



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique

Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics

Direction Post-Graduation & Recherche Scientifique

Mémoire de Magister

Option : Structure et Matériaux

M^r. BOUA BILEL

Ingénieur d'état en Travaux Publics

Diplômé de L'École Nationale Des Travaux Publics d'Alger-ENTP

Intitulé du Mémoire :

**MODELISATION NUMERIQUE D'UNE CHARGE ROULANTE SUR UN
TABLIER DE PONT DALLE**

Soutenu le 09/01/2011

devant le Jury composé de :

M. HADID	Maitre de conférence	ENSTP	Président
M. BENSABIBI	Professeur	USDB	Directeur du mémoire
M. NAILI	Maitre de recherche	CGS	Examineur
N. BOURAHILA	Professeur	USDB	Examineur
SA. BEROUJJI	Maitre de conférences	ENSTP	Examineur
F. FADGHOUCHE	Maitre assistant	ENSTP	Invité

Résumé

Lors du passage d'un véhicule sur un ouvrage d'art des déformations sont induites sur le tablier. Ces dernières sont fonctions des caractéristiques mécaniques du pont et du véhicule.

Le but de notre travail est de déterminer ces déformations pour un pont dalle.

Pour ce faire deux approches ont été utilisées. Une première approche basée sur une méthode simplifiée utilisant l'équation dynamique d'une plaque mince sous un chargement mobile modélisé par une masse et un ressort. La deuxième approche se base sur la méthode des éléments finis et utilise l'analyse temporelle (pas à pas).

La première approche a donné lieu au développement d'un programme Fortran et un calcul sous Matlab. La deuxième approche a donné lieu à une modélisation éléments finis sous un code de calcul industriel.

Les deux modèles ont été testés sur un exemple où plusieurs cas ont été étudiés. Les résultats obtenus ont été comparés.

Mots clefs : Pont dalle, Charge roulante, isotrope, éléments finis, oscillateur, analyse temporelle, plaque mince.

Abstract

A bridge under a moving load experience stresses. These ones are function of the mechanical characteristics of the bridge and the vehicle.

The aim of our work is to determine these stresses for a slab bridge.

Two approaches were used. The background of the first one deals with the dynamic equation of a thin plate under a moving load. The second approach uses a time history analysis in a finite element program.

The first method implied the development of a FORTRAN program and a calculus using MATLAB. The second method implied the use of industrial finite element software.

Several case studies were perused. The results were checked and compared.

Key Words: slab bridge, Moving Load, isotropic, finite element, spring, time history analysis, thin plate.

ملخص

مرور حمولة متنقلة على الجسور يسبب تشوهات على سطحها. هذه التشوهات متعلقة بالخواص الميكانيكية للجسور و الحمولة المتنقلة.

الهدف من عملنا هذا هو ايجاد هذه التشوهات على سطح جسر مكون من الخرسانة المسلحة. من اجل ذلك استعملنا طريقتين الأولى تركز على الطريقة المبسطة باستعمال المعادلة الديناميكية لحركة الحمولة المتنقلة و الممثلة بكتلة و نابض، و الثانية تركز على طريقة الاجزاء المنتهية باستعمال التحليل الزمني (خطوة-خطوة).

الطريقة الأولى أسفرت على إنشاء برنامج آلي **Fortran** والثانية استعملنا كود و برنامج حساب تحت **Matlab**.

أما الطريقة الثانية فقد أسفرت على انجاز نموذج باستعمال طريقة العناصر المنتهية.

بعد عدة حالات دراسة تم انجاز مقارنة بين نتائج الطريقتين.

الكلمات الدالة: جسر، حمولة متنقلة متجانس، أجزاء منتهية، التحليل الزمني، صفيحة رقيقة، خرسانة مسلحة.

REMERCIEMENTS

D'abord et avant tout, je dois remercier ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la force et la patience pour achever mon travail.

Je tiens à exprimer, en premier lieu, ma gratitude et ma reconnaissance à Monsieur BENSAIBI Mahmoud, Professeur à l'université de Blida qui m'a encadré et guidé pour l'accomplissement de ce travail, pour ses conseils instructifs et son soutien.

Je remercie en particulier, D^r M.HADID pour ses conseils ainsi que sa simplicité pendant ma formation post graduation au sein de l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics, ainsi pour accepter d'être le président du membre de jury.

Je tiens à remercier aussi toute l'équipe du bureau d'étude LECTACT et en particulier M^r FACI Rachid et Ami Saïd pour ses conseils.

Il m'est agréable aussi d'exprimer ma gratitude et mes vifs remerciements aux personnes qui m'honorent en étant membre du jury, à noter :

Monsieur N.BOURAHLA Professeur à l'université de Blida.

Monsieur M.NAILI Maitre de recherche au niveau du centre de recherche appliquée en génie parasismique (CGS).

Monsieur SA.BEROUDJI Maitre de conférence au niveau de l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics.

Monsieur F.FADGHOUC chargé de cours ouvrage d'art à l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics.

Je profite de cette occasion pour remercier Pr Z.DERRICHE professeur à l'ENSTP ainsi que M^r ADEM le responsable post graduation.

Et pour finir, mes remerciements vont à tous mes collègues du laboratoire post graduation et en particulier notre assistante Rachida.

TABLE DES MATIERES

RESUME

REMERCIEMENT

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1 Introduction	14
I.2 Les ponts	14
I.3 Charges sur les ponts	15
I.4 Charges roulantes sur les ponts	15
I.5 Modélisation des charges roulantes	16
I.6 Modélisation du tablier	18
I.6.1 Modélisation par poutre	18
I.6.2 Modélisation par plaque	18
I.6.3 Théorie de Love Kirchhoff	18
I.6.4 L'équation gouvernante de la déflexion d'une plaque mince	19
I.6.5 Etude de vibration des plaques minces selon le principe de Hamilton	23
I.7 Etudes antérieures	24
I.7.1 Etude par le problème inverse	25
I.8 Conclusion	28

CHAPITRE II METHODES D'ETUDE

II.1 Introduction	31
II.2 Etude par l'approche élément finis	32
II.2.1 L'analyse Temporelle	33
II.2.2 Superposition modal	38
II.3 Etude des charges roulantes par le SAP2000	38

II.4 Étude par la méthode analytique	41
II.4.1 Analyse de vibration libre du tablier sous charge roulante	41
II.4.2 Etude de la réponse du tablier sous charge roulante	44
II.4.3 Résolution numérique du problème	48
II.5 Conclusion.....	50
CHAPITRE III	ETUDE DE CAS
III.1 Introduction	52
III.2 Présentation du model d'étude	52
III .2.1 Le tablier	52
III.2.2 La charge roulante	53
III.3 Etude par l'approche éléments finis.....	53
III.3.1 Etude d'une modélisation par une résultante.....	54
III.3.1.1 Résolution par la méthode de Newmark	55
III.3.1.2 Résolution par la méthode de Chung et Hulbert	57
III.3.1. 3 Résolution par la méthode de Wilson Thêta	58
III.3.1.4 Résolution par la méthode de Hilber-Hughes et Taylor	58
III.3.2 Étude d'une modélisation par trois essieux	59
III.4 Etude par la méthode analytique	61
III.4.1 Analyse de vibration libre du tablier	62
III.4.2 Analyse de vibration du tablier sous une charge roulante	62
III.4.3 Etude paramétrique	64
III.5 Comparaison entre la méthode analytique et la méthode des élément finis	67
III.6 Conclusion	78
CONCLUSION GENERALE	
BIBLIOGRAPHIE	
ANNEXE	

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 Structure générale d'un pont	14
Figure 1.2 Type de suspension d'un véhicule.....	16
Figure 1.3 Roue	16
Figure 1.4 Type de véhicule réel.....	17
Figure 1.5 Modélisation du véhicule	17
Figure 1.6 Modélisation du tablier par poutre	18
Figure 1.7 Equilibre des forces pour un élément d'une plaque mince sous $P(x,y)$	19
Figure 1.8 Cas possibles de conditions aux limites d'une plaque.....	23
Figure 1.9 Pesage en marche par pont instrumenté	25
Figure 1.10 Fibre optique	26
Figure 1.11 Système de pesage en marche.....	26
Figure 2.1.a Plaque discrétisée en éléments finis	32
Figure 2.1.b Type d'un élément fini rectangulaire.....	32
Figure 2.2 variation linéaire de l'accélération selon Newmark	34
Figure 2.3 Variation de l'accélération selon Wilson	35
Figure 2.4.a Barre de titre BriM	40
Figure 2.4.b Définition du véhicule	40
Figure 2.5 Définition du type d'analyse	41
Figure 2.6 Modélisation du véhicule	45
Figure 2.7 Modélisation du tablier sous charge roulante	45
Figure 2.8 Structure du programme d'analyse de vibration libre du tablier.....	48
Figure 2.9 Structure du programme d'analyse du tablier sous charge roulante	49
Figure 3.1 Model du tablier	53
Figure 3.2 Model d'un chargement de type Bc (selon fascicule 61 titre II).....	53
Figure 3.3 Fonction de l'historique du temps.....	54
Figure 3.4 Modélisation du véhicule par une résultante.....	54
Figure 3.5 Points d'application de la charge roulante (charge ponctuelle)	55
Figure 3.6 Déflexion pour une charge centrée.....	55
Figure 3.7 Déflexion pour une charge excentrée.....	55
Figure 3.8 Comparaison entre les cas a) et b).....	56
Figure 3.9 Déflexion Pour une vitesse de 57,6 km/h	56

Figure 3.10 Déflexion Pour une vitesse de 57,6 km/h	56
Figure 3.11 Effet de la vitesse sur la réponse pour une charge ponctuelle de 30 tonne selon Newmark	57
Figure 3.12 Variation de la déflexion selon Chung et Hulbert.....	57
Figure 3.13 Variation de la déflexion selon Wilson thêta.....	58
Figure 3.14 Variation de la déflexion selon Hilber-Hughes et Taylor.....	58
Figure 3.15 Points d'application de la charge roulante (trois essieux)	59
Figure 3.16 Déflexion pour une charge centrée.....	59
Figure 3.17 Déflexion pour une charge excentrée.....	59
Figure 3.18 Déflexion pour une charge à trois essieux avec une vitesse de 20 m/s.....	60
Figure 3.19 Déflexion pour une vitesse 57.6 km/h.....	60
Figure 3.20 Déflexion pour une vitesse de 90 km/h.....	60
Figure 3.21 Variation de la déflexion en fonction de la vitesse pour la modélisation par trois essieux	60
Figure 3.22 Comparaison entre les deux types de modélisation du chargement Bc	61
Figure 3.23 Model oscillateur	61
Figure 3.24 Variations du premier terme Φ_{11}	63
Figure 3.25 Variations du deuxième terme Φ_{12}	63
Figure 3.26 Variation de la force dynamique	63
Figure 3.27 Variations de la déflexion pour une charge centrée	64
Figure 3.28 Variations de la déflexion pour une charge excentrée.....	64
Figure 3.29 Comparaison entre les deux cas a) et b).....	64
Figure 3.30 Effet de la vitesse sur la déflexion du tablier	65
Figure 3.31 Effet de la masse du véhicule sur la déflexion du tablier.....	65
Figure 3.32 Effet de la vitesse sur la variation de la force dynamique.....	66
Figure 3.33 Effet de la masse sur la variation de la force dynamique.....	66
Figure 3.34 Effet de la position du véhicule sur la variation de la force dynamique	67
Figure 3.35 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur...67	
Figure 3.36 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur...68	
Tableau 3.1 Résultats d'analyse de vibration libre du tablier.....	62

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Pendant la dernière décennie les transports aériens terrestre et maritimes se sont beaucoup développés. Beaucoup de recherche ont été entreprise dans ce cadre. En particulier le transport terrestre où l'attention s'est surtout focalisée sur les ouvrages d'art. Le comportement de ces derniers sous chargement roulant a fait l'objet de recherche et d'expérimentation.

L'objectif de ce travail s'inscrit dans le cadre d'étude du problème d'interaction pont-véhicule. A cet effet nous nous proposons d'étudier le fonctionnement du véhicule par la recherche d'une modélisation qui tient compte de ses caractéristiques (la vitesse, la suspension, la position transversale.etc.) et de modéliser l'effet du véhicules roulants sur la structure du pont. Ceci peut être réalisé par une formulation des équations gouvernante du problème d'interaction pont-véhicule avec recherche d'une résolution numérique de ces équations. Le véhicule étant modélisé par une masse surmonte un ressort quant au pont il sera modélisé par une plaque mince obéissant donc à la théorie de love Kirchhoff.

Deux méthodes de résolution seront proposées, la première est la méthode analytique proposée par LEVY quant à la seconde elle utilise la méthode des éléments finis en utilisant l'analyse temporelle.

Pour ce faire, nous avons organisé notre travail en trois chapitres à savoir :

Après une introduction générale visant à adresser les objectifs du travail. Un premier chapitre sera consacré à l'étude bibliographique, dans laquelle nous donnerons une description succincte des ponts : leurs structures, leurs classifications et les charge exercées sur les ponts, nous distinguerons par la suite les aspects de la modélisation des tabliers de pont, par poutre par plaque, ainsi que différentes méthodes d'étude seront abordées.

Le deuxième chapitre concernera le fondement théorique de l'analyse temporelle et son application sur les charges roulante. Nous discuterons de l'application de la méthode des éléments finis sur les plaques et le principe de l'analyse temporelle par la méthode d'intégration directe, ainsi que l'utilisation du logiciel SAP2000 comme un outil de base pour l'analyse temporelle.

Ce deuxième chapitre concernera aussi l'étude des charges roulantes sur les ponts par la méthode analytique de LEVY. Une autre méthode d'analyse proposée par FRYBA sera présentée.

Nous donnerons par la suite les programmes développés dans ce cadre, le premier est le programme SOMLOB (Study of the Moving Loads on the Bridges) développé sous MATLAB pour la résolution analytique de LEVY. Le second c'est le programme AFVB (Analyze free vibration of a bridge) développé sous fortran pour l'analyse par la méthode de FRYBA.

Dans le troisième chapitre nous développons une étude de cas qui aura pour objectif d'appliquer les deux méthodes mis en œuvre et d'effectuer une comparaison entre elles.

En fin une conclusion reprenant les résultats obtenus ainsi que les interprétations découlant sera donné ainsi que les perspectives au présent travail

CHAPITRE I
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1 Introduction :

Plusieurs études autant théoriques qu'expérimentales ont été menées pour appréhender la question de l'interaction pont-véhicule.

Le principe de toutes ces études consiste à donner une modélisation de la structure du pont et du véhicule selon des hypothèses. La difficulté réside dans la prise en compte des caractéristiques des deux éléments (pont et véhicule) afin de se rapprocher de la réalité, plusieurs modèles ont été proposés que ce soit pour le pont ou pour le véhicule roulant.

I.2 Les ponts [1]:

Un pont peut être défini comme une structure servant à transporter des charges sur une ouverture d'un point à un autre (oued, une cour d'eau etc.).

Généralement le pont est composé :

- D'un tablier qui présente la partie qui supporte les voies de circulation.
- De culées, points d'appui aux extrémités du tablier.
- De Piles qui maintiennent le tablier entre les culées, si la longueur du tablier est importante.
- De fondations qui peuvent être profondes ou superficielles selon la nature du bon sol.

La figure suivante représente la structure générale d'un pont :

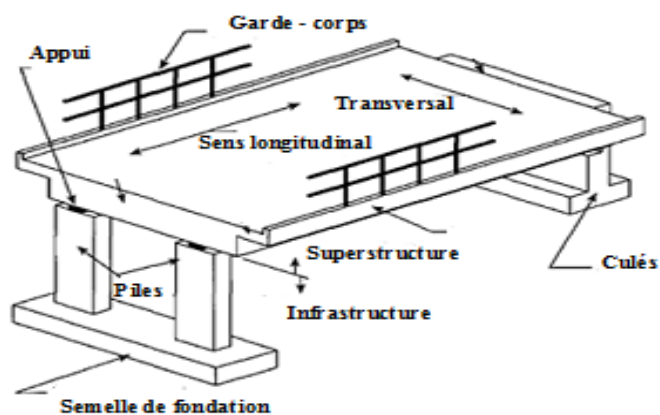


Figure 1.1 Structure générale d'un pont [2]

Plusieurs classifications de ponts peuvent être données, ainsi nous pouvons classer les ponts :

a- Selon le matériau :

En fonction de la nature du matériau, nous pouvons avoir entre autre :

Ponts en acier : un pont en acier est composé de poutres, armatures, et câbles de suspension

Ponts en béton : il y a deux types, les ponts en béton armé et les ponts en béton précontraint.

Ponts en bois : les ponts en bois ont été utilisés quand la portée est relativement courte.

b- Selon l'objectif :

En fonction de la destination du pont nous pouvons avoir entre autre :

Ponts route : ce sont des ponts sur des routes.

Ponts ferroviaires : ponts sur des chemins de fer.

Ponts combinés : ponts qui peuvent servir au passage de véhicule et de trains.

Ponts piétonniers : ponts qui permettent le passage des piétons (Passerelles).

c- Selon la superstructure :

En fonction de la nature du système porteur nous pouvons avoir entre autre :

Pont à poutres : Un certain nombre de poutres en béton armé sont placés côte à côte pour supporter la charge appliquée sur le pont.

Pont dalle : le tablier est une dalle en béton armé ou en béton précontraint.

Pont mixte : le tablier est une dalle en béton supportée par un groupe de poutres en acier qui fonctionne en même temps. La poutre en acier reprend principalement la traction, tandis que la dalle en béton reprend la composante de compression du moment de flexion.

Ponts en arc : L'arc est une structure qui résiste à la compression axiale.

I.3 Charges sur les ponts [2] :

En plus de son poids propre, le pont doit supporter les charges suivantes :

1. Charges roulantes.
3. Le poids des piétons lorsque il existe.
4. L'effet du vent et neige dans les zones sujettes à ces phénomènes.
5. Effet sismique.

Parmi toutes ces charges nous allons nous intéresser au cas des charges roulantes.

I.4 Charges roulantes sur les ponts :

Les charges roulantes peuvent être des véhicules légers ou lourds circulant dessus des ponts ; la prise en compte de ces charges roulantes dans l'étude de dimensionnement des ponts s'effectue par une modélisation des véhicules par des charges ponctuelles qui représentent le poids du véhicule, cette modélisation dépend des caractéristiques du véhicule roulant et du

règlement utilisé (Fascicule 61, ASHTO.....etc.) dans ces règlement la modélisation des charges roulantes tient compte des aspects dynamiques à travers un coefficient, ce dernier est approximatif et peut ne pas compte exactement de tous les paramètres intervenant. La modélisation des charges roulantes peut faire intervenir ces paramètres.

I.5 Modélisation des charges roulantes :

Un véhicule est composé généralement de :

a. **La suspension** : Les suspensions dans un véhicule, sont les éléments qui servent à relier les masses non suspendues (roue, les systèmes de freinage etc.) aux masses suspendues (le châssis, le moteur et tous les composants du véhicule fixés au châssis). Pour chaque roue dans le véhicule la suspension se compose d'un ressort qui transforme l'énergie des chocs dus au contact avec la route en énergie vibratoire et un amortisseur qui transforme l'énergie due à la vibration en chaleur.

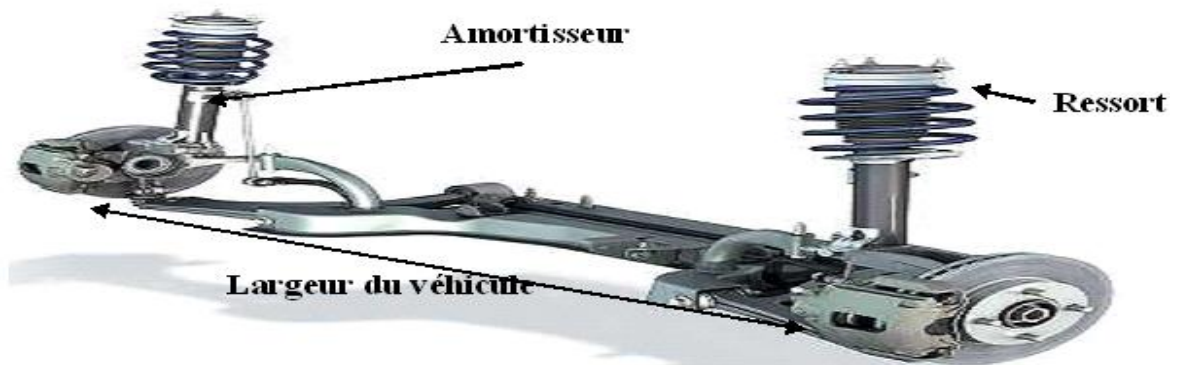


Figure 1.2 Type de suspension d'un véhicule

b. **Les roues** : La roue est une pièce mécanique de forme circulaire tournant autour d'un axe passant par son centre. Le contact véhicule pont se fait par le biais de la roue.

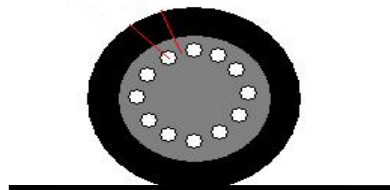


Figure 1.3 Roue

c. **Le moteur et autres accessoires** : le moteur c'est la machine corps qui gère le mouvement du véhicule.

La figure ci-dessous montre un exemple d'un véhicule à deux essieux modélisé par une masse M supportée par deux oscillateurs (ressort+amortisseur).

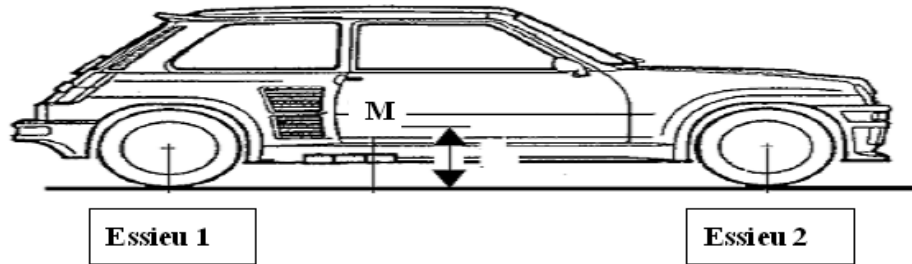


Figure 1.4 type de véhicule réel

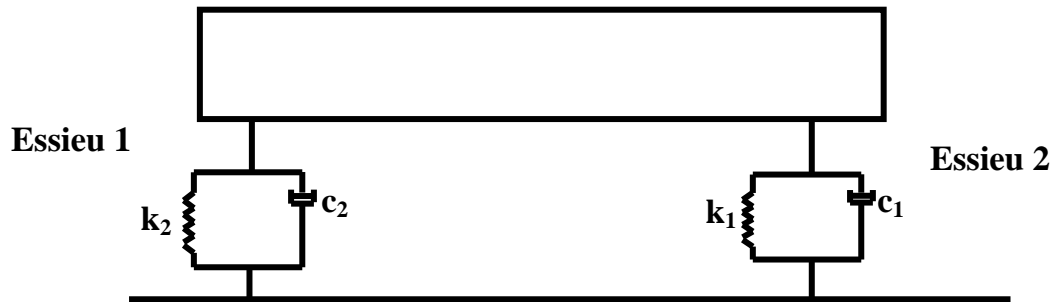


Figure 1.5 Modélisation du véhicule

L'équation générale du modèle précédent est donnée par :

$$M_v \ddot{Z} + C_v \dot{Z} + K_v Z = F_v^{int} \quad (1.1)$$

M_v , C_v , K_v , : sont respectivement la matrice de masse d'amortissement et de rigidité

F_v^{int} : le vecteur des forces d'interaction du véhicule avec la surface de la route.

Z : le vecteur réponse du véhicule.

Dans un premier temps le véhicule a été modélisé par une masse en mouvement ou une force ponctuelle. Cependant cette modélisation ne tient pas compte des caractéristiques de la suspension du véhicule qui a un rôle prépondérant sur la charge appliquée à l'ouvrage et sur sa réponse. Une autre modélisation peut être faite, en considérant une masse montée sur un ressort, telle que la masse représente le poids du véhicule et le ressort représente les caractéristiques de la suspension. La modélisation par une masse et un ressort ne nous permet pas de prendre en compte l'effet de l'amortissement d'où l'intérêt d'une modélisation par une masse qui montée sur un oscillateur (ressort+amortisseur). Cette dernière ne tient pas compte du cas des véhicules à plusieurs essieux d'où la nécessité de modéliser le véhicule par plusieurs essieux. Chaque essieu est représenté par une masse surmontant un ressort et un amortisseur. Nous pouvons introduire un autre ressort afin de tenir compte de l'effet de l'élasticité des pneus

La charge roulante circulant sur un pont implique la modélisation de cette charge ainsi que de l'ouvrage d'art, ce dernier intervient surtout par son tablier.

I.6 Modélisation du tablier :

Le tablier est une partie de la superstructure du pont qui peut être modélisé par une poutre ou une plaque.

I.6.1 Modélisation par poutre :

C'est une approche unidimensionnelle qui consiste en la modélisation du tablier par une poutre appuyée simplement à ses extrémités.



Figure 1.6 Modélisation du tablier par poutre [23]

Toutefois, cette approche unidimensionnelle ne permet pas de prendre en compte la flexion transversale pour des ponts où la longueur et la largeur ont des dimensions comparables, ainsi on ne peut pas étudier le cas d'une charge excentrée dont l'effet de torsion peut être important [23].

Quand le véhicule s'éloigne de la ligne médiane du pont, la section transversale de celui-ci est soumise à l'effet de torsion en plus de la flexion. Cet effet ne peut être modélisé par la théorie des poutres [23].

I.6.2 Modélisation par plaque [3] :

Une plaque est un solide dont l'une des dimensions est faible par rapport aux deux autres dimensions.

On distingue deux types de plaques :

- Plaques épaisses : Il s'agit d'une plaque dont l'épaisseur n'est pas négligée par rapport aux autres dimensions. MINDLIN a étudié ce type de plaque où il a tenu compte de l'effet de cisaillement.
- Plaques mince : dans la théorie a été élaborée par Love-Kirchhoff, cette dernière sera utilisée par la suite dans notre étude.

I.6.3 Théorie de Love Kirchhoff [23] : cette théorie s'inspire de celle de Bernoulli- Euler pour les poutres, elle est basée sur les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur de la plaque est petite par rapport aux autres dimensions. Elle possède un plan moyen aussi appelé plan neutre.
- Les sections droites, initialement normales au plan neutre, restent planes et normales à celui-ci. La déformation en cisaillement transversale est donc négligée.
- Les termes non linéaires du déplacement sont négligés, en particulier, l'inertie de rotation est négligée. Seul le déplacement transversal w est considéré.

- La contrainte σ_z dans la direction transversale est nulle. Elle doit en effet s'annuler sur les faces extérieures, et du fait que la plaque est mince, il est naturel d'admettre qu'elle est nulle en tout z .

Selon les hypothèses précédentes de la théorie de love Kirchhoff, nous pouvons formuler les équations gouvernantes d'une plaque mince soumise à un chargement extérieur.

I.6.4 L'équation gouvernante de la déflexion d'une plaque mince [4] :

Afin de formuler l'équation gouvernante de déflexion d'une plaque mince soumise à une charge verticale $P(x,y)$. Nous allons analyser l'équilibre d'un petit élément de la plaque de dimensions (dx,dy) , *figure 1.7*

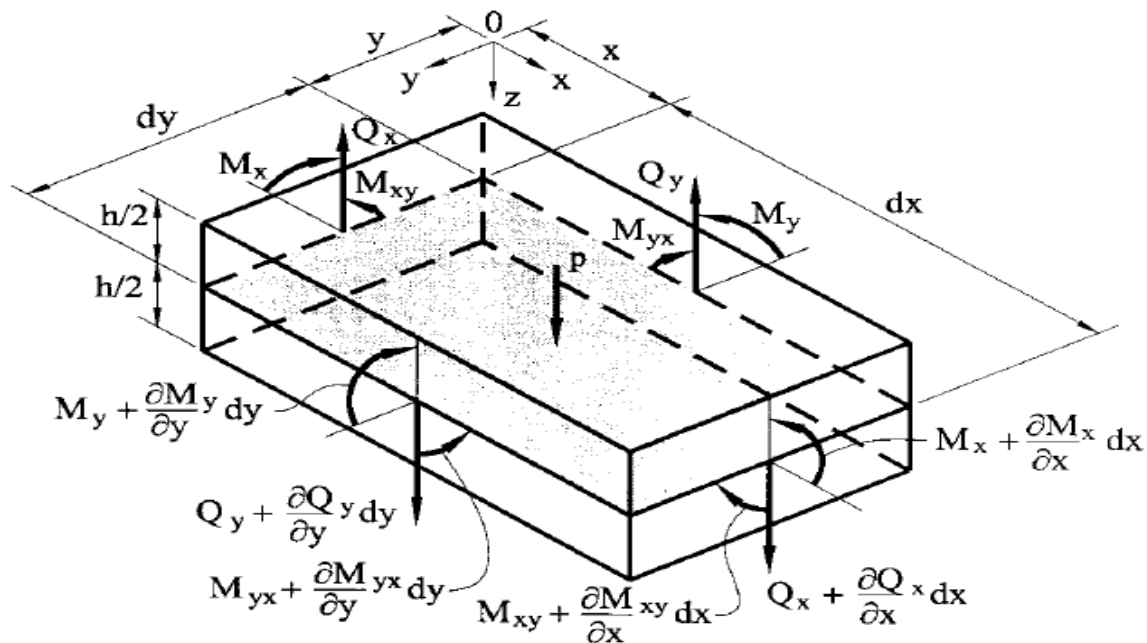


Figure 1.7 Equilibre des forces pour un élément d'une plaque mince sous $P(x,y)$ [4]

Selon les hypothèses de **Love Kirchhoff** le champ de déplacement d'un point de coordonnées (x,y,z) dans une plaque mince est donné par :

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad w = w(x, y) \quad (1.2)$$

Où :

$w(x, y)$: Est la déflexion de la plaque mince

Les trois composantes de déformations dans ce point sont :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 ; \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 ; \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.4)$$

Les déformations normale ε_z et de cisaillement transversales ε_{xz} et ε_{yz} sont nulles en vertu des hypothèses de Love-Kirchhoff sur une plaque mince.

Dans la théorie de l'élasticité, les relations entre les déformations et les contraintes sont données par :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) ; \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) ; \gamma_z = \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy} \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) = -\frac{E.z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) = -\frac{E.z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{E}{1-\nu^2} (1-\nu) \gamma_z = -\frac{E.z}{1-\nu^2} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (1.6)$$

$\sigma_z = \mathbf{0}$ (Hypothèse de Love-Kirchhoff)

E : le module d'élasticité ; ν : le coefficient de poisson

Les moments fléchissant M_x , M_y et le moment de torsion M_{xy} par unité de longueur d'un point au plan moyen ont pour valeur :

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz ; M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz ; M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz \quad (1.7)$$

D'où :

$$\begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (1.8)$$

Telle que :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} : \text{appelée rigidité flexionnelle de la plaque}$$

h: épaisseur de la plaque.

Les efforts tranchants par unité de longueur Q_x et Q_y par les deux intégrales suivantes :

$$\begin{cases} Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} dz \\ Q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz. \end{cases} \quad (1.9)$$

Les composantes des contraintes donc de déformations varient d'un point à un autre pour une plaque chargée verticalement. Ces variations sont gouvernées par des conditions d'équilibre statiques.

On considère toujours l'équilibre d'un élément infiniment petit de dimensions (dx, dy) , (*figure 1.7*) chargé verticalement par $p(x, y)$. La charge appliquée est transférée vers la surface moyenne de l'élément. L'élément est très petit donc les forces et les moments sont distribués uniformément sur la surface moyenne.

Pour le système montré dans la *figure 1.7* l'équilibre des forces est donné par :

a) La somme des forces suivant z :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx dy + p dx dy = 0 \quad (1.10)$$

D'où :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (1.11)$$

Q_x, Q_y : les efforts tranchants

b) La somme des moments suivant x :

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial M_y}{\partial y} dx dy - Q_y dx dy = 0 \quad (1.12)$$

D'où :

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (1.13)$$

c) La somme des moments suivant y :

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (1.14)$$

A partir de (1.13) et (1.14) on peut exprimer Q_x et Q_y en fonction de M_x et M_y , telle que :

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (1.15a)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \quad (1.15b)$$

Si nous considérons $M_{xy} = M_{yx}$ et en substituant les équations (1.15) dans l'équation (1.10) on trouve :

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p(x, y) \quad (1.16)$$

En introduisant M_x et M_y , M_{xy} de l'équation (1.7) par leurs valeurs on aura :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (1.17)$$

C'est l'équation gouvernante de la déflexion d'une plaque mince obtenue par Lagrange

L'équation (1.17) peut également s'écrire sous la forme :

$$\nabla^2(\nabla^2 w) = \nabla^4 w = \frac{p}{D} \quad (1.18)$$

Telle que :

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (1.19)$$

Afin de donner une solution à l'équation (1.17) nous introduisons deux conditions aux limites aux bords de la plaque. La *figure 1.8* montre les cas possibles de conditions aux limites pour une plaque rectangulaire de dimensions (a,b) :

1) Simplement appuyé à $x=0$ et $x=a$:

$$w = 0 \Big|_{x=0}, \quad M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \Big|_{x=a} \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \Big|_{x=a}$$

2) Encastrement en $y = 0$

$$w = 0 \Big|_{y=0} \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \Big|_{y=0}$$

3) Libre en $y = b$

$$M_y = 0 \Big|_{y=b}, \quad Q_y = 0 \Big|_{y=b}, \quad M_{xy} = 0 \Big|_{y=b} \quad (1.22)$$

4) Appuyée sur une poutre en $x=0$

$$w|_{x=0} = w_p \text{ et } \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_p \quad (1.23)$$

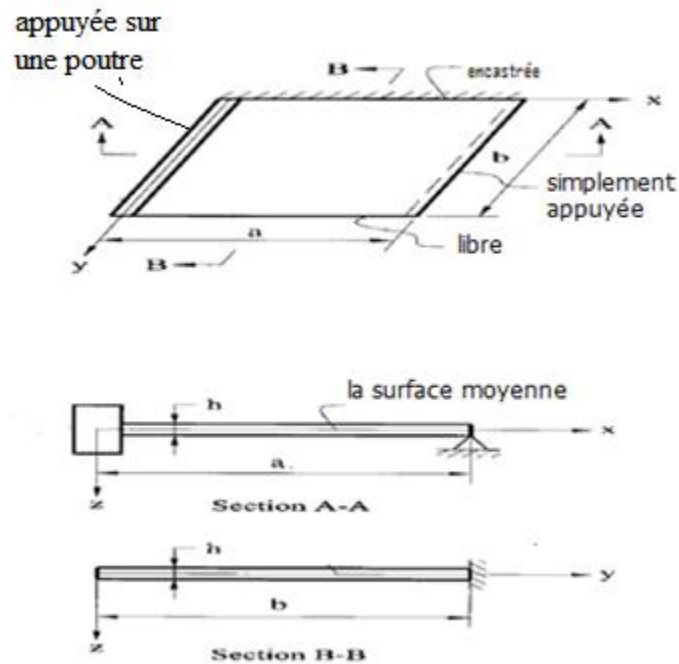


Figure 1.8 Cas possibles de conditions aux limites d'une plaque

Une solution de l'équation (1.17) pour le cas d'un appui simple sur les bords ($x=0$ et $x=a$ et $y=0$, $y=a$) a été proposée par Navier sur la base d'une série de Fourier infini pour une plaque rectangulaire de dimensions a , b soumise à un chargement statique $P(x,y)$ donné par :

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1.24)$$

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1.25)$$

w_{mn} : Un coefficient qui satisfait les conditions aux limites de la plaque.

La solution trouvée est valable pour un cas statique, dans le cas d'un chargement dynamique, cette modélisation est modifiée.

L'étude de la flexion des plaques qu'on a fait est dans le cas statique, maintenant on passe à un autre cas d'étude des plaques c'est le cas dynamique.

I.6.5 Etude de vibration des plaques minces selon le principe de Hamilton [5] :

Le présent problème de vibration des plaques a été étudié selon le principe de Hamilton afin de formuler l'équation gouvernante.

Le principe de Hamilton :

$$\delta(T - U) = 0 \quad (1.26)$$

Telle que :

δ : paramètre de variation.

U : L'énergie potentiel de déformation de la plaque donnée par :

$$U = \frac{D}{2} \iint_R \left[(\nabla^2 w)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy - \iint_R p w dx dy \quad (1.27)$$

T : est l'énergie cinétique de vibration des plaques donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \iint_R h \rho \dot{w}^2 dx dy \quad (1.28)$$

R: la surface transversale de la plaque.

h : L'épaisseur de la plaque.

ρ : La masse volumique.

w : La déflexion.

\dot{w} : La vitesse de la déflexion.

p: La charge appliquée à la plaque.

En appliquant le principe de moindre action : $\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0$

L = (T-U) : c'est le lagrangien.

$$S = \left[\int_{t_1}^{t_2} \iint_R \frac{h\rho}{2} \dot{w}^2 - \frac{D}{2} \left\{ (\nabla^2 w)^2 + 2(1-\nu) \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\} - p w \right] dx dy dt \quad (1.29)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \iint_R \left[\rho h \frac{\partial w}{\partial t} \cdot \frac{\partial \delta w}{\partial t} - D \left\{ (\nabla^2 w) (\nabla^2 \delta w) + 2(1-\nu) \times \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} \right) \right\} - p \delta w \right] dx dy dt = 0 \quad (1.30)$$

L'équation devient:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\iint_R (-h\rho \ddot{w} - D \nabla^4 w + p) \delta w dx dy \right] dt = 0 \quad (1.31)$$

A partir de (1.28) nous avons l'équation différentielle du mouvement :

$$D \nabla^4 w + \rho h \ddot{w} = p \quad (1.32)$$

w: représente la réponse en terme de déflexion

I.7 Etudes antérieures :

L'étude de la déflexion des ponts sous charges roulantes appartient à la catégorie des problèmes directs, lorsqu'il s'agit de déterminer la déflexion du pont à partir de la charge et il appartient à la catégorie des problèmes inverses lorsque qu'il s'agit de déterminer la charge à partir de la déflexion :

I.7.1 Etude par le problème inverse [6] :

Des systèmes de pesage en marche ont été développés pour la mesure de la charge des véhicules en mouvement, ces systèmes traitent le problème pont et véhicule en deux dimensions.

Ces études sont basées sur l'identification des charges exercées sur le pont à partir de la déformation ou de l'accélération. Pour ce faire un système piézoélectrique est utilisé.

Le système piézoélectrique comporte des capteurs en piézoélectrique qui servent à enregistrer le changement de la tension lors du passage du véhicule avec la mesure de sa vitesse ainsi que l'espacement entre les essieux. Ils sont placés perpendiculaire à la voie de circulation dans le but d'identifier la charge dynamique ; à partir de ces informations une estimation de la charge statique est effectuée.

Le système de pesage par pont instrumenté :

La mesure des déformations peut aussi être réalisée par des capteurs afin de fournir des informations sur le comportement du pont en temps réel.

La plus part des systèmes de pesage par pont instrumenté se compose d'un détecteur qui sert à identifier le type de véhicule (vitesse et espace entre essieu) et des équipements d'enregistrement des déformations du tablier de pont durant le passage du véhicule. L'effet dynamique est calculé. Les résultats sont analysés par des logiciels de traitement de données afin de les rendre exploitable.



Détecteurs

mesure de déformation

Figure 1.9 Pesage en marche par pont instrumenté [6]

Des fibres optiques peuvent être utilisées, le principe est représenté sur la *figure 1.10*

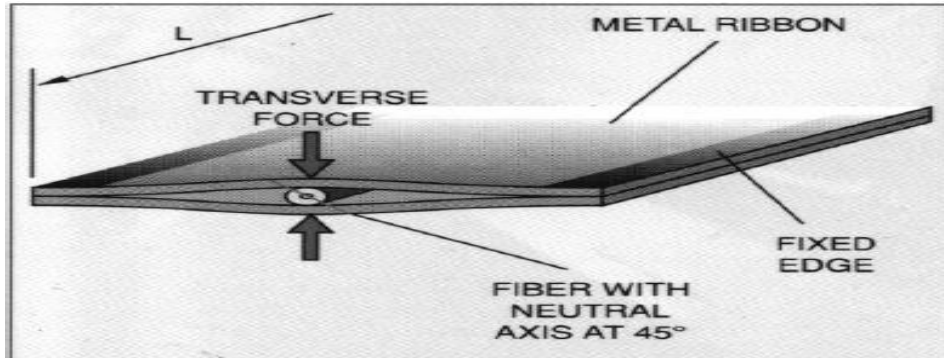


Figure 1.10 Fibre optique [rapport WAVE 2001]

Pour améliorer les systèmes de pesage en marche un projet européen a été lancé ce projet regroupait appelé le projet WAVE (Weigh in Motion of axel and vehicle for Europe), plusieurs organismes et universités européennes (LCPC : Laboratoire Centrale de Pont et Chaussé. CUED: Cambridge University Engineering Department, TCD: Trinity College Dublin, DWW: Road and Hydraulic Engineering Division...etc), avec un budget de 1,5 millions euro.



Figure 1.11 Système de pesage en marche, A31, France [6]

L'objectif du projet "WAVE" est de réaliser un développement technique dans les systèmes de pesage en marche par :

1. Une amélioration de la précision des systèmes de pesage en marche, afin de mieux estimer les charges statiques à partir des mesures de forces d'impact dynamiques, grâce à l'utilisation

des grilles multi capteurs et d'algorithmes qui tiennent compte de l'interaction dynamique entre le véhicule et la chaussée.

2. Une amélioration de la précision des systèmes de pesage en marche par ponts instrumentés, à l'aide de modèles et de traitements de données plus sophistiqués qui tiennent compte de l'interaction entre les véhicules et le pont.
3. La recherche de nouveaux formats et procédures de traitement et de comparaison des résultats des systèmes de pesage en marche en Europe.
4. Développer des systèmes de pesage en marche qui résistent aux agents extérieurs, en particulier dans les climats froids où les chaussées sont fragilisées par le gel- dégel.
5. Evaluer une fiabilité et une précision des systèmes de pesage en marche.
6. Développer une nouvelle technologie de pesages en marche, basée sur des capteurs à fibre optique qui sont très efficaces par ses performances

Plusieurs travaux d'étude des charges roulantes par le problème inverse ont été faits T.H.T Chan et al. [7] ont utilisé l'analyse modal pour étudier l'identification des charges dynamiques à partir de la réponse du tablier qui est modélisé par une poutre de Bernoulli, un model de véhicule de deux charges ponctuelles a été utilisé pour générer les équations d'équilibre. T.H.T.Chan, S.S. Law, T.H. Yung. [8] ont étudié l'identification des charges roulantes sous un tablier de pont en précontraint, des mesures sur site ont été effectuées afin d'identifier les charges revenant au tablier. Ils ont obtenu les fréquences fondamentales du véhicule roulant par le passage du domaine temporel des charges identifiées au domaine fréquentiel par la transformation de fourrier. Law et al. [9] ont utilisé la transformation de fourrier pour l'équation du mouvement exprimée en coordonnées modales. La relation entre la réponse et les forces appliquées est obtenue dans le domaine fréquentiel. Zhu XQ, Law S.S. [10] ont étudié le comportement dynamique par la théorie de superposition modale d'un tablier de pont modélisé par une plaque orthotrope appuyé simplement sous charge roulante et modélisée par un groupe de charge ponctuelles ; les résultats ont été comparé avec la modélisation par une poutre et validés par des essais en laboratoire. La même étude sur une plaque orthotrope a fait l'objet d'une étude par Zhu et Law. [11] qu'ont utilisé le calcul de la matrice inverse et la technique de régularisation de Tikhonov. X.Q.ZHUAND S.S.LAW. [12] ont étudié la force dynamique due à un véhicule roulant à une vitesse constante sur un tablier de pont de plusieurs travées qui est modélisé par une plaque orthotrope. Le véhicule est de type H20-44 (selon le règlement AASHTO) qui est assimilé à un model tridimensionnel à deux essieux. Le comportement dynamique est étudié par le principe de superposition modal

et la charge dynamique est obtenue en termes de facteur d'amplification dynamique. Sur la base des méthodes d'indentification des charges roulantes sur les ponts à poutres continues. X.Q.Zhu et S.S. Law. [13] ont étudié l'influence de la variation de la vitesse, la rugosité de la surface de contact par une simulation numérique et un model expérimental. Ils ont trouvé que la rugosité de surface de contact et la non uniformité de la vitesse sont les causes principales menant aux résultats incorrects. Jia -Jang Wu. [14] a fait une analyse dynamique par la méthode des éléments finis d'un tablier de pont dalle assimilé à un model unidimensionnel de type poutre-plaque soumis à un groupe de charge ponctuelle répartis transversalement. Le but de son travail est le transfert d'un model bidimensionnel à un model unidimensionnel, le groupe de charge ponctuelle répartis a été transféré à une seule charge ponctuelle.

Les méthodes utilisés pour l'identification des charges sont basées sur l'analyse modal ce qui cause des erreurs dus à la troncature du signal. SS. Law J.Q. Bu et al. [15] ont utilisé une nouvelle méthode c'est celle des éléments finis avec la technique de condensation. Ils ont étudié l'identification des forces de contact d'un véhicule modélisé par deux charges ponctuelles sur une poutre de Bernoulli, avec la prise en compte de la rugosité de surface de contact. Y. B. Yang, C.W. Lin. [16] ont étudié par le principe de superposition modale l'interaction entre le véhicule et le pont dont le véhicule est modélisé par une masse sur un ressort et le pont par une poutre de Bernoulli. Ils ont représenté la variation du déplacement de vitesse et d'accélération du tablier sous la charge roulante ainsi que le déplacement du véhicule. Law et al. [17] ont étudié l'identification des charges roulantes sur une plaque orthotrope à partir de la réponse du pont par le principe de Hamilton ainsi que de la superposition modale. Ils ont validé leurs résultats par des essais en laboratoire. P. Anachinda et al. [18] ont développé une méthode pratique d'identification des charges dynamiques d'un véhicule à plusieurs essieux à partir de la réponse du pont. Le travail a été fait sur un modèle numérique et un modèle expérimental.

I.8 Conclusion :

Le pont est une infrastructure de base qui comporte différents types de pièces structurelles : dalle, poutre, câbles.....etc. Ces pièces ont des matériaux de formes et des rôles différents. De ce fait, la modélisation est complexe.

En plus de son poids propre, le pont supporte d'autres charges qui proviennent des véhicules roulants conduits aussi à des modèles plus au moins compliqués.

La problématique adressée est de modéliser un pont sous charge roulante. Cette problématique a fait l'objet d'études antérieures faisant ressortir les questionnements suivants :

- Est-ce que la modélisation du véhicule roulant par une force concentrée est correcte?
- Est-ce que la vitesse de roulement du véhicule a une influence sur la réponse d'un pont?
- Est-ce que la position du véhicule sur le pont peut influencer sur sa réponse?
- Est-ce que la force appliquée sur les ponts est constante ou variable?

Nous tenterons de répondre à ces questions en considérant une modélisation du véhicule par un système de masse-ressort et le pont par une plaque mince. Une résolution particulière sera effectuée aussi.

CHAPITRE II

METHODES D'ETUDE

CHAPITRE II METHODES D'ETUDE

II.1 Introduction :

Dans le cadre d'étude de la réponse des structures sous charges roulantes, plusieurs méthodes de résolution du problème ont été proposées afin d'évaluer la réponse des structures, certaines de ces méthodes sont purement analytiques, alors que d'autres font appel à des méthodes approchées.

Dans l'étude des charges roulantes sur un tablier de pont, la difficulté est de modéliser le véhicule et la prise en compte de l'effet dynamique induit par ce dernier sur le tablier (l'effet de la vitesse, les caractéristiques du véhicule).

Dans ce présent chapitre, nous proposons d'utiliser deux méthodes d'analyses dynamiques des charges roulantes sur un tablier de pont.

La première utilise la méthode des éléments finis en utilisant l'analyse temporelle (pas à pas) par intégration directe. Cette méthode nous permet de tenir compte de la vitesse du véhicule roulant et de déterminer la réponse du tablier à n'importe quel instant.

Nous utilisons un logiciel qui se base sur la méthode des éléments finis et qui dispose de la méthode temporelle (pas à pas) par intégration directe à savoir le SAP 2000. Les différents cas de vitesse de charge et de modélisation de véhicule ainsi que la position transversale du véhicule seront étudiés.

La deuxième méthode d'analyse est la méthode analytique proposée par LEVY qui consiste à modéliser le véhicule par une masse surmontant un ressort. Nous allons d'abord commencer par une analyse de vibration libre du tablier afin de déterminer les caractéristiques de vibration du tablier. Par la suite on étudiera la réponse du tablier sous une charge roulante. La résolution numérique des équations de vibration du tablier sous charge roulante est effectuée par la méthode de *Runge-Kutta* intégrée dans le logiciel de programmation *Matlab*.

II.2 Etude par l'approche élément finis :

Le tablier est modélisé par une plaque mince (théorie de love Kirchhoff), *figure 2.1.a* la plaque est discrétisée à un nombre d'élément (rectangulaire) appelé élément finis qui sont interconnectés par des nœuds, chaque nœud possède six degrés de liberté, *figure 2.1.b* ; le principe consiste à chercher les solutions (la déflexion, l'accélération, les efforts internes...etc.) au niveau des nœuds.

L'équation d'équilibre d'un système formulé par la méthode des éléments finis prend généralement la forme suivante :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (2.1)$$

Telle que :

M : la matrice de masse.

C : la matrice d'amortissement.

K : la matrice de rigidité.

F : c'est le chargement appliqué.

Le chargement appliqué pour notre étude est un véhicule roulant qui est caractérisé par le nombre d'essieux, la vitesse de roulement et l'espacement entre essieux.

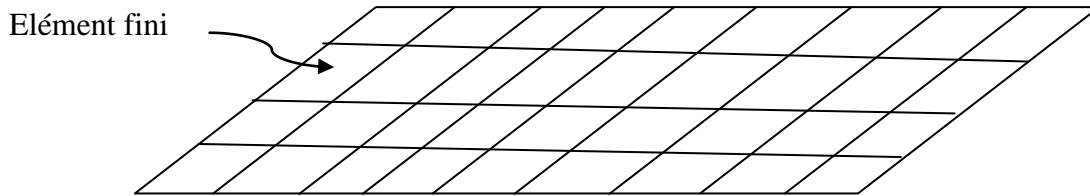


Figure 2.1.a Plaque discrétisée en éléments finis

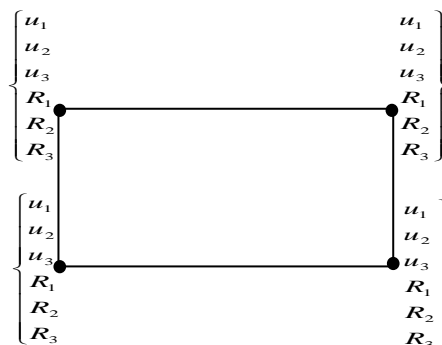


Figure 2.1 b Type d'un élément fini rectangulaire

II.2.1 L'analyse Temporelle :

L'analyse temporelle est l'analyse pas à pas qui permet d'obtenir la réponse de la structure à une excitation imposée dans un intervalle de temps déterminé pour pas $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, 4\Delta t..etc.$ En premier temps on initialise le système par l'introduction des conditions initiales afin de pouvoir exécuter l'algorithme de calcul pour chaque pas du temps.

Nous distinguons deux méthodes de solution de l'équation d'équilibre pour l'analyse pas à pas, la superposition modale et l'intégration directe où on trouve aussi plusieurs méthodes d'intégration comme Taylor, Newmark, wilson $\theta.....etc.$ En général, toutes les méthodes donnent la solution à chaque pas du temps, dans le cas de l'analyse non-linéaire, il peut être nécessaire de reformuler la matrice de rigidité effective du système complet pour chaque pas du temps.

a) La méthode d'intégration directe de Newmark [21]:

L'équation d'équilibre est donnée par :

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = R(t) \quad (2.2)$$

Newmark dans son approche par l'intégration directe dans l'analyse pas à pas, il a utilisé le développement en série de Tylor, qui est donné par :

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots \quad (2.3)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots$$

A partir de ces dernières équations Newmark a formulé son équation :

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^3 \dddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.4)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \dddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.5)$$

Telle que :

u: Le déplacement **u**: La vitesse **u** : L'accélération.

La variation de l'accélération dans un incrément du temps Δt est considérée comme linéaire.

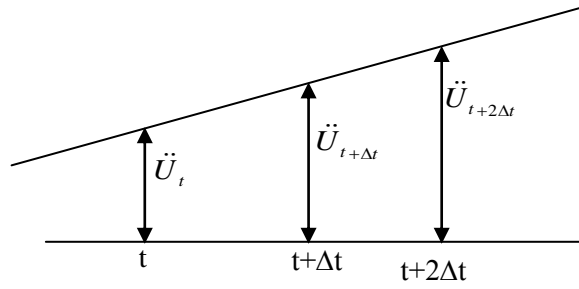


Figure 2.2 Variation linéaire de l'accélération selon Newmark

Telle que :

$$\ddot{u}_t = \frac{(\ddot{u}_t - \ddot{u}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \quad (2.6)$$

En substituant l'équation (2.6) dans les équations (2.4) et (2.5) nous trouvons l'équation de Newmark sous la forme :

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_t \quad (2.7)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{u}_t \quad (2.8)$$

De l'équation (2.7), on tire :

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} (u_t - u_{t-\Delta t}) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.9)$$

Cette équation prend la forme :

$$\ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}, \quad (2.10)$$

Avec :

$$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; \quad b_2 = -\frac{1}{\beta \Delta t}; \quad b_3 = 1 - \frac{1}{2\beta};$$

En reportant l'expression de \ddot{u}_t dans (2.8) on obtient :

$$\dot{u}_t = \gamma b_1 \Delta t (u_t - u_{t-\Delta t}) + (1 + b_2 \gamma \Delta t) \dot{u}_{t-\Delta t} + (1 + b_3 \gamma - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.11)$$

Cette équation prend la forme :

$$\dot{u}_t = b_4 (u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.12)$$

Avec :

$$b_4 = \gamma b_1 \Delta t; \quad b_5 = 1 + b_2 \gamma \Delta t; \quad b_6 = (1 + b_3 \gamma - \gamma) \Delta t.$$

L'algorithme de calcul de Newmark est donné comme suit :

1- Le calcul initial :

- Formulation des matrices ; de rigidité K , d'amortissement C et de masse M de tous le système
- Spécification des conditions initiales $u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0$
- Sélection du pas du temps et Spécification des paramètres β et γ
- Calcul des constantes d'intégration de b_1 à b_6
- Calcul de la matrice effective de rigidité : $\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$
- Une triangularisation de la matrice effective de rigidité : $\bar{K} = L.D.L^T$

2- Pour chaque pas du temps : $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$

A- Calcul du vecteur charge effective :

$$\bar{R}(t) = R(t) + M(b_1 u_{t-\Delta t} - b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}) + C(b_4 u_{t-\Delta t} - b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t})$$

B- Résolution de l'équation pour le vecteur déplacement nodal $L.D.L^T u_t = \bar{R}_t$

C- Calcul vitesse et accélération nodaux :

$$\ddot{u}_t = b_1 (u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.13.a)$$

$$\dot{u}_t = b_4 (u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (2.13.b)$$

D- Retour à l'étape 2.A avec $t=t+\Delta t$

b) La méthode d'intégration directe de Wilson θ [21] :

La méthode de Wilson est caractérisée par l'introduction d'un nouveau incrément du temps définie par $\theta\Delta t$, L'introduction du facteur θ est motivée par le fait que si la solution numérique est évaluée dans cet incrément du temps, les fausses oscillations sont réduites au minimum, telle que :

$$\Delta t' = \theta\Delta t \quad (2.14)$$

La charge est définie par :

$$R_t = R_{t-\Delta t} + \theta(R_t - R_{t-\Delta t}) \quad (2.15)$$

Dans ce cas l'accélération est assimilée à une variation linéaire entre t et $t + \theta\Delta t$ comme nous montre la figure (2.3).

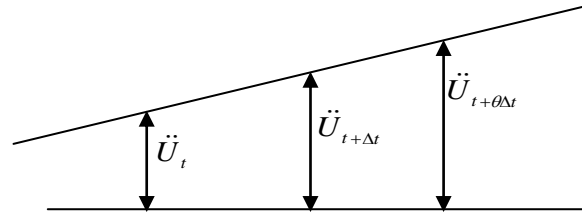


Figure 2.3 Variation de l'accélération selon Wilson

Algorithme de calcul par la méthode de Wilson θ :

1- Calcul initial :

A- Formulation des matrices de rigidité \mathbf{K} , de masse \mathbf{M} et d'amortissement \mathbf{C} du système

B- Spécification des conditions initiales \mathbf{u}_0 , $\dot{\mathbf{u}}_0$ et $\ddot{\mathbf{u}}_0$

C- Sélection du pas de temps Δt et spécification des paramètres β et γ .

D- Calcul des constantes d'intégration de \mathbf{b}_0 à \mathbf{b}_8 , données par :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}; & a_1 &= \frac{3}{\theta\Delta t}; & a_2 &= 2a_1; & a_3 &= \frac{\theta\Delta t}{2}; & a_4 &= \frac{a_0}{\theta}; & a_5 &= \frac{-a_2}{\theta}; \\ a_6 &= 1 - \frac{3}{\theta}; & a_7 &= \frac{(\Delta t)}{2}; & a_8 &= \frac{(\Delta t)^2}{6} \end{aligned} \quad (2.16)$$

E- Calcul de la matrice effective de rigidité : $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \mathbf{aM} + \mathbf{a_1C}$

F- Triangularisation de la matrice effective de rigidité : $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$

2- Pour chaque pas de temps $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$

A- Calcul du vecteur charge effective :

$$\bar{\mathbf{R}}_{t+\theta\Delta t} = \mathbf{R}_t + \theta(\mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{R}_t) + \mathbf{M}(a_0\mathbf{u}_t + a_2\dot{\mathbf{u}}_t + 2\ddot{\mathbf{u}}_t) + \mathbf{C}(a_1\mathbf{u}_t + 2\dot{\mathbf{u}}_t + a_3\ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (2.17)$$

B- Résolution de l'équation pour le vecteur déplacement nodal :

$$\mathbf{LDL}^t\mathbf{u}_{t+\theta\Delta t} = \bar{\mathbf{R}}_{t+\Delta t} \quad (2.18)$$

C- Calcul des vecteurs vitesses et accélération nodaux :

$$\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = a_0(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) + a_2\dot{\mathbf{u}}_t + 2\ddot{\mathbf{u}}_t \quad (2.19)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + a_7(\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (2.20)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_t + a_8(\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + 2\ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (2.21)$$

D- Retour à l'étape 2.A avec $t = t + \theta\Delta t$

c) La méthode d'intégration directe de Houbolt [21] :

Les étapes essentielles de cette méthode d'intégration sont citées comme suit :

Le calcul initial :

E- En premier temps nous formulons les matrices ; de rigidité K , d'amortissement C et de masse M de tous le système.

F- Nous introduisant les conditions au limité du système $U_0, \dot{U}_0, \ddot{U}_0$

G- Sélection du pas du temps Δt

H- Calcul des constantes d'intégration :

$$a_0 = \frac{2}{\Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{11}{6\Delta t}; \quad a_2 = \frac{5}{\Delta t^2}; \quad a_3 = \frac{3}{\Delta t}; \quad a_4 = -2a_0; \quad a_5 = \frac{-a_3}{2};$$

$$a_6 = \frac{a_0}{2}; \quad a_7 = \frac{a_3}{9}. \quad (2.22)$$

I- Calcul de la matrice de rigidité effective :

$$\bar{K} = K + a_0 M + a_1 C \quad (2.23)$$

J- Triangularisation de la matrice de rigidité effective :

$$\bar{K} = L.D.L^T \quad (2.24)$$

Pour chaque pas du temps :

K- On calcule la charge effective :

$$\bar{R}_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} + M(a_2 u_t + a_4 u_{t-\Delta t} + a_6 u_{t-2\Delta t}) + C(a_3 u_t + a_5 u_{t-\Delta t} + a_7 u_{t-2\Delta t}) \quad (2.25)$$

L- On donne une solution à l'équation $L.D.L^T U_{t+\Delta t} = \bar{R}_{t+\Delta t}$ (2.26)

M- Le calcul de l'accélération et de la vitesse au temps $t + \Delta t$ se fait à partir des équations suivantes :

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0 u_{t+\Delta t} - a_2 u_t - a_4 u_{t-\Delta t} - a_6 u_{t-2\Delta t} \quad (2.27)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = a_1 u_{t+\Delta t} - a_3 u_t - a_5 u_{t-\Delta t} - a_7 u_{t-2\Delta t} \quad (2.28)$$

d) La méthode α d'intégration direct de Hilber, Hughes et Taylor [21] :

La méthode α utilise la méthode Newmark pour donner une solution à l'équation suivante :

$$M\ddot{u}(t) + (1+\alpha)Cu(t) + (1+\alpha)Ku(t) = R(t) + \alpha C\dot{u}(t-\Delta t) + \alpha Ku(t-\Delta t) \quad (2.29)$$

II.2.2 Superposition modal [20] :

Cette méthode sert à réduire le nombre global des équations d'équilibre à un nombre d'équation découplée de second degré qui sont relativement petites. En effet la durée de la solution numérique de ces équations est réduite.

Le principe consiste à faire un passage des déplacements nodaux à des déplacements modaux, Telle que :

$$U(t) = P X(t) \quad (2.30)$$

U : déplacements nodaux.

P : c'est une matrice carrée à déterminer.

X(t) : est un vecteur d'ordre n dépend du temps.

Les composants de X sont appelés les composants modaux.

En remplaçant $U(t)$ par sa valeur et en multipliant par P^T dans l'équation d'équilibre suivante:

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = R(t) \quad (2.31)$$

On obtient :

$$P^T M P \ddot{X}(t) + P^T C P \dot{X}(t) + P^T K P X(t) = P^T R(t) \quad (2.32)$$

L'objectif principal de ce passage est d'obtenir des matrices de rigidités, de masse et d'amortissement ayant une largeur de bande plus réduite que celles des matrices originelles.

Pour notre étude on va utiliser l'analyse temporelle intégrée dans le logiciel SAP2000.

II.3 Etude des charges roulantes par le SAP2000 [22] :

La méthode essentielle pour la modélisation des structures sous SAP 2000 et celle des éléments finis. Les raisons principales pour lesquelles nous avons choisi ce logiciel pour notre étude sont :

- La disponibilité d'une méthode d'analyse qui prend en compte la vitesse du véhicule, de sa position et l'instant initial.
- Sur le logiciel SAP2000 nous pouvons introduire tout type de véhicule, avec des charges ponctuelles ou distribuées selon le cas, ainsi que les espacements entre les essieux.
- La variation de la position de la voie de circulation du véhicule, centrée ou excentrés.
- La définition du matériau, isotrope ou orthotrope.
- La possibilité d'imposer les points de calcul.
- La possibilité de modélisation du tablier de pont par une poutre ou une plaque qui peut être mince selon Love- Kirchhoff ou épaisse selon Mindlin
- La facilité d'exploitation des résultats.

Enfin, les paramètres utilisés dans la solution analytique proposée par LEVY sont disponibles dans le logiciel SAP2000; donc l'utilisation du SAP2000 est justifiée.

Le problème en question peut être traité par le SAP2000 selon deux méthodes :

1. Analyse par les lignes d'influence [21]: C'est analyse statique, elle ne tient pas compte de la vitesse du véhicule roulant, dans ce cas les véhicules se déplaçant dans les deux sens le long de chaque voie du tablier. Les charges roulantes sont automatiquement positionnées le long de la longueur et la largeur des voies pour produire le maximum et le minimum de réponse à travers la structure. Chaque véhicule peut être autorisé à agir sur toutes les voies ou être limité à certaines voies.

Le programme peut automatiquement calculer le maximum et le minimum de réponses dans chaque point de calcul.

2. Analyse de type pas à pas [22]: la méthode est basée sur l'analyse temporelle (Time History), où on cherche la solution de l'équation d'équilibre en chaque pas du temps. Pour ce type d'analyse le logiciel utilise plusieurs méthodes pour la résolution de l'équation d'équilibre. On utilise ce type d'analyse si nous nous intéressons à la réponse dynamique.

Le nombre de véhicules peut être exécuté simultanément sur les voies, chacune avec son propre temps de départ, la position, la direction et la vitesse.

La modélisation du tablier ainsi que le chargement peut être fait par la commande *BrIM* (*Bridge Modeler*) dans la barre de titre, *figures 2.4a*, où on donne :

1. Les paramètres du matériau.
2. Le dimensionnement du tablier.
3. La définition de la voie de circulation.
4. La définition de la charge roulante par l'introduction des charges par essieux et les espacements entre essieu.

Dans la barre de titre '*Define*' on trouve les différents types d'analyse du tablier.

MODELISATION NUMERIQUE D'UNE CHARGE ROULANTE SUR UN TABLIER DE PONT DALLE

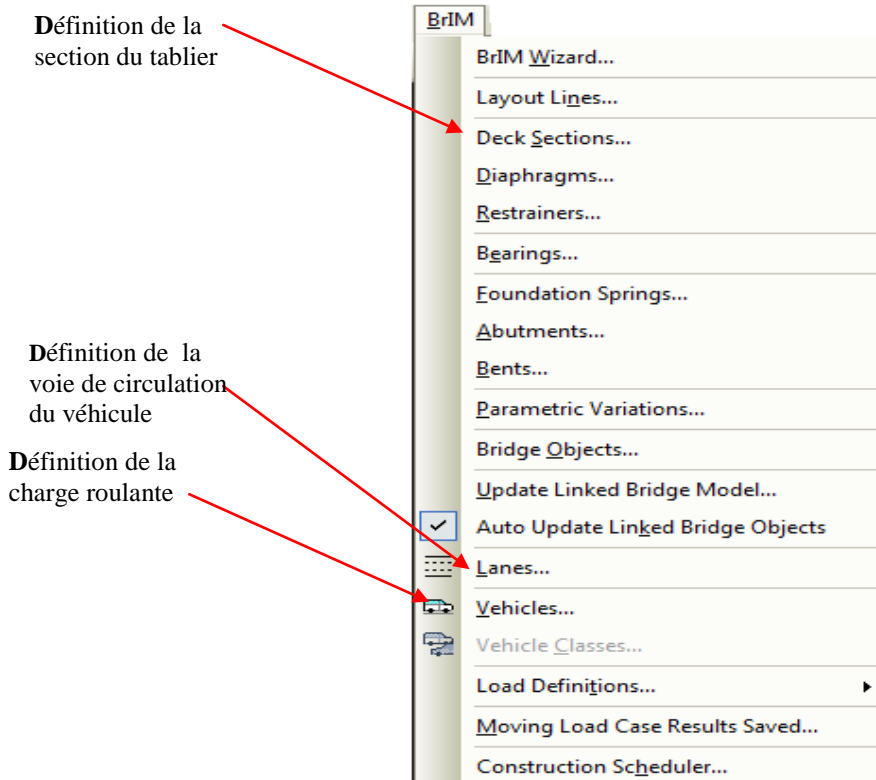


Figure 2.4.a Barre de titre BrIM

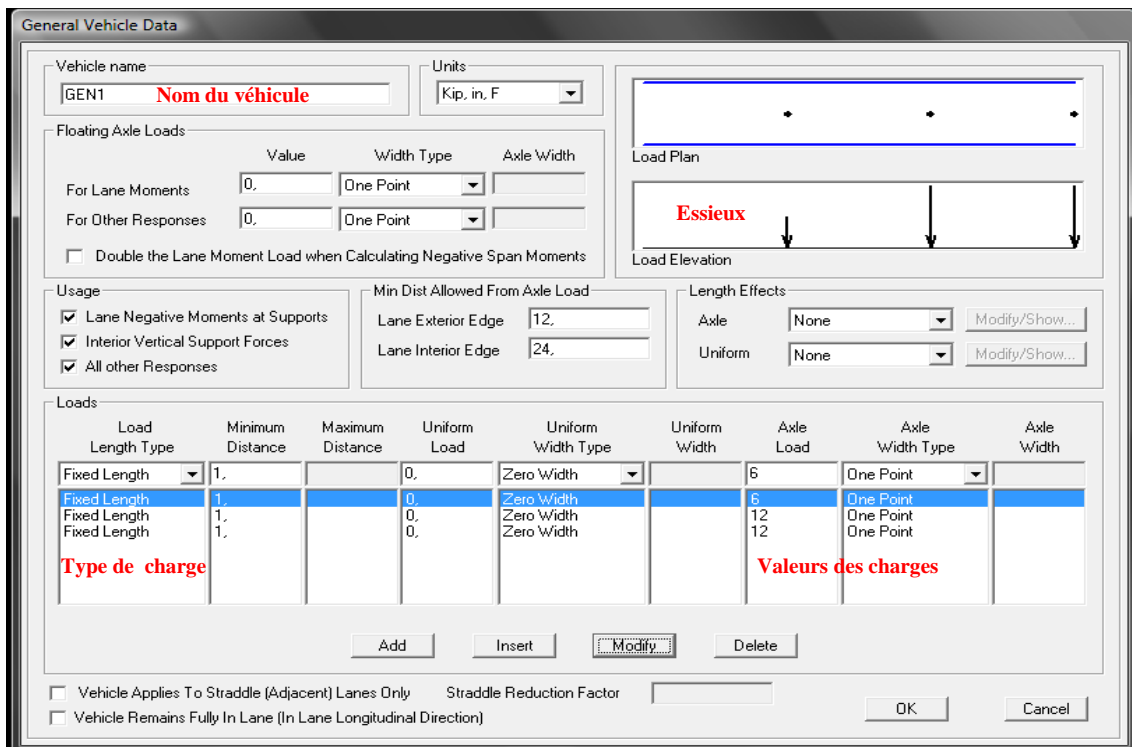


Figure 2.4.b Définition du véhicule

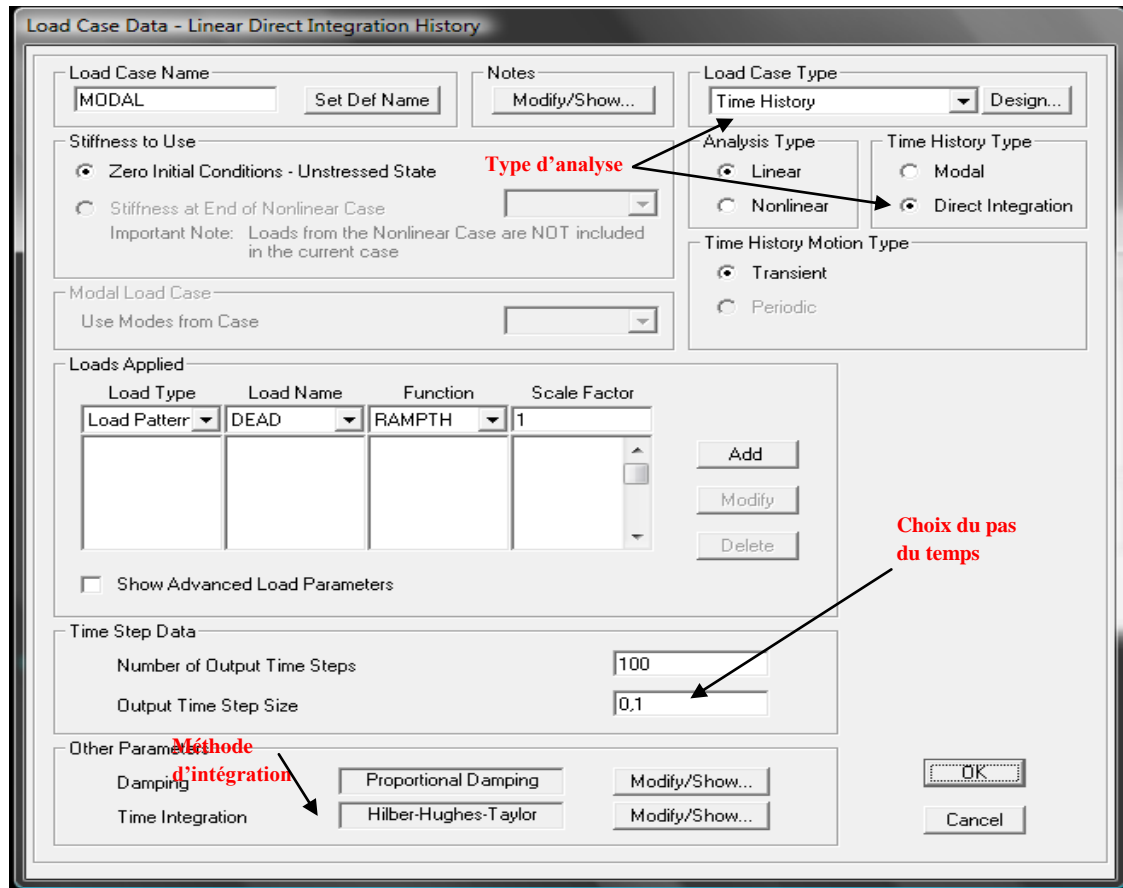


Figure 2.5 Définition du type d'analyse

II.4 Étude par la méthode analytique :

Cette étude doit passer par deux étapes. La première est la résolution du problème des vibrations libres et la seconde est la résolution sous charge roulante.

II.4.1 Analyse de vibration libre du tablier sous charge roulante [19] :

Le tablier est modélisé par une plaque mince appuyée simplement sur deux cotés et libre sur les deux autres cotés, en suivant les notions de la théorie de Love-Kirchhoff.

L'équation qui gouverne la vibration libre du tablier est donnée par (1.32) dans le cas où la charge est nulle : $p = 0$. Donc on peut écrire :

$$D\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} = 0$$

Soit :

$$D \left[\frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} \right] + \mu \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.33)$$

Où :

$w(x, y, t)$: la déflexion du tablier au point (x, y) et au temps t .

D : la rigidité flexionnelle.

$\mu=\rho h$: la masse par unité de surface du tablier.

L'équation (2.33) est résolue en se basant sur la méthode de FRYBA, la méthode est basée sur la transformation généralisée de $w(x,y,t)$, donnée par :

$$w(i, j, t) = \int_0^a \int_0^b w(x, y, t) \sin \frac{i\pi x}{a} w_{(j)}(y) dx dy \quad (2.34)$$

Avec :

(i,j) : les indices des modes propres

$w_{(j)}(y)$: c'est une fonction qui satisfait les conditions aux limites du bord de tablier, elle est calculée à partir de l'équation différentielle suivante :

$$D \left[\frac{i^4 \pi^4}{a^4} w_{(j)}(y) - 2 \frac{i^2 \pi^2}{b} w''_{(j)}(y) + w^4_{(j)}(y) \right] - \mu \omega^2_{(i,j)} w_{(j)}(y) = 0 \quad (2.35)$$

$\omega_{(i,j)}$: la pulsation du mode (i,j)

Une solution de l'équation (2.35) a été proposée par FRYBA sous la forme :

$$w(x, y, t) = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) w_{(j)}(y) \cdot \sin(\omega_{(i,j)} t) \quad (2.36)$$

En injectant cette solution dans l'équation (2.33) on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d^4 w_{(j)}(y)}{dy^4} - 2 \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \frac{d^2 w_{(j)}(y)}{dy^2} + \left(\frac{i^4 \pi^4}{a^4} - \frac{\mu \omega^2_{(i,j)}}{D} \right) w_{(j)}(y) = 0 \quad (2.37)$$

La solution de l'équation (2.37) est de la forme $w_{(j)}(y) = e^{\lambda y/l_y}$

Où : λ doit satisfaire l'équation caractéristique suivante :

$$\frac{\lambda^4}{b^4} - 2 \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \frac{\lambda^2}{b^2} + \left(\frac{i^4 \pi^4}{a^4} - \frac{\mu \omega^2_{(i,j)}}{D} \right) = 0 \quad (2.38)$$

L'équation (2.38) a quatre solutions :

$$\lambda_1 = -\lambda_3 = 1/b \left[\frac{i^2 \pi^2}{a^2} - \left(\frac{\mu \omega^2_{(i,j)}}{D} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (2.39)$$

$$\lambda_2 = -\lambda_4 = 1/b \left[\frac{i^2 \pi^2}{b^2} + \left(\frac{\mu \omega^2_{(i,j)}}{D} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (2.40)$$

Les solutions de l'équation (2.37) doivent vérifier la relation suivante, elle en trois :

$$1- \text{ Si } \frac{i^2 \pi^2}{b^2} > \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2}$$

La solution générale de l'équation (2.37) est donnée par :

$$w_{(j)}(y) = \sinh \frac{\lambda_1 y}{b} + A \cosh \frac{\lambda_1 y}{b} + B \sinh \frac{\lambda_2 y}{b} + C \cosh \frac{\lambda_2 y}{b} \quad (2.41)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{\sinh \lambda_1 - \frac{\lambda_1 D_1^2}{\lambda_2 D_2^2} \sinh \lambda_2}{\cosh \lambda_2 - \cosh \lambda_1} \\ B = \frac{D_1 \lambda_1}{D_2 \lambda_2} \\ C = \frac{\frac{D_2}{D_1} \sinh \lambda_1 - \frac{\lambda_1 D_1}{\lambda_2 D_2} \sinh \lambda_2}{\cosh \lambda_2 - \cosh \lambda_1} \end{array} \right. \quad (2.42)$$

Et :

$$D_1 = b^2 \left[(1-\nu) \frac{i^2 \pi^2}{a^2} + \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right]$$

$$D_2 = b^2 \left[(\nu-1) \frac{i^2 \pi^2}{a^2} + \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right] \quad (2.43)$$

$$2\lambda_1 \lambda_2 D_1^2 D_2^2 (\cosh \lambda_1 \cosh \lambda_2 - 1) - (\lambda_1^2 D_1^4 + \lambda_2^2 D_1^4) \sinh \lambda_1 \sinh \lambda_2 = 0 \quad (2.44)$$

(2.44) est l'équation caractéristique pour le calcul des pulsations propres $\omega_{(i,j)}$ de vibration libre du tablier.

$$2- \text{ Si } \frac{i^2 \pi^2}{a^2} < \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2}$$

Dans ce cas la solution de l'équation (2.37) est de la forme :

$$w_{(j)}(y) = \sinh \frac{\lambda_1 y}{b} + A \cos \frac{\lambda_1 y}{b} + B \sinh \frac{\lambda_2 y}{b} + C \cosh \frac{\lambda_2 y}{b} \quad (2.45)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = \frac{\sin \lambda_1 - \frac{\lambda_1 D_1^2}{\lambda_2 D_2^2} \sinh \lambda_2}{\cosh \lambda_2 - \cos \lambda_1} \\ B = \frac{D_1 \lambda_1}{D_2 \lambda_2} \\ C = \frac{\frac{D_2}{D_1} \sin \lambda_1 - \frac{\lambda_1 D_1}{\lambda_2 D_2} \sinh \lambda_2}{\cosh \lambda_2 - \cos \lambda_1} \end{cases} \quad (2.46)$$

L'équation caractéristique pour le calcul des pulsations propres $\omega_{(i,j)}$ du tablier est exprimée comme suit :

$$2\lambda_1 \lambda_2 D_1^2 D_2^2 (\cos \lambda_1 \cosh \lambda_2 - 1) + (\lambda_1^2 D_1^4 - \lambda_2^2 D_2^4) \sinh \lambda_1 \sinh \lambda_2 = 0 \quad (2.47)$$

$$3- \text{ si } \frac{i^2 \pi^2}{a^2} = \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2}$$

La solution de l'équation (2.37) est donnée par :

$$w_{(j)}(y) = 1 + Ay + B \sin \frac{\lambda_2 y}{b} + C \cosh \frac{\lambda_2 y}{b} \quad (2.48)$$

$$\begin{cases} A = \frac{v^2}{(2-v)^2} \frac{\lambda_2}{l_y} \frac{1 - \cosh \lambda_2}{\sinh \lambda_2 - \lambda_2} \\ B = \frac{v}{2-v} \frac{1 - \cosh \lambda_2}{\sinh \lambda_2 - \lambda_2} \\ C = \frac{v}{2-v} \end{cases} \quad (2.49)$$

L'équation des pulsations propres est donnée par :

$$2(\cosh \lambda_2 - 1) - \lambda_2 \sinh \lambda_2 = 0 \quad (2.50)$$

II.4.2 Etude de la réponse du tablier sous charge roulante :

Au fur et à mesure que le véhicule progresse sur le pont celui-ci se déforme. Cette déformation est exprimée par le déplacement vertical du véhicule qui dépend des conditions de la suspension du véhicule. De ce fait, le tablier prend un nouveau comportement (réponse)

vis-vis du comportement du véhicule roulant. C'est pour cela qu'on procède à la modélisation du véhicule roulant afin de comprendre le fonctionnement de ce dernier sur le pont.

Sur la base de la structure d'un véhicule, nous proposons une modélisation en deux dimensions constituée par une masse M montée sur un ressort dont la figure suivante illustre cette modélisation.

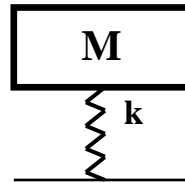


Figure 2.6 Modélisation du véhicule

M : la masse totale du véhicule.

k : la raideur du ressort qui représente les caractéristiques de la suspension.

La figure suivante représente notre cas d'étude :

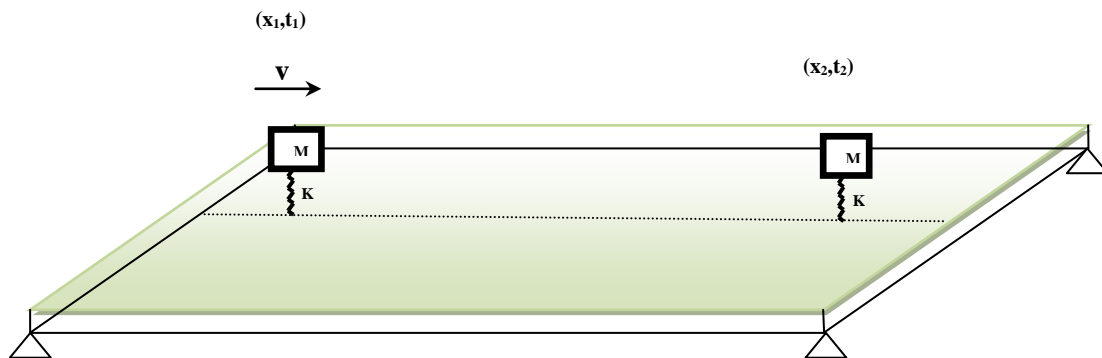


Figure 2.7 Modélisation du tablier sous charge roulante

L'équation du véhicule est donnée par :

$$M \ddot{z} + k(z - w(x, y, t)) = 0 \tag{2.51}$$

$w(x, y, t)$: c'est la déflexion du tablier.

z : le déplacement vertical de la masse, donc du véhicule.

k : la raideur du ressort.

L'équation différentielle qui régit les oscillations du tablier modélisé par une plaque mince est donnée par l'équation (1.32) :

$$D\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} = p \tag{2.52}$$

La charge étant dotée d'une vitesse v et représentée par une fonction de Dirac :

$$p(x, y, t) = \delta(x - vt)\delta(y - \eta)P(t) \tag{2.53}$$

Physiquement cette force existe au point d'application (vt, η) et nulle partout. D'où

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \delta(x - vt) \delta(y - \eta) P(t) \quad (2.54)$$

Avec :

$\mu = \rho h$: La masse par unité de surface. δ : La fonction de Dirac.

η : La position transversale du véhicule. v : La vitesse du véhicule.

Pour notre étude on utilise la solution analytique de l'équation (2.51) proposée par LEVY, qui constitue une double décomposition de la série de Fourier :

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{ij} Y_{ij}(y) \sin\left(\frac{i\pi x}{l_x}\right) \quad (2.55)$$

Y_{ij} : est une fonction qui satisfait les équations de vibration libre de la plaque. Elle est calculée à partir des équations (2.44), (2.47) ou (2.50) selon le cas.

Pour appliquer la solution de LEVY on va introduire la transformée de Fourier généralisée sous la forme suivante :

$$w(x, y, t) = \frac{2}{ab} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(y) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (2.56)$$

Où :

$$\Phi_{ij}(t) = \int_0^y \int_0^x w(x, y, t) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) Y_{ij}(y) dx dy \quad (2.57)$$

$$K_{ij} = \frac{1}{b} \int_0^b Y_{ij}^2(y) dy \quad (2.58)$$

En multipliant l'équation (2.51) par $\sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right)$, avec une intégration par partie sur $\int_0^x \int_0^y$ et en

Appliquant l'équation (2.54) on obtient :

$$\ddot{\Phi}_{ij}(t) + \omega_{ij}^2 \Phi_{ij}(t) = \frac{P(t)}{\mu} \sin\left(\frac{i\pi vt}{b}\right) Y_{ij}(\eta) \quad (2.59)$$

$\mathbf{p}(t) = \mathbf{M}(\mathbf{g} - \ddot{\mathbf{z}})$: est la charge dynamique exercée par la masse.

En remplaçant $w(x, y, t)$ par son expression dans l'équation de mouvement du véhicule (2.50), on trouve :

$$\ddot{\mathbf{z}} + \omega^2 \mathbf{z} = \frac{2\omega^2}{ab} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \quad (2.60.a)$$

$$\ddot{\mathbf{z}} = -\omega^2 \mathbf{z} + \frac{2\omega^2}{ab} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \quad (2.60.b)$$

Telle que : $\omega^2 = \frac{k}{M}$

En remplaçant \ddot{z} par sa valeur dans P(t) on trouve :

$$p(t) = M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \right) \quad (2.61)$$

(2.58) dans (2.56) on obtient :

$$\ddot{\Phi}_{ij}(t) + \omega_{ij}^2 \Phi_{ij}(t) = \frac{M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \right)}{\mu} \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) Y_{ij}(\eta) \quad (2.62)$$

Les équations (2.57) et (2.59) sont les équations du problème, il s'agit d'un ensemble infini des équations qu'il faut les résoudre. Pour notre cas on se limitera aux deux premiers modes de vibration du tablier sous charge roulante, ce qui nous donne trois équations différentielles d'ordre 2 à trois inconnues :

$$\ddot{\Phi}_{11}(t) + \omega_{11}^2 \Phi_{11}(t) = \frac{M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{l_x}\right) \right)}{\mu} \sin\left(\frac{\pi vt}{l_x}\right) Y_{11}(\eta) \quad (2.63)$$

$$\ddot{\Phi}_{12}(t) + \omega_{12}^2 \Phi_{12}(t) = \frac{M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \right)}{\mu} \sin\left(\frac{\pi vt}{a}\right) Y_{12}(\eta) \quad (2.64)$$

$$\ddot{z} + \omega^2 z = \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_j \frac{1}{K_{1j}} \Phi_{1j}(t) Y_{1j}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \quad (2.65)$$

II.4.3 Résolution numérique du problème :

Pour la vibration libre du tablier on a utilisé la méthode de *Fryba* sur un programme développé sous langage Fortran AFVB (**A**nalyze **F**ree **V**ibration of a **B**ridge) qui calcul les modes de vibration pour un tablier modélisé par une plaque mince, selon la théorie de Love Kirchhoff. Ces résultats seront utilisés pour l'analyse de vibration du tablier sous charge roulante.

La structure générale du programme AFVB est donnée comme suit :

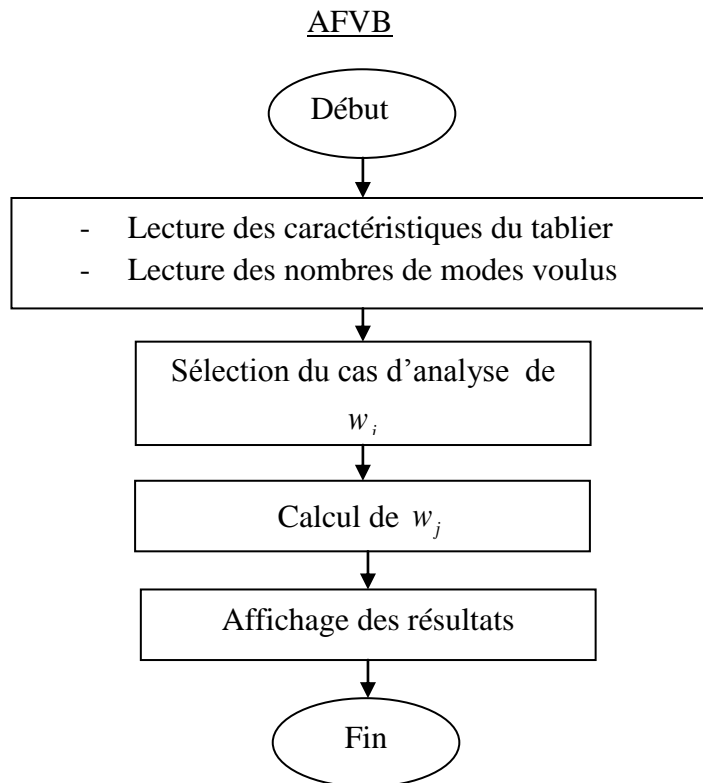


Figure 2.8 Structure du programme d'analyse de vibration libre du tablier

Pour le cas de vibration sous charge roulante, on a utilisé une méthode de résolution numérique sur le *Matlab* dite *Runge Kutta* pour donner une solution analytique et direct aux équations (2.59 et 2.62) ; La déflexion a été calculée à partir de la solution de LEVY (2.53) et la force dynamique appliquée par la charge a été calculée à partir de (2.58).

On a étudié l'effet de variation de la masse de la raideur et de la position transversale du véhicule ainsi que la variation de la force dynamique induite par le véhicule sur le pont.

Les résultats de calcul seront représentés dans le chapitre étude de cas.

Le programme *Matlab* SoMloB (Study of the Moving Loads on the Bridges) que nous avons élaboré pour cette étude est structuré comme suit :

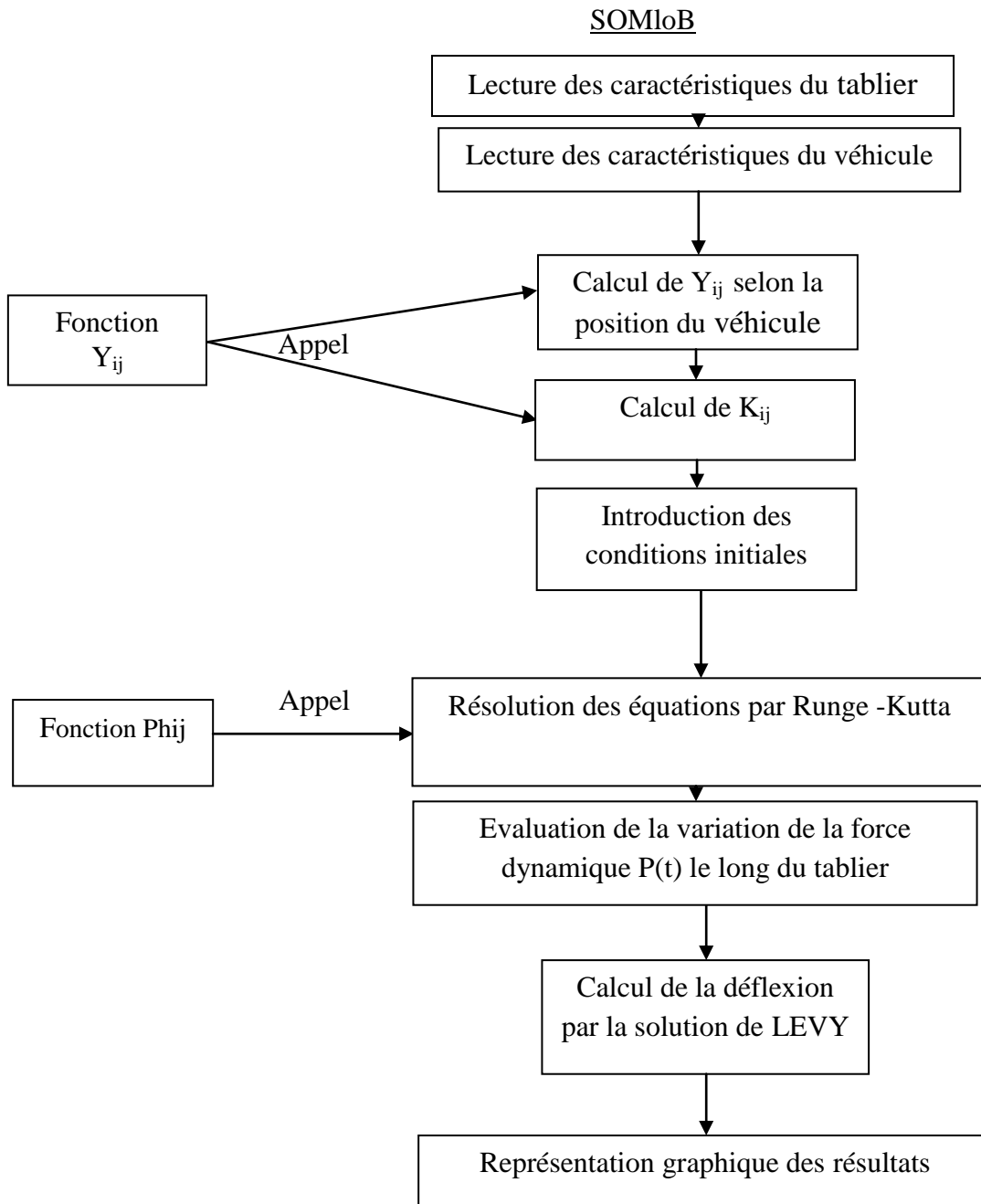


Figure 2. 9 Structure du programme d'analyse du tablier sous charge roulante

II.5 Conclusion :

Nous avons présenté le fondement théorique de l'analyse temporelle et son application pour l'analyse des problèmes dynamiques formulés par la méthode des éléments finis et en particulier l'étude des charges roulantes. Nous avons montré également la possibilité d'utiliser ce type d'analyse pour l'étude des charges roulantes sur les tabliers de pont. Une modélisation sous SAP 2000 sera réalisée.

Une méthode analytique a été programmée aussi en langage *Matlab* pour résoudre le problème des charges roulantes sur les ponts dalles modélisées par une plaque mince selon la théorie de Love- Kirchhoff.

Les programmes élaborés illustrent la réponse d'un pont dalle sous le passage d'un véhicule modélisé par une masse et un ressort. Nous allons étudier l'effet de la position transversale du véhicule, l'effet de la raideur du ressort, l'effet de la vitesse ainsi que l'effet de la masse.

Les résultats obtenus par les deux méthodes seront présentés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III
ETUDE DE CAS

CHAPITRE III ETUDE DE CAS

III.1 Introduction :

Dans les chapitres précédents on a expliqué le fondement théorique des deux méthodes d'analyses des charges roulantes sur les tabliers de pont, éléments finis et analytique. Dans ce présent chapitre nous allons faire une application des deux méthodes sur un pont dalle modélisé par une plaque mince (Love - Kirchhoff).

En premier lieu on présentera les résultats de calcul par la méthode des éléments finis, puis ceux de la méthode analytique et en fin une comparaison entre les deux méthodes sera effectuée.

III.2 Présentation du model d'étude :

Le model d'étude est constitué d'un véhicule lourd et d'un tablier de pont dalle :

III .2.1 Le tablier

Le modèle est un tablier de pont dalle modélisé par une plaque mince, *figure 3.1* qui a les caractéristiques suivantes :

$$\text{Géométrie : } \begin{cases} a = 20 \text{ m} \\ b = 8 \text{ m} \\ h = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Matériau : isotrope de caractéristique } \begin{cases} F_{c28} = 30 \text{ MPa} \\ \nu = 0,2 \\ E = 34179,557 \text{ MPa} \end{cases}$$

Conditions aux limites : le tablier est appuyé simplement en $x = 0$ et $x = a$ et libre en

$y = 0$ et $y = b$

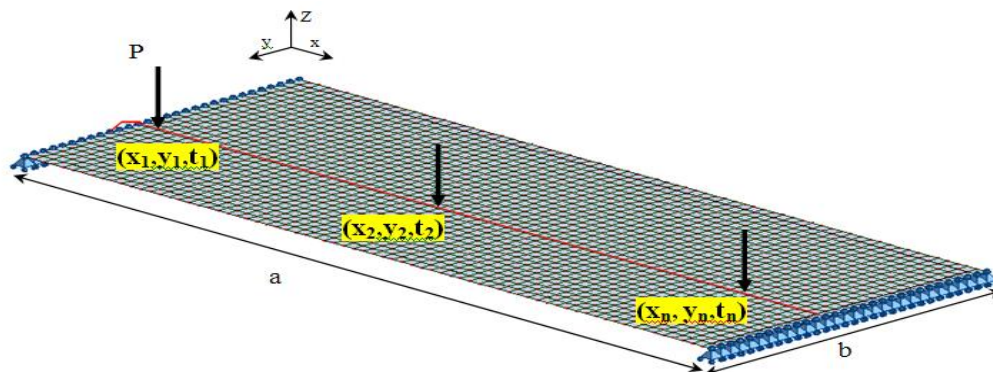


Figure 3.1 Model du tablier

III.2.2 La charge roulante :

Pour notre étude nous avons choisi un chargement conventionnel défini dans le code de calcul des ponts utilisé en Algérie (fascicule 61 titre II), il est présenté dans la figure suivante :

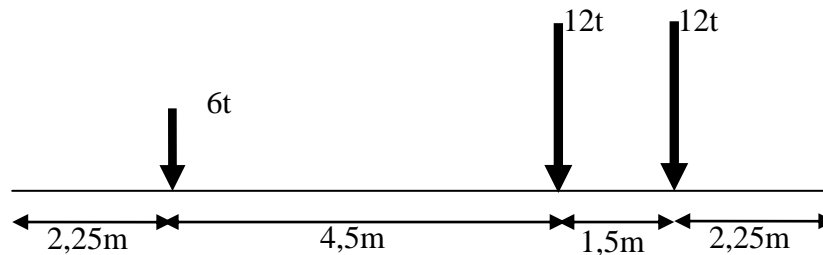


Figure 3.2 Model d'un chargement de type Bc [24]

III.3 Etude par l'approche éléments finis :

La présente étude consiste à utiliser l'analyse temporelle par intégration directe pour la résolution de l'équation générale de vibration d'un tablier de pont formulé par la méthode des éléments finis sous le passage d'un véhicule modélisé par une ou plusieurs charges ponctuelles.

Nous allons étudier la réponse du tablier sous le passage des charges roulantes pour plusieurs méthodes d'intégration directe, avec une étude de la variation de la réponse en fonction de la position transversale de la charge, de la vitesse de roulement de la charge, de la valeur de la masse ainsi du type de modélisation.

Pour un système non amorti l'équation d'équilibre est donnée par :

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (3.1)$$

M, K : sont respectivement la matrice de masse, de rigidité du tablier

F(t) : est le chargement appliqué, pour notre cas c'est la charge roulante.

Dans l'analyse temporelle la charge appliquée est une fonction dans l'espace et dans le temps, elle est exprimée par :

$$\mathbf{F}(t) = \sum_k \mathbf{f}_k(t) \mathbf{P}_k \quad (3.2)$$

Telle que :

\mathbf{P}_k : est un vecteur dans l'espace. Pour notre cas c'est les valeurs des charges ponctuelles.

$f_k(t)$: est une fonction du temps qui donne l'historique du temps.

Pour notre cas, elle est donnée par la fonction 'RAMPTH' utilisée dans le logiciel SAP2000 :

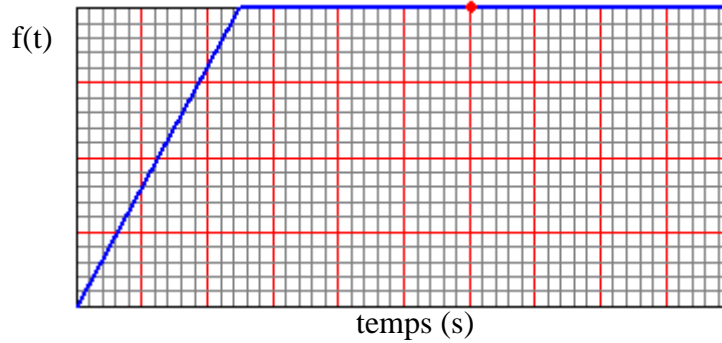


Figure 3. 3 Fonction de l'historique du temps

Paramètres de l'étude par la méthode des éléments finis :

Le maillage: on a choisi des éléments de forme carrée de dimension 40 cm, chaque nœud possède six degrés de liberté.

L'analyse temporelle : un pas du temps $\Delta t = 0,001s$, avec les différentes méthodes d'intégration directe.

III.3.1 Etude d'une modélisation par une résultante:

Le system représenté sur la figure 3.2 sera modélisé par une charge unique représentant la somme des charges appliquées :

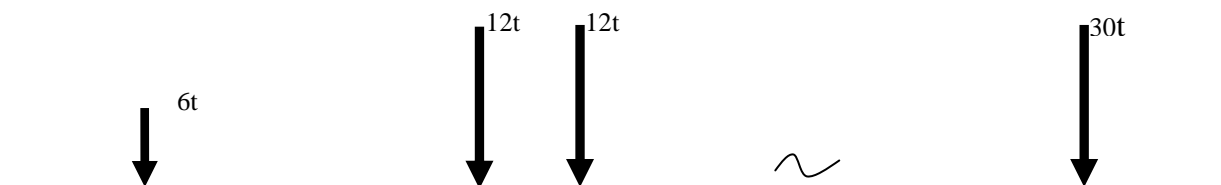


Figure 3.4 Modélisation du véhicule par une résultante

Dans ce cas on présentera les résultats pour les différentes méthodes d'intégration directe :

III.3.1.1 Résolution par la méthode de Newmark :

Les figures suivantes représentent la réponse du tablier en terme de déflexion pour deux positions de la charge centrée et excentrée avec une vitesse de 20 m/s.

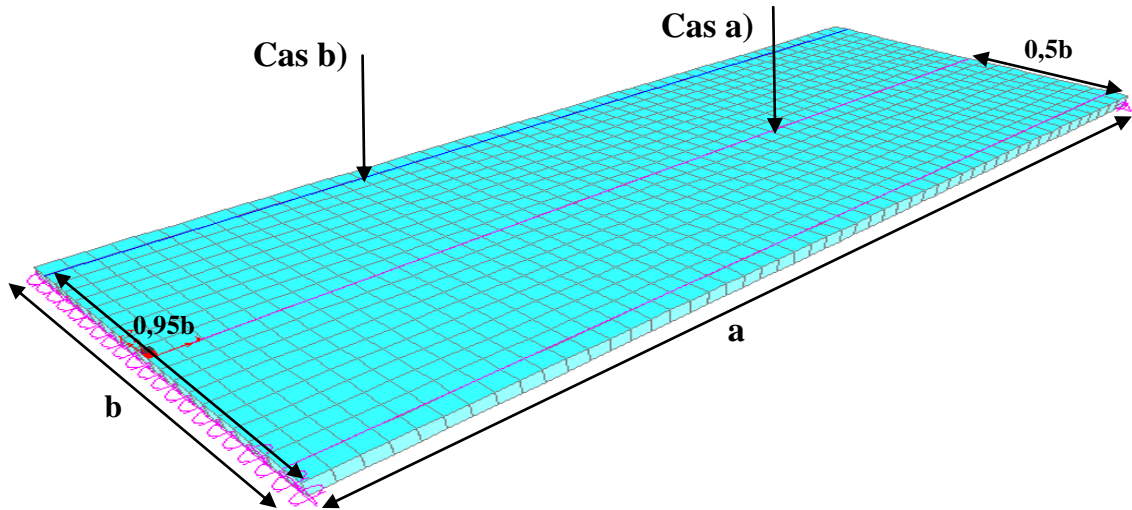


Figure 3.5 Points d'application de la charge roulante (charge ponctuelle)

Les déflexions pour les deux cas de position de véhicule sont données ci-après

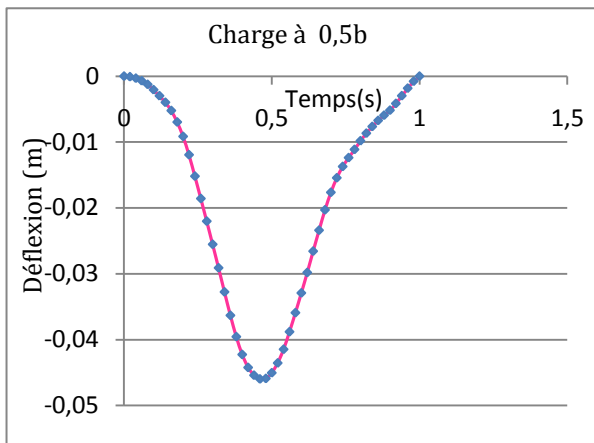


Figure 3.6 Déflexion pour une charge centrée

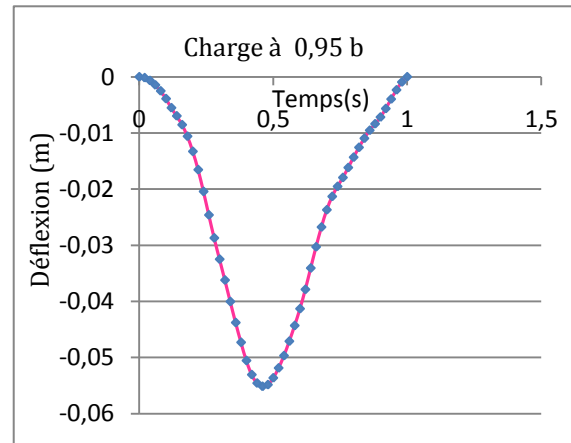


Figure 3.7 Déflexion pour une charge excentrée

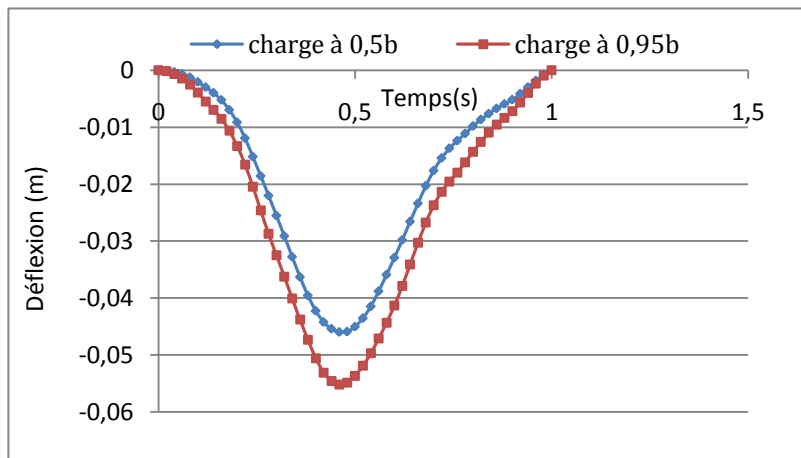


Figure 3.8 Comparaison entre les cas a) et b)

MODELISATION NUMERIQUE D'UNE CHARGE ROULANTE SUR UN TABLIER DE PONT DALLE

Nous remarquons une même forme de variation pour les deux positions de la charge et la même position de la réponse maximale qui se situe au milieu du tablier. Nous constatons aussi que la déflexion pour une charge excentrée est plus importante que pour une charge centrée.

Nous avons étudié aussi la réponse du tablier pour différentes valeurs de vitesse, les figures suivantes représentent la déflexion au milieu du tablier.

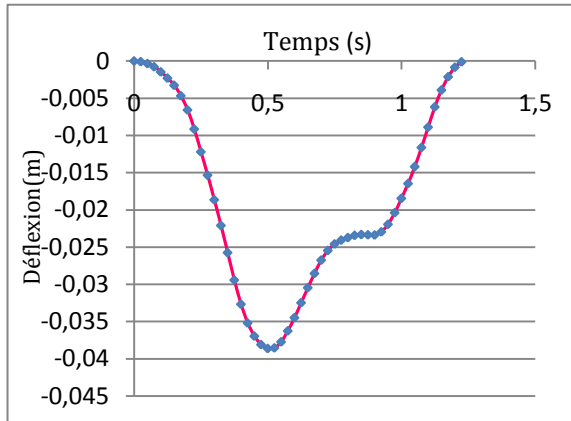


Figure 3.9 Déflexion Pour une vitesse de 57,6 km/h

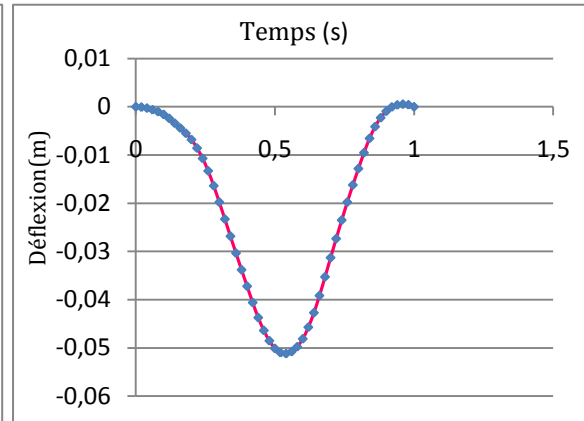


Figure 3.10 Déflexion Pour une vitesse de 90 km/h

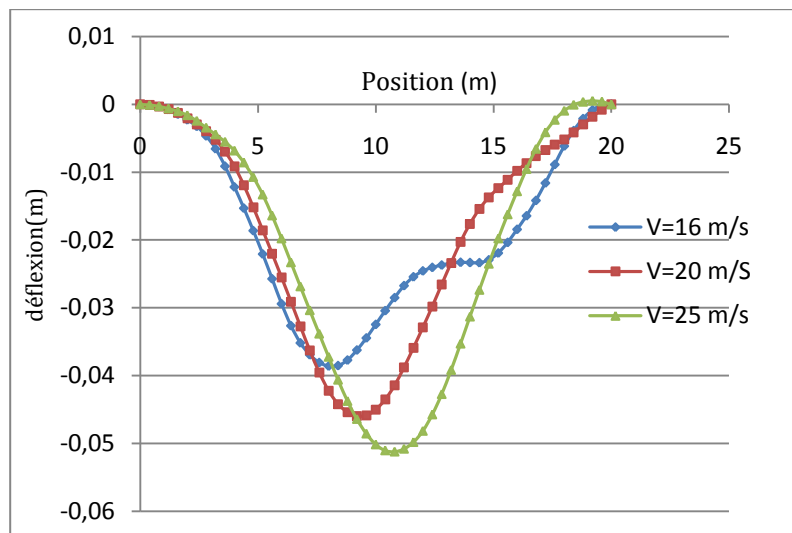


Figure 3.11 Effet de la vitesse sur la réponse pour une charge ponctuelle de 30 tonne selon Newmark

La figure 3.11 exprime la déflexion pour différentes valeurs de la vitesse, on constate que la réponse maximale est donnée par la courbe de la plus grande vitesse, ce qui explique la prise en compte de l'effet de la vitesse sur la réponse dynamique du tablier.

III.3.1.2 Résolution par la méthode de Chung et Hulbert

La méthode de Chung et Hulbert est utilisé pour résoudre le problème précédent.

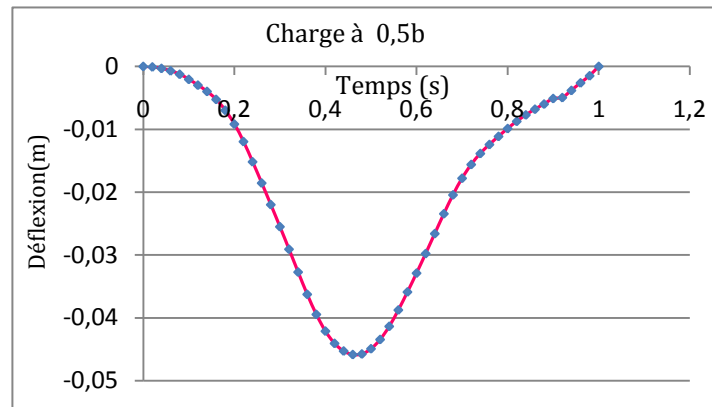


Figure 3.12 Variation de la déflexion selon Chung et Hulbert

Les valeurs de la déflexion obtenus par cette méthode est les même que celles obtenue par la méthode de Newmark

III.3.1. 3 Résolution par la méthode de Wilson Thêta

Méthode d'intégration directe de Wilson Thêta est utilisée ici, les résultats obtenus sont représentés dans la figure suivante :

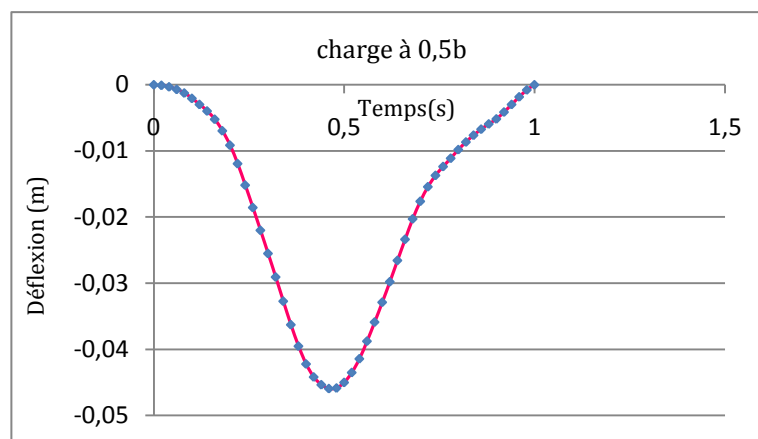


Figure 3.13 Variation de la déflexion selon Wilson thêta

Les valeurs de la déflexion obtenue par cette méthode est les même que celles obtenue par les deux précédentes méthodes.

III.3.1.4 Résolution par la méthode de Hilber-Hughes et Taylor

La méthode d'intégration dite Hilber, Hughes et Taylor est utilisée ici.

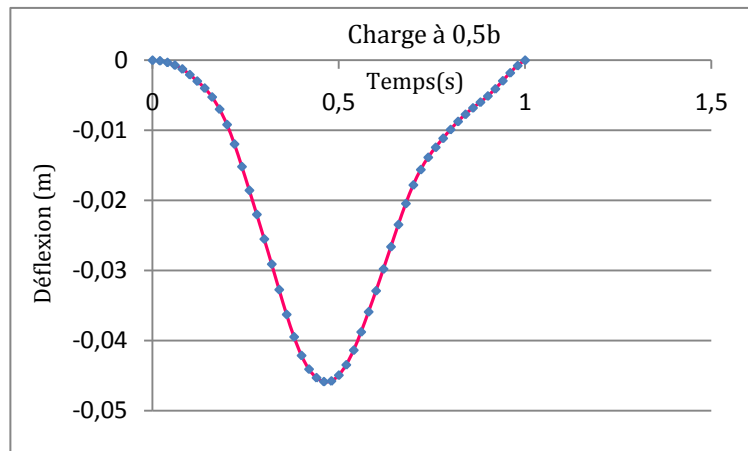


Figure 3.14 Variation de la déflexion selon Hilber-Hughes et Taylor

Les valeurs de la déflexion obtenue par cette méthode est les même que celles obtenue par les précédentes méthodes.

Remarque : les méthodes de résolution donnent le même résultat. Nous utiliserons par la suite la méthode de résolution de Newmark.

III.3.2 Étude d'une modélisation par trois essieux :

Nous considérons maintenant le modèle de véhicule en entier comme présenté sur la figure 3.2 avec une charge centrée, le cas a) et une charge excentrée le cas, b)

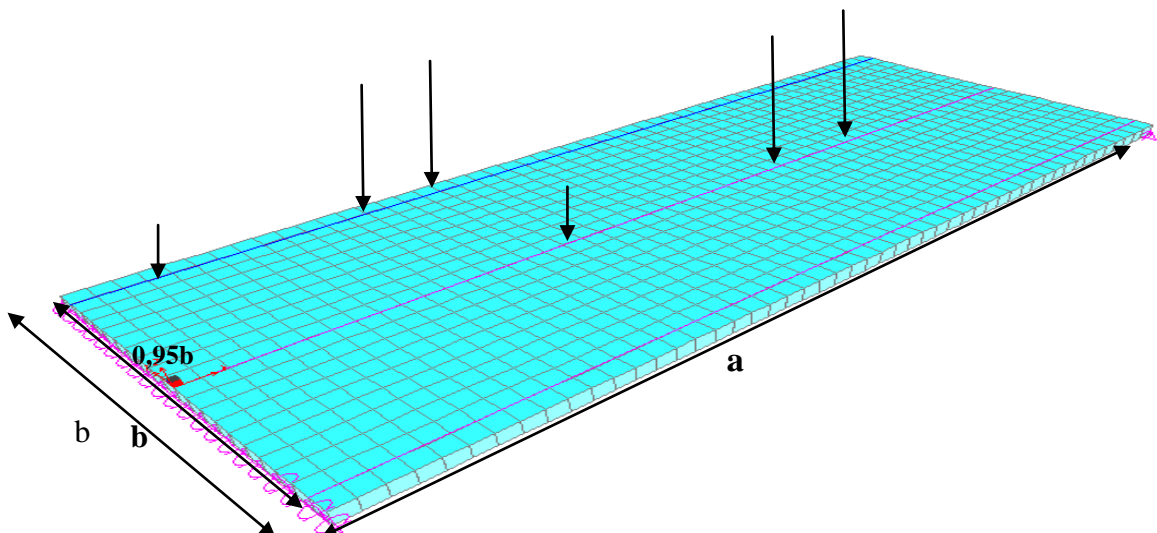


Figure 3.15 Points d'application de la charge roulante (trois essieux)

MODELISATION NUMERIQUE D'UNE CHARGE ROULANTE SUR UN TABLIER DE PONT DALLE

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes :

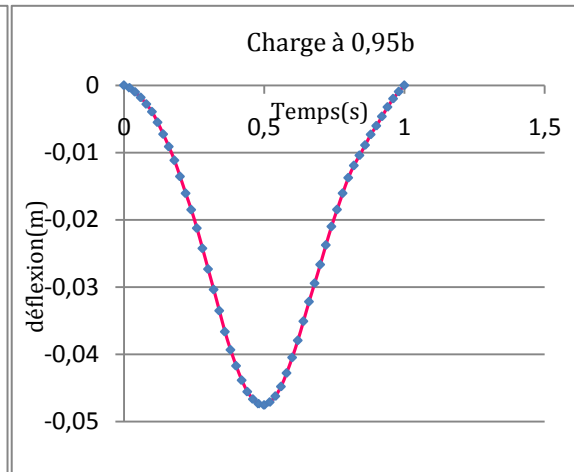
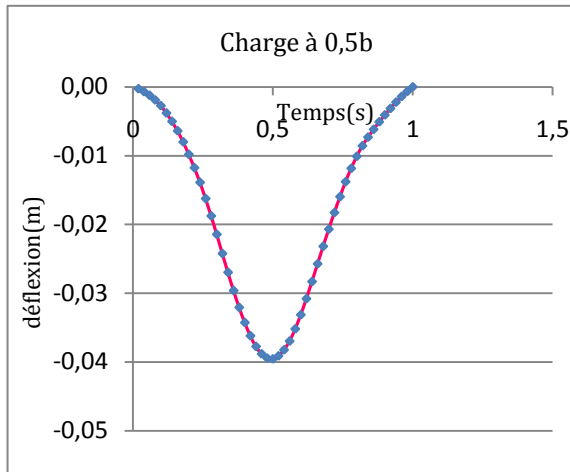


Figure 3.16 Déflexion pour une charge centrée

Figure 3.17 Déflexion pour une charge excentrée

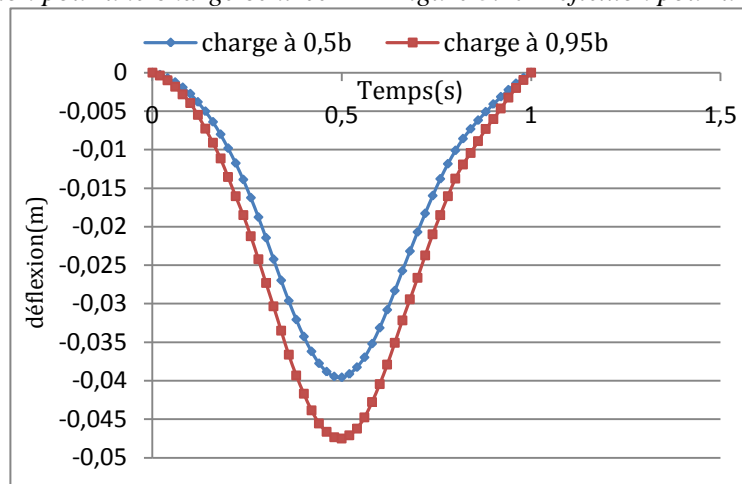


Figure 3.18 Déflexion pour une charge à trois essieux avec une vitesse de 20 m/s

Nous constatons que la déflexion est moins importante dans ce cas par rapport au cas précédent (représentation des forces par une résultante).

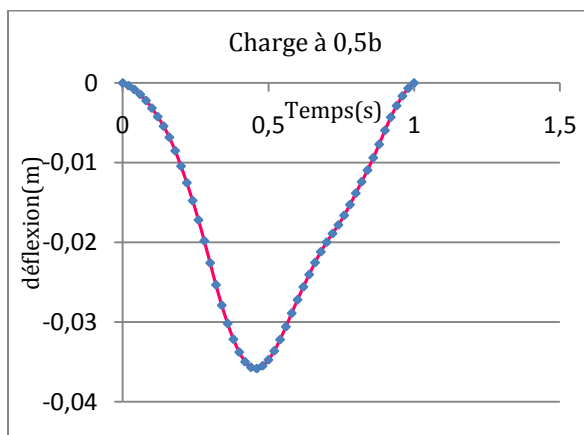


Figure 3.19 Déflexion pour une vitesse 57.6 km/h

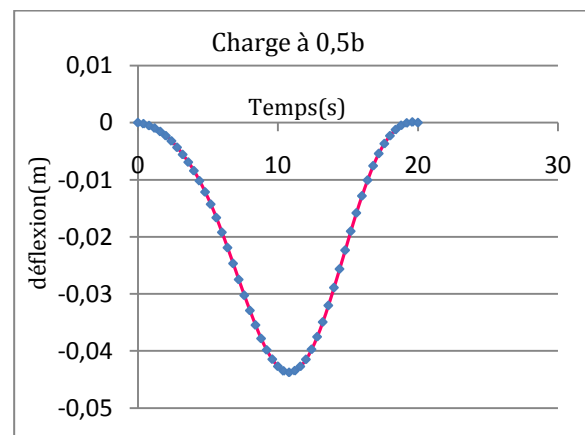


Figure 3.20 Déflexion pour une vitesse de 90 km/h

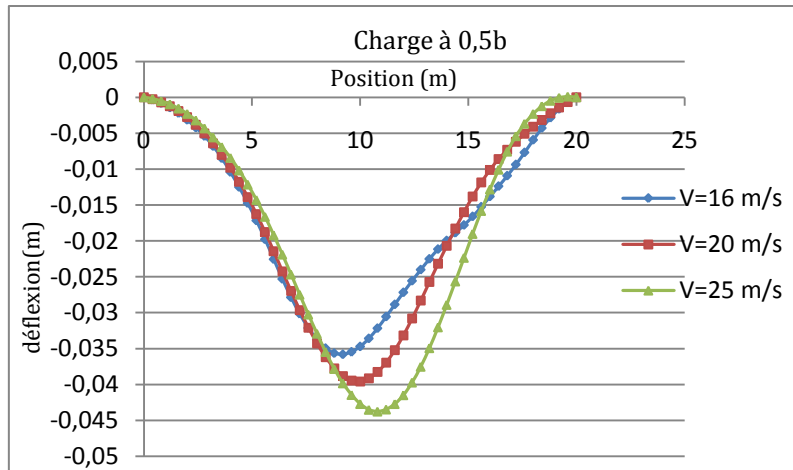


Figure 3.21 Variation de la déflexion en fonction de la vitesse pour la modélisation par trois essieux. A partir des trois figures précédentes on constate qu'il y a une proportionnalité entre la vitesse et la déflexion maximale du tablier.

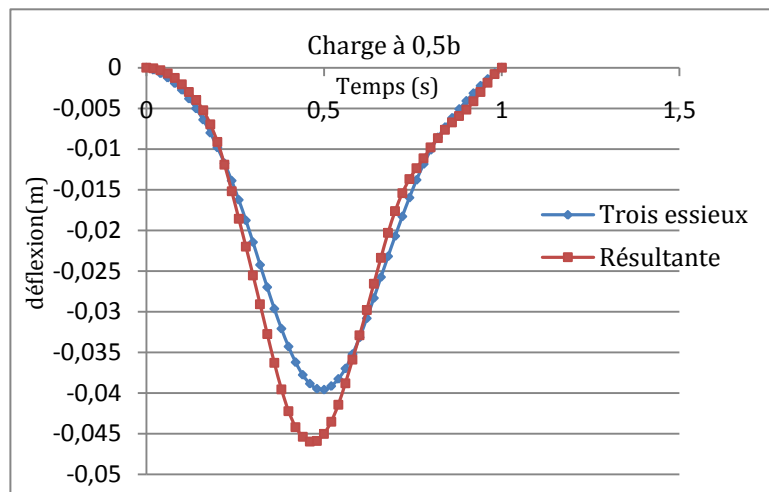


Figure 3.22 Comparaison entre les deux types de modélisation du chargement Bc

La figure 3.22 indique que la modélisation par charge ponctuelle (résultante) donne des réponses plus importantes que celle par plusieurs charges ponctuelles qui peuvent être justifié par la concentration de toute la charge sur le point de mesure.

III.4 Etude par la méthode analytique :

Dans ce cas on va étudier le même modèle présenté dans la *figure 3.2*, cependant la charge sera modélisée par une masse surmontant un ressort (oscilateur) , *figure 3.23*.

La charge se déplace le long du tablier suivant une ligne droite par une vitesse constante.

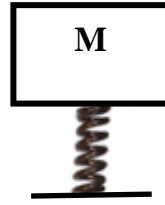


Figure 3.23 Model oscillateur

III.4.1 Analyse de vibration libre du tablier :

En se basant sur la méthode de *Fryba*, nous avons obtenu les résultats suivants :

ω (rad/s)	ω_{11}	ω_{12}	ω_{13}	ω_{21}	ω_{22}	ω_{23}	ω_{31}	ω_{32}
R = 0,4	3,72	14,72	60,51	14,89	32,05	79,97	33,52	53,62

Tableau 3.1 Résultats de l'analyse de vibration libre du tablier

ω_{ij} : c'est la pulsation.

R : c'est le rapport b/a

III.4.2 Analyse de vibration du tablier sous une charge roulante :

Pour cette analyse, on se basera sur la solution proposée par LEVY, sur l'ensemble pont et véhicule possédant les caractéristiques suivantes :

Le pont :

$$\left\{ \begin{array}{l} D = 2278371.70 \text{ kg.m} \\ v = 0,2 \\ \omega_{11} = 3,72 \text{ rad/s} \\ \omega_{12} = 14,72 \text{ rad/s} \\ \mu = 1000 \text{ Kg/m}^2 \end{array} \right.$$

L'oscilateur : $k = 2.10^6 \text{ N/m}$; k représente la constante de raideur caractérisant les suspensions du véhicule.

Dans ce cas on a étudié le modèle de véhicule modélisé par un oscillateur de masse 30 tonnes, dont les caractéristiques sont citées précédemment, les figures suivantes illustrent les résultats de cette étude :

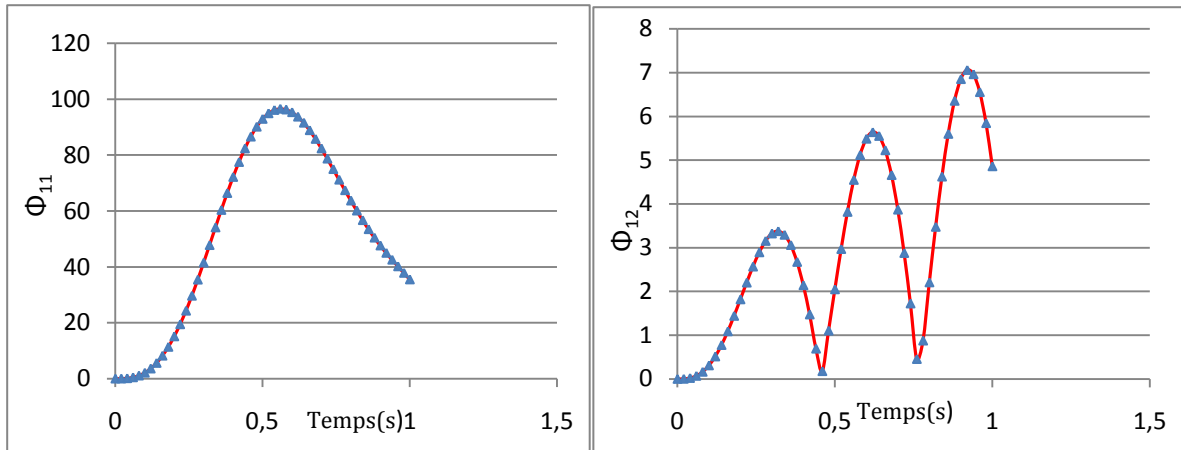


Figure 3.24 Variations du premier terme Φ_{11} Figure 3.25 Variations du deuxième terme Φ_{12}

Les deux figures précédentes représentent la variation des deux paramètres transversaux de la solution de LEVY, nous remarquons que l'amplitude de Φ_{12} est plus petite que Φ_{11} .

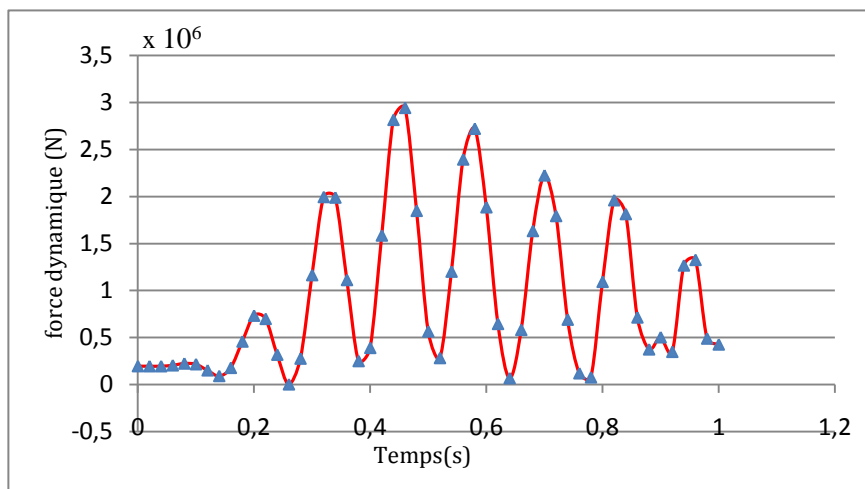


Figure 3.26 Variation de la force dynamique

Nous remarquons que la force dynamique commence à faible amplitude et plus le véhicule progresse sur le tablier plus elle prend des valeurs importantes.

Nous donnons ci après la déflexion du pont dans les deux cas a) et b) ainsi qu'une comparaison entre eux.

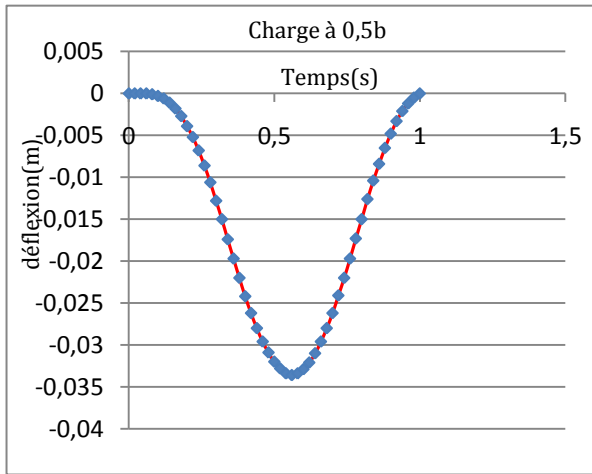


Figure 3.27 Variations de la déflexion pour une charge centrée

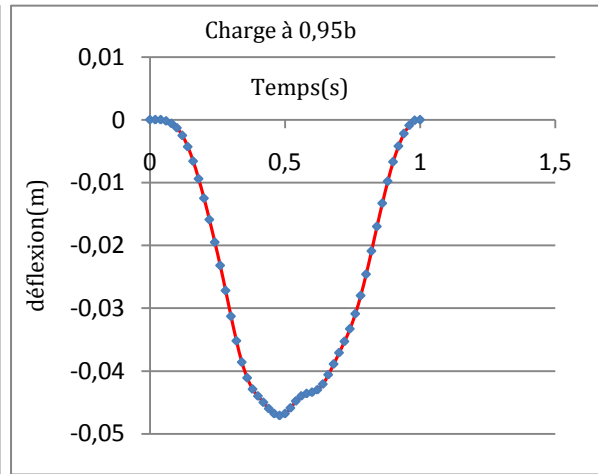


Figure 3.28 Variations de la déflexion pour une charge excentrée

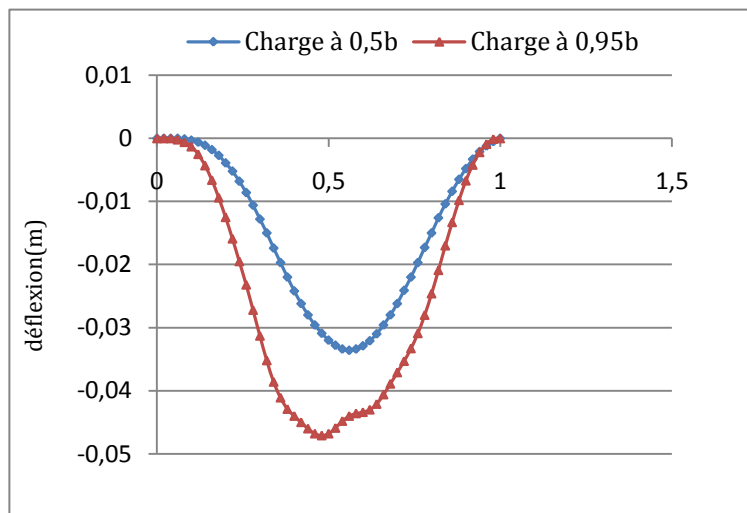


Figure 3.29 Comparaison entre les deux cas a) et b)

Nous constatons que la déflexion du tablier est importante dans le cas d'une charge excentrée que dans le cas d'une charge centrée. Ceci est justifié par la participation du deuxième mode transversal de la solution de LEVY.

III.4.3 Etude paramétrique :

Le but ici est de fournir une étude de l'effet des paramètres du véhicule sur la réponse du tablier et aussi sur la variation de la force dynamique.

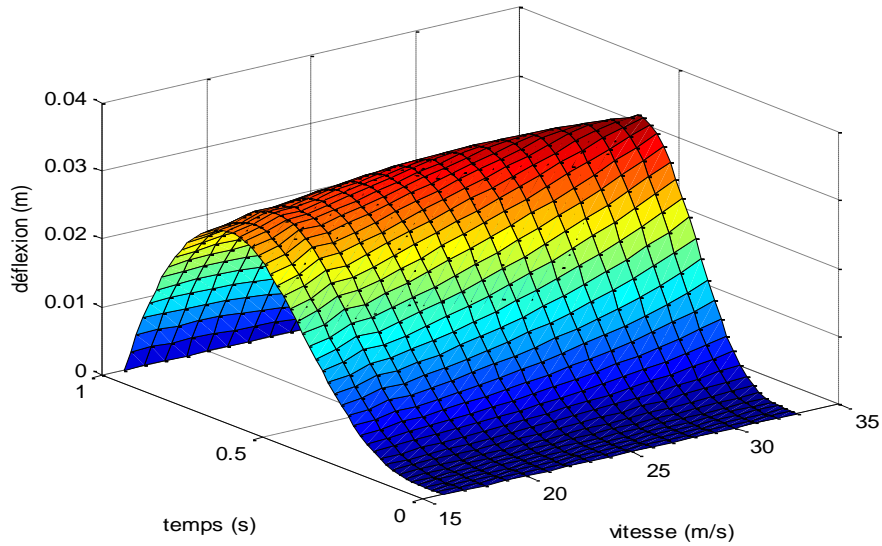


Figure 3.30 Effet de la vitesse sur la déflexion du tablier

Nous constatons que plus la vitesse est importante plus la déflexion est grande.

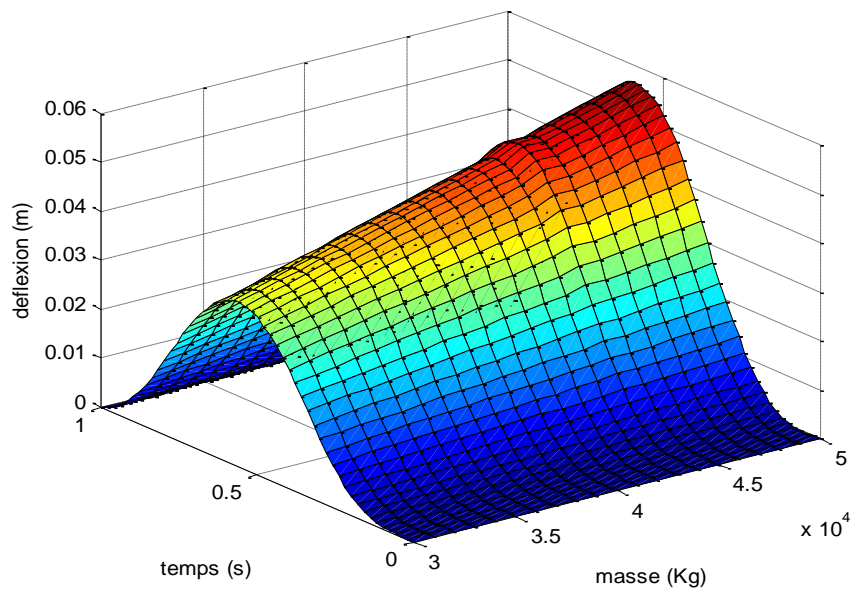


Figure 3.31 L'effet de la masse du véhicule sur la déflexion du tablier

Nous constatons que plus la masse est importante plus la déflexion est grande.

Nous avons étudié aussi la variation de la force dynamique exercée par la charge sur le tablier en fonction de la masse et de la position de la charge ainsi que sa vitesse.

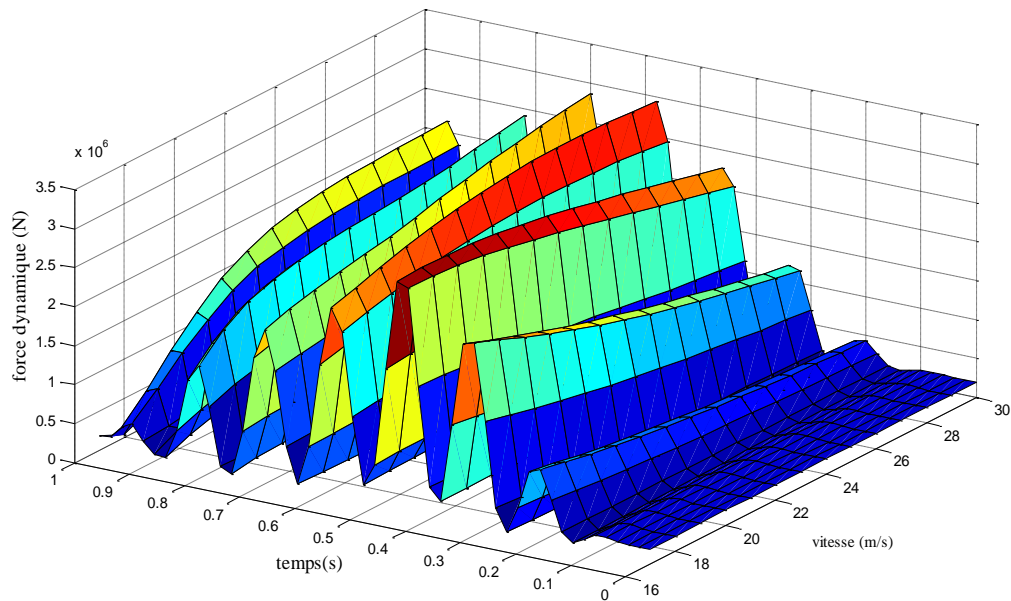


Figure 3.32 Effet de la vitesse sur la variation de la force dynamique

A partir de la figure 3. 32 nous constatons que la position dans le tablier de la valeur maximale de la force dynamique est différente d'une vitesse à une autre. La valeur maximale est donnée par une vitesse de 30 m/s à un temps $t=0,6s$.

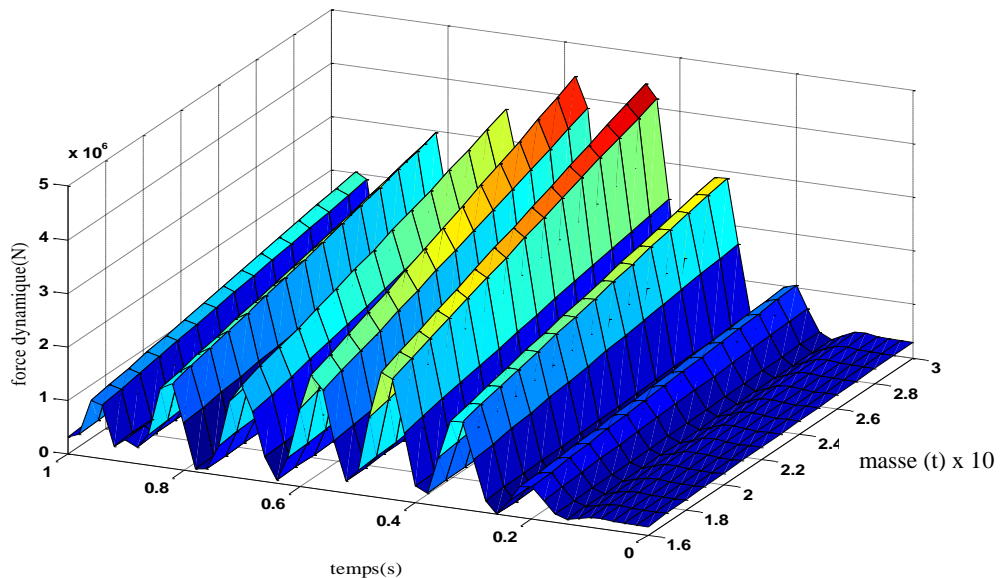


Figure 3.33 Effet de la masse sur la variation de la force dynamique

Nous constatons que la valeur maximale de la force dynamique est donnée par la grande masse (30 tonne).

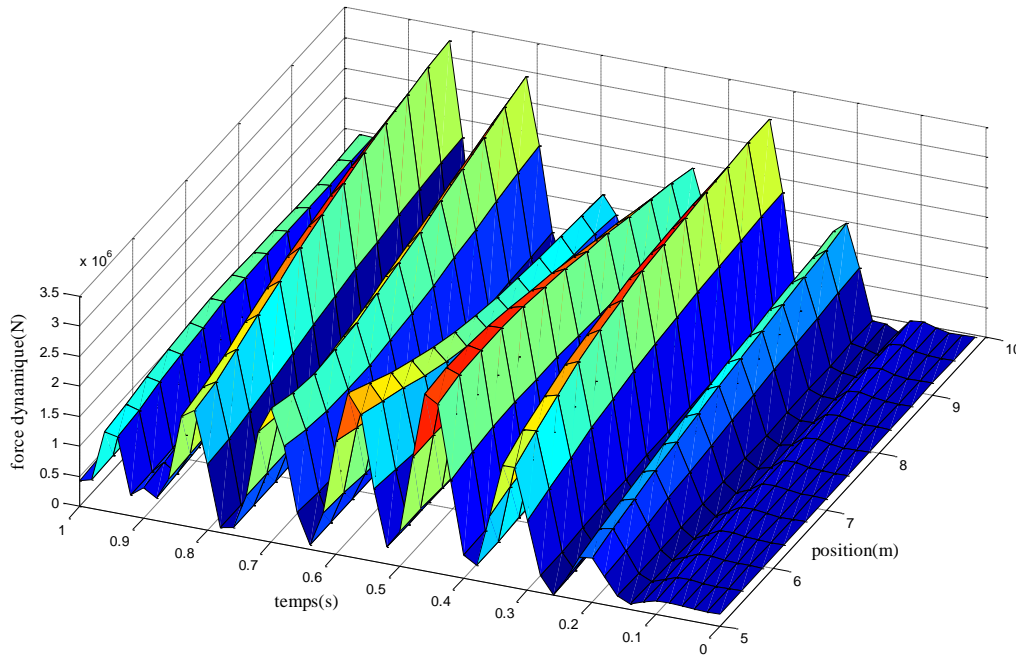


Figure 3.34 Effet de la position du véhicule sur la variation de la force dynamique

À partir de cette figure nous constatons que plus qu'on s'éloigne du milieu du tablier la valeur maximale de la force dynamique s'éloigne du milieu du tablier.

Aussi la valeur maximale de la force dynamique est donnée pour une position du véhicule à 0,95b qui correspond la position de la déflexion maximale du tablier

III.5 Comparaison entre la méthode analytique et la méthode des éléments finis :

Nous considérons le cas d'une charge excentrée car donnant la déflexion la plus importante, nous comparons les deux solution pour une charge équivalente et un oscillateur (mass+ressort)

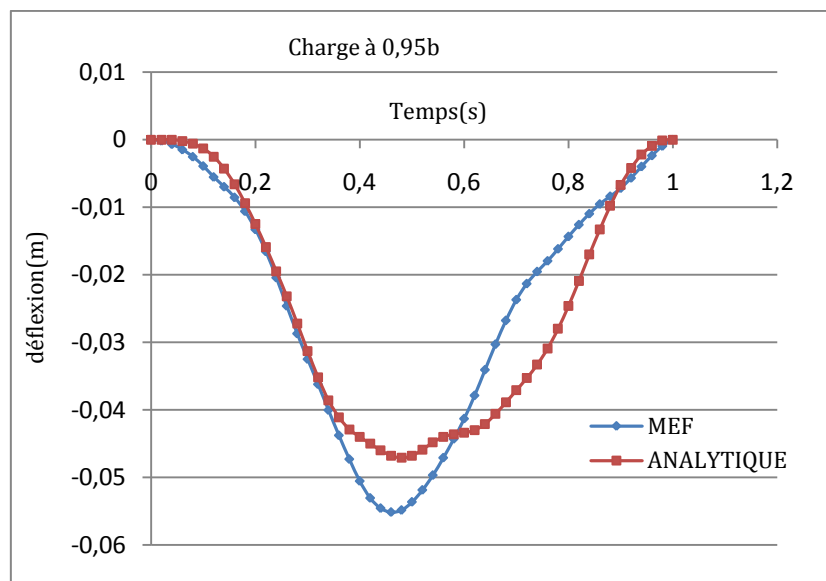


Figure 3.35 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur

Nous constatons que la déflexion maximale du tablier est au milieu, ainsi la valeur maximale entre les deux méthodes est donnée par la méthode des éléments finis.

A partir de la figure 3.35 nous constatons que l'écart max entre les deux méthodes est de l'ordre de 15%. De ce fait la méthode des éléments finis est plus conservative par rapport à la méthode analytique.

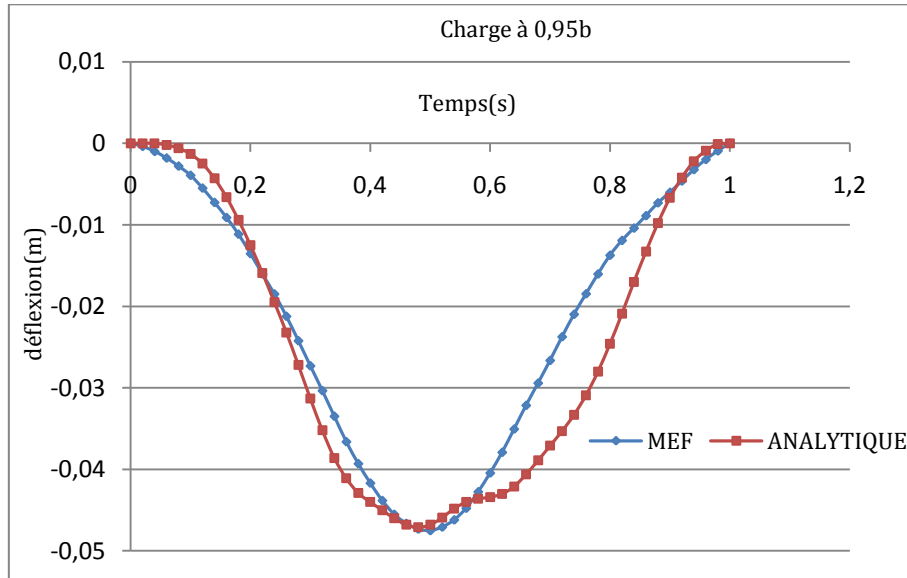


Figure 3.36 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur

Dans ce cas de comparaison nous remarquons que les deux méthodes donnent presque la même valeur de la déflexion maximale du tablier. Aussi l'écart max est de l'ordre de 1%.

III.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons appliqué les deux méthodes d'étude des charges roulantes sur les ponts. À savoir la méthode des éléments finis et la méthode analytique.

Dans le but d'étudier le déplacement vertical du pont (déflexion) et la variation de la force dynamique lors de passage du véhicule sur le pont, nous avons fourni une étude paramétrique portant sur l'influence de certaines caractéristiques du véhicule tel que le poids du véhicule, la position transversale et sa vitesse sur la déflexion du tablier.

Nous constatons que la réponse du tablier pour une position excentrée est plus importante que celle de la position centrée du véhicule la déflexion maximale est toujours au milieu du tablier. L'étude par la méthode des éléments finis donne des amplitudes de déflexion plus importantes que celles de l'étude analytique. Nous constatons aussi à partir de cette étude de cas que la masse et la position transversale du véhicule ont une influence sur la variation de la force dynamique.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans le but de déterminer la réponse d'un tablier de pont dalle modélisée par une plaque mince (théorie de Love Kirchhoff) sous le passage d'une charge roulante, deux méthodes d'études ont été utilisées. La première utilise la méthode des éléments finis avec l'analyse temporelle (pas à pas) intégrée dans le logiciel SAP2000 V14. La seconde utilise la méthode analytique proposée par LEVY pour la résolution de l'équation de vibration d'une plaque soumise à une charge roulante, cette dernière a été programmée sous *Matlab*.

La méthode analytique de LEVY a été utilisée afin de tenir compte des caractéristiques oscillatoires du véhicule. Ainsi ce dernier a été modélisé dans cette méthode par un ressort surmonté d'une masse. A l'opposé de la méthode des éléments finis où il est représenté par une masse uniquement.

Les résultats de l'analyse temporelle montre que le choix de la méthode d'intégration directe n'a pas d'influence sur la réponse du tablier. La réponse du tablier est importante lorsque la charge est excentrée. Il y a aussi une proportionnalité entre la vitesse du véhicule et la réponse du tablier. Effectivement, la modélisation du véhicule par une charge ponctuelle donne des amplitudes plus importantes qu'un chargement par essieux.

Pour l'étude par la méthode analytique (LEVY), nous constatons que les deux premiers modes transversaux de la solution de LEVY ont une influence sur la réponse du tablier. En effet, la force dynamique exercée par le véhicule n'est pas constante le long du pont, la masse et la position du véhicule ainsi que la vitesse n'ont pas une influence sur la forme de variation de la force dynamique mais sur son amplitude.

La comparaison entre les deux méthodes d'étude indique que les points éloignés de la ligne de chargement peuvent être soumis à des réponses non négligeables. Pour toute position du véhicule et du point de mesure, la méthode des éléments finis donne la réponse maximale la plus importante.

Ce travail n'est plus finis loin de là. Des perspectives importantes peuvent être définies tel que :

La prise en compte d'un amortisseur dans le model simplifié, la prise en compte de la rugosité de la surface de contact, La considération d'un mouvement uniformément accéléré. Sont autant de paramètres à étudier.

ANNEXE

MODELISATION NUMERIQUE D'UNE CHARGE ROULANTE SUR UN TABLIER DE PONT DALLE

Transformé de Laplace

<u>Originale</u>	<u>Transformé</u>	<u>Equation</u> <u>No.</u>
$\frac{d''f(t)}{dt''}$	$p^n F(p) - p^n f(0_+) - p^{n-1} \frac{df(0_+)}{dt} - \dots$	(2.1)
$\frac{1}{a} \sin at$	$\frac{p}{p^2 + p^2}$	(2.2)

Transformé inverse de Laplace

<u>F(p)</u>	<u>F(t)</u>	<u>Equation</u> <u>No.</u>
$\frac{P}{(P^2 + a^2) + (P^2 + a^2)}$	$\frac{1}{ab(a^2 - b^2)} (a \sin bt - b \sin at)$	(2.3)

Transformation de Fourier

<u>Originale</u>	<u>Transformé</u>	<u>Equation</u> <u>No.</u>
$f(x) = \frac{2}{l} \sum_{j=1}^{\infty} F(j) \frac{j\pi x}{l}$	$F(j) = \int_0^l f(x) \sin \frac{j\pi x}{l} dx$	(2.4)
$\frac{d^4 f(x)}{dx^4}$ pour $f(0) = f(l) = f''(0) = f''(l) = 0$	$\frac{j^4 \pi^4}{l^4} F(j)$	(2.5)
$af(x)$	$aF(j)$	(2.6)
$\delta(x - a)$	$\sin \frac{j\pi a}{l}$	(2.7)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.A. Calagro & R. Lacroix, 'Pathologie et évaluation des ponts existants' presse de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 2001.
- [2] C. O'Connor & A. Shaw. Peter, 'Bridge Loads', University of Queensland, Australia, Senior Engineer, 2000.
- [3] E. Wilson, 'Static and dynamic analysis of structures', University of California at Berkeley, 2001.
- [4] E. Ventsel & T. Krauthammer, 'Thin plate and shell (theorie, analysis and application)', Marcel Dekker. Inc, 2000.
- [5] S. Chakraverty, 'Vibration of plates', CRC Press, London, 2009.
- [6] B. Jacob & E. O'Brien, 'Rapport Wave (Weigh-in-motion of Axles and Vehicles for Europe)', Paris, 2001.
- [7] T.H.T Chan. SS. law & T H. Yung, 'An interpretive method for moving force identification', Department of Communication Engineering\ Shijiazhuang Railway Institution\Shijiazhuang\ Hebei\ Peoples Republic of China, 1998.
- [8] T.H.T. Chan, S.S. Law, T.H. Yung, 'Moving force identification using an existing prestressed concrete Bridge', Department of Civil and Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, 1999.
- [9] SS. Law, T.H.T. Chan, Q.H. Zeng, 'Moving force identification: a frequency and time domain analysis', Civil and Structural Engineering Department, Hong Kong Polytechnique University, 2000.
- [10] SS. law, Zhu, 'Identification of vehicle axle loads from bridge dynamic responses', Civil and Structural Engineering Department, Hong Kong Polytechnic; university, 2000.
- [11] X.Q. Zhu & S.S. law, 'Identification of moving loads on an orthotropic plate', Civil and Structural Engineering Department, Hong Kong Polytechnic; university, 2001
- [12] X.Q. Zhu. & S.S. law, 'Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles', Civil and Structural Engineering Department, Hong Kong Polytechnic ;university, 2001.
- [13] X.Q. Zhu & S.S. Law, 'Practical aspects in moving load identification', Civil and Structural Engineering Department, Hong Kong Polytechnic University, 2002.
- [14] J. Jang Wu 'Use of equivalent beam models for the dynamic analyses of beam plates under moving forces', Department of Marine Engineering, National Kaohsiung Institute of Marine Technology, Taiwan, 2003.

- [15] S.S. Law, B. BU, X.Q. Zhu , S.L. Chan, 'Vehicle axle loads identification using finite element method', Civil and Structure Engineering Department, Hong Kong Polytechnic University, 2004.
- [16] Y.B. Yang , C.W. Lin, 'Vehicle, bridge interaction dynamics and potential applications', national Taiwan university, 2004.
- [17] S.S. Law, J.Q. Bub, X.Q. Zhuc, S.L. Chana, 'Moving load identification on a simply supported orthotropic plate', School of Civil and Resource Engineering, University of Western Australia, 2007.
- [18] P. Asnachindaa, T. Pinkaewa, J.A. Lamanb 'Multiple vehicle axle load identification from continuous bridge bending moment response', Department of Civil Engineering, Chulalongkorn University, Bangkok, Thailand, 2008.
- [19] L. Fryba, 'Vibration of solid and structures under moving loads', Thomas Telford Ltd, third edition, 1999
- [20] M. Berrah 'Cours Magistère ENSTP Alger', Ecole nationale supérieure des travaux publics, Algérie, 2008.
- [21] E. Wilson, 'Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, University of California at Berkeley, 2000.
- [22] Guide SAP2000 V12, 'Analysis of Bridge', University of California at Berkeley, 2007.
- [23] N. Aguenini, 'Etude des ponts à dalles isotropes et orthotropes soumises à des charges roulantes', université de Blida, Algérie, 2008.
- [24] Groupe permanent d'étude des marchés de travaux, fascicule N° 61 conception, calcul et épreuves des ouvrages d'art titre II. -programmes de charges et épreuves des ponts-routes, LCPC, 1980.