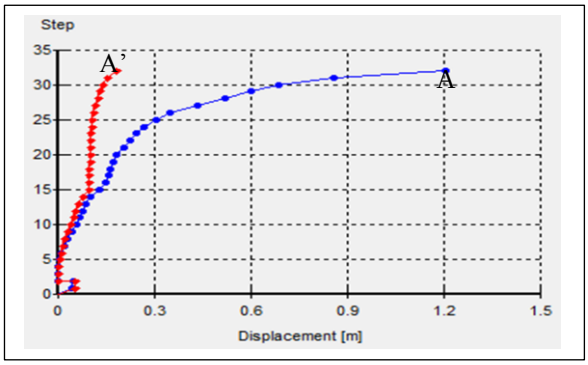


Figure IV.9 : Déplacements des points témoins

Les courbes montrent clairement que le déplacement le plus important se situe au niveau du point A (à la crête de talus). Le déplacement du point A' (pied de talus) est nettement inférieur, il atteint un maximum de 25 cm.

IV.3.3 Interprétation et analyse des résultats

✓ Les coefficients de sécurité calculés par les deux méthodes (analyse limite et contraintes/déformations) montrent que le talus est stable. Nous constatons, aussi, que la méthode basée sur l'analyse limite est plus pessimiste avec une valeur de 1.5 comparativement à la méthode contraintes/déformations, qui a donné une valeur de coefficient de sécurité de 2.22. Cette différence, de presque 50%, est due, de notre point de vue, à l'approche mécanique utilisée par chaque logiciel. Le comportement rigide plastique sur lequel est basée la méthode analytique n'autorise pas des déformations avant la rupture totale.

Tableau (IV. 3) Valeur de coefficient de sécurité calculé par les deux méthodes.»

Méthode	Méthode des éléments finis	Méthode de Bishop
Coefficient de sécurité F_s	2.22	1.54

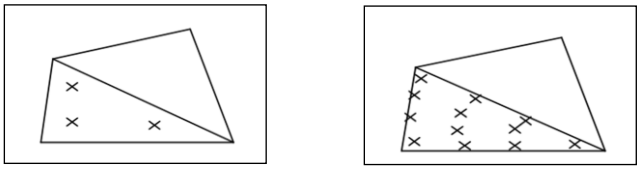
✓ En ce qui concerne la forme de la zone critique, nous remarquons que les deux méthodes ont donné une limite critique de forme circulaire passant par le pied du talus. La profondeur maximale de cette zone critique est presque similaire pour les deux méthodes et varie entre 2.30 et 2.50 m.
✓ Des déplacements et des déformations ont été observés dans le volume du sol, ceci est dû essentiellement au fait que le modèle n'est pas bloqué dans son extension, surtout dans le sens horizontal.
✓ L'analyse par le logiciel Plaxis a mis en évidence des déplacements plus importants en tête du talus par rapport à ceux observés au pied du talus, ce résultat prouve une fois de plus que le sol ne s'est pas comporté comme un milieu rigide.

IV.4 Analyse paramétrique

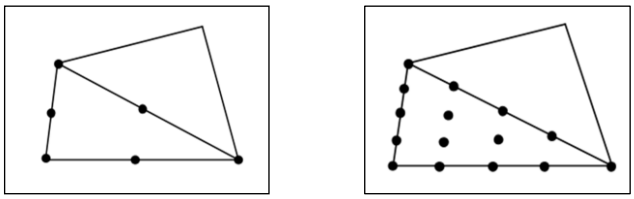
IV.4.1 Influence du maillage sur le calcul d'éléments finis

Les éléments du maillage disponibles dans le logiciel Plaxis pour la modélisation des couches de sol et autres éléments de volume sont les éléments triangulaires à 6 et 15 nœuds. L'élément par défaut est le triangle à 15 noeuds.

Il fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et l'intégration numérique se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte). Pour le triangle à 6 nœuds l'interpolation est d'ordre de deux et l'intégration numérique se fait sur trois points de Gauss.



Points de contraintes



Triangle à 6 nœuds Triangle à 15 nœuds

Figure IV.10 : Position des nœuds et des points contrainte dans les éléments de sol

Le triangle à 15 nœuds est un élément plus précis, qui donne des résultats de contraintes de bonne qualité sur différents problèmes, par exemple le calcul de la rupture dans les sols incompressibles. L'utilisation des triangles à 15 nœuds implique une consommation de mémoire assez élevée, les calculs et la manipulation sont donc un peu ralentis.

Le triangle à 6 nœuds est un élément relativement précis donnant de bons résultats pour les analyses standards en déformation, à condition d'utiliser un nombre suffisant d'éléments.
Cependant, il faut être prudent dans le cas de modèles axisymétriques où une rupture (possible) est à prendre en compte, comme un calcul de capacité portante ou le calcul de coefficient de sécurité selon la méthode de phi-réduction. Les charges à la rupture et les coefficients de sécurité sont généralement surévalués avec des éléments à 6 nœuds.

Pour cette analyse, nous allons choisir un maillage avec des éléments à 6 nœuds et comparer les résultats à ceux obtenus précédemment avec 15 nœuds.

- **Déformation du maillage**

La déformation du maillage est représentée sur la Figure (IV.11). On note un déplacement total maximum de 2.18 m,

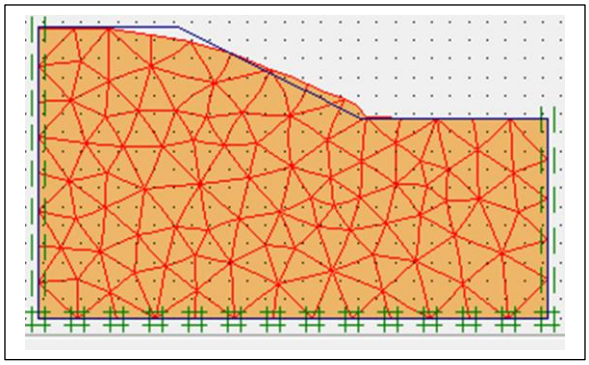


Figure IV.11 : Déformation du maillage (éléments à 06 noeuds)

- **Calcul du coefficient de sécurité**

Le coefficient de sécurité calculé est F_s= 2,42.

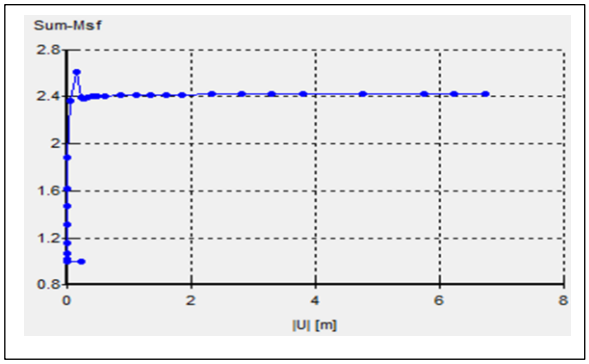


Figure IV.12 : Variation de coefficient de sécurité

Déformation totale

On note une valeur maximale de déformation totale de $\varepsilon_{xy} = 44.36\ \%$

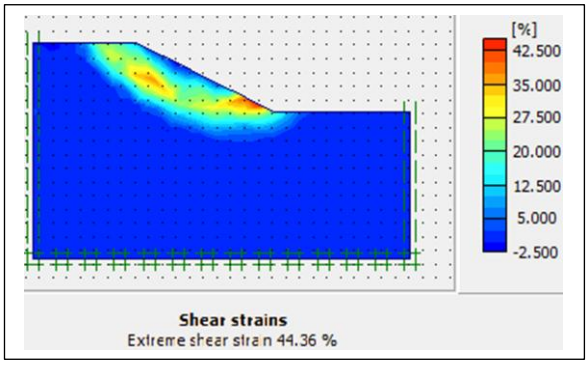


Figure IV.13 : Déformation totale

Déplacements du talus

Les Figures suivantes représentent les déplacements au niveau du sol :

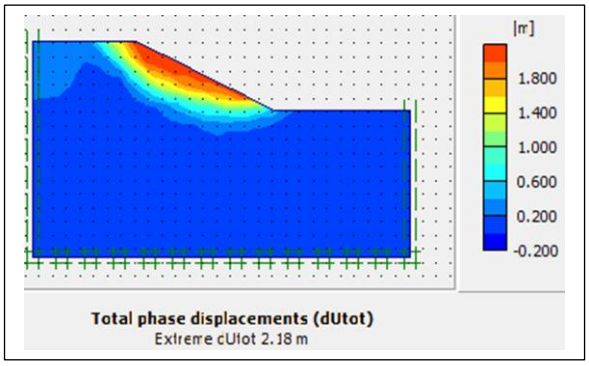


Figure IV.14 : Champ de déplacements totaux du talus

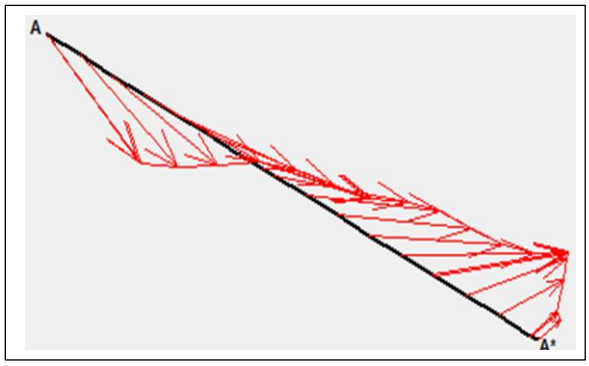


Figure IV.15 : Déplacement de la surface de talus AA'

Nous constatons que la surface critique est de forme circulaire et passe par le pied de talus. Sur la Figure (IV.15), on remarque que la partie supérieure du talus (la crête du talus) présente un mouvement important vers le bas contrairement au pied du talus où le mouvement est orienté vers le haut, c'est l'escarpement et le bourrelet.

Déplacement des points témoins

Les points choisis pour ce talus étant le sommet et le pied du talus. La Figure (IV .16) présente les déplacements de ces points témoins, matérialisés au niveau du talus, en fonction des étapes de chargement.

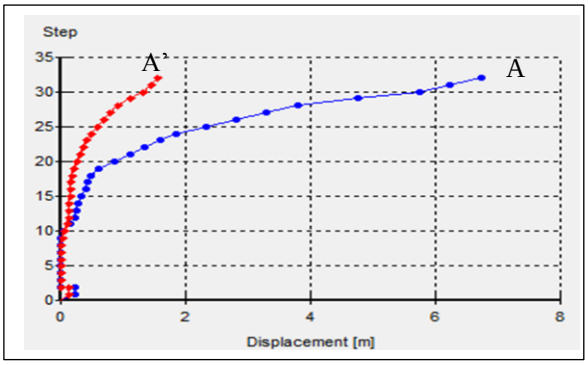


Figure IV.16 : Déplacement des points témoins

Les courbes montrent clairement que le déplacement le plus important se situe au niveau du point A (à la crête de talus). Le déplacement du point A' (pied de talus) est nettement inferieur

Constatations

En ce qui concerne l'influence du maillage, on constate :

- ✓ En passant de l'élément à 15 nœuds à l'élément à 06 nœuds, nous observons une augmentation des déplacements au sein du massif de sol.
- ✓ Une augmentation très légère de la valeur de coefficient de sécurité et ne représente que 9%, on peut constater que le maillage de 6 nœuds présente une ligne de rupture éventuelle un peu profonde.
- ✓ On remarque que la modélisation avec des éléments à 6 nœuds, donne une déformation totale plus importante que la modélisation avec 15 nœuds.
- ✓ En ce qui concerne les points témoins, on remarque que la partie supérieure du talus (la crête du talus) présente un mouvement important vers le bas contrairement au pied du talus où le mouvement est orienté vers le haut, c'est l'escarpement et le bourrelet.

Tableau (IV.4) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Maillage	**élément à 15 nœuds**	**élément à 6 nœuds**
Déplacement total	0.76 m	2.18 m
Coefficient de sécurité	2.22	2.42
Déformation totale	23.43 %	44.36 %

IV.4.2 Influence de la loi de comportement

Dans le modèle initial, nous avons utilisé le modèle de Mohr-Coulomb dans le cas de la résolution numérique, par contre dans le cas de la modélisation analytique le modèle utilisé était celui d'un comportement rigide parfaitement plastique. Dans l'objectif de quantifier l'effet de changement du modèle de comportement du sol sur les résultats de calcul, nous avons adopté, pour ce qui suit, un autre modèle qui fait intervenir l'écrouissage dans le comportement du sol (Hardening Soil Model). Les résultats de cette analyse seront comparés d'une part, à ceux calculés avec un modèle sans écrouissage et ceux calculés par le logiciel Talren d'autre part.

IV.4.2.1 Calcul des paramètres de HSM (Hardening Soil Model)

On conserve le même modèle initial et on calcule au milieu de la couche, trois modules de déformations équivalents au module E_{50} par les formules :

$$E_{50} = E_{50}^{ref}\left(\frac{\sigma_3'}{p_{ref}}\right)^m ;\ E_{ur} = E_{ur}^{ref}\left(\frac{\sigma_3'}{P_{ref}}\right)^m ;\qquad E_{oed} = E_{oed}^{ref}\left(\frac{\sigma_3'}{P_{ref}}\right)^m$$

$$E_{ur}^{ref} \approx 4\,E_{50}^{ref};\ E_{oed}^{ref} \approx E_{50}^{ref}$$

Les caractéristiques de sol sont données sur le tableau (IV.5).

Tableau(IV.5) « Paramètres de HSM »

caractéristiques	E_{50}^{ref}	E_{ur}^{ref}	E_{oed}^{ref}	γ_s	γ	K_0	ϕ	Ψ	**c**	ν	P_{ref}	**m**
Unité	KPa	KPa	KPa	KN/m^3	KN/m^3	-	◦	◦	KPa	-	KPa	-
valeur	49000	196000	49000	19	20	0.426	35	5	10	0.33	100	0.55

Déformation du maillage

La déformation de maillage est représentée sur la Figure (IV.17) on note un déplacement total maximum de 0.15 m.

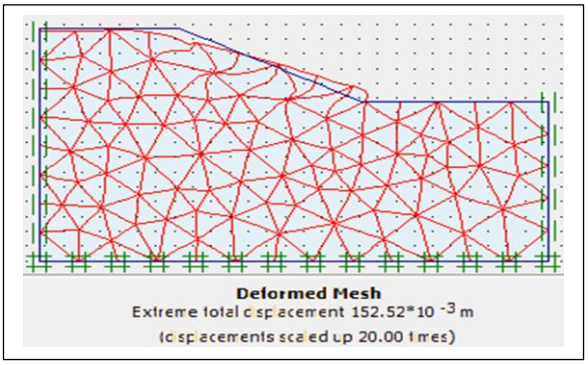


Figure IV.17 : Déformation du maillage

Calcul du coefficient de sécurité dans les conditions initiales

Le coefficient de sécurité calculé est F_s = 2.22. Pour ce modèle.

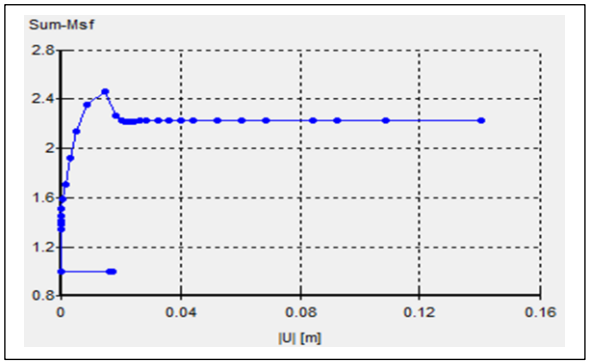


Figure IV.18 : Variation de coefficient de sécurité

Déformation totale

On note une valeur maximale de déformation totale de $\varepsilon_{xy} = 4.98\ \%$ dans le modèle de HSM.

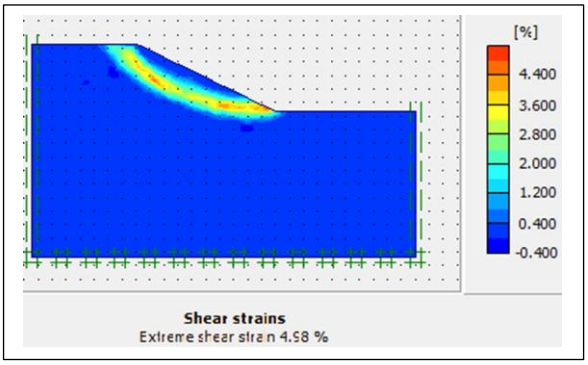


Figure IV.19 : Déformation totale

Déplacements du talus

Les Figures suivantes représentent les déplacements du talus

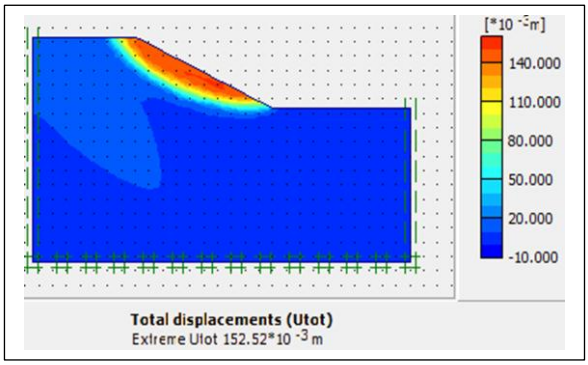


Figure IV.20 : Champ de déplacements totaux du talus

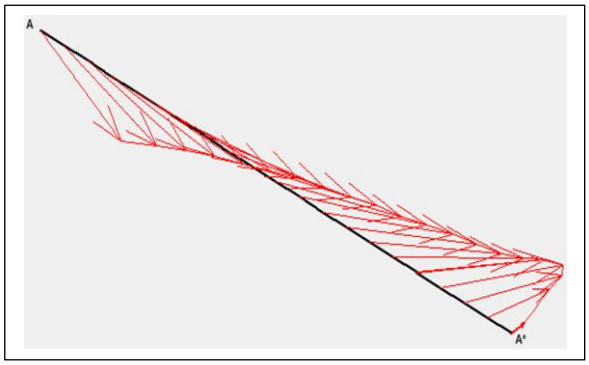


Figure IV.21 : Déplacement de la surface de talus AA'

Nous constatons que la rupture est de forme circulaire et passe au pied du talus.

Déplacement des points témoins

La Figure suivante présente les déplacements des points témoins choisis au niveau du talus en fonction des étapes de chargement.

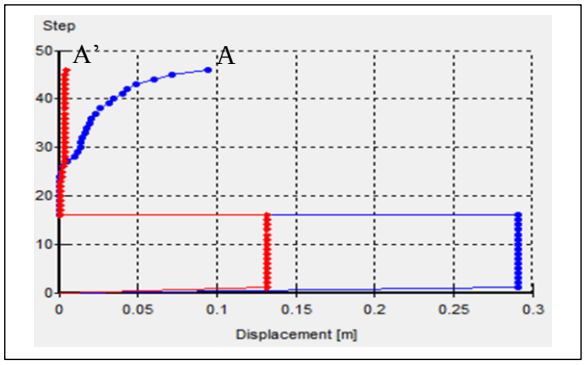


Figure IV.22 : Déplacements des points témoins

La rupture du talus intervient après la 46ème étape de chargement.

Les courbes montrent clairement que le déplacement le plus important se situe au niveau du point A (à la crête de talus). Le déplacement du point A' (pied de talus) est nettement inferieur

Constatations

En ce qui concerne l'influence du changement de modèle de comportement, on constate :
Relativement au calcul avec le modèle de Mohr -Coulomb, le calcul avec une loi de comportement elasto-plastique avec écrouissage a donné les résultats suivants :

- ✓ Une diminution importante des déplacements.
- ✓ Aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité et la forme de la surface de rupture.
- ✓ Pour l'étape de chargement qui a provoqué la rupture : cette étape(32ème étape) est nettement supérieure par rapport au modèle de Mohr- coulomb, ce qui explique l'effet de l'écrouissage pris en compte dans ce modèle elasto-plastique.

- ✓ L'analyse du talus avec une loi de comportement élasto plastique avec écrouissage donné une diminution très importante des déformations du talus.

Tableau (IV.6) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Paramètres de comparaison	**Méthode des éléments finis**		**Méthode de Bishop**
	Modèle MC (sans ecrouissage)	**Modèle HSM (sans ecrouissage)**	**Rigide- plastique**
Déplacement total de talus	0.76 m	0.15 m	-
Coefficient de sécurité	2.22	2.22	1.54
Déformation totale	23.43 %	4.98 %	-
L'étape de rupture	32	46	-
Profondeur de surface de rupture	2.5 m	2.5 m	2.3 m

IV.4.3 Effet des paramètres géotechniques

En ce qui concerne les paramètres géotechniques, nous allons étudier l'influence de quatre paramètres pour chaque type de calcul (logiciel Talren et logiciel Plaxis).

Les paramètres géotechniques sont : la cohésion, l'angle de frottement, le module d'Young (module d'élasticité) et le coefficient de Poisson.

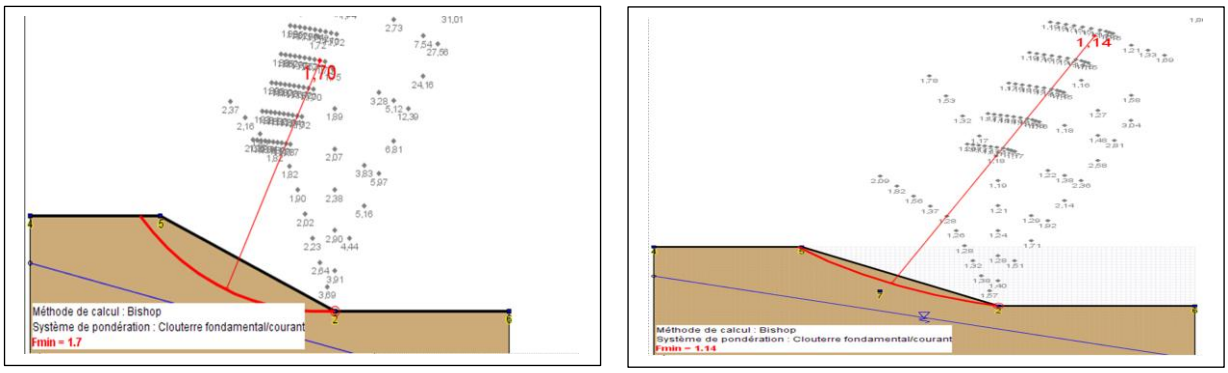
IV.4.3.1 Effet de la cohésion « c »

a) Modélisation analytique

Pour cette étude paramétrique, nous allons essayer les valeurs suivantes :
c =15 kPa ;
c =1 kPa.

Allure de la surface de rupture et valeur du coefficient de sécurité

La Figure (IV.23) montre la ligne de rupture éventuelle obtenue par la méthode de calcul à la rupture et la valeur du coefficient de sécurité associée.



c=15 KPa

c=1KPa

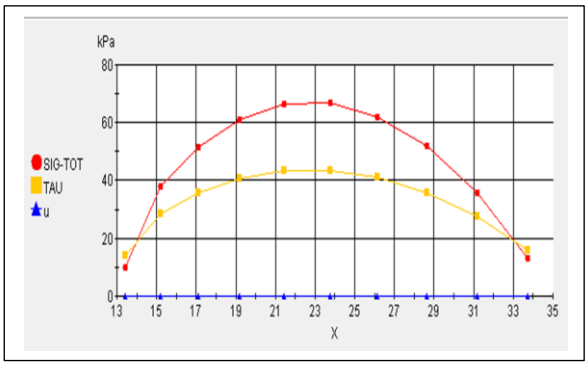
Figure IV.23 : Surface de glissement obtenu par la méthode ordinaire

Pour les valeurs de la cohésion prises égales à 15 et 1 kPa, les coefficients de sécurité calculés pour ce talus sont respectivement Fs = 1.70 et Fs=1.14.

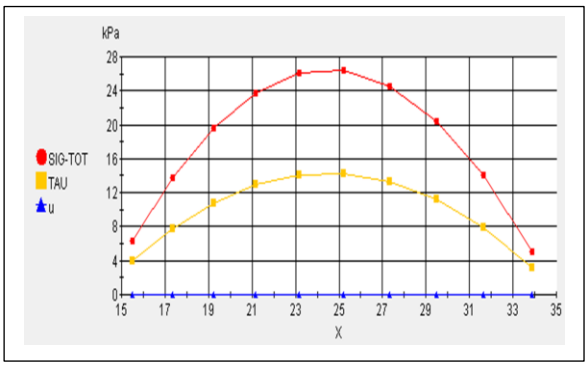
Contrainte totale normale et de cisaillement

La Figure (IV.24), représente la variation de la contrainte normale totale et de la contrainte de cisaillement le long de la surface de rupture éventuelle.

Pour une cohésion de 15 kPa, la contrainte normale maximale est de 66.87 kPa et la contrainte de cisaillement maximale est de 43.57 kPa. Le calcul avec la cohésion de 1 kPa, a donné des valeurs plus faibles à savoir 26.35 kPa pour la contrainte normale maximale et 14.26 kPa pour la contrainte de cisaillement.



c=15 kPa



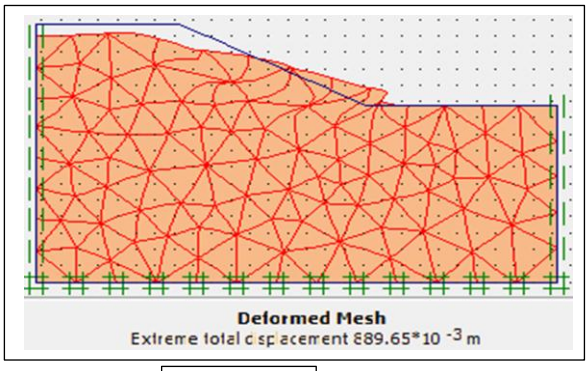
c=1kPa

Figure IV.24 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisée le long de la surface de rupture

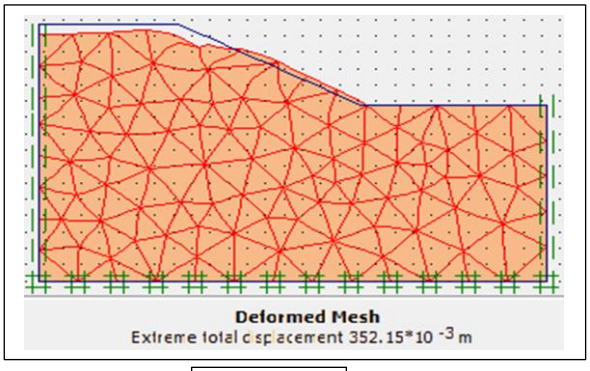
b) Modélisation numérique

Déformation du maillage

La déformation du maillage est représentée sur la Figure(IV.25).



c=15 kPa



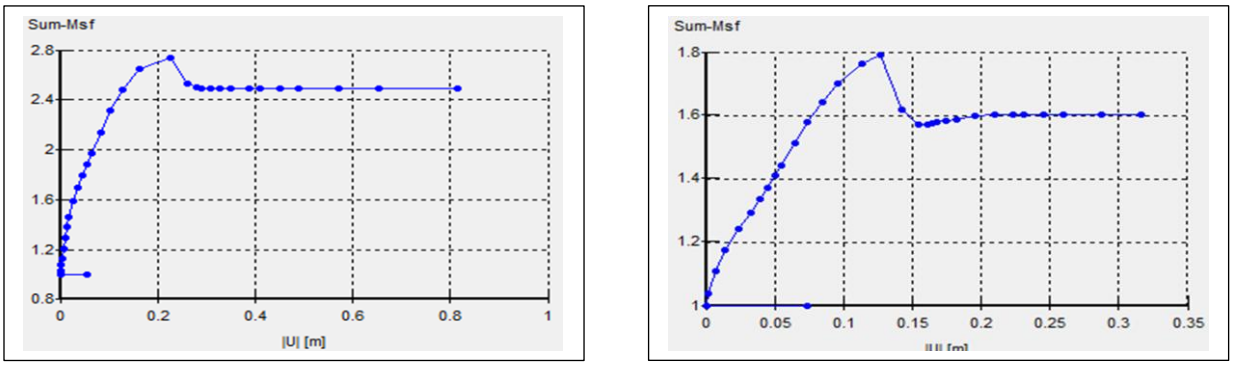
c=1kPa

Figure IV.25 : Déformation du maillage après application de la gravité

On note un déplacement total maximal d'une valeur égale à 0.88 m pour c=15 kPa et 0.35 m pour c=1 kPa,

Coefficient de sécurité

Nous avons obtenu un coefficient de sécurité minimal F_S =2,5 pour c=15 kPa et F_S= 1.6 pour c=1KPa.

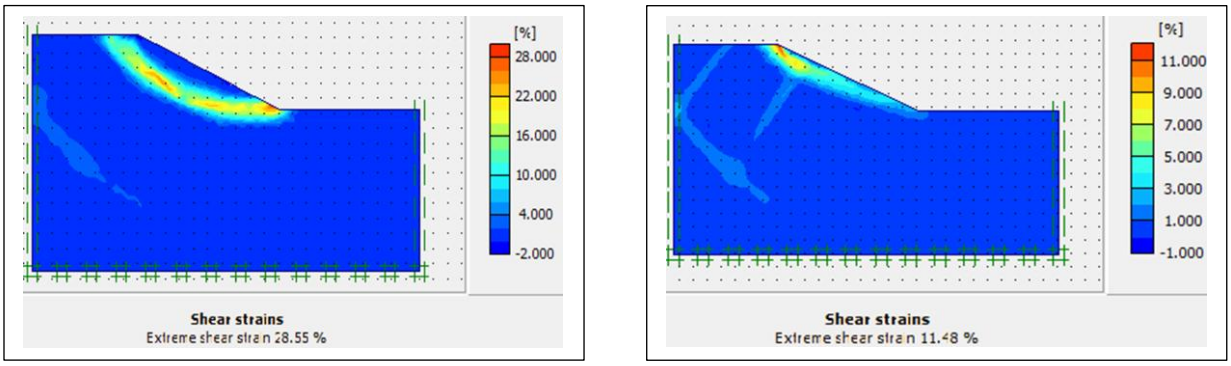


c=15 kPa | c=1kPa

Figure IV.26 : Variation de coefficient de sécurité

Déformation totale

On note une valeur maximale de déformation totale de $\varepsilon_{xy} = 28\ \%$ pour c=15kPa et $\varepsilon_{xy} = 11\ \%$ pour c=1kPa

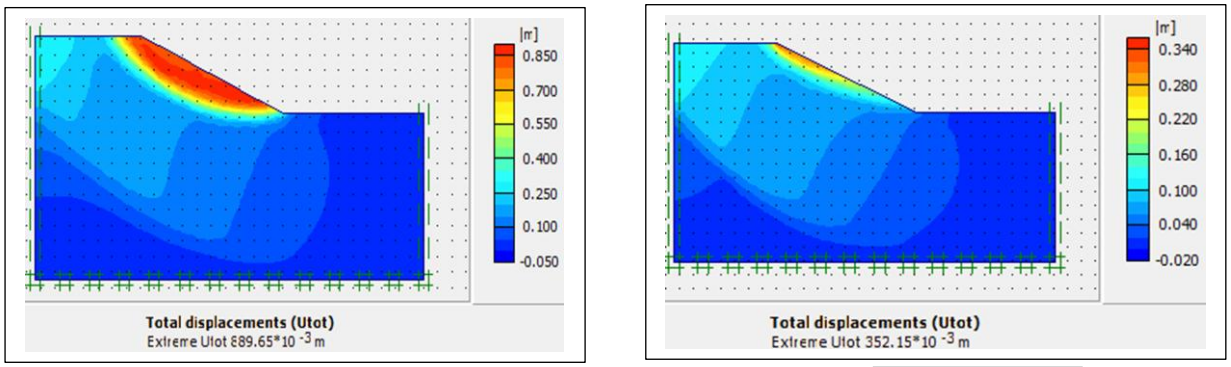


c=15 kPa | c=1kPa

Figure IV.27 : Déformation totale

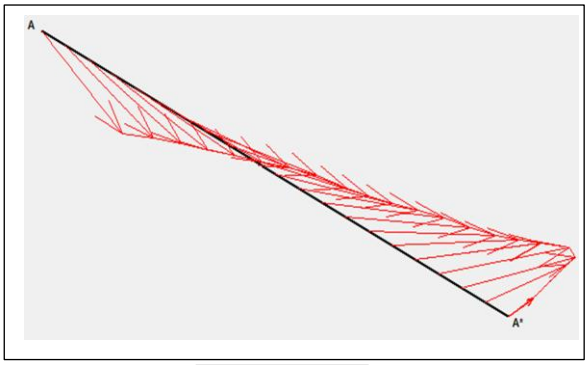
Déplacements du talus

Le champ des déplacements est représenté par les Figures (IV.28),(IV.29)

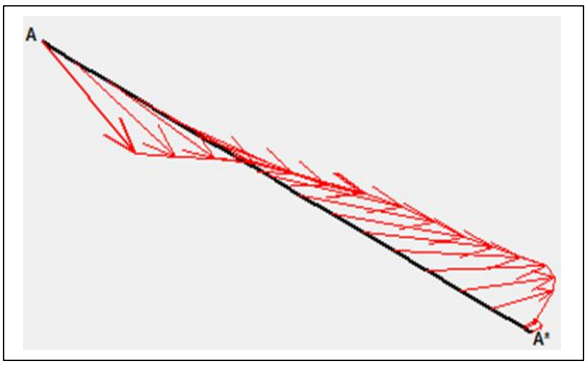


a) c=15 kPa | b) c=1kPa

Figure IV.28 : Champ de déplacements totaux du talus



c=15 kPa

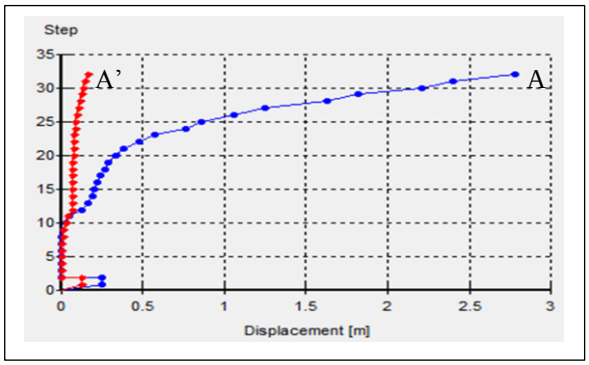


c=1kPa

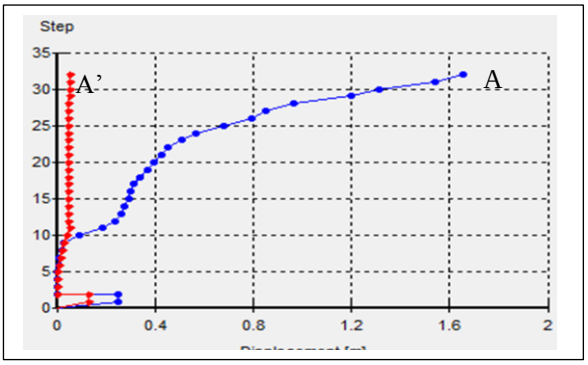
Figure IV.29 : Déplacement de la surface de talus AA'

Déplacements des points témoins

Les Figures suivantes présentent les déplacements des points témoins choisis au niveau du talus en fonction des étapes de chargement.



c=15 kPa



c=1kPa

Figure IV.30 : Déplacement des points témoins en fonction des étapes de chargement

Constatations

En ce qui concerne la modélisation analytique on constate que :

Une augmentation de la cohésion conduit à :

- Une augmentation de coefficient de sécurité.
- Une augmentation de contrainte totale normale.
- Une augmentation de contrainte de cisaillement.
- Une surface de rupture plus profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique on constate que :

Une augmentation de la cohésion conduit à :

- Une augmentation du déplacement total de talus.
- Une augmentation de la déformation totale.
- Une surface de rupture plus profonde.
- Une augmentation de coefficient de sécurité.
- Aucune influence sur l'étape de chargement qui provoque la rupture du talus.

Les résultats obtenus sont en accord avec l'effet de l'augmentation de la cohésion sur le comportement du sol (plus de cohésion donne plus de résistance)
Donc les deux méthodes de calcul montrent la même influence de la cohésion sur la stabilité de talus

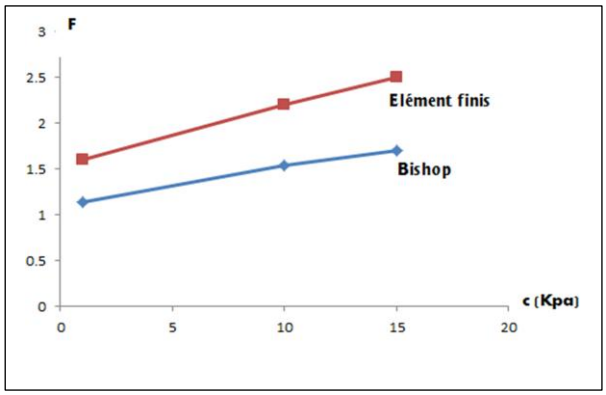


Figure IV.31 : Variation du coefficient de sécurité en fonction de la cohésion dans les deux méthodes

Tableau (IV.7) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Paramètres de comparaison	**Méthode des éléments finis**			**Méthode de Bishop**		
	c=10 kPa	**c=15 kPa**	**c=1kPa**	**c=10 kPa**	**c=15 kPa**	**c=1kPa**
Déplacement totale de talus	0.76 m	0.88 m	0.35 m	-	-	-
Coefficient de sécurité	2.22	2,5	1.6	1.54	1.70	1.14
Déformation totale	23.43 %	28 %	11 %	-	-	-
L'étape de rupture	32	32	32	-	-	-
Profondeur de surface de rupture	2.5 m	3.2 m	1.3 m	2.3 m	3 m	1.2 m
contrainte totale normale	-	-	-	55,3 KPa	66,87 KPa	26.35KPa
contrainte de cisaillement	-	-	-	34,61 KPa	43,571 KPa	14.26KPa

IV.4.3.2 Effet de l'angle de frottement « ϕ »

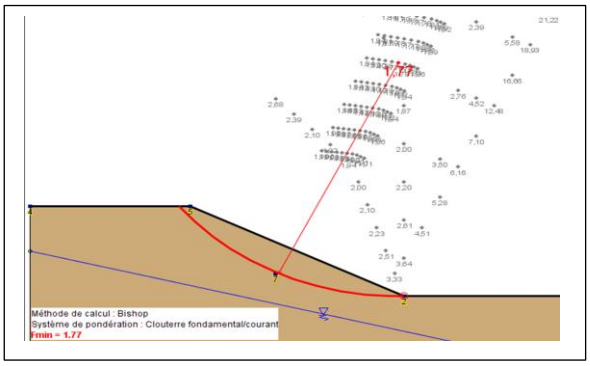
Pour l'étude paramétrique, on fait les calculs pour

- ϕ −5°
- ϕ +5°

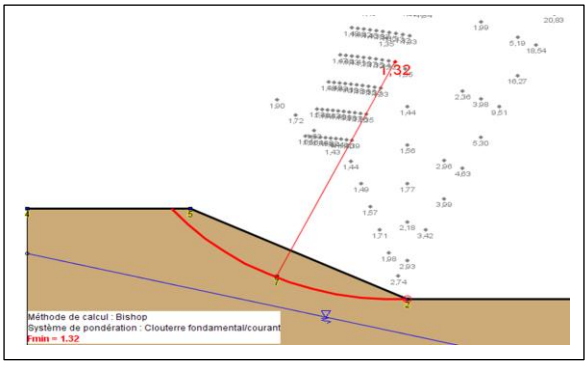
a) Modélisation analytique

Allure de la surface de rupture et valeur du coefficient de sécurité

La Figure (IV.32) montre la ligne de rupture éventuelle obtenue par la méthode de calcul à la rupture et la valeur du coefficient de sécurité associée.



ϕ =40°



ϕ =30°

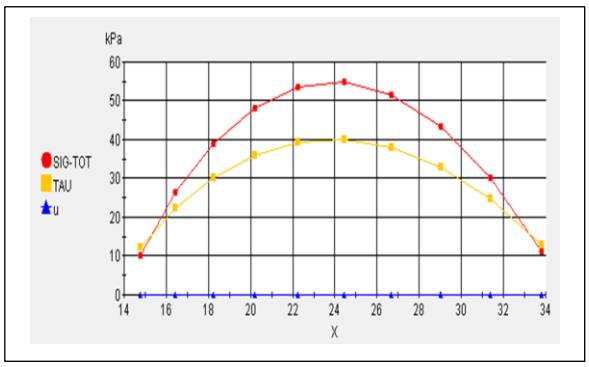
Figure IV.32 : Surface de glissement obtenue par la méthode ordinaire

Pour des valeurs de l'angle de frottement égales à 40° et 30°, les coefficients de sécurité calculés pour ce talus sont respectivement Fs = 1.77et Fs=1.32.

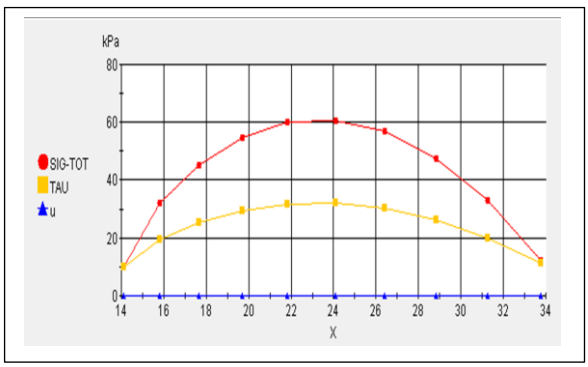
Contrainte totale normale et de cisaillements mobilisés le long de la surface de rupture

La Figure (IV.33), représente la variation de la contrainte normale totale et de la contrainte de cisaillement le long de la surface de rupture éventuelle.

Pour un angle de frottement ϕ=40°, la contrainte normale maximale est de 54.87 kPa et la contrainte de cisaillement maximale est de 40.03 kPa. Le calcul avec un angle de frottement de 30° a donné une valeur plus élevée en ce qui concerne la contrainte normale totale (60.78 kPa) et une valeur plus faible de la contrainte de cisaillement (31.98 kPa)



ϕ=40°



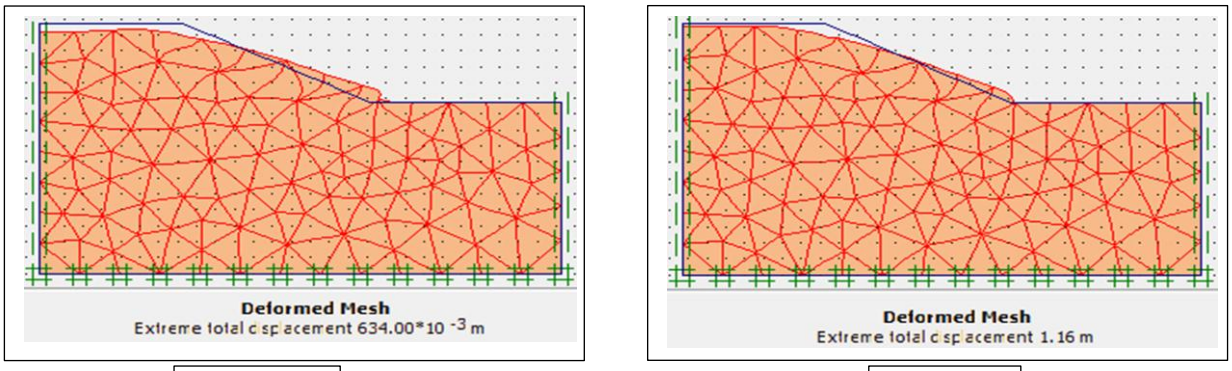
ϕ=30°

Figure IV.33 : Variation de contrainte normale et cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture

a) Modélisation numérique :

Déformation du maillage

La déformation du maillage est représentée sur la Figure (IV.34).



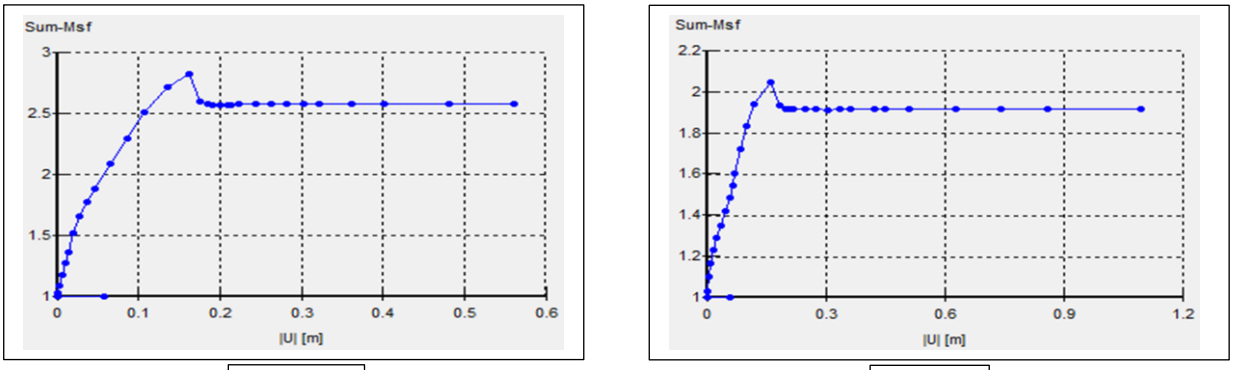
ϕ =40° ϕ =30°

Figure IV.34 : Déformation du maillage

On note un déplacement total maximum d'une valeur de 0.63 m pour ϕ=40° et 1.16 m pour ϕ=30°

Coefficient de sécurité

Nous avons obtenu un coefficient de sécurité minimal FS =2.55 pour ϕ =40° et FS= 1.93 pour ϕ =30°.

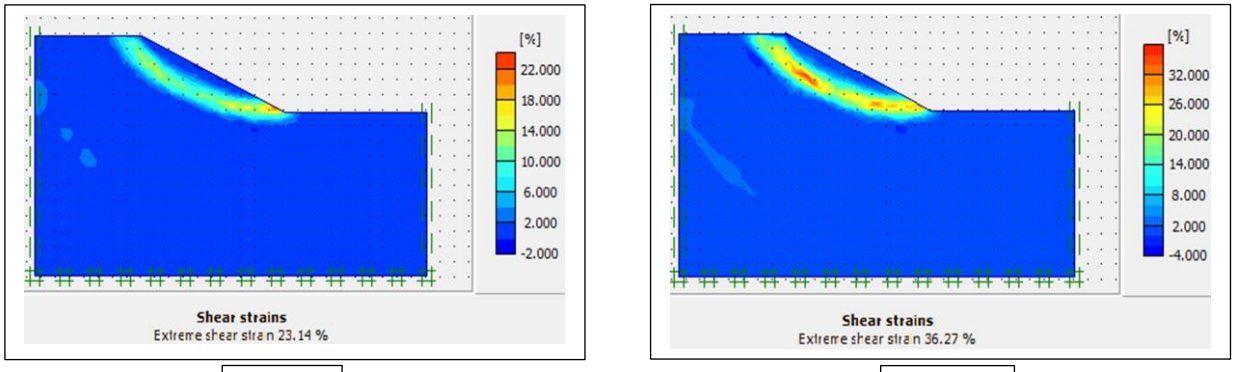


ϕ =40° ϕ =30°

Figure IV35 : Variation du coefficient de sécurité

Déformation totale

On note une valeur de déformation totale de $\varepsilon_{xy} = 23\ \%$ pour ϕ =40° et $\varepsilon_{xy} = 36\%$ pour ϕ =30°

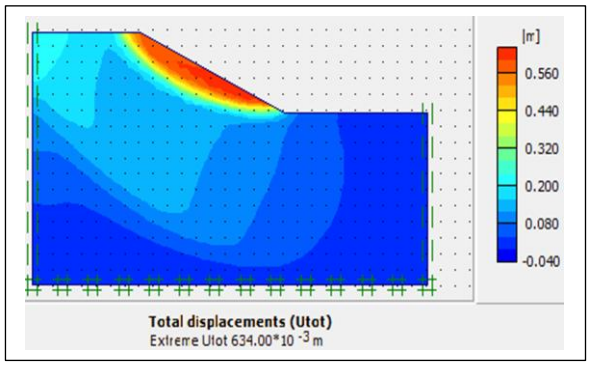


ϕ =40° ϕ =30°

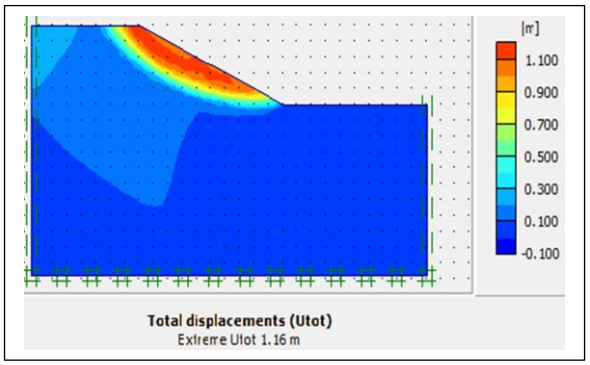
Figure IV.36 : Déformation totale

Déplacements du talus

les figeures suivantes représentes le champ de déplacements au sein du talus :

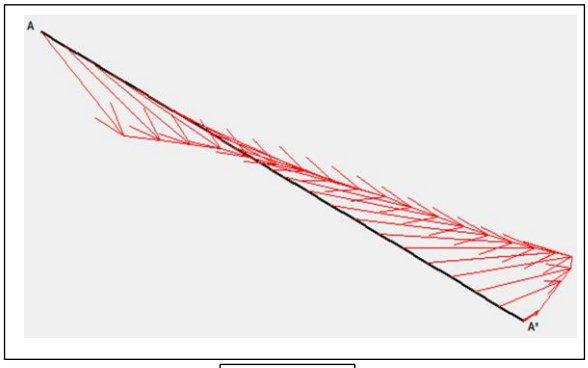


ϕ =40°

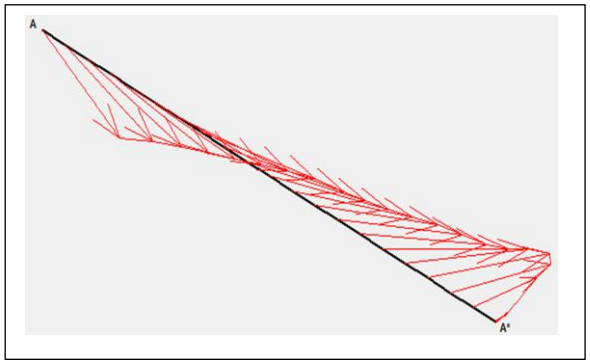


ϕ =30°

Figure IV.37 : Champ de déplacements totaux du talus



ϕ =40°

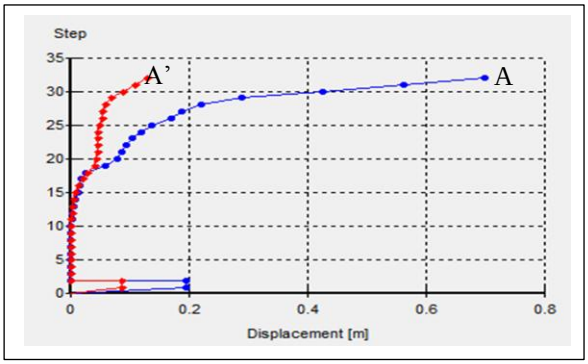


ϕ =30°

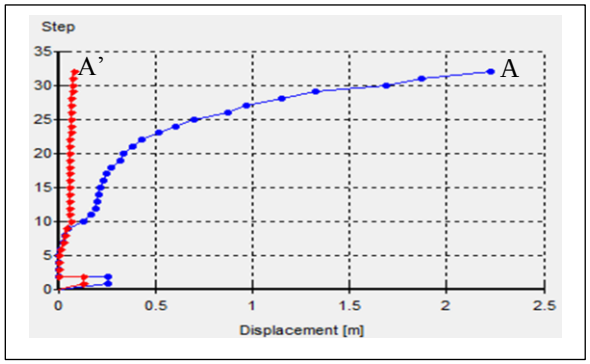
Figure IV.38 : Déplacement de la surface du talus AA'

Déplacements des points témoins

Les Figures suivantes présentent les déplacements des points témoins choisis au niveau du talus en fonctions des étapes de chargement



ϕ =40°



ϕ =30°

Figure IV.39 : Déplacement des points témoins

Constatations

En ce qui concerne la modélisation analytique on constate que :

Une augmentation de l'angle de frottement conduit à :

- Une augmentation de la valeur du coefficient de sécurité.
- Une diminution de la contrainte normale totale.
- Une augmentation de la contrainte de cisaillement.
- Une surface de rupture moins profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique on constate que :

Une augmentation de l'angle de frottement conduit à :

- Une diminution du déplacement total.
- Une augmentation du coefficient de sécurité.
- Une diminution de la déformation totale.
- Une surface de rupture moins profonde.
- Aucune influence sur l'étape de chargement qui provoque la rupture du talus.

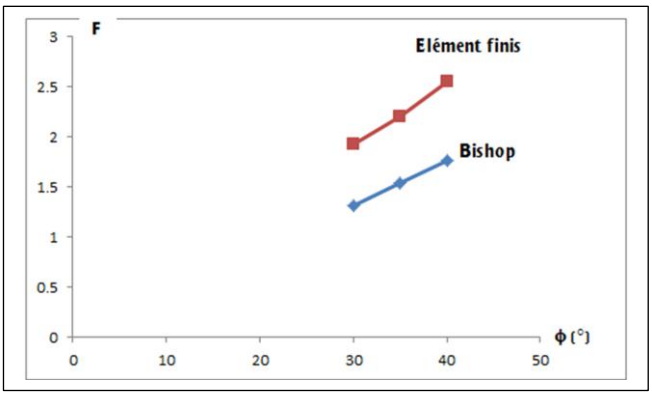


Figure IV.40 : Variation du coefficient de sécurité en fonction de l'angle de frottement dans les deux méthodes

Tableau (IV.8) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Paramètres de comparaison	**Méthode des éléments finis**			**Méthode de Bishop**		
	ϕ=35°	**ϕ=40°**	**ϕ=30°**	**ϕ=35°**	**ϕ=40°**	**ϕ=30°**
Déplacement total	0.76 m	0.63 m	1.16 m	-	-	-
Coefficient de sécurité	2.20	2,55	1.93	1.54	1.77	1.32
Déformation totale	23.43 %	23 %	36 %	-	-	-
Etape de rupture	32	32	32	-	-	-
Profondeur de la surface de glissement	2.3 m	2 m	2.7 m	2.5 m	2 m	3 m
Contrainte normale totale	-	-	-	55,3KPa	54,87 KPa	60.78 KPa
Contrainte de cisaillement	-	-	-	34,61 KPa	40,03 KPa	31.98 KPa

IV.4.3.3 Effet de module d'Young E

Plaxis utilise le module d'Young comme module de déformation de référence dans le modèle élastique et le modèle de Mohr-Coulomb, mais d'autres modules de déformation sont également considérés. Un module de déformation a la dimension d'une contrainte (force par unité de surface). Les valeurs de la raideur adoptées dans un calcul, demandent une attention particulière, parce que la plupart des géomatériaux présente un comportement non linéaire dès le début du chargement [BRI1, 03]. En mécanique des sols, la pente initiale est appelée E_0 et le module sécant à 50% de la résistance en compression est noté E_{50}. Pour des argiles surconsolidées et quelques roches avec un large domaine élastique, il est réaliste d'utiliser E_0 alors que pour les sables et les argiles normalement consolidées, il est préférable de prendre E_{50}.

Pour les sols, le module initial et le module sécant tendent à augmenter avec la pression de confinement. Par conséquent, les couches de sol en profondeur, ont souvent une raideur plus élevée que les couches en surface. De plus, la raideur apparente dépend du chemin de contrainte suivi. La raideur durant les cycles charge-décharge est supérieure à celle durant un chargement primaire. En outre, la raideur observée pour un sol en termes de module d'Young, est généralement plus petite pour des compressions drainées que pour du cisaillement. Donc, en choisissant un module de déformation constant pour représenter le comportement du sol, l'utilisateur devra retenir une valeur qui prenne à la fois en compte le niveau de contrainte et le chemin de contrainte. Remarquons que des comportements de sols dépendant des contraintes sont pris en compte dans les modèles avancés de PLAXIS. Dans le modèle de Mohr-Coulomb, PLAXIS propose une option spéciale pour définir une rigidité variable avec la profondeur (voir Paramètres avancés) [30].

Dans le modèle d'initial, on a pris un module de rigidité E = 18000 kPa.

Pour l'étude paramétrique, nous utilisons ;

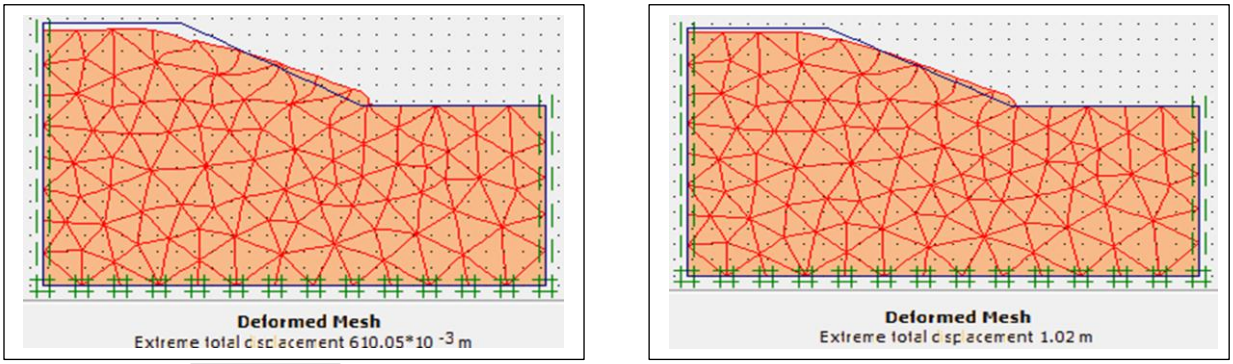
- E −25% ;
- E +25%.

NB.

La variation du module d'Young E concerne uniquement le cas du calcul numérique (méthode contrainte/déformation).

Déformation de maillage

La déformation du maillage est représentée par la Figure suivante.



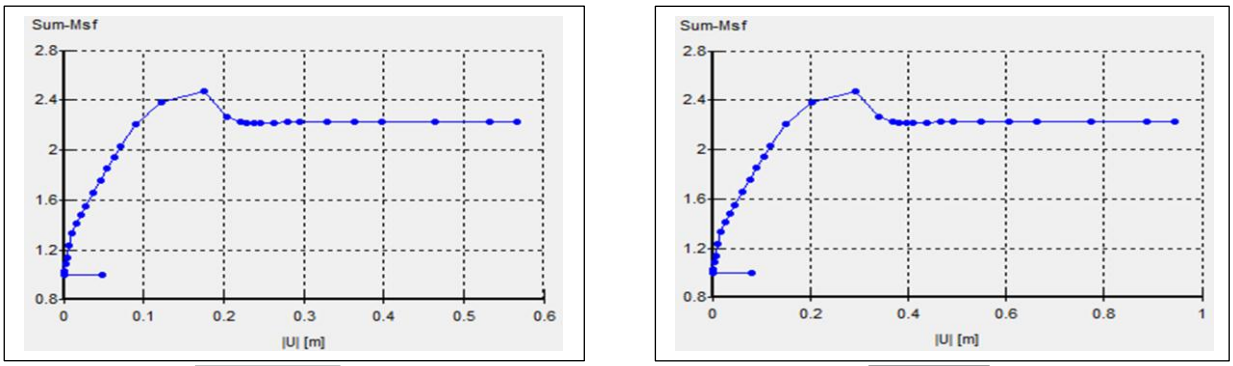
E+25% E-25%

Figure IV.41 : Déformation du maillage

On note un déplacement total maximum d'une valeur égale à 0.61 m pour E+25% et 1.02 m pour E-25%

Coefficient de sécurité

Nous avons obtenu un coefficient de sécurité moyen F_S =2.22 pour E+25% et FS= 2.22 pour E-25%.

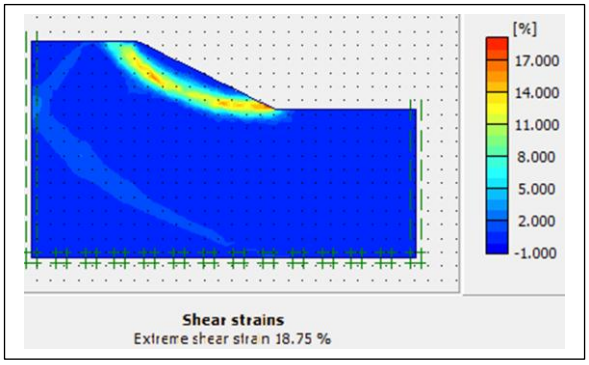


E+25% E-25%

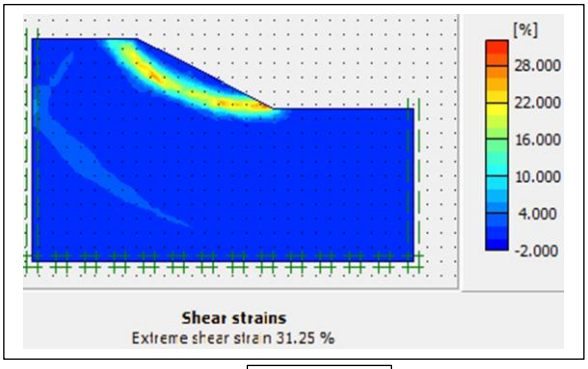
Figure IV.42 : Variation du coefficient de sécurité

Déformation totale

On note une valeur maximale de déformation totale de $\varepsilon_{xy} = 18\ \%$ pour E+25% et $\varepsilon_{xy} = 31\%$ pour E-25%



E+25%

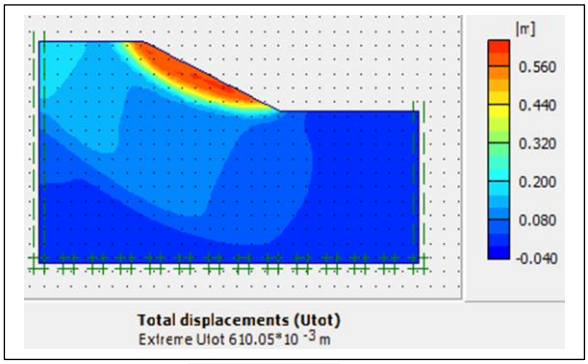


E-25%

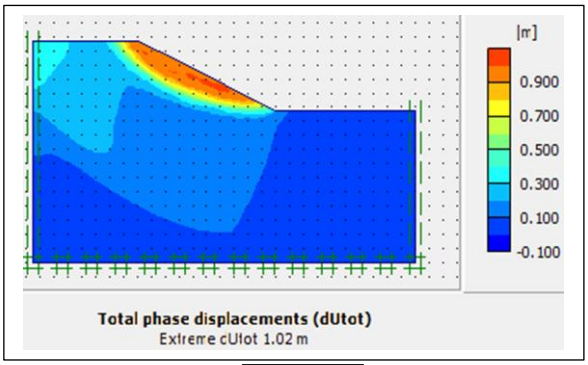
Figure IV.43 : Déformation totale

Déplacements du talus

le champ de déplacements est représenté par la Figure (IV.44) et (IV.45)

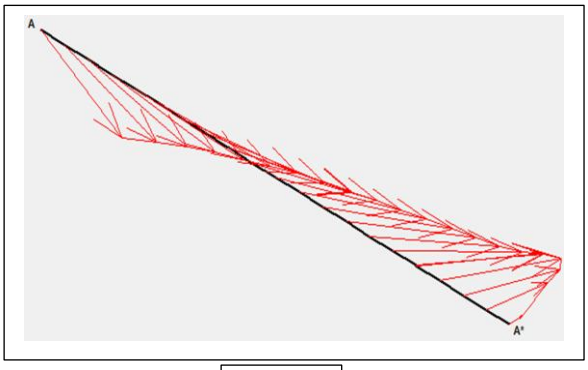


E+25%

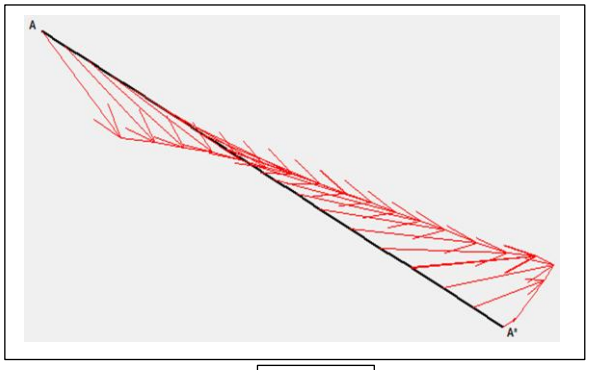


E- 25%

Figure IV.44 : Champ de déplacements totaux du talus



E+25%

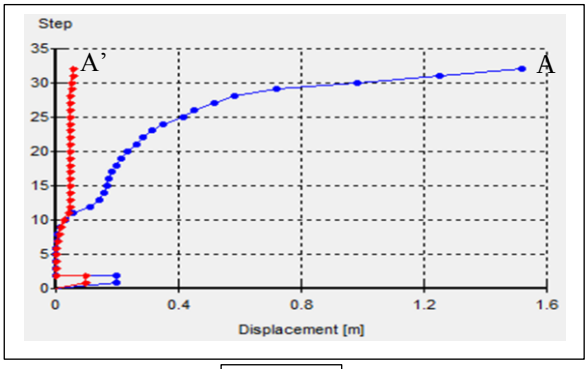


E-25%

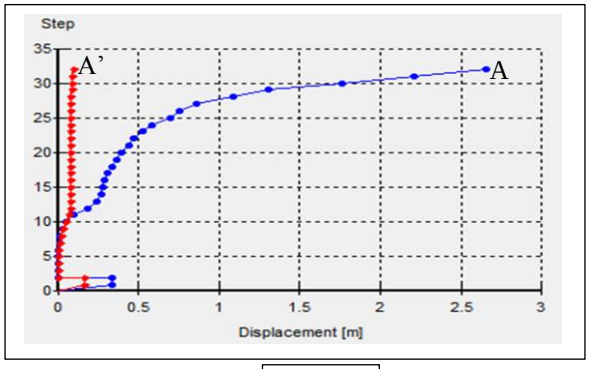
Figure IV.45 : Déplacement de la surface de talus AA'

Déplacement des points témoins

Les Figures suivantes présentent les déplacements des points témoins choisis au niveau du talus en fonctions des étapes de chargement.



E+25%



E-25%

Figure IV.46 : Déplacement des points témoins

Constatations :

1) Une augmentation du module d'Young conduit à :

- Une diminution de déplacement.
- Aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité.
- Une diminution des déformations.
- Aucune influence sur la position de la surface de rupture.
- Aucune influence sur l'étape de chargement de rupture du talus.

Tableau (IV.9) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Paramètres de comparaison	**Méthode des éléments finis**		
	E=18000	**E+25%**	**E-25%**
Déplacement max	0.76 m	0.61 m	1.02 m
Coefficient de sécurité	2.22	2.22	2.22
Déformation max	23.43 %	18 %	31 %
Etape de rupture	32	32	32
Profondeur de surface de glissement	2.5 m	2.5 m	2.5 m

IV.4.3.4 Effet de coefficient de Poisson « ν »

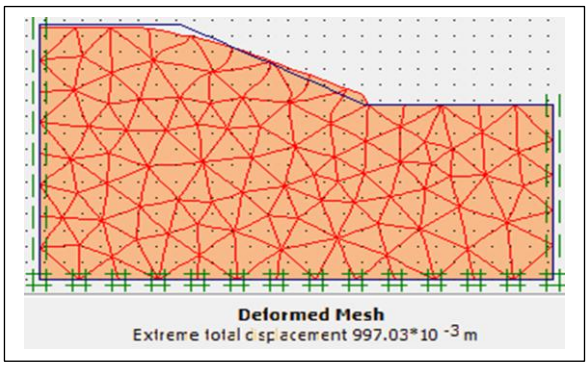
Des essais triaxiaux standards drainés peuvent montrer une diminution significative de volume au début du chargement et révéler ainsi une faible valeur du coefficient de Poisson (ν_0) [BRI1, 03].
Dans certains cas, comme les problèmes de déchargement particuliers, il peut être réaliste d'employer une valeur initiale aussi faible, mais en général, pour le modèle de Mohr-Coulomb, l'utilisation d'une valeur plus élevée est recommandée (manuelle scientifique Plaxis [30]).
Le choix d'une valeur pour le coefficient de Poisson, est particulièrement simple dans le cas du modèle élastique ou du modèle de Mohr-Coulomb avec un chargement gravitaire. Dans ces types de chargement, PLAXIS devrait fournir des valeurs réalistes pour le rapport $K_0 = \sigma_h / \sigma_v$.
Comme les deux modèles donneront le rapport bien connu de $\sigma_h / \sigma_v = \nu / (1 - \nu)$ pour une compression unidimensionnelle, il est facile de choisir un coefficient de Poisson qui donne une valeur réaliste pour K_0. Ainsi, ν est évalué par l'intermédiaire de K_0. Dans la plupart des cas, les valeurs de ν sont comprises entre 0,3 et 0,49. En général, de telles valeurs peuvent être aussi utilisées pour des conditions de chargement autres que la compression unidimensionnelle. Dans le cas d'un comportement non drainé, il est conseillé d'entrer une valeur effective pour le coefficient de Poisson et de sélectionner Undrained comme type de comportement. De cette façon, Plaxis ajoutera automatiquement un module de compressibilité pour le fluide interstitiel, basé sur un coefficient de Poisson non drainé implicite de 0,495. Dans ce cas, le coefficient de Poisson effectif devra être inférieur à 0,35.
Dans le modèle de référence, on a pris un coefficient : ν = 0,33
Pour les calculs de l'étude paramétrique, on utilise :

- ν −0,01 ;
- ν +0,01.

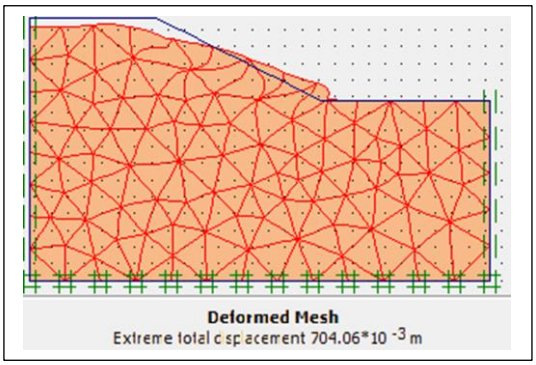
NB.
La variation du module d'Young E concerne uniquement le cas du calcul numérique (méthode contrainte/déformation).

Déformation du maillage

La déformation du maillage est représentée par les figures ci-dessous



ν =0.32



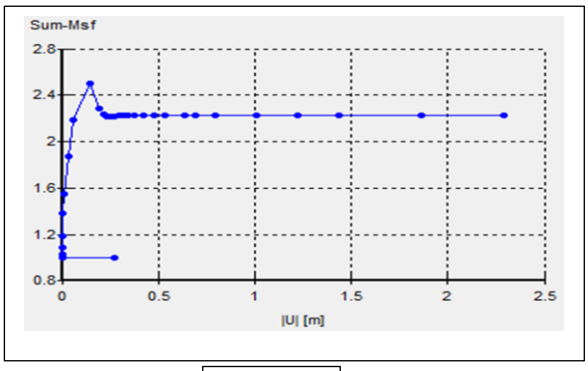
ν =0.34

Figure IV.47 : Déformation du maillage

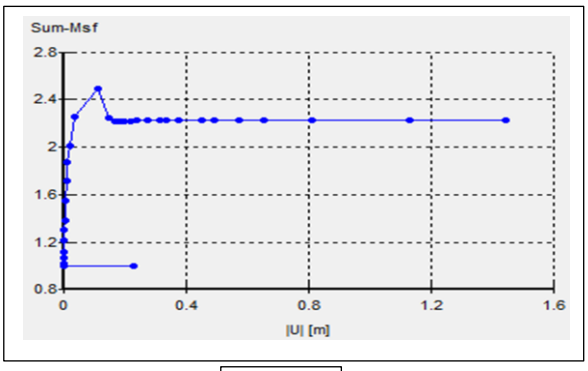
On note un déplacement total maximal d'une valeur de 0.99 m pour ν =0.32 et 0.70 m pour ν=0.34

Coefficient de sécurité

Nous avons obtenu des coefficients de sécurité moyens FS =2.2 pour ν =0.32 et FS= 2.2 pour ν=0.34



ν =0.32

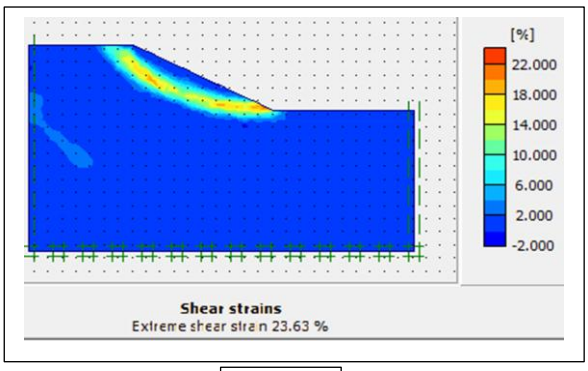


ν =0.34

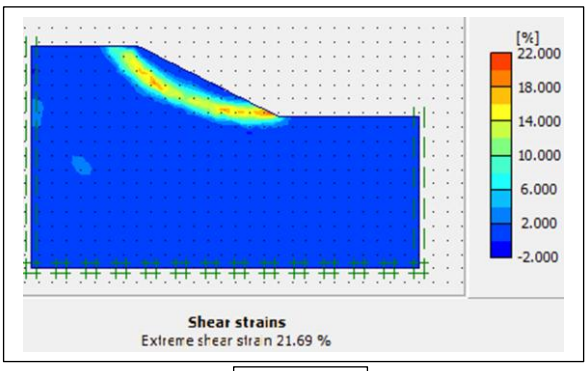
Figure IV.48 : Variation de coefficient de sécurité

Déformation totale

Pour ν =0.32 la valeur maximale de la déformation totale est égale à $\varepsilon_{xy} = 23.63\ \%$ et pour ν=0.34 elle est égale à $\varepsilon_{xy} = 21.69\ \%$



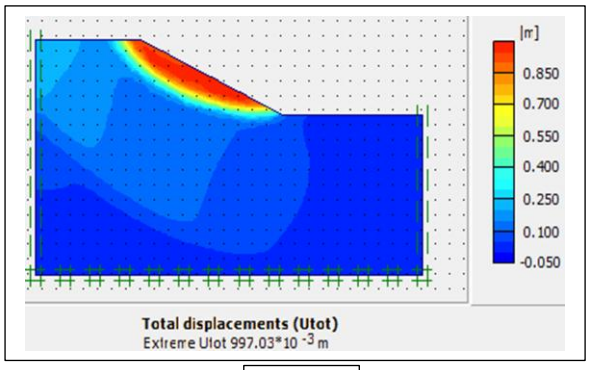
ν =0.32



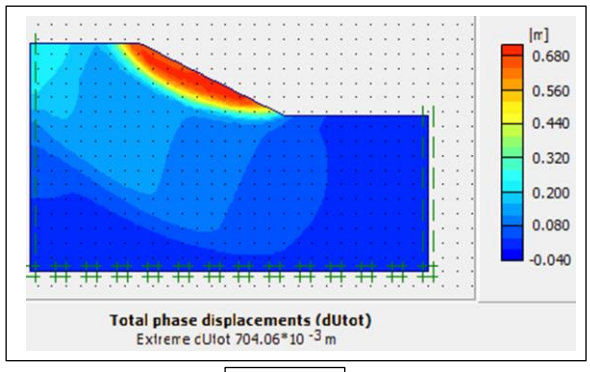
ν=0.34

Figure IV.49 : Déformation totale

Déplacements du talus

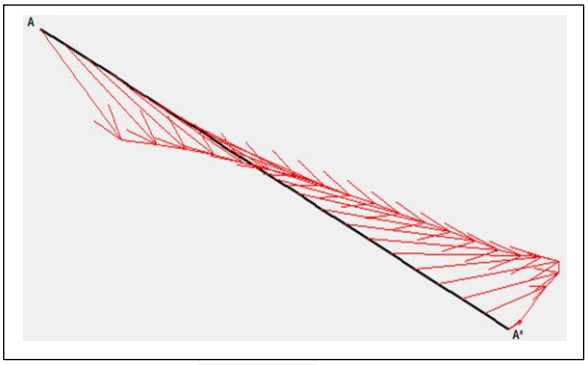


ν=0.32

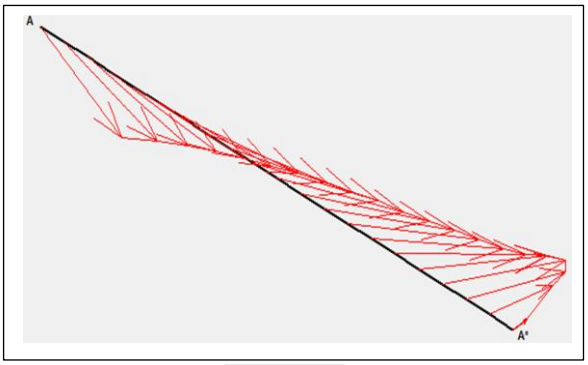


ν=0.34

Figure IV.50 : Champ de déplacements totaux



ν=0.32

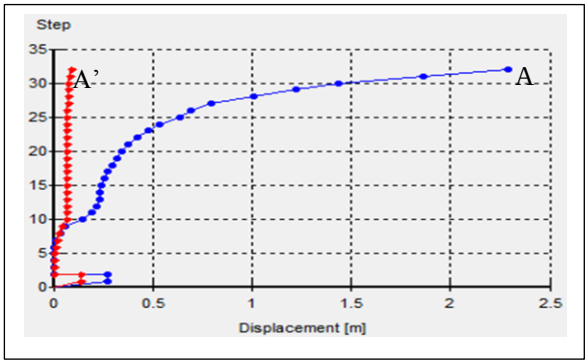


ν=0.34

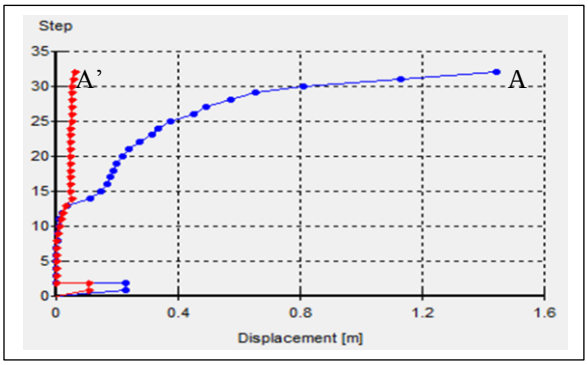
Figure IV.51 : Déplacement en surface du talus AA'

Déplacement des points témoins

Les Figures suivantes présentent les déplacements des points témoins choisis au niveau du talus en fonctions des étapes de chargement.



ν=0.32



ν=0.34

Figure IV.52 : Déplacement des points témoins

Constatations

1) Une augmentation du coefficient de Poisson conduit à :

- Une diminution de déplacement.
- Aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité.
- Une diminution des déformations.
- Aucune influence sur la position de la surface de rupture.
- Aucune influence sur l'étape de chargement de rupture du talus.

Tableau (IV.10) « Récapitulatif des résultats de calcul»

Paramètres de comparaisons	**Méthode des éléments finis**		
	ν=0.33	**ν=0.32**	**ν=0.34**
Déplacement total	0.76 m	0.99 m	0.70 m
Coefficient de sécurité	2.20	2.20	2.20
Déformation totale	23.43 %	23.63 %	21.69 %
Etape de rupture	32	32	32
Profondeur de surface de glissement	2.5 m	2.5 m	2.5m

IV.5 Conclusion

De cette étude, nous avons relevé les points suivants :

- Influence du maillage : paramètre propre à la modélisation numérique, le passage de l'élément à 15 nœuds à l'élément à 06 nœuds, a révélé :

✓ Une augmentation des déplacements au sein du massif de sol.
✓ Une augmentation très légère de la valeur du coefficient de sécurité, autour de 9%.
✓ La ligne de rupture éventuelle un peu plus profonde.
✓ Une déformation totale plus importante.

- influence de la loi de comportement : paramètre propre à la modélisation numérique, l'utilisation d'un modèle élasto-plastique avec écrouissage comparativement à un modèle de Mohr-Coulomb a donné les résultats suivants :

✓ Une diminution importante des déplacements.
✓ Une forme de surface de rupture identique à la surface obtenue par le modèle de référence (MC).
✓ Une étape de chargement provoquant la rupture nettement supérieure.
✓ Aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité et la forme de la surface de rupture.
✓ Une diminution très importante des déformations du talus.

- Module d'Young E et le coefficient de Poisson ν : paramètres propre à la modélisation numérique, l'augmentation et la diminution de E etν, ne présente aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité et l'étape de chargement provoquant la rupture ainsi que la position de la surface de rupture. Concernant le déplacement total et la déformation totale, l'augmentation de E et ν conduit à la diminution des ces derniers.

- Influence de la cohésion et de l'angle de frottement :

1- l'influence de la cohésion :

En ce qui concerne la modélisation analytique, nous avons constaté qu'une augmentation de la cohésion conduit à une augmentation du coefficient de sécurité, des contraintes normales et de cisaillement avec une surface de rupture plus profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique, nous avons constaté qu'une augmentation de la cohésion conduit à une augmentation du déplacement total, de la déformation totale, avec une surface de rupture plus profonde, une augmentation du coefficient de sécurité, mais aucune influence sur l'étape de chargement provoquant la rupture du talus. Ces résultats sont en accord avec l'effet de l'augmentation de la cohésion sur le comportement du sol (plus de cohésion donne plus de résistance). L'effet de la variation de la cohésion sur l'analyse de la stabilité est mis en évidence par les deux méthodes de calcul

2- l'influence de ϕ :

En ce qui concerne la modélisation analytique, nous avons constaté qu'une augmentation de l'angle de frottement conduit à une augmentation de la valeur du coefficient de sécurité, une diminution de la contrainte normale et de cisaillement et une surface de rupture moins profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique l'augmentation de l'angle de frottement conduit à une diminution du déplacement total, une augmentation du coefficient de sécurité, une diminution de la déformation totale, une surface de rupture moins profonde mais aucune influence sur l'étape de chargement provoquant la rupture du talus.

Chapitre V

Etude de cas

V.1 Analyse de stabilité d'un talus : cas de la falaise d'Ain Taya

Une application sur un cas réel a été menée par les deux logiciels : Plaxis (élément finis) et Talren (analyse limite). L'étude concerne l'analyse de stabilité d'une falaise située dans la commune de Ain Taya – Wilaya d'Alger.

V.2 Situation géographique du site d'étude

Le site d'étude -plage de Surcouf- se situe dans la commune d'Ain Taya, à une vingtaine de kilomètres à l'Est d'Alger, montré sur la photo Google earth ci-dessous.



Photo (V.1) « Situation géographique du site d'étude (vues satellitaires - google earth) »



Photo (V.2) «Vue du talus»

V.3 Caractéristiques du site

Les caractéristiques mécaniques de chaque couche constituant le sol sont mentionnées dans le tableau ci-dessous :

Avec :

c : Cohésion (KN/m^2).

ϕ : L'angle de frottement interne en degré.

ψ : L'angle de dilatance en degré.

E : Module d'Young (KN/m^2)

ν : Coefficient de Poisson

Tableau (V.1) « Résultats de l'essai de cisaillement »

Les couches	Caractéristiques mécaniques					
	γ (kN/m^3)	c (kN/m^2)	ϕ (°)	ψ (°)	E (kN/m^2)	ν
Sable fin non consolidé (0m – 8m)	19	1	30	0	2000	0.3
Sable moyen non consolidé (8m -13m)	18.5	1	30	0	2500	0.3
Sable plus ou moins grossier (13m -15.1m)	19	1	32	2	800	0.3
Marne au-delà de profondeur de 15.1 m	24	231	13	0	8000	0.33

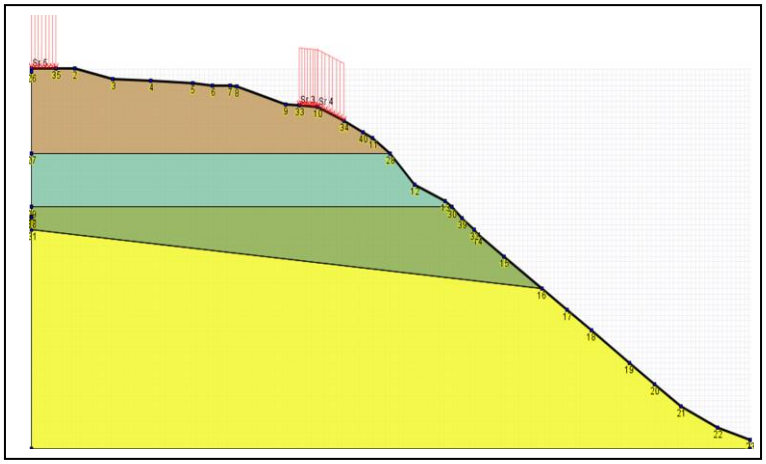
V.4 Analyse du glissement par les deux logiciels

Il existe plusieurs logiciels de calcul de glissement, chaque logiciel a ses propres algorithmes : (méthodes de résolutions et paramètres de modélisation).

V.4.1 Logiciel Talren 4

Les paramètres d'entrée sont : Les paramètres géotechniques de chaque couche poids volumique (kN/m^3), Cohésion (kN/m^2), l'angle de frottement (°) mentionnées dans le tableau (IV.1), les surcharges d'exploitation sont évaluées à q= 150 kPa.

V.4.1.1 Talus modélisé avant glissement



FigureV.1 : Talus modélisé avant glissement

V.4.1.2 Talus modélisé après glissement

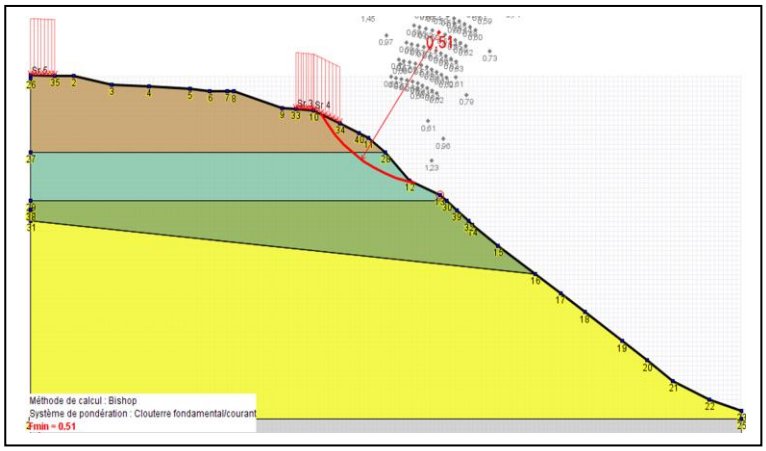


Figure V .2 : Talus modélisé après glissement

V.4.1.3 Résultats obtenus

a) Coefficient de sécurité

Comme nous avons indiqué antérieurement, le logiciel Talren est basé sur la méthode des tranches (méthode de Bishop) et donne la valeur minimale du coefficient de sécurité de l'ordre de 0.51:

b) **Contrainte normale totale et de cisaillement**

La courbe ci-dessous montre la variation de la contrainte normale totale et de cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture.

La valeur maximale de la contrainte normale (Sig-totale) est estimée à 130 kPa, celle de la contrainte de cisaillement (Tau) est estimée à 55 kPa.

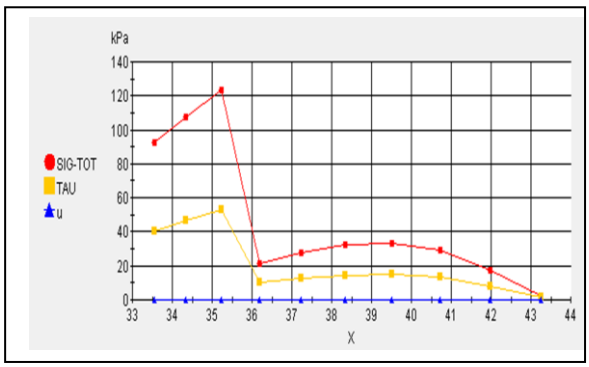


Figure V.3 : Variation de la contrainte normale et de cisaillement mobilisées le long de la surface de rupture

V.4.2 Logiciel Plaxis

Les paramètres d'entrée sont :

- Les coordonnées x, y .
- Les cordonnées de la nappe x_i , y_i
- Les paramètres géotechniques.

V.4.2.1 Talus modélisé avant glissement

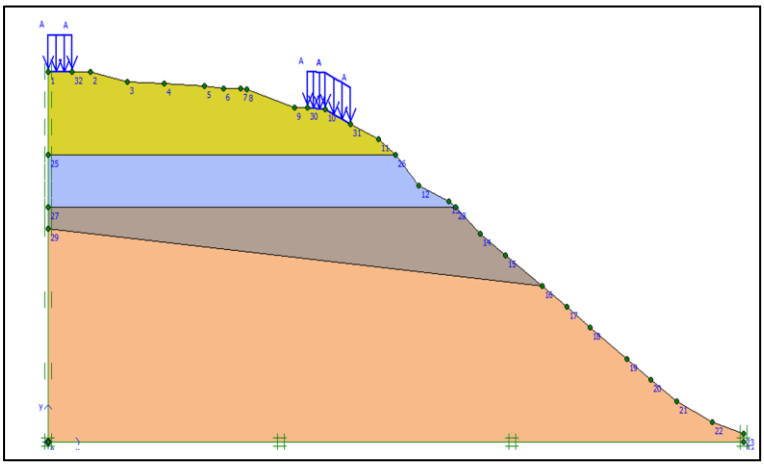


Figure V.4 : Talus modélisé avant glissement

Ce cas est modélisé en deux dimensions. Pour le calcul de stabilité, l'hypothèse de déformation plane est adoptée. Le comportement mécanique des matériaux suit le critère du modèle Mohr- coulomb. Le maillage est choisi avec des éléments à 15 nœuds.
Pour les réglages généraux, on a choisi :

L'état initial est caractérisé par des contraintes de type géostatique, les phases de calcul considérées sont les suivantes :

- Un calcul plastique avec le modèle de Mohr-Coulomb.
- Un calcul de sécurité par la méthode de "phi-c réduction".

V.4.2.2 Résultats obtenus

Le code Plaxis offre la possibilité de faire une exploitation détaillée des calculs sous forme de tableaux, et courbes. La Figure (V.5) représente le maillage déformé du talus, la Figure (V.6) représente les contraintes de cisaillement, la Figure (V.7) représente les déplacements totaux, la Figure (V.8) représente les zones plastifiées, la Figure (V.9) représente l'évolution du coefficient de réduction en fonction du déplacement et enfin la Figure (V.10) représente la déformation totale.

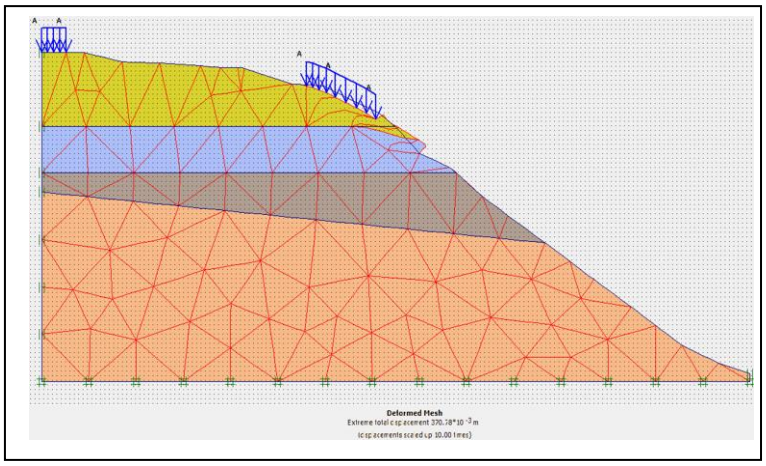


Figure V.5 : Déformation du maillage

Nous avons constaté que le talus présente un mouvement vers le bas au niveau de la crête.

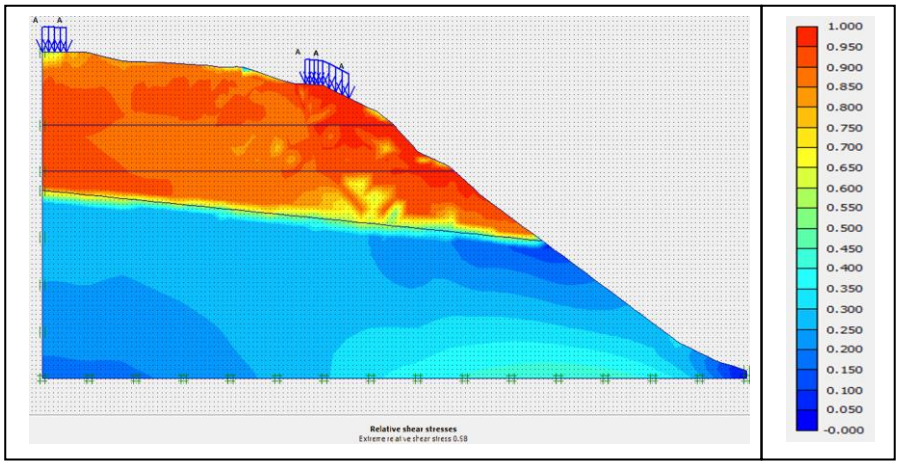


Figure V.6 : Contraintes de cisaillement

On remarque que la valeur maximale des contraintes de cisaillement obtenue au niveau de la crête de talus au-dessous de la structure.

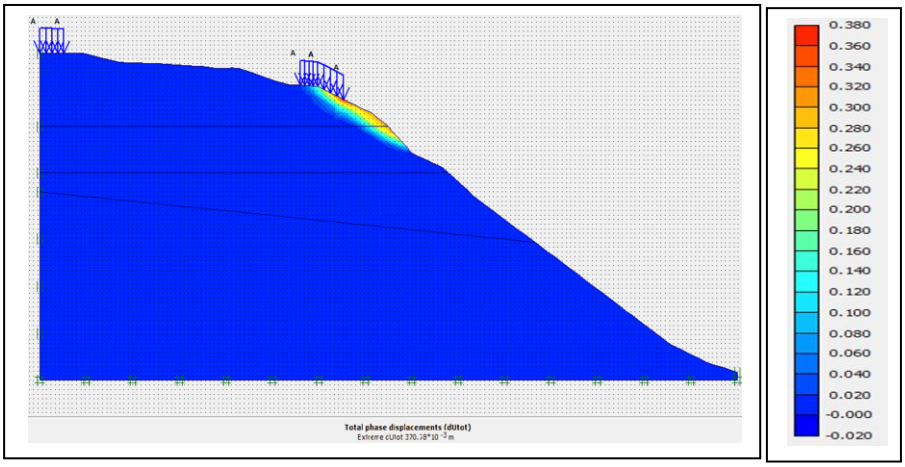


Figure V.7 : Déplacements

Nous avons obtenu un déplacement total égal à 0.37m et un cercle de glissement de type circulaire.

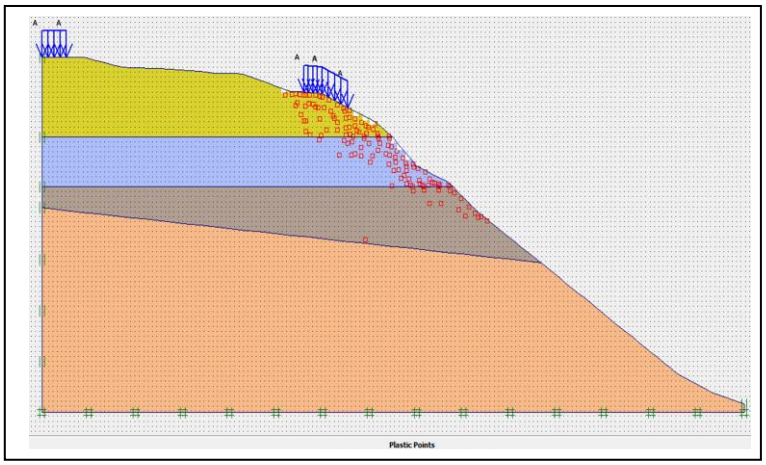


Figure V.8 : Zones plastiques

On remarque des points plastiques au niveau de la zone critique.

.

Fs= 0.86

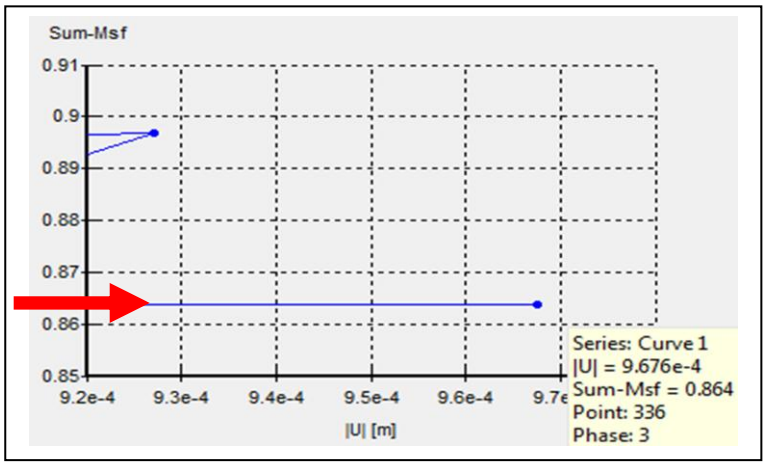


Figure V.9 : Variation du coéfficient de sécurité

La valeur minimale du coefficient de sécurité égale à 0.86, donc le talus il est instable.

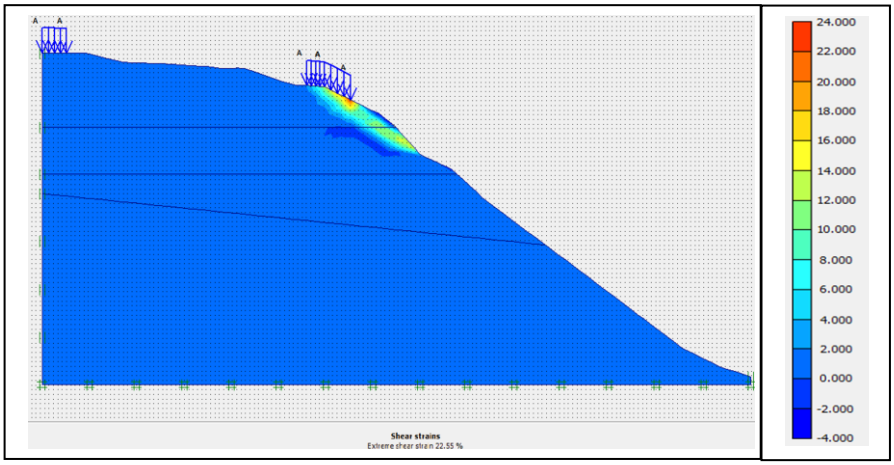


Figure V.10: Déformations totales

Nous avons constaté que le talus présente des déformations totales sur toute la longueur de la surface critique égale à 32%.

V.3 Analyse des résultats

Les valeurs du coefficient de sécurité déduites des deux analyses de glissement dans le tableau (V.3).

Tableau (V.3) «Valeur du coefficient de sécurité obtenu par les deux méthodes de calcul»

Logiciel d'analyse	Talren (Analyse limite)	Plaxis (Elément Finis)
Valeur du coefficient de sécurité	0.51	0.86

Donc on remarque que les deux logiciels présentent un talus instable, au vu des deux valeurs obtenue de coefficient de sécurité qui restant inférieure à 1 et avec un écart de 0.35, cet écart liés aux hypothèses de calcul de chaque logiciel.

Les deux logiciels présents des surfaces critiques presque identiques à la surface de glissement réel sur le terrain.

V.4 Conclusion

Les deux logiciels ont donné un coefficient de sécurité inférieur à 1, les deux valeurs qui indiquent que le talus en question est instable. L'écart entre les deux valeurs calculées par chacune des méthodes est de 0.35, cette différence est liée aux hypothèses de calcul utilisées par chaque logiciel. Par contre, en ce qui concerne les surfaces de rupture éventuelles, elles sont les mêmes, en limites géométriques, pour les deux logiciels,

L'analyse de stabilité par le code d'élément finis Plaxis donne plus d'informations sur :

- Les déformations du sol.
- Les déplacements en surface et dans la masse de sol en rupture.
- Le champ de contraintes régnant en différents points du sol.
- Les zones plastiques.

Conclusion générale

En ce qui concerne l'analyse de stabilité des pentes, la littérature est riche en méthodes de calcul, que ce soit en calcul à la rupture ou le calcul en contraintes-déformations. Le calcul en contraintes-déformations présente certains avantages par rapport aux méthodes usuelles de l'équilibre limite (calcul à la rupture) utilisées actuellement dans le calcul de stabilité des pentes. La première méthode ne prend aucune hypothèse sur la ligne de rupture et la détermination de la valeur du coefficient de sécurité est basée sur les lois rhéologiques des matériaux. La résolution des équations fait appel aux méthodes numériques, type éléments finis, permettant de suivre l'évolution des déformations et des contraintes durant le processus de chargement.

La plupart des études d'analyse de stabilités des pentes et talus, utilise, actuellement, la méthode de l'analyse limite qui suppose que le coefficient de sécurité reste constant le long de la ligne de rupture.

En effet l'évaluation d'une stabilité de pente repose sur le choix du coefficient de sécurité qui est associé aux méthodes de calcul, ce qui conduit à poser des questions sur l'exactitude et l'approche utilisées pour sa détermination. Mais quelque soit la méthode adoptée, l'étude géotechnique devra tenir compte des paramètres considérés dans les calculs et un retour sur le terrain est nécessaire. En 1973, (cité dans la référence Faure, 2000[9]) le professeur Lambe, rappelait que les résultats obtenus, sont le produit de méthodes de mesure, pour les paramètres et les méthodes de calculs.

Par ailleurs, les méthodes numériques utilisent plusieurs paramètres géotechniques des sols et posent le problème de coût de l'étude géotechnique préalable. De même, leurs résolutions sont lourdes et complexes et nécessitent, parfois, des outils informatiques performants.

L'étude paramétrique basée sur la variation de trois paramètres principaux, qui sont :

Paramètre de calcul (modélisation numérique), modèle de comportement (modélisation numérique) et les paramètres géotechniques, et ils ont consisté à l'analyse de la stabilité d'un talus, pris comme modèle de référence, par deux méthodes différentes. De cette étude, nous avons relevé les points suivants :

- Influence du maillage : paramètre propre à la modélisation numérique, le passage de l'élément à 15 nœuds à l'élément à 06 nœuds, a révélé :

✓ Une augmentation des déplacements au sein du massif de sol.
✓ Une augmentation très légère de la valeur du coefficient de sécurité, autour de 9%.
✓ La ligne de rupture éventuelle un peu plus profonde.
✓ Une déformation totale plus importante.

- influence de la loi de comportement : paramètre propre à la modélisation numérique, l'utilisation d'un modèle elasto-plastique avec écrouissage comparativement à un modèle de Mohr-Coulomb a donné les résultats suivants :

✓ Une diminution importante des déplacements.
✓ Une forme de surface de rupture identique à la surface obtenue par le modèle de référence (MC).
✓ Une étape de chargement provoquant la rupture nettement supérieure.
✓ Aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité et la forme de la surface de rupture.
✓ Une diminution très importante des déformations du talus.

- Module d'Young E et le coefficient de Poisson ν : paramètres propre à la modélisation numérique, l'augmentation et la diminution de E etν, ne présente aucune influence sur la valeur du coefficient de sécurité et l'étape de chargement provoquant la rupture ainsi que la position de la surface de rupture.

Concernant le déplacement total et la déformation totale, l'augmentation de E et ν conduit à la diminution des ces derniers.

- Influence de la cohésion et de l'angle de frottement :

3- l'influence de la cohésion :

En ce qui concerne la modélisation analytique, nous avons constaté qu'une augmentation de la cohésion conduit à une augmentation du coefficient de sécurité, des contraintes normales et de cisaillement avec une surface de rupture plus profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique, nous avons constaté qu'une augmentation de la cohésion conduit à une augmentation du déplacement total, de la déformation totale, avec une surface de rupture plus profonde, une augmentation du coefficient de sécurité, mais aucune influence sur l'étape de chargement provoquant la rupture du talus. Ces résultats sont en accord avec l'effet de l'augmentation de la cohésion sur le comportement du sol (plus de cohésion donne plus de résistance). L'effet de la variation de la cohésion sur l'analyse de la stabilité est mis en évidence par les deux méthodes de calcul

4- l'influence de ϕ :

En ce qui concerne la modélisation analytique, nous avons constaté qu'une augmentation de l'angle de frottement conduit à une augmentation de la valeur du coefficient de sécurité, une diminution de la contrainte normale et de cisaillement et une surface de rupture moins profonde.

En ce qui concerne la modélisation numérique l'augmentation de l'angle de frottement conduit à une diminution du déplacement total, une augmentation du coefficient de sécurité, une diminution de la déformation totale, une surface de rupture moins profonde mais aucune influence sur l'étape de chargement provoquant la rupture du talus.

En analysant le cas réel par les deux méthodes, nous avons constaté que les deux méthodes présentent donné la même forme de la zone de rupture qui est presque identique à la surface réelle de glissement. La différence entre les deux méthodes est relevée sur la valeur du coefficient de sécurité où le calcul numérique a donné une valeur un peu supérieure à celle obtenue analytiquement par Talren. Ces résultats concordent parfaitement avec ceux obtenus précédemment avec l'étude paramétrique.

Perspectives

D'autres études comparatives peuvent faire l'objet de travaux similaires, en particulier :

- Étude comparative entre les méthodes de calcul de glissement et de stabilité des pentes et talus en considérant l'effet dynamique.

Références bibliographiques

[1] A. Kourdey. : « Stabilité des pentes » www.lb.refer.org/KOURDEY/

[2] Axelsson K., and Samvetsson A., (1979), -Finate element analysis of elastic- plastic materials displaying mixed hadenning–International journal for numerical methods in engineering, Vol. 14, 211-225 (1979).

[3] Bieraz J., (1960), Remarques sur la stabilité des talus. Influence de la loi de répartition des contraintes. Archiwum hydroteckniki, tome 7, cahier 4.

[4] Blondeau F., (1976), les méthodes d'analyse de stabilité, Bull. liaison labo.P. et CH. Numéro spécial " stabilité des talus" 1, mars 1976 P.56 - 62.

[5] Caquot A., (1954), Méthode exacte pour le calcul d'un massif par glissement cylindrique, Annales des Ponts et Chaussées n°3, 1954, P.345 - 355.

[6] Chambón, P.; Corté, J.-F. (1990). 'Stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu frottant. Approche cinématique en calcul à la rupture'. Revue Française de Géotechnique, n° 51, pp. 51-59.

[7] Chen, W. F. (1975) 'Limit Analysis et Soil Plasticity', Elsevier.

[8] Faure R.M., (1984), stabilité des pentes et glissements de terrains E.N.T.P.E.

[9] Faure R.M., (2000), L'évolution des méthodes de calcul en stabilité de pentes, partie : Méthode de calcul à la rupture. Revue Française de géotechnique N ° 92 3^{em} trimestre 2000, P.3 -15.

[10] Filliat G.,(1981), la pratique des sols et fondations. Edition du moniteur, Paris.

[11] Gostet J., et Guy Sanglerat (1981), cours pratiques de la mécanique des sols.

[12] Gouri Dhatt, Gilbert Touzot (1984) - une présentation de la méthode des éléments finis - Maloine S.A. Editeur.

[13] Guellec P., Humbert P. et Ricard A., (1976), la méthode des éléments finis et le système Rosalie, Bull . Liaison labo.P. et CH. 81 Janvier - février 1976, P . 152 -162.

[14] http ://webmineral.brgm.fr.

[15] Imbert J.F., (1995), analyse des structures par éléments finis. Edition CEPADUES.

[16] Mécanique des Milieux Continus de « Golay Frédéric - Bonelli Stéphane » 2011

[17] Mestat PH., (1998), état de contraintes initiales dans les sols et calcul par éléments finis. Bull. liaison labo.P. Et CH. 215 - Mai, Juin 1998- Ref.4188.P.15-32.

[18] Mestat PH.,(1993), lois de comportements des géo matériaux et modélisation par la méthode des éléments finis . L.C.P.C.

[19] Raulin, T. Rouques, G., Toubel, A., Calcul de stabilité des pentes en rupture non circulaire, Rapport de recherche, LPC, 38, 1974.

[20] Salençon, An introduction to thé yield design theory and its application to soil méchantes, Eur. J. Mech. A/Solids, 9, 5, 1990, 477-500.

[21] Salençon, J., Calcul à la rupture et analyse limite, Presses de l'ENPC ,1983.

[22] Skempton A.,(1964), Long term stability of clay slopes. Geotechnique vol. 14, N°l, juin, 1964. P. 77-101.

[23] Simon, B., Applications du calcul à la rupture aux soutènements, ELU-ELS, Editions du LCPC, 2006, 395-402.

[24] Tadjbakhsh S., Frank R., (1985), Etude par la méthode des éléments finis du comportement élastoplastique des sols dilatants, application aux pieux sous charges

[25] Taylor D.W., (1937), The stability of earth slopes. Journal Boston society of Civ. Eng.,vol. 24,N°3, 1937.

[26] Yulin Lee Thèse (ENPC 1995), Rappel des modèles de comportement des sols et des roches

[27] Yves Berthaud Patrick de Buhan Nicolas Schmitt; Aide-mémoire, Mécanique des sols, Concepts, Applications ; 2010

[28] www.minenv.gov.ma/.../Rapport Risque-Glissements.

[29] Zienkiewicz O.C.,(1977), The finite element method. 3 rd édition, Mc Graw hill book campany, U.K. 787 pages.

[30] Manuelle d’utilisation 2012 TALREN 4

[31] Manuelle Plaxis V 8 2012 scientifique

Annexe

Calcul de multiplicateur de plasticité

1. multiplicateur de plasticité λ

2. Module d'écrouissage H

dF (σ, R) = 0 => l'équation de compatibilité peut être détaillée de la manière suivante :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T . \dot{\sigma} + \frac{\partial F}{\partial F}\dot{R} = 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T . \dot{\sigma} = -\frac{\partial F}{\partial R}\dot{R} \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial R}\dot{R} = -\lambda H(\dot{\sigma}, R) \quad (3)$$

On obtient

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{H}\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \underline{\dot{\sigma}} \quad (4)$$

En utilisant l'équation d'écoulement : $\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda}\frac{\partial G(\sigma,R)}{\partial \underline{\sigma}}$ (5)

Donc (4) déveine : $\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \frac{1}{H}\left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma}$ (6)

En tenant compte de la définition du tenseur d'élasticité D :

$\underline{\dot{\sigma}} = D\underline{\dot{\varepsilon}}^l$(7)

$\underline{\dot{\sigma}} = D(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p)$ (8)

$\underline{\dot{\sigma}} = D\dot{\varepsilon} - D\dot{\varepsilon}^p$ (9)

En tenant compte de l'équation (2) on a :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \underline{\dot{\sigma}} = \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\dot{\varepsilon} - \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D\dot{\varepsilon}^p \quad (10)$$

En combinant (4), (3) et (5) on obtient :

Dans le cas de la plasticité parfaite, F est seulement en fonction de σ

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma}\dot{\varepsilon}}{H + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)} \quad (11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial R} = H = 0$$

Alors $\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma}\dot{\varepsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)}$ (12)

Dans le cas où le potentiel est associé (F = G) on a $\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma}\dot{\varepsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)}$ (13)