

STABILITE INITIALE DES COQUES DE REVOLUTION SOUS PRESSION EXTERNE

Influence des défauts géométriques initiaux

Par :

R. ZENTAR - Docteur ingénieur au L.N.H.C. - Unité de Oued-Smar (Alger)

J.M. REYNOUARD - Maître assistant à l'I.N.S.A. de Lyon

M. LEMAIRE - Professeur à l'I.N.S.A. de Lyon

L'étude concerne la résolution du problème de la stabilité linéarisée de coques sphériques et plus particulièrement l'influence de défauts géométriques initiaux sur la pression critique d'EULER. Celle-ci est conduite par la méthode des éléments finis à partir d'une modélisation courbe ou en "tronc de cône". Quatre types de défauts sont envisagés et une étude paramétrique est conduite. Elle montre un affaissement d'autant moins important de la pression critique liée à l'amplitude du défaut que son ouverture croît.

L'analyse non linéaire des coques minces de révolution soumises à des chargements axisymétriques a fait l'objet de diverses recherches ces dernières années.

La modélisation habituelle consiste à représenter la surface par des "trons de cône" et introduit de ce fait des discontinuités dans la représentation géométrique. S'il est intuitif que l'effet des discontinuités doit s'estomper lorsque le maillage est affiné, il nous a paru intéressant de développer un modèle (1) courbe afin d'apprécier les erreurs de modélisation. Ensuite une étude paramétrique concernant l'influence des défauts axisymétriques sur la charge critique d'EULER de sphères ou demi-sphères sous pression externe est effectuée. Plusieurs types de défauts sont envisagés (plat, bosse, creux), ils sont paramétrés par leur ouverture et leur amplitude, et les courbes d'affaissement de la charge critique sont tracées.

1 POSITION DU PROBLEME

L'expérience montre que toute imperfection structurale affecte particulièrement le comportement des structures à faible rigidité. La modélisation classique des coques par facettes planes introduit des discontinuités géométriques. C'est le cas notamment du "tronc de cône" dont les arêtes peuvent être considérées comme des défauts de forme.

Afin de les éliminer, un élément de coque de révolution à géométrie courbe est développé. Une représentation paramétrique quadratique ou cubique de la fibre moyenne est introduite (1) de telle manière que la continuité des pentes soit assurée aux noeuds.

2 ETUDE DE L'INFLUENCE DE DEFAUTS GEOMETRIQUES INITIAUX (2), (3)

La structure retenue est une sphère en pression externe présentant quatre types de défauts axisymétriques. Les trois premiers défauts (le plat, la zone de faible courbure, la zone de forte courbure) (Figures 1.a, 1.b, 1.c) concernant une sphère en cuivre de faible dimension tirée de la littérature (2). Le défaut sinusoïdal affecte une sphère en acier de grande dimension (Figure 1.d). Dans chacun des cas, la sphère parfaite est modélisée de telle manière que l'on retrouve la charge critique notée PCRO donnée par Zoelly (4).

2.1 Etude d'une sphère en cuivre (2), (3)

2.1.1 Caractéristiques géométriques et mécaniques (voir Figures 1.a, b, c)

2.1.2 Résultats et interprétations

a) Défaut du type plat (Figures 2.a, 2.b)

Pour ce type de défaut, les deux paramètres A et d étant liés, nous regardons l'influence d'un des paramètres d'une part, et de l'épaisseur d'autre part. Les courbes tracées montrent clairement un affaissement très sensible du rapport P_c/P_{c0} lorsque le rapport d/t croît. En effet, pour une profondeur de défaut de l'ordre de deux fois l'épaisseur, la pression critique chute de 75%. Le mode de flambage est caractérisé dans tous les cas par un

déplacement transversal maximum au droit de l'amplitude maximum du défaut.

b) Défaut du type creux (Figures 3.a, 3.b)

Ce défaut est défini par sa largeur A et sa profondeur d .

- On fixe A et d et on fait varier t de sorte que d/t varie de 0,4 à 4, puis on fixe A et t en faisant varier d , de sorte que d/t reste compris entre 0 et 5. Dans ces deux cas, on constate une chute très nette du rapport P_c/P_{c0} lorsque d/t croît.

- On fixe d et t et on fait varier A , il apparaît un affaissement très prononcé du rapport P_c/P_{c0} lorsque A/Φ augmente.

- Enfin, il faut noter que le mode de flambage est le même que pour le défaut précédent.

c) Défaut du type bosse

L'étude de ce défaut montre qu'il n'a aucun caractère affaiblissant. Nous retrouvons la pression critique ainsi que le mode de flambement de la sphère parfaite.

2.2 Etude d'une sphère en acier (3)

2.2.1 Caractéristiques géométriques et mécaniques

(voir Figure 1.d)

2.2.2 Résultats et interprétations

(voir Figures 4.a, 4.b)

a) Paramétrage du défaut

Le défaut est caractérisé par trois paramètres indépendants (sa position θ , son ouverture α , son amplitude ΔR). Nous fixons θ et nous examinons l'influence des paramètres ΔR et α sur la pression critique d'EULER.

b) Résultats (voir Figures 4.a, 4.b).

Pour α fixé, P_c/P_{c0} décroît lorsque $\Delta R/t$ croît.

Pour $\Delta R/t$ fixé, P_c/P_{c0} décroît lorsque α décroît.

En conclusion, on peut dire que la pression critique de flambement d'EULER d'une sphère soumise à une pression externe uniforme et porteuse d'un défaut de type bosse sinusoïdal axisymétrique diminue sensiblement lorsque l'amplitude du défaut augmente ou que l'ouverture diminue.

3 CONCLUSION

La littérature (1) ainsi que notre étude, ont montré que la modélisation retenue (éléments tronc de cône ou éléments courbes) n'avait pas une influence très importante sur la pression critique d'EULER. Une modélisation par "tronc de cône" semble donc suffisante dans ce cas même lors de la modélisation des défauts.

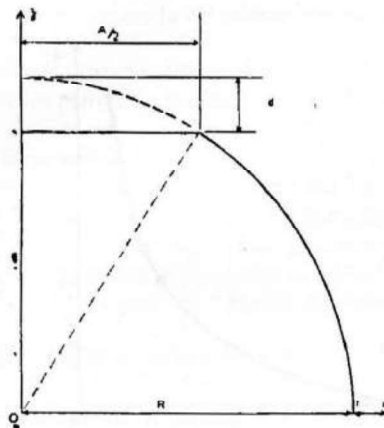
Cette étude montre enfin que les coques sphériques sont très sensibles aux imperfections géométriques initiales mêmes axisymétriques.

Il suffit d'observer pour cela les courbes d'affaissement de la pression critique en fonction de l'amplitude d du défaut, cette amplitude étant d'autant moins sensible que le défaut est plus étalé.

4 BIBLIOGRAPHIE

- (1) J. HERMINIO - "Stabilité des coques minces de révolution sous chargement gravitaire ou thermique. Modélisation par éléments finis courbes" - Thèse de Docteur-Ingénieur - I.N.S.A. - LYON - Septembre 1981.
- (2) J. MORTON, P.R. MURRAY and C. RUIZ - "Effect of imperfections on the buckling pressure of complete spherical shells".
- (3) J.M. REYNOUARD, R. ZENTAR - "Influence de défauts géométriques locaux sur le flambage de coques" - Contrat de recherche avec E.D.F - n° 82090 (Ref. I.N.S.A. n° 1. 380) - 13 juin 1983.
- (4) S.P. TIMOSHENKO - "Théorie de la stabilité élastique" - DUNOD 1966.
- (5) R. ZENTAR - "Influence de défauts localisés sur le comportement et la stabilité des coques cylindriques et sphériques. Résolution numérique par la technique de sous-structuration" - Thèse de Docteur-Ingénieur I.N.S.A Lyon, octobre 1984.
- (6) R. ZENTAR, J.M. REYNOUARD, M. LEMAIRE - "Stabilité initiale des coques de révolution sous pression externe influence des défauts géométriques initiaux, in, Rapport préliminaire du 3ème colloque international sur la stabilité des structures métalliques, PARIS 16 - 17 Novembre 1983.

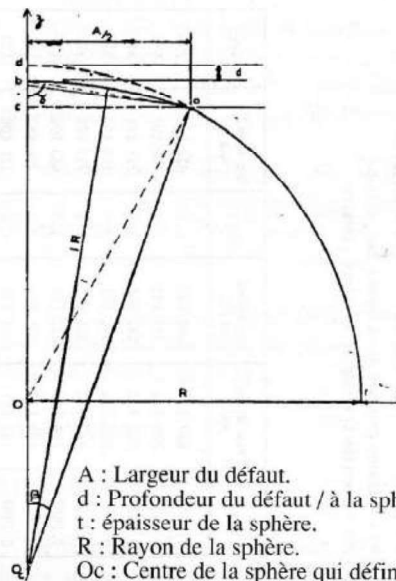
Défaut du type PLAT



A : Largeur du défaut.
 d : Profondeur du défaut / à la sphère parfaite.
 t : épaisseur de la sphère.
 R : Rayon de la sphère.
 E : $10.8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$.
 ν : 0.3

Figure 1.a

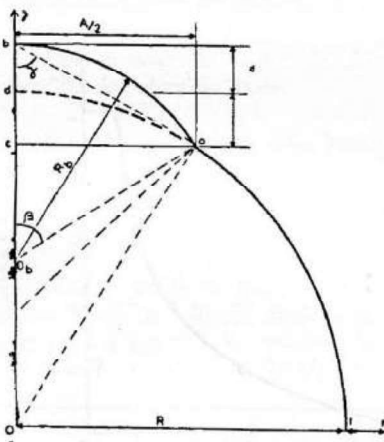
Défaut du type CREUX



A : Largeur du défaut.
 d : Profondeur du défaut / à la sphère parfaite.
 t : épaisseur de la sphère.
 R : Rayon de la sphère.
 Oc : Centre de la sphère qui définit le défaut.
 IR : Rayon de la sphère qui définit le défaut.

Figure 1.b

Défaut du type bosse



A : Largeur du défaut.
 d : Amplitude du défaut / à la sphère parfaite.
 t : épaisseur de la sphère.
 Ob : Centre de la bosse (de la sphère qui définit la bosse).
 Rb : Rayon de la bosse

Figure 1.c

Défaut du type SINUS.

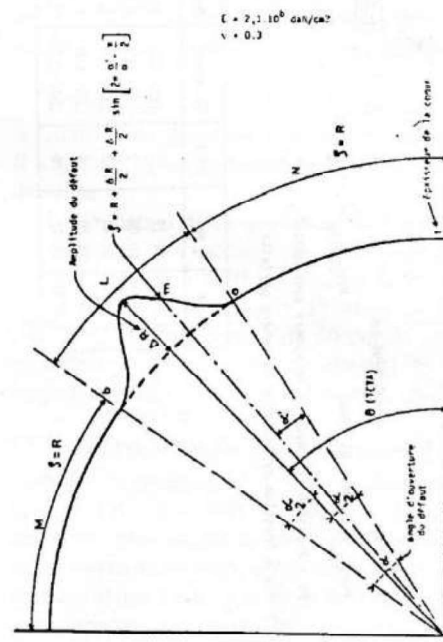


Figure 1.d

PLAT

A = 20 mm R = 63 mm DD = 0.7987 mm
 Pc = Pression critique de la sphere avec défaut
 Pco = Pression critique de la sphere parfaite

t mm	Pco N/mm2 Axa	Pco N/mm2 Zoelly	DD/t	Pc N/mm2 Axa	Pc/Pco
1.5974	.837 E02	.640 E02	0.5	.616 E02	.738
0.7987	.210 E02	.210 E02	1.0	.100 E02	.476
0.5325	.940 E01	.934 E01	1.5	.521 E01	.341
0.3994	.526 E01	.525 E01	2.0	.189 E01	.360
0.3195	.337 E01	.336 E01	2.5	.717 E00	.302
0.2662	.234 E01	.233 E01	3.0	.513 E00	.176
0.2282	.173 E01	.172 E01	3.5	.256 E00	.149
0.1997	.133 E01	.131 E01	4.0	.171 E00	.129
0.1775	.104 E01	.104 E01	4.5	.118 E00	.113
0.1597	.848 E00	.840 E00	5.0	.853 E-01	.100

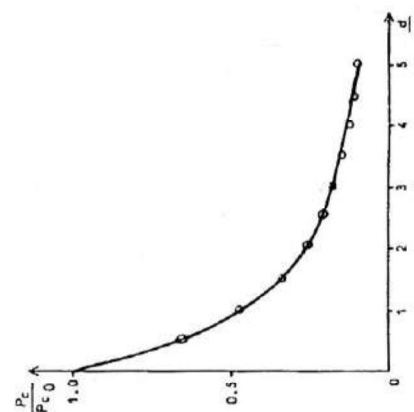


Figure 2.b

PLAT

R = 63 mm t = 0.3994 mm
 PcoAxa = 0.526 E 01 N/mm2 PcoZoelly = 0.525 E 01

DD mm	A mm	DD/t	Pc N/mm2	Pc/Pco
0.3994	14.17	1	.251 E01	0.477
0.7988	20.00	2	.139 E01	0.264
1.1982	24.46	3	.934 E00	0.178
1.5976	28.20	4	.691 E00	0.131
1.9970	31.47	5	.542 E00	0.103

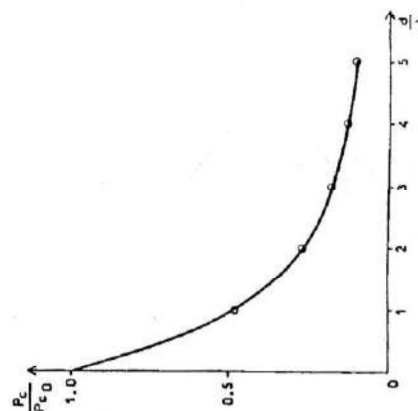


Figure 2.a

Figure 2.a

R = 53 mm t = 0.136 mm

$P_{c0} = 0.61824 \text{ N/mm}^2$ $P_{c0\text{Zeil}} = 0.609213 \text{ N/mm}^2$

[2130]

Courbes représentant $\left(\frac{P_c}{P_{c0}}\right)$ en fonction de $\left(\frac{A}{A_0}\right)$ pour différentes valeurs de $\left(\frac{t}{R}\right)$.

P_c = Pression critique de la sphère avec défaut
 P_{c0} = Pression critique de la sphère parfaite

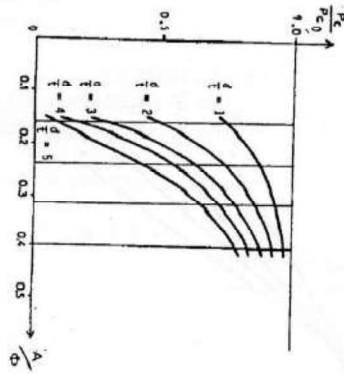


Figure 3.a

R = 53 mm t = 0.136 mm

$P_{c0} = 0.61824 \text{ N/mm}^2$ $P_{c0\text{Zeil}} = 0.609213 \text{ N/mm}^2$

[2131]

Courbes représentant $\frac{P_c}{P_{c0}}$ en fonction de $\frac{A}{A_0}$ pour différentes valeurs de A_0 , donc de $\frac{t}{R}$.

P_c = Pression critique de la sphère avec défaut
 P_{c0} = Pression critique de la sphère parfaite

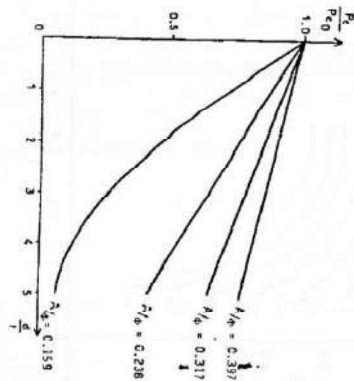


Figure 3.b

$R = 1000 \text{ cm}$ $t = 1 \text{ cm}$ $P_{CO,2\theta_{all}} = 2,54 \text{ bars}$
 $P_{CO,3\theta_{all}} = 2,57 \text{ bars}$ $P_{CO,2\theta_{all}} = 2,54 \text{ bars}$
 Courbes représentant (P_C/P_{CO}) en fonction de $2\theta_{all}$ pour différentes valeurs de dR/t :
 P_C = Pression critique de la sphère avec défaut
 P_{CO} = Pression critique de la sphère parfaite

SINUS

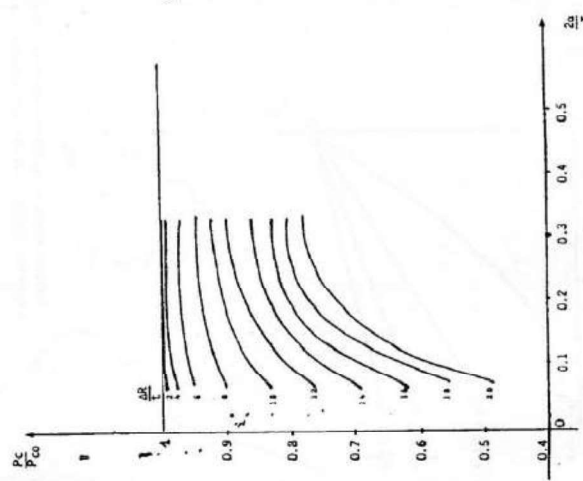


Figure 4.b

$R = 1000 \text{ cm}$ $6^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
 $t = 1 \text{ cm}$
 $P_{CO,3\theta_{all}} = 2,57 \text{ bars}$ $P_{CO,2\theta_{all}} = 2,54 \text{ bars}$
 P_C = Pression critique de la sphère avec défaut
 P_{CO} = Pression critique de la sphère parfaite

SINUS

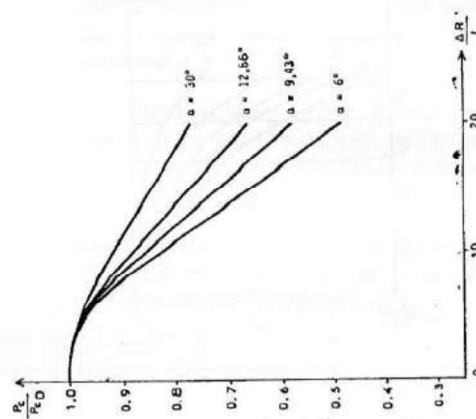


Figure 4.a