

# CALCUL PROBABILISTE DE LA RESISTANCE D'UNE MATRICE COMPOSITE

## 1. Introduction

L'évolution accélérée des procédés de construction, les exigences économiques ainsi que les progrès enregistrés, tant sur les bétons et les micro - bétons que sur les fibres (acier, verre, matières synthétiques, etc...), ont permis des développements des bétons de fibres pour diverses applications dans le domaine du génie civil. Les fibres incorporées ont pour fonction de reprendre les efforts au travers des micro - fissures et évitent l'élargissement de celles-ci. Le rôle des fibres est de mieux contrôler la fissuration du béton en état de service en réduisant l'ouverture des fissures et de transformer le comportement fragile du béton en un comportement ductile qui accroît la sécurité lors de chargements ultimes. La résistance de la matrice composite du béton de fibres dépend de plusieurs facteurs aléatoires, en particulier des caractéristiques physico - mécaniques des fibres et du béton, du pourcentage de fibres dans la masse du béton, des dimensions géométriques des fibres et de la section considérée, etc. Les quantités qui figurent dans les équations de la résistance, de rigidité et de stabilité, telles que les charges, les caractéristiques mécaniques et géométriques des sections, comme étant des valeurs bien définies, mais comme des grandeurs aléatoires (ensemble statistique) présentant une variabilité (diffusion) connue, parfois très importante, l'étude dans ce cas, de ces variations ne sera possible que sur la base de la théorie de probabilité.

Le développement rapide des connaissances théoriques et expérimentales, l'accumulation des données relatives aux actions, aux propriétés mécaniques des matériaux et des structures, ont conduit à l'élaboration des méthodes de calcul plus sophistiqués. Dans cette étude on présente aussi, une application des approches probabilistes pour la détermination de la résistance à la traction du béton de fibres, sur la base de détermination des densités de répartition de la résistance de la matrice composite, en combinant entre elles les lois de dispersion relatives aux différents facteurs ; ceci permet de mieux évaluer l'influence de l'ajout des fibres dans la matrice du béton dans le but d'augmenter la résistance à la traction.

## 2 Probabilité de non-fissuration du béton composite

Les conditions de non-fissuration sous forme de sécurité, tenant compte de tous les facteurs rentrant dans la probabilité de fissuration du béton à base de fibres, sont données par la relation suivante:

$$P_p(\varepsilon, t) \leq \bar{P}_p(\varepsilon) \quad \textcircled{1}$$

où :

$P_p(\varepsilon, t)$  : probabilité calculée en fonction des paramètres de distribution de la résistance "R" et des efforts appliqués "S".

$P_p(\varepsilon)$  : valeur nominale de probabilité dans les conditions limites.

Les efforts appliqués à la matrice sous-forme de déformations peuvent être présentés par la loi normale de Gauss.

Soit :

$$\Phi_s(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{\varepsilon}_i}} \exp\left\{-\frac{(\varepsilon - \bar{\varepsilon}_i)^2}{2\bar{\varepsilon}_i^2}\right\} \quad \textcircled{2}$$

où :

$\bar{\varepsilon}$  : dispersion de la distribution normale

$\bar{\varepsilon}$  : espérance mathématique

La densité de répartition de la résistance de la matrice composite "R<sub>FB</sub>" est donnée dans ce cas par la relation suivante :

$$P_{(R)} = \frac{m}{R_0} \left(\frac{R_{fb} - R_1}{R_0}\right)^{m-1} \exp\left\{-\frac{(R_{fb} - R_1)^m}{R_0^m}\right\} \quad \textcircled{3}$$

avec  $(R_1 - R_0 > 0)$

où :

m : paramètre de forme

R<sub>0</sub> : paramètre d'échelle de résistance

R<sub>FB</sub> : résistance de la matrice composite (béton et fibres)

R<sub>1</sub> : valeur limite minimale de la résistance.

K. AÏT-TAHAR

I.G.C

Université de Tizi-Ouzou

A. MEDDAHI

I.G.Manufacturier

Université de Boumerdès

## RÉSUMÉ

Les fibres incorporées dans une matrice s'opposent aux contraintes de traction, à l'ouverture rapide des fissures et à leur propagation et améliorent aussi la ductilité de la matrice composite. Des modèles probabilistes sont utilisés pour la détermination des caractéristiques mécaniques, basés sur la loi normale. L'élaboration des méthodes probabilistes dans laquelle les paramètres de base sont considérés comme aléatoire, nécessite des données statistiques concernant la répartition de ces paramètres. Cette étude présente une application probabiliste qui permet d'estimer l'amélioration de la résistance à la traction du béton composite, en fonction de l'ajout des fibres dans la matrice

## MOTS CLÉS

Fibres • matrice • paramètre, aléatoire • densité • résistance probabilité.

La contrainte limite est considérée comme une variable aléatoire ayant une fonction de répartition "F<sub>Rb</sub>" sous la forme suivante :

$$F_{Rb} = \int_{R_1}^{R_2} \rho_R \cdot dR = \int_{R_1}^{R_2} \frac{m}{R_0} \left[ \frac{R_{Fb} - R_1}{R_0} \right]^{m-1} \cdot \exp \left\{ - \frac{(R_{Fb} - R_1)}{R_0} \right\} \cdot dR$$

### 3. Détermination de la densité de répartition de la résistance à la traction du béton de fibres

Le développement de la théorie des matériaux composites est étroitement lié au développement de la modélisation des systèmes des structures composites, qui permet de ramener une orientation aléatoire à une orientation unidirectionnelle équivalente, en prenant en compte l'état de contrainte - déformation, de déterminer le pourcentage effectif qui permettra de transformer le comportement fragile en un comportement ductile et d'augmenter la résistance à la traction, à la fissuration et aux chocs. L'étude du comportement mécanique et notamment la notion de fragilité qui constitue une donnée importante pour une utilisation rationnelle et optimisée de ce type de matériau (béton de fibres), a été traité largement par de nombreux chercheurs [1, 4]. L'utilisation des fibres dans la matrice du béton permet d'apporter les améliorations suivantes :

- Une augmentation des résistances, surtout à la flexion, une grande ductilité, une minimisation des fissures, en évitant la localisation des micro-fissures.

Cependant, ces améliorations dépendent de certains paramètres, tels que :

La longueur des fibres et le rapport longueur/diamètre, la géométrie de la fibre, l'adhérence avec la matrice constituée de béton, le pourcentage de fibres dans la matrice, l'orientation des fibres, etc.

La résistance de la matrice composite du béton de fibres dépend de plusieurs facteurs aléatoires, en particulier des caractéristiques physico-mécaniques des fibres et du béton, du

pourcentage de fibres dans la matrice du béton "μ<sub>F</sub>", des dimensions géométriques des fibres et de la section considérée, etc.

Pour déterminer la densité de répartition de la résistance à la traction du béton de fibres, nous utiliserons une méthode qui consiste à effectuer un remplacement des événements (arguments) aléatoires d'une manière itérative.

La résistance à la traction du béton de fibres est donnée par la relation suivante :

$$R'_{bf} = R_F \mu_F \Psi + (1 - \mu_F) \varphi R'b \quad \text{⑤}$$

remplaçant la valeur aléatoire par :

$$R_F = X_1 \quad \Psi = A = C^{te}$$

$$R'_b = X_2 \quad \varphi = B = C^{te}$$

$$\text{soit } R'_{bf} = AX_1 \mu_F + BX_2(1 - \mu_F) \quad \text{⑥}$$

Dans cette fonction, le remplacement des arguments aléatoires se fait pour chaque partie (expression) de la fonction.

$$\text{Soit : } Z = L_1 + L_2$$

où :

$$Z = R'_{bf} ; L_1 = AX_1 \mu_F ; L_2 = BX_2(1 - \mu_F) = CX_2 \quad \text{⑦}$$

L'algorithme de calcul de la densité de répartition de la résistance du béton composite à base de fibres métalliques sera sous la forme suivante :

N° d'opération	1	2	3
Expression de la fonction	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	Z
Éléments de fonction	Y <sub>1</sub> = A X <sub>1</sub> μ <sub>F</sub>	Y <sub>2</sub> = B X <sub>2</sub> (1 - μ <sub>F</sub> ) CX <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub> = Y <sub>1</sub> + Y <sub>2</sub>
Densité de répartition	F <sub>1</sub> (Y <sub>1</sub> )	F <sub>2</sub> (Y <sub>2</sub> )	F <sub>3</sub> = dF <sub>3</sub> /dY <sub>3</sub>

avec :

$$F_1(Y_1) = A \mu_F \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{X}_1} \cdot \exp \left\{ - \frac{(\bar{X} - X_1)^2}{2 \hat{X}_1^2} \right\}$$

et

$$F_2(Y_2) = C \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{X}_2} \cdot \exp \left\{ - \frac{(\bar{X} - X_2)^2}{2 \hat{X}_2^2} \right\} \quad \text{⑧}$$

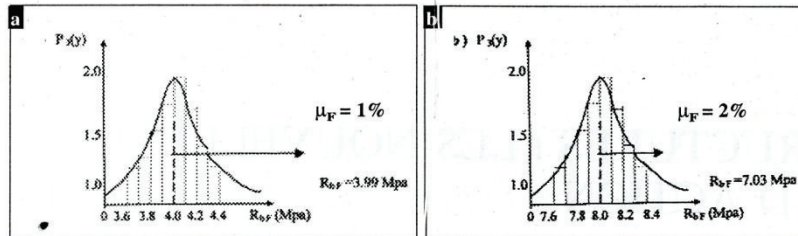
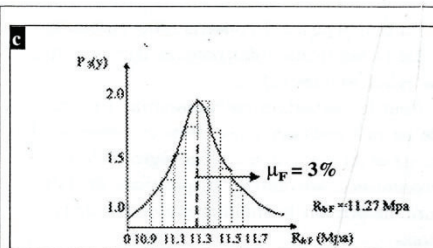


Figure 1 (a, b, c) : Densité de répartition de la résistance à la traction du béton de fibres en fonction du pourcentage " $\mu_F$ "



Les résultats obtenus après calcul, sont donnés par les courbes (a, b, et c) figure 1.

Une fois les densités de répartition déterminées, nous pouvons aisément déterminer les fonctions de répartition  $F_R(Y)$ .

#### 4. Conclusion

L'utilisation et l'élaboration des modèles probabilistes permettront de mieux comprendre le comportement des matériaux composites, ainsi la détermination des valeurs des caractéristiques physico-mécaniques sera plus précise avec une probabilité très élevée, d'où une économie d'emploi de ces nouveaux types de matériaux. L'estimation de la résistance à la traction de la matrice composite (béton de fibres) sous forme probabiliste à partir de la détermination de la densité de répartition permet de mieux évaluer l'effet de l'ajout des fibres dans une matrice dans le but d'augmenter ses propriétés mécaniques ■

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. BARON, J.P OLIVIER "Les bétons, bases et données pour leur formulation". Eyrolles, 1997.
- [2] K. AIT-TAHAR : "Constructions combinées à base de béton de fibres". Thèse PhD M. - 1991.
- [3] V.P.TCHIRKOV : "Veriatnostni metodi rachota mastovikh jeleza betonnikh konstrouktsi". M. : Transport, 1980.
- [4] A.I TCHEBANENKO : "Armopolymer béton - progrecivini konstrouktsi material". Troudi, M.- 1982.

#### A PARAÎTRE DANS LE PROCHAIN NUMERO

**Modèle thermoplastique couplé à l'endommagement pour le béton sous chargements cycliques à hautes températures**  
par : F. NECHNECH, F. MEFTAH ET J.M REYNOUARD

**Etude des effets d'une addition silicieuse sur les caractéristiques mécaniques des bétons de sable. Modélisation des réponses**  
par : Z. BOUDAUD ET D. BREYSSE

**Etude par éléments finis des problèmes de contact**  
par : D.E KERDAL ET G. SELKA

**Cartographie de l'écoulement moyen interannuel (Les ressources hydriques superficielles)**  
M. LADJEL

**Etude comparative de deux types d'essai de cisaillement (horizontal et vertical)**  
T. MESSAS, C. COULET, R. AZZOUZ ET L. CURTIL

**Performance parasismique des portiques en béton. Aspect théorique de l'approche en capacité et constat règlementaire**  
B. BOUSALEM, N. DJEBBAR ET N. CHIKH