

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TRAVAUX PUBLICS – ALGER
DEPARTEMENT RECHERCHE ET POST-GRADUATION



Mémoire présenté pour obtenir le diplôme de

Magister en Génie Civil

Spécialité : Matériau et Structure

**ETUDE NUMERIQUE DES EFFETS DIFFERES
DANS UNE SECTION EN BETON PRECONTRAIT**

Présenté par :

KHOUS Zohra

Ingénieur d'état en Travaux Publics

Diplômé de l'Ecole Nationale des Travaux Publics d'Alger

Soutenu publiquement le 04/07/2009 devant le jury composé de :

AFRA hamid	<i>Professeur</i>	Président
AMIEUR Mohamed	<i>Maitre de conférences, ENSTP</i>	Directeur de mémoire
BOUKHALD Ahmed	<i>Maître de conférences, USTHB</i>	Examineur
GUETTACHE Brahim	<i>Maître de conférences, ENSTP</i>	Examineur
HADID Mohamed	<i>Maître de conférences, ENSTP</i>	Examineur

DÉDICACE

À mes très chers AYMANE
et SAMY je dédie cette thèse

Zohra

Remerciements

Arrivée à terme de ce mémoire, je tiens à exprimer ma reconnaissance et ma gratitude au Dr M.Amieur qui a patiemment suivi ce travail et sans ses précieux conseils et son assistance, il n'aurait pas pu se concrétiser.

Je remercie également les membres de jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner mon travail, aussi j'exprime ma reconnaissance pour le professeur H.AFRA pour en avoir accepté la présidence.

Je ne saurais trop remercier Dr K.AITMOKHTAR, de USTHB pour le temps qu'elle m'a consacré et l'intérêt qu'elle a manifesté à l'égard de mon travail.

Mes remerciements les plus sincères s'adressent au Dr M.HADID de l'ENSTP pour ses conseils et ses encouragements.

Mes remerciements vont aussi au professeur Z.DERICHE, directrice de département de post graduation et de la recherche scientifique sans oublier M^{er} A.ADEM.

Je saisis aussi l'occasion pour rendre hommage à tous les enseignants de l'ENSTP auprès desquels j'ai reçu ma formation.

Je tiens à remercier vivement Mme S.BOUAFIA et F.ACHOUR de l'attention et de l'aide qu'elles m'ont apportée.

Mes remerciements seraient incomplets sans ceux adressés à Mme D.BOUAKAZ et A.MEZAACHE de la bibliothèque et Mlle R.MOHRI secrétaire du laboratoire de recherche de l'ENSTP.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Résumé

La prédiction de l'évolution d'un état de déformation dans une section en béton précontraint dans un ouvrage contribuerait à la connaissance et la maîtrise de son comportement à l'état de service et au prolongement de sa durée de vie.

Dans ce travail, on propose l'utilisation d'une méthode numérique pour calculer les déformations et les contraintes liées aux effets différés dans une section en béton précontraint présentant un seul axe de symétrie. Cette méthode tient compte des caractéristiques rhéologiques du béton, de la forme de la section, des armatures (active et passive), de l'âge d'application du chargement et de la fissuration du béton. Elle consiste à calculer pour chaque pas de temps les efforts qui s'exercent sur la section et à déterminer les courbures qui en résultent.

Pour illustrer cette méthode, des exemples d'application pour le calcul des sections en béton précontraint sont présentés.

Abstract

The predictions of the strain state evolution in given section of concrete structure contribute to the knowledge of the service state and may extend its life duration.

The aim of the proposed work is to provide a numerical method to calculate the strains and stresses, related to the creep and shrinkage, within a prestressed concrete section having one symmetric axis. This method takes account of the rheological characteristics of the concrete, of the shape of the section, the reinforcements (active and passiveness), of old of application of the loading and the cracking of the concrete. It consists in calculating for each step of time the efforts who are exerted on the section and to determine the curves who result from it.

For the purpose to demonstrate the effectiveness of the numerical method, application examples are presented.

يساعد تنبؤ تطور حالة التشوه في قطعة معينة من الخرسانة في معرفة سلوكها في حالة الخدمة و في إطالة مدة حياة المنشآت.

في هذا العمل نقتراح استعمال الطريقة الرقمية لحساب التشوهات و الاجهادات الناتجة عن عامل

الزحف في قطعة من خرسانة سابقة الإجهاد، بمحور تناظر واحد، هذه الطريقة تأخذ بعين الاعتبار مميزات

شكل المقطع التسليح، عمر و مدة تطبيق التحميل و التشققات في الخرسانة، يت في هذه الدراسة لكل مدة

حساب القوة التي تستعملها على كل مقطع و لتحديد الانحناءات الناتجة.

وللتوضيح الجيد لهذه الطريقة نعطي أمثلة تطبيقية.

RESUME

ABSTRACT

INTRODUCTION GENERALE

1

CHAPITRE 1 STRUCTURE ET COMPORTEMENT DU BETON DURCI	3
1.1 INTRODUCTION	3
1.2 COMPOSITION DU BETON	3
1.3 LA STRUCTURE DE LA PATE DE CIMENT DURCIE	4
1.3.1 STRUCTURE ET MORPHOLOGIE DU C-S-H	5
1.3.2 LA POROSITE DE LA PATE DE CIMENT	6
1.3.3 L'EAU DANS LA PATE DE CIMENT DURCIE	7
1.4 LE COMPORTEMENT HYDRIQUE DU BETON DURCI	10
1.4.1 MECANISMES DE SECHAGE	10
1.5 NATURE DE LA FISSURATION DANS LE BETON	12
1.5.1 MICRO FISSURATION DU BETON	13
1.5.2 FISSURES DU BETON A L'ETAT DE SERVICE	14
1.5.3 DIMENSIONS ET FORME DES FISSURES	15
1.6 VISCOELASTICITE DU BETON	16
1.7 CONCLUSION	18
CHAPITRE 2 DEFORMATIONS DU BETON	20
2.1 INTRODUCTION	20
2.2 LES DEFORMATIONS DE FLUAGE	20
2.2.1 MECANISME DU FLUAGE	21
2.2.2 LES FACTEURS INFLUENÇANT LE FLUAGE	26
2.3 LA DEFORMATION DE RETRAIT	33
2.3.1 MECANISMES DU RETRAIT	34
2.3.2 INTERACTION ENTRE LE FLUAGE ET LE RETRAIT (EFFET PICKETT)	35
2.4 LA RELAXATION	39
2.4.1 RELAXATION DU BETON	39
2.4.2 RELAXATION DES ACIERS	39
2.5 DESCRIPTION MATHEMATIQUE DES MECANISMES MIS EN JEU	40
2.5.1 RELATIONS FONDAMENTALES	40
2.5.2 FLUAGE ANALYSE DE LA REPOSE ε SOUS SOLLICITATION σ	44
2.5.3 ANALYSE DU RETRAIT	46
2.5.4 ANALYSE DE LA RELAXATION : REPOSE σ SOUS UNE SOLLICITATION ε	47
2.5.5 SOLUTION DIRECTE : COEFFICIENT DE VIEILLISSEMENT χ	50
2.6 CONCLUSION	52

CHAPITRE 3	MODELISATION DU COMPORTEMENT DU BETON	53
3.1	INTRODUCTION	53
3.2	PROPRIETES RHEOLOGIQUES DU BETON	53
3.2.1	FONCTION FLUAGE	53
3.2.2	RESISTANCE A LA COMPRESSION DU BETON	62
3.2.3	MODULE D'ELASTICITE DU BETON	63
3.2.4	RETRAIT DU BETON	64
3.3	PROPRIETES RHEOLOGIQUES DES ACIERS	67
3.3.1	RELAXATION INTRINSEQUE DES ACIERS DE PRECONTRAINT	67
3.3.2	RELAXATION REDUITE	69
3.4	COMPARAISON DES PERFORMANCES DES MODELES CITES	69
3.5	CONCLUSION	71
CHAPITRE 4	MODELE D'UNE SECTION EN BETON PRECONTRAIT	72
4.1	INTRODUCTION	72
4.2	HYPOTHESES DE CALCUL	72
4.3	DEFORMATION ET CONTRAINTE DANS UNE SECTION SOUMISE A LA FLEXION COMPOSEE	73
4.4	EFFETS DIFFERES	76
4.5	CAS D'UNE SECTION HOMOGENE ÉQUIVALENTE	82
4.6	SECTION FISSUREE ÉQUIVALENTE	82
4.7	CONCLUSION	85
CHAPITRE 5	OUTIL DE SIMULATION NUMERIQUE POUR L'ANALYSE DE SECTION	86
5.1	INTRODUCTION	86
5.2	DESCRIPTION DE L'OUTIL	86
5.2.1	DONNEES POUR LE PROGRAMME SECDIFF	86
5.3	SECTION FISSUREE	87
5.4	EFFET DE LA RELAXATION DES ACIERS DE PRECONTRAINT	87
5.5	ORGANIGRAMME DU PROGRAMME SECDIFF	88
5.6	LE SOUS-PROGRAMME SECNF	89
5.6.1	ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME SECNF	89
5.7	SOUS PROGRAMME SECF	89

5.7.1	ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME SECF	90
5.8	SOUS-PROGRAMME REOLOB	90
5.8.1	ORGANIGRAMME DU SOUS PROGRAMME REOLOB	93
5.9	SOUS-PROGRAMMES MOD_ELASTIC	93
5.10	SOUS PROGRAMME CALCUL	94
5.10.1	ORGANIGRAMME DU SOUS PROGRAMME CALCUL	94
 CHAPITRE 6 ANALYSE NUMERIQUE DE SECTIONS EN BETON PRECONTRAIT		
		96
6.1	INTRODUCTION	96
6.2	EXEMPLES D'APPLICATION	96
6.2.1	SECTION RECTANGULAIRE NON FISSUREE	96
6.2.2	SECTION EN T NON FISSUREE	110
6.2.3	SECTION EN CAISSON NON FISSURE	117
6.2.4	SECTION RECTANGULAIRE FISSUREE	129
6.3	CONCLUSION	132
	CONCLUSION GENERALE	133
	BIBLIOGRAPHIE	135

INTRODUCTION GENERALE

L'ingénieur bâtisseur a besoin de connaître le fonctionnement structurel et la redistribution des efforts intérieurs dans une structure en béton précontraint. Les progrès incessants des moyens de calcul permettent de concevoir des structures de plus en plus élancées et complexes, qui amènent le concepteur aux limites de ce qu'il peut espérer obtenir de manière structurelle. Le matériau souvent mal maîtrisé, reprend ses droits et finit dans certains cas par être la clé du comportement des structures. La sensibilisation aux problèmes d'état de service en particulier a amené les concepteurs à rechercher une modélisation plus adéquate aux phénomènes des déformations différées du béton.

En effet, les déformations différées jouent un rôle très important dans le dimensionnement des structures en béton précontraint. Une mauvaise évaluation des déformations de fluage et de retrait pourrait avoir des conséquences désastreuses sur le comportement de l'ouvrage à l'état de service.

Les désordres peuvent apparaître sous différentes formes : augmentation de la flèche, apparition et propagation de fissures, ce qui affecte directement le comportement du béton à l'état de service et la durabilité des structures en béton. Dans le cas des structures minces, une sous estimation de ces déformations peut induire des fissures qui vont augmenter avec le temps. Pour les éléments sollicités en flexion, les déformations différées font augmenter la flèche. Dans le cas des ponts construits en phases successives et reliés par un joint à la clé, le fluage peut provoquer des flèches excessives, il en résulte une gêne pour la bonne exploitation de l'ouvrage. Pour le béton précontraint, l'augmentation de la flèche, est accompagnée par un raccourcissement de l'élément en béton, qui induit une perte de la précontrainte, cela a pour conséquence de provoquer des fissures sur les sections sensibles. Dans le bâtiment, l'effet des déformations différées se fait remarquer par l'apparition de fissures sur les cloisons en maçonnerie.

Les expériences pratiques ainsi que les travaux de recherches théoriques et expérimentales ont toutefois montré que les méthodes approximatives pour l'évaluation des flèches et des fissures peuvent conduire à des appréciations erronées. Il en va de même de la précision de l'état de contrainte qui peut varier notablement dans le temps par suite des redistributions des efforts à l'intérieur des sections.

L'analyse du comportement viscoélastique du béton permet de prévoir l'évolution des déformations durant la durée de vie de l'ouvrage.

Les effets différés se développent graduellement avec le temps ; ils nécessitent donc l'introduction de la notion du temps avec comme importante conséquence la modification de la loi de l'élasticité. Pour déterminer le comportement à long terme, plusieurs méthodes plus ou moins empiriques sont actuellement utilisées. Dans ce contexte, l'objectif principal de ces études est, donc, de mettre au point un outil de calcul permettant une analyse correcte de l'évolution à long terme des déformations, dans des sections à un seul axe de symétrie et constituées de plusieurs matériaux (béton, acier passive et acier actif) en tenant compte du fluage, du retrait et de la relaxation.

Le mémoire est composé de six chapitres. Les chapitres 1 et 2 constituent une recherche bibliographique sur les propriétés de la phase cimentaire durcie et les mécanismes ultramicroscopique responsables des déformations du béton (fluage et retrait). Le chapitre 3 est un rappel sur la rhéologie du matériau béton et des aciers à travers des modèles et leurs formalismes mathématiques. Le chapitre 4 est consacré à la reprise des équations régissant le comportement d'une section en béton précontraint. Dans le chapitre 5, il est question de la description d'un outil de simulation numérique lequel est appliqué à une section de béton précontraint. La simulation est appliquée à une section fissurée et à une autre non fissurée. Enfin, dans le chapitre 6, des exemples de calcul sur des sections en béton armé et/ou précontraint de formes différentes et soumises à des sollicitations distinctes illustrent la méthode utilisée.

CHAPITRE 1**STRUCTURE ET COMPORTEMENT
DU BETON DURCI****1.1 INTRODUCTION**

L'utilisation du béton occupe une place prépondérante dans le domaine du génie civil. En effet depuis plus d'un siècle le béton reste toujours le matériau le plus utilisé surtout avec l'essor du béton précontraint. Dès lors ces procédés ingénieux ont permis la conception et la réalisation de grands ouvrages (ponts, barrages, tunnels, centrales nucléaires...etc), tout en évitant les problèmes liés à la fissuration excessive et aux grandes déformations.

L'étude du béton précontraint, nécessite la connaissance de la technologie du béton. Cependant, de part sa nature hétérogène, le béton présente un comportement viscoélastique vieillissant, il peut être le siège de déformations différées très importantes. Cela induit sur les structures un comportement qui varie dans le temps sous l'action des effets internes et les actions externes. Afin de mieux comprendre ces mécanismes qui seront décrits au chapitre II, il est connu que la pâte de ciment est à l'origine des effets différés, par conséquent ce chapitre, concerne une étude bibliographique qui traite de la composition de la pâte de ciment à l'échelle microscopique.

1.2 COMPOSITION DU BETON

Le mélange de ciment, d'eau, de granulats, sable et adjuvants, dans des quantités convenables, donne une masse moulable pouvant être convertie en un matériau que l'on appelle le béton. Son comportement est fragile en traction et légèrement ductile en compression. La résistance à la compression du béton est beaucoup plus élevée qu'en traction, ce qui explique que le béton travaille essentiellement en compression.

En effet chacun de ces composants à caractéristiques morphologiques, mécaniques et physico-chimiques variées et distinctes joue un rôle différent dans le comportement du béton. Le béton durci peut être considéré comme un matériau à deux phases : une phase visqueuse constituée de la pâte de ciment (ciment et sable plus eau) et d'une phase granulaire composée de l'ensemble des granulats. Cette matrice (pâte de ciment) enrobe et lie les granulats entre eux. Elle est formée d'une structure complexe microporeuse source d'échanges internes et externes. Un examen plus approfondi à l'aide d'instruments

d'observation de plus en plus puissants montre que la structure de béton présente un caractère hétérogène sur un domaine de dimensions extrêmement étendu. La figure (1.1) ci-dessous montre la texture d'un même béton 0/8mm agrandi 3 fois.

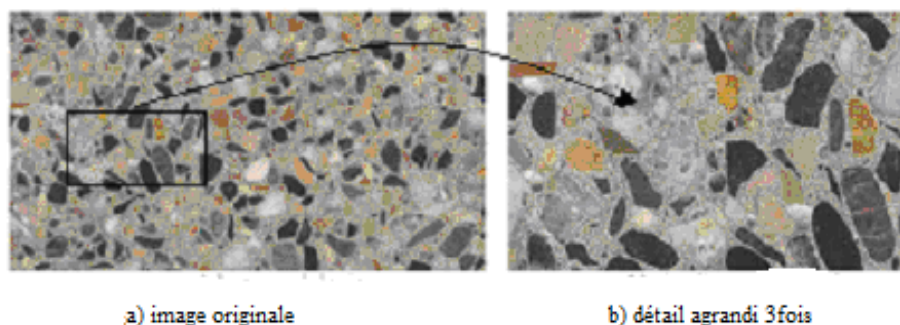


Figure 1.1: Structure hétérogène du béton

A travers des études et des recherches qui ont été faites, il apparaît que la pâte de ciment joue un rôle fondamental et qu'il serait vain de vouloir comprendre le comportement du béton sans connaître celui de la pâte qui le compose.

1.3 LA STRUCTURE DE LA PÂTE DE CIMENT DURCIE

La structure de la pâte de ciment durcie est le résultat d'une réaction chimique entre les minéraux du ciment Portland et l'eau (réaction d'hydratation). Le ciment anhydre est une poudre fine constituée de grains de diamètre pouvant varier de 1 à 75 μm et formée d'un mélange de clinker et de gypse finement broyés. La composition chimique des constituants principaux du clinker sont : silicate tricalcique C_3S , silicate bicalcique C_2S , aluminat tricalcique C_3A , alumino-ferrite tétracalcique C_4AF . Au début de la prise, les constituants anhydres se dissolvent jusqu'à sursaturation et réagissent en solution pour former des hydrates qui précipitent en enveloppant les grains anhydres. Les deux silicates C_3S et C_2S donnent le même hydrate : les silicate de calcium hydrates (C-S-H). A l'observation microscopique, ils se présentent en feuillets très minces qui s'enroulent sur eux même en formant des tubes creux. La réaction du C_3A avec l'eau forme des sulfoaluminates dont la forme la plus connue est l'ettringite. Cette cristallisation recouvre progressivement les grains anhydres et leur donne un aspect dit en « hérisson » (fig 1.2.a). L'hydrolyse des silicates de calcium C_3S , libère la portlandite $\text{Ca}(\text{OH})_2$ qui forme de minces plaques hexagonales empilées (fig 1.2,b).

Durant toute la période d'hydratation, la pâte de ciment est constituée de grains de ciment anhydre, des espaces contenant de l'eau et de l'air, et des produits d'hydratation.

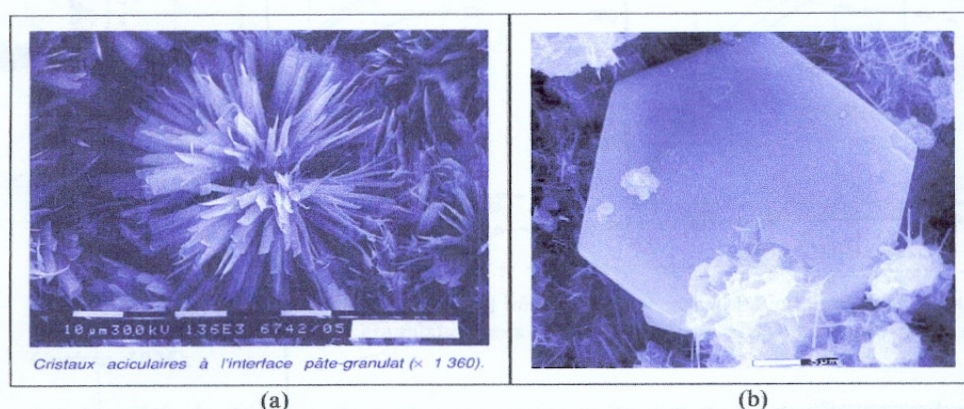


Figure 1.2: Structures microscopiques des particules de ciment hydratées [Baron 1982] :
 (a) : Aiguilles d'étringite à l'interface pâte de ciment -granulat, (b) : Portlandite hexagonale

1.3.1 STRUCTURE ET MORPHOLOGIE DU C-S-H

Le C-S-H est l'hydrate principal du ciment portland. Il est responsable de la structuration de la pâte de ciment durcie avec la Portlandite CH, il est souvent appelé gel à cause de sa nature colloïdale. Il est composé de particules solides. Il présente une grande surface spécifique et une porosité d'environ 28%, avec une composition chimique, et une structure physique très variable. Les surfaces du gel C-H-S sont très attractives, elles adhèrent entre elles et avec les autres éléments constitutifs du béton (sable, granulats, Portlandite...), ce qui explique le rôle de colle ou de liant.

La structure exacte des C-S-H est encore mal connue et plusieurs modèles basés sur des constatations expérimentales existent : [Brunauer, 1962], [Feldmane et Sereda, 1968] ce dernier propose un modèle qui semble justifier la plupart des comportements différenciés de la pâte de ciment. Dans ce modèle, le C-S-H se présente sous la forme de fibres formées de lamelles enroulées sur elles mêmes par un arrangement irrégulier de feuillets [Baron, 1982]. La lamelle de C-S-H est considérée de forme prismatique et ses dimensions sont environ de $100000 \times 5000 \times 300$ nm³ (estimées à partir de mesures au microscope électronique à balayage). Chaque lamelle est constituée de 2 à 4 feuillets simples mal cristallisés (fig : 1.3), séparés par un espace inter- foliaires de 150 à 300 nm environ [Neville, 2000]. Ces feuillets sont capables d'avoir un mouvement relatif et la pénétration ou le départ de l'eau des espaces inter- foliaires est possible.

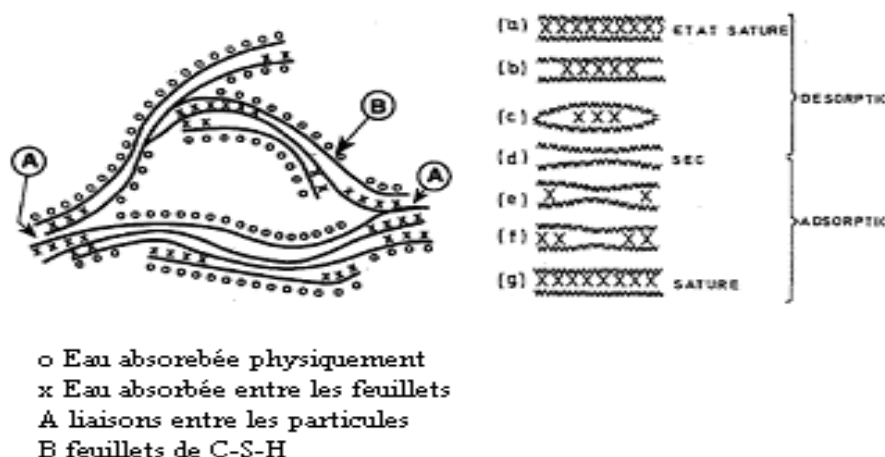


Figure 1.3: Représentation schématique de la microstructure de gel de C-S-H selon le modèle de Feldman et Sereda cité par [Baron, 1982]

1.3.2 LA POROSITE DE LA PATE DE CIMENT

La pâte de ciment durcie présente une porosité à différents niveaux d'observation. Ces vides sont appelés pores capillaires mais, à l'intérieure même du C-S-H, il existe des vides interstitiels, appelés pores de gel C-S-H. Le diamètre nominal des pores C-S-H est d'environ 3 nm, alors que l'ordre de grandeur des pores capillaires est une à deux fois plus élevé. Dans la pâte hydratée, il y a ainsi deux catégories distinctes de pores représentés schématiquement à la figure (1.4).

- les pores capillaires : sont des vides inter- granulaires, représentant la partie du volume brut qui n'a pas été rempli par les produits d'hydratation. Les pores capillaires ne peuvent pas être observés directement, mais des mesures de pression de vapeur ont permis d'estimer leur dimension médiane à environ 1.3 μm . ceux-ci sont de forme variée, ils forment un système interconnecté distribué aléatoirement au travers de la pâte de ciment. Le volume des pores capillaires diminue avec la progression de l'hydratation.
- Les pores de gel C-S-H : sont essentiellement des vides interstitiels interconnectés entre les particules de gel en forme d'aiguille, de plaque ou de feuillet. Les pores de gel sont bien plus petits que les pores capillaires, leur diamètre nominal étant inférieur à 2 ou 3 nm.

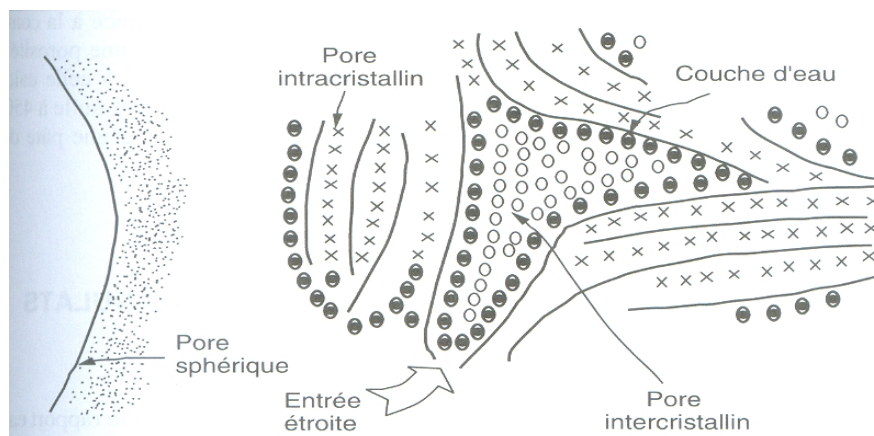


Figure 1.4: Représentation schématique du système poreux d'une pâte de ciment hydraté (d'après Rahman cité par [Neville, 2000])

1.3.3 L'EAU DANS LA PÂTE DE CIMENT DURCIE

L'eau contenue dans la pâte de ciment hydraté existe sous différentes formes, et sa classification dépendra des pores et des mécanismes de fixation impliqués. [Baron 1982].

L'eau chimiquement liée qui participe à la réaction d'hydratation pour donner principalement le C-S-H, est combinée aux hydrates, dont elle fait partie intégrante, sous forme d'eau de constitution ou de cristallisation.

L'eau adsorbée : il s'agit principalement des premières couches d'eau soumises au champ des forces superficielles au niveau des surfaces du réseau poreux. On distingue principalement deux types d'interactions :

- fixation par liaisons chimiques des électrons sont mis en commun entre l'eau et la surface solide, celle-ci a lieu uniquement dans des sites privilégiés (défauts cristallins par exemples sur une couche d'eau au maximum,

- fixation par liaisons intermoléculaires de VAN DER WAALS c'est l'adsorption physique, d'intensité faible, le nombre de molécules d'eau adsorbée est compris entre un et cinq,

L'eau capillaire est constituée de la phase condensée remplissant le volume poreux au delà de la couche adsorbée et séparée de la phase gazeuse par des ménisques. Elle obéit donc aux lois de la capillarité.

L'eau libre qui n'est plus sous le champ d'influence des forces superficielles. Elle se trouve principalement dans les pores capillaires et les macro pores. Elle représente, en

fait, un cas particulier de l'eau capillaire et rentre, dans la plupart des études, dans cette dernière classe.

Une autre méthode plus simple de classification de l'eau se trouvant dans la pâte de ciment, consiste à séparer l'eau évaporable (l'eau capillaire et l'eau absorbée la moins liée) et l'eau non évaporable (l'eau chimiquement liée, l'eau adsorbée, l'eau inter feuillet).

Eau dans les C-S-H

A partir de multiples méthodes expérimentales, un des chercheurs Sierra 1974 cité par [Baron, 1982] a pu identifier dans la structure des C-S-H, la présence de l'eau sous trois formes, classées ici par ordre décroissant d'énergie de liaison avec le solide (fig:1.5) :

- L'eau hydroxylique (groupement OH) : elle est liée aux atomes de silicium (Si) et de calcium (Ca) se trouvant sur les faces interne et externe des feuilletts.

- L'eau inter-foliaire (ou inter feuillet) : est une eau moléculaires de très faible degré de liberté et liée aux feuilletts par des groupements hydroxyles. Elle intervient dans la cohésion intrinsèque de la lamelle

- L'eau inter-lamellaire : est l'eau des micropores, elle est soit fixée à la surface des lamelles par un hydroxyle soit liée à d'autres molécules d'eau. Elle est soumise au champ de forces créé par les lamelles.

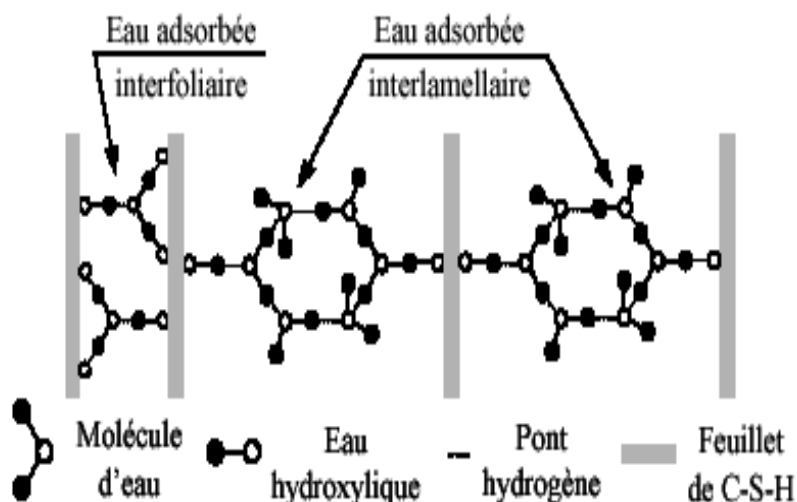


Figure 1.5: Etat de l'eau dans le gel C-S-H selon Sierra cité par [Baron, 1982]

Eau dans les zones d'adsorption restreinte

Des films d'eau existent sur les surfaces des hydrates de C-S-H sous forme d'eau d'adsorption, et ces hydrates sont regroupés de telle façon que certains espaces interstitiels ne sont pas assez larges pour retenir le nombre de couche d'eau nécessaire pour une humidité relative donnée. En effet sur une surface plane, l'eau est librement adsorbée jusqu'à une épaisseur de 5 molécules pour une humidité relative proche de l'unité. La molécule d'eau a un diamètre d'environ $2,6 \text{ \AA}$ ce qui donne une épaisseur de la couche d'adsorption de 13 \AA . La distance inter-foliaire doit donc être supérieure à 26 \AA pour que l'adsorption se produise librement. Or, cette distance est en moyenne proche de 17 \AA . L'adsorption libre ne peut donc avoir lieu, puisque les surfaces adsorbantes sont trop proches. On est alors en zone dite d'adsorption empêchée (fig: 1.6) dans ces zones, l'eau fortement adsorbée, est sous une pression, dite de disjonction, de l'ordre de 130 MPa [Bazant 1972 cité par Roy 1996]. Cette pression s'oppose aux forces d'attraction, qui existent entre les particules de C-S-H et qui maintiennent la structure du squelette. Cette eau est ainsi un élément structurel du matériau à part entière, capable de transmettre localement les contraintes.

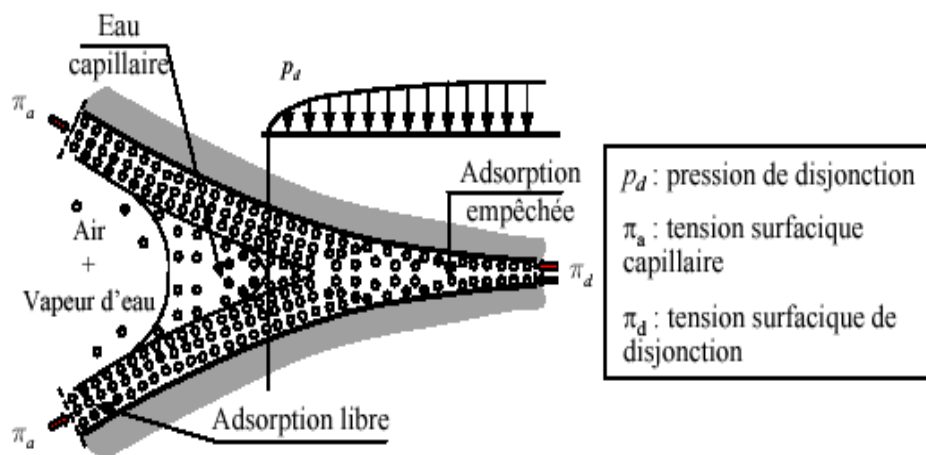


Figure 1.6: Description idéalisée de l'eau dans la zone d'adsorption empêchée et de la transition avec les pores capillaires [Bazant cité par Roy 1996]

1.4 LE COMPORTEMENT HYDRIQUE DU BETON DURCI

Une humidité relative externe plus basse que celle qui règne dans un élément de béton entraîne un gradient d'humidité, par voie gazeuse, et une chute de la pression de vapeur dans le matériau. Ce déséquilibre se traduit par un mouvement de l'eau de l'intérieur du matériau vers l'extérieur, conduisant au séchage de celui-ci. La prise en compte du transport de l'eau au sein du béton est d'une grande importance pour les matériaux à matrice cimentaire. En effet, la teneur en eau affecte considérablement l'évolution des déformations de retrait et de fluage. En outre, le séchage s'accompagne généralement d'effets structuraux, du fait du gradient de déformations induit. Ainsi, la connaissance des mécanismes du séchage est primordiale.

1.4.1 MECANISMES DE SECHAGE

L'eau est présente dans la pâte de ciment sous sa phase liquide et gazeuse. Bien que le mécanisme moteur du séchage soit le gradient d'humidité relative, lié à la phase vapeur, l'eau liquide est également concernée. L'équilibre thermodynamique entre les phases vapeurs et liquides doit être maintenu. Le séchage fait intervenir de multiples mécanismes complexes, qui se produisent de façon plus ou moins couplés. Les phénomènes : diffusion, adsorption-désorption, condensation-évaporation sont en effet mis en jeu dans la pâte de ciment. [Coussy et al. 2001] (fig 1.7).

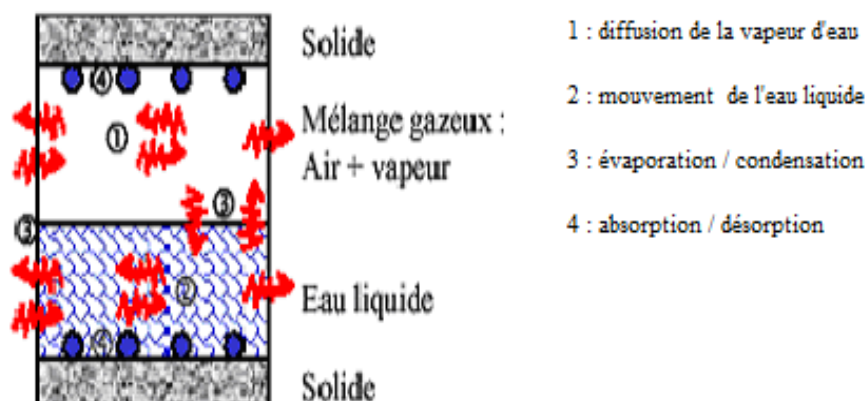


Figure 1.7: Représentation schématique des mécanismes de transport de l'eau au sein de la pâte de Ciment. [Benboudjema, 2002]

Néanmoins, trois mécanismes prédominants de migration de l'eau se dégagent.

1/La diffusion moléculaire:

Lorsque l'humidité relative est assez faible dans les pores, une seule couche d'eau est absorbée à la surface. Dès que l'humidité relative augmente, le nombre de couches d'eau adsorbée augmente, induisant deux effets opposés. D'une part, l'espace disponible à la vapeur d'eau pour diffuser diminue et donc la résistance au transport augmente. D'autre part, les forces d'attraction de la surface du solide diminuent et donc la résistance au transport diminue. Lorsque l'humidité relative dépasse un seuil, un ménisque se forme à chaque extrémité des cols reliant les macropores. Étant donné qu'une partie du transport de l'eau se fait sous phase vapeur, les processus de condensation et d'évaporation aux extrémités des cols accélèrent fortement le processus de diffusion.

2/La diffusion de Knudsen:

C'est le domaine où il y a coexistence de la phase gazeuse et la phase liquide. Au fur et à mesure que l'humidité relative décroît, les pores se vident et les filets d'eau liquide se rompent: on assiste alors à un phénomène d'évaporation, donc à un transfert diffusif de l'humidité.

Les nano-pores (de dimension inférieure à 50 nm) se remplissent d'eau mais ne forment pas une phase continue dans le milieu. Les collisions entre les molécules, ainsi que les collisions contre les parois des pores constituent alors la principale source de résistance à la diffusion des molécules d'eau, donnant lieu à un flux liquide, la totalité du flux de masse doit alors être affectée à la diffusion gazeuse.

3/La diffusion surfacique:

Ce mécanisme a lieu aussi dans les nano-pores, où les molécules d'eau sont soumises aux champs de force des parois. Le transfert en phase gazeuse est dominant. Un film liquide, de quelques molécules d'épaisseur, est absorbé sur la surface du solide, ce qui est le cas lorsque l'humidité relative est faible.

Lors du séchage du béton, on observe quatre états caractéristiques, au cours desquels interviennent, successivement ou simultanément, différents mécanismes. Ceux-ci sont illustrés sur la figure (1.8).

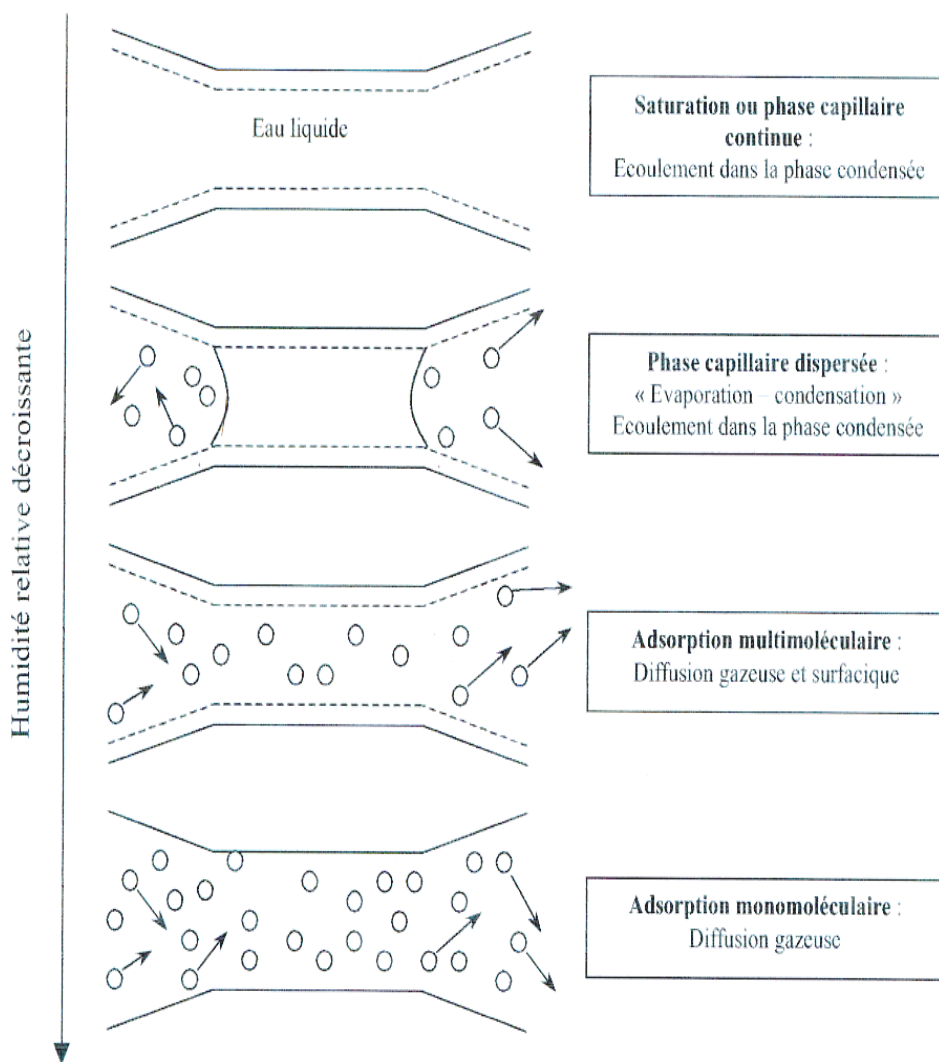


Figure 1.8: Illustration des trois types de transferts d'humidité suivant l'humidité de l'air ambiant [Benboudjema, 2002]

1.5 NATURE DE LA FISSURATION DANS LE BETON

Une fissuration non contrôlée dans le béton affecte l'état de service d'une pièce en béton armé et à long -terme, sa durabilité, et peut mener à la réduction de sa capacité portante dans le cas extrême.

En effet la plupart des fissures résultent des actions suivantes:

- Changement de volume dû à la fois au retrait et au changement de température.
- Des contraintes directes dues aux charges appliquées, aux réactions ou aux effets de continuité ; de même que celles dues aux effets de fatigue créés surtout par les

charges réversibles ainsi que les contraintes créées par les mouvements différentiels dans les structures.

- Les contraintes de flexion causées par les moments de flexion.

Ainsi, on peut classer la fissuration du béton en deux catégories :

1^{er} catégorie : les fissures exogènes causées par les charges appliquées à la structure, fissures à la flexion, fissures inclinées dues à l'effort tranchant.

2^{em} catégorie : les fissures endogènes causées par le retrait et effets thermiques.

1.5.1 MICRO FISSURATION DU BETON

La structure du béton est en première approche bi-phasique. Elle est formée d'inclusions (les granulats) noyées dans une matrice (la pâte de ciment). Cette structure est le siège de gradients d'humidité et de température et subit des déformations et des contraintes imposées. Dès le début du processus d'hydratation, des efforts internes sont induits par les propriétés mécaniques différentes des granulats et de la matrice en cours de durcissement : modules de déformations instantanées très différents, comportement visqueux pour la pâte, comportement supposé rigide pour les granulats. Les conséquences locales en sont la dilatation ou la contraction thermique des deux phases; les variations dimensionnelles de la pâte de ciment sont gênées par la présence des granulats, elles provoquent donc une étroitesse des granulats et donnent naissance à un champ de contraintes à l'échelle des inclusions. Ces efforts internes favorisent l'apparition de ruptures internes que l'on peut qualifier de fissures.

Par ailleurs, ces gradients hydriques ou thermiques ont une conséquence plus globale. Ils vont entraîner ce que l'on peut appeler des autocontraintes de structure [Sicard V., François R., Ringot E., Pons G. 1992]. En effet, le retrait dû au séchage est différent entre parement et cœur (il est deux à trois fois supérieur en surface) [Sicard V., François R., Ringot E., Pons G. 1992]. La zone située en bordure des surfaces d'échange est donc soumise à des contraintes de traction très importantes (retrait gêné) alors que le cœur de la structure est en compression (champ d'autocontraintes). Ces contraintes de traction bien supérieures à la résistance en traction du béton vont induire une fissuration superficielle de l'ouvrage. L'ensemble des mécanismes que nous venons de décrire est illustré sur la figure (1.9).

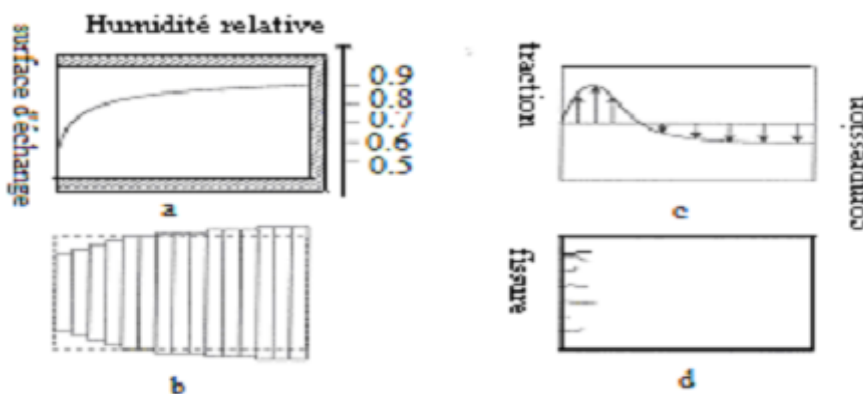


Figure 1.9: Illustration des autocontraintes de structure
a) Séchage non uniforme, b) Déformation induites par le séchage, c) Champ d'autocontraintes, d) Fissuration de peau [Granger, 1996]

1.5.2 FISSURES DU BETON A L'ETAT DE SERVICE

Les charges externes conduisent à des fissures par flexion, des fissures de traction diagonale et des fissures d'adhérence. Quand la contrainte de traction dans le béton atteint sa résistance à la traction, des microfissures se forment à l'intérieur de l'élément. Rapidement, ces microfissures peuvent être développées en macro fissures qui se propagent vers l'extérieur. Elle forme une discontinuité dans la structure. Les contraintes sont redistribuées autour du fond de fissure (fig : 1.10(b)).

Les fissures de masse peuvent se localiser dans trois zones :

- à l'interface entre la pâte de ciment et le granulat,
- dans le mortier,
- rarement dans le granulat.

Lors d'un test de résistance en traction, les trois types de fissures de masse (fissures d'interface, fissures dans le mortier ou du granulat) évoluent différemment suivant le niveau de contrainte croissant. Les fissures d'interface augmentent en longueur alors que les fissures dans le mortier conservent une longueur quasi constante (fig : 1.10 (a)). Les fissures produites au sein du mortier demeurent les seules à être initiées par un niveau de contraintes qui doit être supérieur à 70% -80% de f_c [Carpinteri & al 1998 cité Berthollel, 2003] ; les fissures d'interface étant présentes même hors chargement. Ce seuil de

contrainte est dit de discontinuité et les fissures se propagent très rapidement jusqu'à la perte complète de la capacité portante.

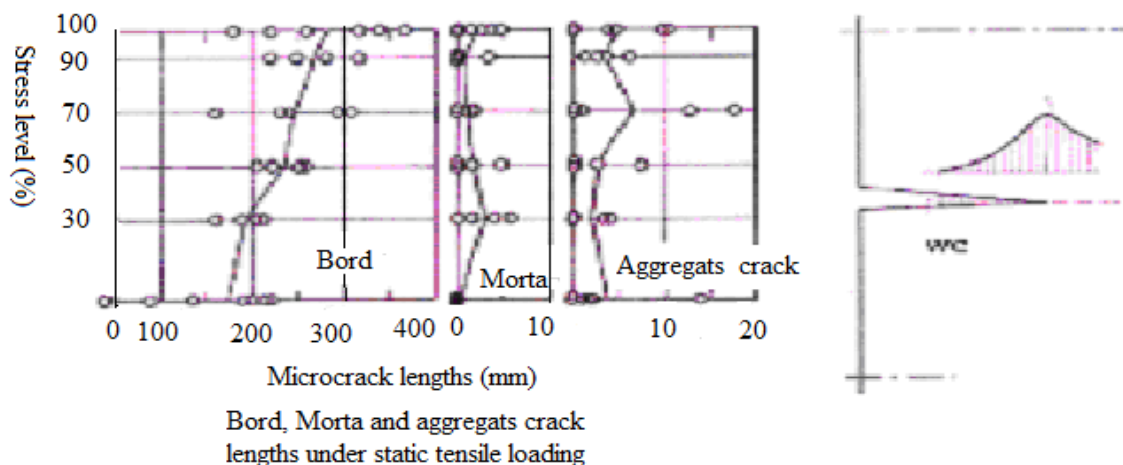


Figure 1.10: a) longueur des microfissures en fonction du niveau de contrainte en traction, b) représentation d'un fond de fissure [Carpinteri & al 1998, cité par Berthollel, 2003]

1.5.3 DIMENSIONS ET FORME DES FISSURES

Les fissures sont caractérisées par deux dimensions. La première macro désigne la longueur de la fissure qui peut se mesurer lors des tests de repérage. La seconde dimension micro correspond à l'épaisseur dans la direction transversale que l'on nommera ouverture de fissure (fig :1.11).

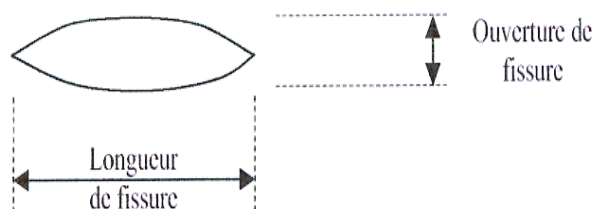


Figure 1.11: Fissure de masse du matériau

Lorsque le béton est soumis à un chargement uniaxial, l'endommagement résultant est caractérisé par l'apparition de fissures en mode I : le déplacement des lèvres de la fissure est perpendiculaire au plan de propagation [Baron, 1982], l'ouverture colinéaire à la direction de la contrainte qui peut influencer la stabilité du matériau par la perte de cohésion engendrée. Le mode I de fissuration est relatif à l'effort de traction. Il peut être très présent en parement d'ouvrage où l'espacement entre les fissures peut atteindre parfois quelques millimètres. Des fissures de mode I (fig :1.12) sont visibles par la croissance des

déformations transversales. Elles traduisent une atrophie du spécimen qui se désagrège sous forme d'aiguilles par la présence d'efforts internes de traction.

Quand le chargement n'est pas extensiométrique, des micro fissures de mode II ou de mode III, relatives au cisaillement apparaissent, sans toutefois créer l'instabilité du matériau le mode II : le déplacement des lèvres de la fissure est dans le plan de propagation et parallèle à la direction de propagation, le mode III : le déplacement des lèvres de la fissure est dans le plan de propagation et perpendiculaire à la direction de propagation, (fig :1.12).

Les modes de cisaillement sont présents lors de la rupture par compression. Ces méso fissures possèdent une longueur dans la pâte de ciment seule supérieure à $1.5\mu\text{m}$. Elles sont généralement parallèles à la direction de la charge et résultent du frottement entre la pâte de ciment et le granulat. L'observation des résidus d'agrégats après rupture par cisaillement de l'interface « pâte de ciment granulat » confirme ce mécanisme. Ils se composent du granulat et d'un cône de ciment aux extrémités opposées dans la direction de la charge.

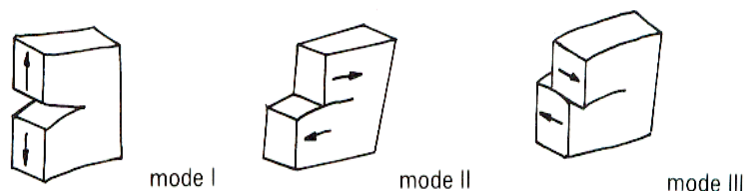


Figure 1.12: Les trois modes fondamentaux de propagation de fissures [Baron, 1982]

1.6 VISCOELASTICITE DU BETON

Les matériaux viscoélastiques tel que le béton, présentent des phénomènes dissipatifs. La viscoélasticité est une propriété mécanique générale qui veut que la réponse temporelle à une sollicitation imposée dépende de l'histoire temporelle de sollicitation. Cependant, toute contrainte entraîne une déformation et réciproquement. La connaissance de la relation entre contrainte et déformation sur toute l'étendue de leurs domaines respectifs est d'un intérêt capital pour la conception des structures.

La viscoélasticité des bétons est le résultat de l'interaction de la pâte de ciment durcie viscoélastique et du squelette granulaire élastique. Deux aspects principaux la caractérisent : l'existence d'un seuil de non linéarité et le vieillissement (évolution dans le temps des propriétés viscoélastiques du matériau).

Le vieillissement est dû à l'hydratation progressive du ciment selon Bazant et Al [Bazant et al, 1989 cité par Denarie, 2000]. Toutefois, le développement des produits d'hydratation ne suffit pas à expliquer le comportement à long terme du béton. Une explication supplémentaire pourrait être l'existence de micro-précontraintes au niveau de la structure du C-S-H. Ces tensions seraient produites par les pressions de disjonction liées à la taille des pores du gel.

La structure du béton est formée d'inclusions (les granulats) noyées dans une matrice (la pâte de ciment). En termes de pourcentage volumique, le squelette granulaire élastique d'un béton et normal représente environ 70 à 80 % du volume total du béton et la matrice viscoélastique seulement 20 à 30 % [E.Denarie 2000] (fig :1.13). Les moyens de calcul numérique des matériaux hétérogènes ne permettent pas encore d'aller jusqu'à des pourcentages volumiques de grains aussi élevés que dans la réalité. Ils constituent néanmoins un outil unique pour améliorer la compréhension des effets viscoélastiques liés à la structure hétérogène du béton. Ces approches confirment que les granulats sont en compression sphérique quasi uniforme et que le relief du champ de contraintes dans la matrice est très, marqué, avec des tractions et des compressions de même intensité [P.Acker 1988].

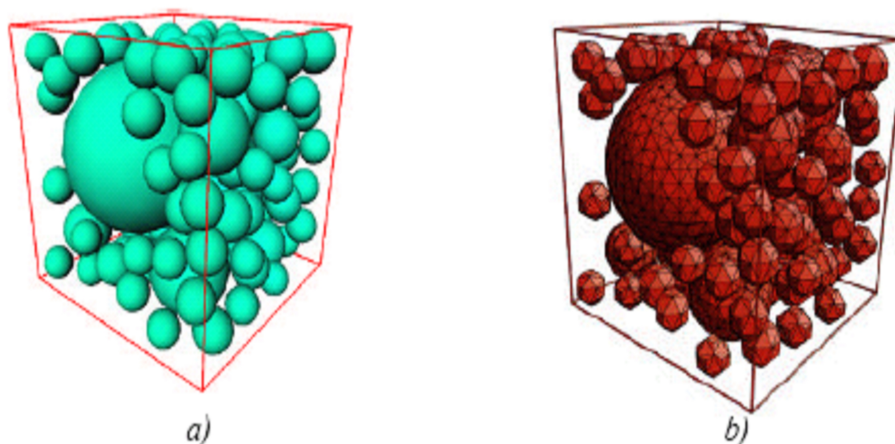


Figure 1.13: Simulation tridimensionnelle de la structure granulaire d'un béton
a) grains b) maillage tridimensionnel [Guidoum, 1994 cité par Denarie, 2000]

La figure (1.14) ci-dessous illustre l'effet de la viscoélasticité de la matrice sur la réponse d'un béton soumis au retrait thermique de sa matrice. Le calcul numérique a été effectué à l'aide d'un logiciel de simulation par éléments finis tridimensionnel prenant en compte la structure granulaire hétérogène du béton (fig 1.13) et le comportement viscoélastique linéaire de la matrice. Pour comparaison, le même calcul a été fait avec une matrice élastique linéaire en considérant une élasticité instantanée et une élasticité différée. Le calcul dans le cas viscoélastique fait apparaître un maximum de la contrainte moyenne dans la matrice à environ 200 jours, contrairement au cas élastique où cette contrainte augmente continuellement.

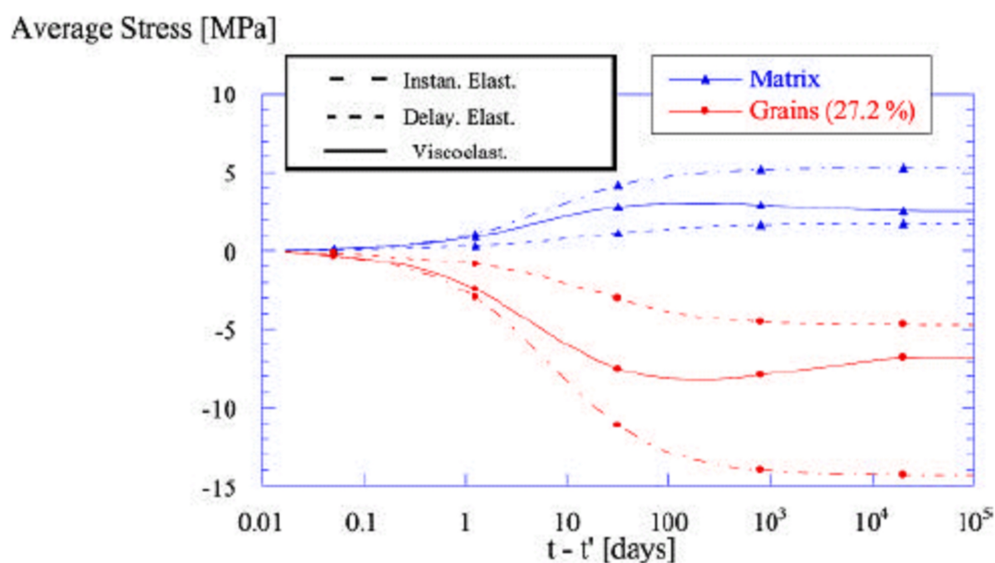


Figure 1.14: Simulation numérique du développement des contraintes internes dues au retrait thermique dans un béton [Guidoum, 1994 cité par Denarie, 2000]

Dès qu'une fissure se crée ou se propage, elle libère localement une composante du champ des contraintes initiales et les lèvres de la fissure se déforment de manière non symétrique, donc non superposable, le retour à l'état initial est donc impossible.

1.7 CONCLUSION

Nous n'avons pas encore mentionné l'influence des armatures passives et des aciers de précontrainte, que nous supposons sans fluage. Néanmoins, l'étude bibliographique montre bien l'influence des caractéristiques de la pâte de ciment sur le comportement du béton

C'est au niveau de l'évolution des hydrates du ciment et de la répartition hydrique que vont se passer les phénomènes physiques et chimiques qui engendreront les déformations différées. Le granulat ayant un rôle important mais passif.

Le séchage est un phénomène très lent et complexe. De nombreux mécanismes sont mis en jeu, et se produisent à différentes échelles de la pâte de ciment. Le séchage est un phénomène qui induit un fort déséquilibre hygrométrique dans le béton, les conséquences du séchage sont alors nombreuses. On observe une micro-fissuration induite par ce déséquilibre, qui peut être à l'origine de la dégradation du module d'élasticité du béton.

Le béton présente un caractère fragile et la dégradation de ce matériau est liée à des processus de fissuration. Le développement d'une fissure fait apparaître des déformations irréversibles, une perte de rigidité et une localisation de déformations au niveau des zones endommagées.

CHAPITRE 2**DEFORMATIONS DU BETON****2.1 INTRODUCTION**

Plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine des déformations dans les structures en béton. Selon la composition du béton, l'histoire de chargement, l'environnement et l'âge, le béton se comporte différemment à l'état de service. On peut distinguer les déformations libres (retrait, gonflement et dilatation thermique) qui se produisent en l'absence de charge, et le fluage qui se produit sous l'effet de l'application de charge. Nous savons qu'en pratique, les déformations dues au fluage à long terme peuvent être supérieures à trois fois les déformations instantanées. [G.Pons 1998]

Dans ces conditions, une bonne connaissance des déformations différées est indispensable pour un bon dimensionnement des sections en béton précontraint.

Dans cette partie, nous analysons les mécanismes responsables du fluage. En suite, nous nous intéresserons au mécanisme de retrait et son interaction avec les déformations de fluage. Enfin, nous formulerons les bases théoriques utilisées dans le calcul des déformations viscoélastiques du béton.

2.2 LES DEFORMATIONS DE FLUAGE

Le fluage est un phénomène différé qui se manifeste par une augmentation des déformations sous charges de compression. Pour un matériau à comportement viscoélastique comme le béton, sous une charge constante ou variable, la déformation augmente progressivement dans le temps.

La découverte du fluage en 1910 a été révélée par Eugène Freyssinet qui l'observa sur un pont qu'il construisit à Le Veudre sur l'Allier (France) en observant une évolution des déplacements de la structure au cours du temps. Il cherchait à établir les relations entre l'évolution des déformations et les propriétés des ciments et des matériaux. Ces travaux permirent de conclure que le fluage dépendait des mouvements de la quantité d'eau contenue dans le ciment et très tôt, il l'associa davantage à un retrait amplifié par l'état des contraintes qui accélérât la vitesse de déformation et par la suite, le départ d'eau.

Le fluage doit être séparé en fluage de base (dit aussi fluage propre, fondamental, ou endogène), se produisant en l'absence de tout échange hydrique avec le milieu ambiant

et le fluage avec séchage (dit aussi fluage de dessiccation), observé sur les éprouvettes mises en contact avec une atmosphère plus sèche que le béton, il est obtenu en soustrayant le retrait de la déformation mesurée. Le fluage total est obtenu par l'addition des deux contributions.

Notons ici que du point de vue de l'Ingénieur constructeur nous nous intéressons à la déformation totale de fluage sans vraiment se préoccuper de savoir quelle est la part du fluage de base et celle du fluage de séchage. Dans les cas pratiques, ces deux fluages évoluent conjointement en se superposant [R. Favre 1997].

2.2.1 MECANISME DU FLUAGE

Le béton est un mélange de particules inertes granulats et de particules chimiquement réactives au contact de l'eau. Le mélange est donc partagé en deux phases : la pâte de ciment et les inclusions. En observant les propriétés mécaniques respectives de ces deux phases, on peut affirmer que la majorité des déformations de fluage est issue de la déformation de la pâte de ciment autour des granulats. Une distinction est faite par [Wittmann, 1982], entre les mécanismes intrinsèques se produisant au niveau de la microstructure de la pâte de ciment, qui sont qualifiés de réels et relatifs à l'hydratation et à la migration d'eau à l'intérieur des micropores de la pâte de ciment, et les mécanismes liés à des facteurs d'appareils.

2.2.1.1 Les Mécanismes au niveau de la microstructure de la pâte de ciment

Les mécanismes à l'origine du fluage se produisant au niveau de la microstructure de la pâte de ciment, ont été classés par l'American Concrete Institute [ACI 209, 1972], selon les cas suivants :

- le glissement ou le cisaillement des feuillets colloïdaux de particules de gel lubrifiées par l'eau adsorbée (écoulement visqueux).
- La consolidation provoquée par le départ de l'eau adsorbée ou par la décomposition de l'eau inter feuillet (diffusion d'eau).
- La déformation permanente provoquée par des microfissures.

Ces multiples sources du fluage ont donné lieu à la proposition de théories diverses, nous ne citons que les plus importantes, qui sont à l'origine du développement des diverses approches qui existent actuellement.

1/ l'énergie d'activation

Cette théorie considère que le fluage résulte d'un processus d'activité thermique au niveau moléculaire. Cette approche (théorie de la cinétique), analogue à celle utilisée pour les métaux. Cette méthode est basée sur le concept de barrière d'énergie (le puits de potentiel), qui représente la rupture des liaisons chimiques. Le fluage prend naissance dans la déformation du micro -volume désigné comme le centre de fluage. Ce dernier subit des déformations à des configurations d'énergies faibles, sous l'influence de l'énergie rajoutée au système par les sources extérieures. Cette déformation ne peut se produire qu'après le dépassement des barrières des différents états d'énergie. La capacité du centre de fluage pour dépasser ces barrières dépend des hautes énergies et de l'addition des énergies liées à la température, mais aussi de la contrainte appliquée et de la variation d'humidité.

En se basant sur la théorie de la cinétique, plusieurs auteurs, [Wittmann 1969], [Feldman 1972], [Ulm et Acker 1998], ont fait une distinction entre deux types de mécanismes à l'origine du fluage, le fluage à court terme et à long terme. Ces deux échelles de temps peuvent être associées à deux mécanismes physiques distincts, qui ont leur siège dans des espaces poreux différents. Tout d'abord un fluage à court terme, correspondant à des énergie d'activation faibles pouvant être associées à un mécanisme de mouvement d'eau dans l'espace capillaire du matériau. Le fluage à long terme correspond à des énergies élevées, associées à un mécanisme de cisaillement ou le glissement au sein des gels de CSH, donc à l'échelle des nanopores.

2/ Mouvement de l'eau adsorbée et pression de disjonction

Powers 1960, en élaborant la théorie de contraintes locales dans les zones d'absorption restreinte, considère que le fluage est dû à la diffusion d'eau adsorbée à partir des micropores situés dans les zones d'adsorption restreinte vers les pores capillaires (cf 1-2.3).

L'eau qui est fortement adsorbée développe une résistance statique par rapport aux forces qui veulent l'expulser. Cette eau, est un élément structurel des hydrates, qui peut provoquer des contraintes locales. Quand une charge extérieure est appliquée, la contrainte exercée sur l'eau dans les micropores augmente. Et pour maintenir l'équilibre, l'épaisseur des couches d'eau adsorbée diminue pour compenser l'augmentation de la pression de disjonction. De cette manière, se produira une diffusion d'eau à partir des micropores vers les pores capillaires plus larges et de faibles contraintes. Ce mécanisme lié à la variation de

la pression de disjonction va provoquer une variation de volume que l'on assimile à du fluage.

3/ Ecoulement visqueux, cisaillement inter feuillets

Les déformations différées sous charge surviennent principalement dans les imperfections des composants colloïdaux de la pâte de ciment durcie associée à l'eau adsorbée.

Au jeune âge, l'eau contenue dans les pores s'évapore par porosité ouverte (retrait, fluage, perte d'eau et micro-fissuration). Ce transfert contribue à la déformation du matériau. Les particules glissent aisément jusqu'au durcissement des unes par rapport aux autres. Un premier réarrangement de la matière s'établit. Sous charge, il se traduit par un processus de compactage de la matière. Le béton frais se déforme davantage sous contraintes que dans une configuration non chargée. Au cours du temps, la charge maintenant une pression autour de la porosité fermée et humide, réduit petit à petit des liens entre les feuillets par pression-dissolution des cloisons affaiblies. Puis, des zones de fermeture de la porosité se créent progressivement par hydratation de C-S-H au cours de la première année de mûrissement du béton. Le béton contenant encore de l'eau peut permettre le mouvement (glissement) des particules de ciment. De nouveaux liens se créent et en particulier, à proximité des auréoles de transition où la compacité est faible. Le potentiel de déformation est alors progressivement ralenti par hydratation du ciment en créant une rigidité de la structure par la réaction chimique interne qui évolue continuellement. Le mécanisme diffusif peut être vu de la manière suivante : sous chargement macroscopique, les contraintes à l'échelle microscopique du matériau hétérogène sont transmises à travers l'assemblage des produits d'hydratation qui entourent les pores capillaires (fig 2.1). Cette transmission de charge induit localement un déséquilibre entre les molécules d'eau en adsorption libre dans ces zones de transmission et celles qui sont plus loin. Pour restituer l'équilibre, les molécules d'eau adsorbées (diffusion surfacique) vers des zones libres, et le solide par couplage se déforment.

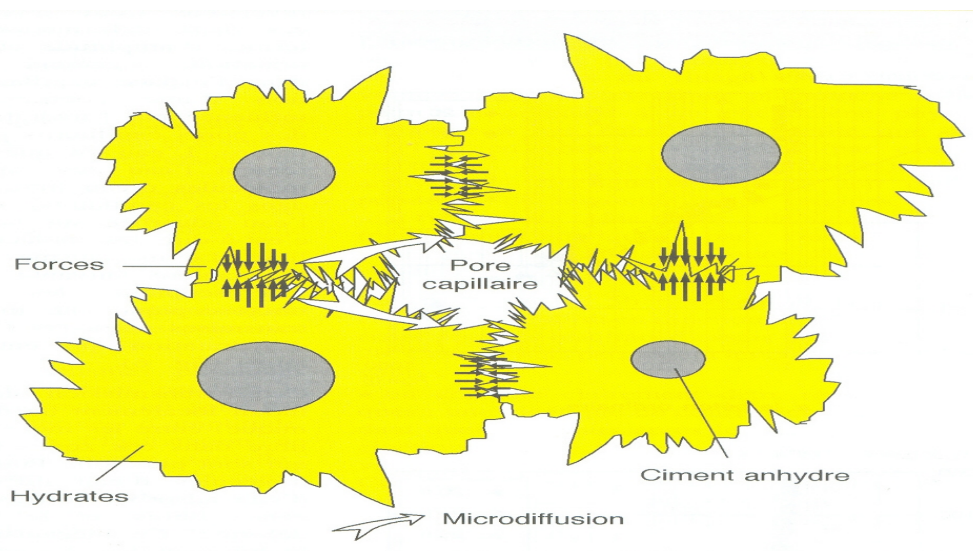


Figure 2.1: Mécanismes du fluage à court terme et micro diffusion dans l'espace capillaire proposés par [Ulm et P.Acker. 1998].

Les premières explications sur le mécanisme à l'origine du fluage à long terme s'appuient sur la réduction de l'eau contenue dans le béton et sur l'accroissement ou la diminution de la raideur du matériau. Il semble alors être de nature mécanique à l'échelle des nanopores des C-S-H. Ainsi Bazant par approfondissement de sa « solidification theory » tente d'expliquer physiquement le fluage à long terme, il l'a liée à la relaxation des micro-précontraintes dans les zones d'adsorption empêchée [Ulm et Acker 1998]. Les micro-précontraintes sont générées par la pression de disjonction, ainsi que par des variations volumiques importantes et fortement localisées induites par l'hydratation ou le séchage. La relaxation des micro-précontraintes se situe à l'échelle des nanopores de la pâte de ciment. Les liaisons entre les surfaces solides, sur-tendues localement et instables, sont susceptibles de se rompre. Elles se reforment dans des zones adjacentes de moindres surtensions du fait du glissement des feuillets de C-S-H (fig :2.2). Les forces de liaison se relaxent dans le temps, et ce sont d'autres sites qui seront alors le siège de ruptures potentielles. Ce processus en chaîne épuise successivement les sites de fluage qui ont été activés par le chargement mécanique.

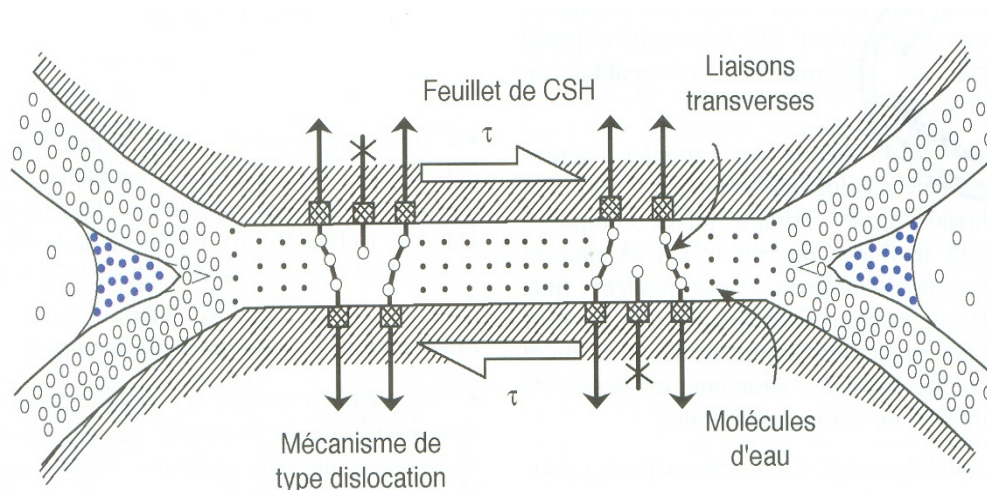


Figure 2.2: Mécanisme du fluage à long terme. Mécanisme de type dislocation dans les nanopores [Ulm & Acker,1998]

2.2.1.2 Les Mécanismes apparents

Les mécanismes apparents les plus importants influençant le fluage sont les gradients thermiques et la structure composite qui sont à l'origine de la fissuration dans le béton. La variation de la température provoque des gradients thermiques suivis de gradients hydriques. La distribution des contraintes internes résultant de ces gradients fait varier la cinétique du fluage.

La nature composite du béton est connue pour être la cause de création de fissures sur les interfaces agrégats - matrices, mais un autre mécanisme apparent peut être observé. Les agrégats ont un comportement élastique linéaire, (sous certaine contrainte) par contre la pâte de ciment a un comportement viscoélastique. Lorsque la matrice flue, la charge est progressivement transférée de la pâte vers les granulats ; ces derniers mis en précontrainte, stockent une énergie de déformation élastique, qui croît dans le temps. L'état de contrainte interne évolue donc et cette redistribution des contraintes sera déterminante vis-à-vis de la déformation différée ultérieure : augmentation des compressions dans les granulats, relaxation des contraintes dans la pâte. En cas de suppression de la charge extérieure, l'énergie bloquée dans les granulats est en partie seulement restituée.

2.2.2 LES FACTEURS INFLUENÇANT LE FLUAGE

Le fluage du béton et la vitesse de son développement dans le temps sont influencés par plusieurs paramètres liés à la composition du béton, aux conditions ambiantes et aux conditions de chargement.

D'après les études déjà faites on a pu distinguer les facteurs majeurs qui régissent ce phénomène dont on expose les plus marquants.

2.2.2.1 Influence intrinsèque

1/ Influence de la composition du béton

Le changement des propriétés mécaniques du béton, lié à l'hydratation de la pâte de ciment, ainsi que la modification de la nature et du dosage des différents constituants influence sensiblement le fluage.

Le fluage du béton est dû en partie à la présence de l'eau dans les pores fins du matériau ; la diminution du rapport eau/ciment (e/c) fait augmenter la résistance, et l'augmentation de la résistance correspond à une diminution du fluage.

La porosité (influencée par le rapport e/c) affecte directement la résistance de la pâte de ciment ce qui fait diminuer le fluage.

Le fluage d'une pâte constituée de silicates purs (C_3S , C_2S) est plus faible que dans le cas d'un ciment de type I (ciment ordinaire), la présence de petites quantités de ces composantes dans le gels de C-S-H, a une grande importance sur l'amplitude du fluage. L'augmentation de la quantité de l'aluminate tricalcique (C_3A), ou la diminution de la quantité de silicate (C_3S) fait augmenter le fluage.

Des essais effectués sur des éprouvettes en béton avec des rapport, contrainte/résistance et granulats/ciment constants, mais avec l'utilisation de ciments différents ont donné des déformations de fluage très différentes avec un rapport de 1 à 3 (fig :2.3).

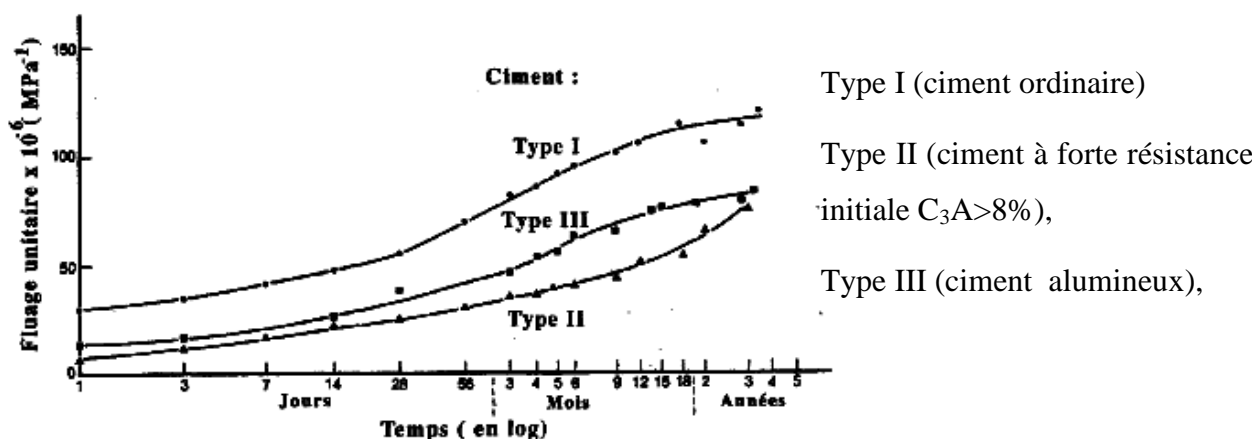


Figure 2.3: Fluage de béton sur des éprouvettes confectionnées avec différents types de ciment d'après Hummel, cité par [A.Neville 2000]

On constate que le rapport e/c au très jeune âge (âge où l'hydratation est peu avancée) n'influence pas vraiment les déformations de fluage. Après quelques jours d'âge du béton, à rapport e/c croissant il constitue un facteur d'affaiblissement de la résistance. Les bétons à fort ratio e/c contiennent un pourcentage élevé de pores et possèdent donc une capacité de rétention importante de l'eau dans le béton. Or, plus la teneur en eau (évaporable) est importante, plus les déformations de fluage en compression (fluage propre, en particulier) vont croître.

2/Influence de granulats

La majorité des roches fournissant les granulats ne fluent pas, du moins sous les contraintes subies dans le béton ; dans ce domaine de contraintes, les granulats ont un comportement élastique linéaire. L'influence des granulats sur le fluage est double, par la quantité (en modifie la part de la phase viscoélastique que constitue la pâte de ciment), et par la qualité (en termes de rigidité, dimension, porosité et adhérence).

L'augmentation de la taille des granulats améliore la raideur du matériau en réduisant la capacité de la déformation. Une granulométrie plus étalée permet d'augmenter d'autant plus la raideur mais aussi la résistance. Souvent négligée, la qualité des grains influence véritablement l'évolution de la déformation de fluage. Les résultats de la Figure (2.4) révèlent une grande importance. Après une conservation pendant 20 ans à une humidité relative de 50%, des bétons gâchés avec des granulats de grès ont présenté un fluage au moins deux fois supérieur à celui de bétons confectionnés avec des granulats

calcaires, les granulats pouvant se classer dans l'ordre croissant suivant : grès basalte, gravier granite, quartz et puis calcaire [A.Neville, 2000].

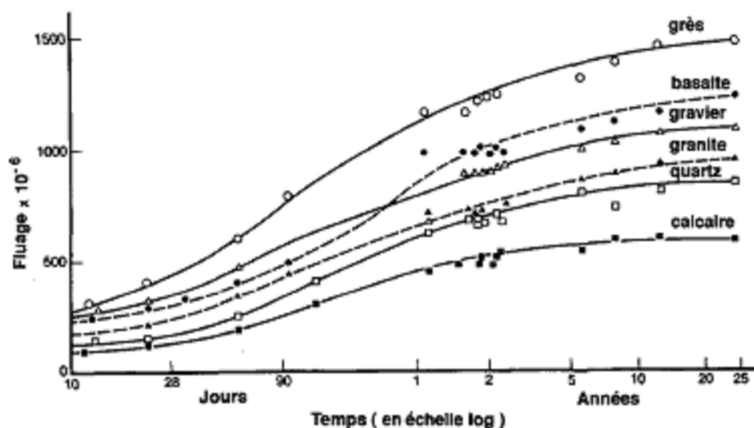


Figure 2.4: Fluage de béton de mêmes compositions confectionnées avec différents granulats [A.Neville 2000]

2.2.2.2 Influence extrinsèque

Les résultats présentés jusqu'ici proviennent des essais effectués en laboratoire sous des conditions d'environnement constantes. Or, les conditions d'environnement d'un ouvrage en service ou en court de fabrication sont en général variables dans le temps : air plus au moins sec, immersion, température élevée ou basse.

Les conditions d'environnement qui influencent directement le fluage sont la température et la variation d'humidité ; elles affectent les gels C-S-H et l'eau se trouvant dans le béton.

1/ Influence de la température

La température possède un effet non négligeable sur le mécanisme de fluage. Si la température chute, les variations de comportement sont plus mises à défaut si la structure est sollicitée par les cycles gel – dégel. Si la température augmente, la déformation de fluage est amplifiée sauf au jeune âge où, une température élevée accélère le processus d'hydratation du ciment pour produire un durcissement plus rapide en ralentissant ainsi le taux de déformation.

Ces variations d'amplitude dépendent essentiellement de la variation de viscosité de la pâte de ciment. Deux phénomènes pilotent cette variation, le premier est lié à la perte du caractère suspensif de la pâte par accélération des processus d'hydratation, le second est

la variation de la teneur en eau qui devient optimale à cette température et s'apparente à un séchage. Il est confirmé qu'une pâte de ciment chauffée ne revient pas à sa configuration initiale après refroidissement. A la chute de température, cette nouvelle configuration entraîne des contraintes au sein du matériau par des déplacements localement limités. Donc, elle confère une source de micro fissuration.

Maréchal 1969 [A.Neville, 2000] a effectué des essais sur des prismes en béton conservés un an en atmosphère saturée (20°C, 98%HR) puis élevés lentement en température. Au-delà de 100°C et pour les prisme préalablement séchés (un mois à 105°C) le fluage varie linéairement en fonction du logarithme du temps. Pour les autres prismes saturés à la mise en charge, la vitesse de fluage augmente très vite jusqu'à 60°C et même au-delà (fig :2.5).

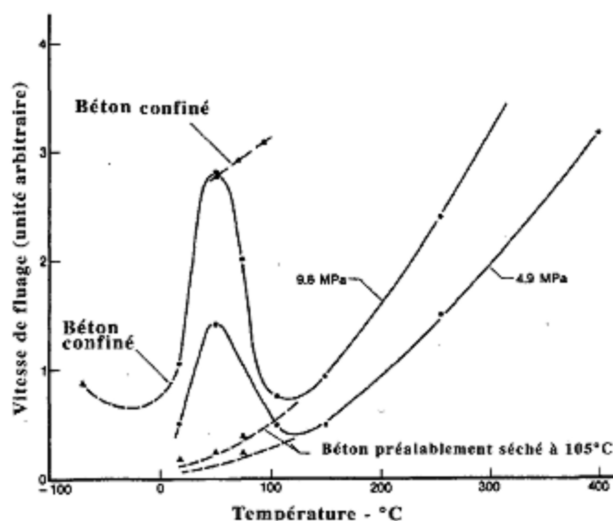


Figure 2.5: Influence de la température sur la vitesse de fluage d'après Marchal cité par [A.Neville, 2000]

2/ Influence de l'humidité relative

Lorsque le béton est soumis à une augmentation d'humidité relative au jeune âge, le taux de fluage augmente. Cette forte accélération semble liée à l'adsorption hydrique de la structure micro poreuse dont les liens et l'état micro fissuré sont relaxés par la présence d'eau. L'effet est contraire à maturité avec un taux de fluage qui diminue [A.Neville 2000] (fig : 2.6). A l'inverse, une chute d'humidité relative ralentit le taux de fluage du béton au jeune âge. A maturité, il croît et dans ce cas, il est probablement attribué à la propagation de la fissure résultante de l'état de contrainte créée par la dessiccation.

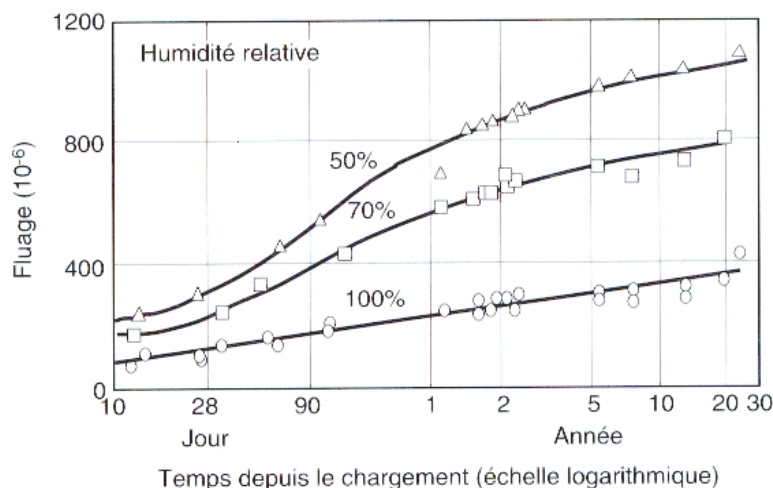


Figure 2.6: Déformation de fluage de béton mûri dans une chambre humide pendant 28 jours puis chargés et conservés à différents degrés d’humidité relative [A.Neville, 2000]

3/ Influence du taux de contrainte appliquée

La déformation de fluage se décompose suivant trois phases d’évolution primaire, secondaire et tertiaire qui s’introduisent successivement avec l’augmentation des contraintes et possèdent des caractéristiques différentes en terme de déformation ϵ , de vitesse de déformation ϵ' et d’accélération de la déformation ϵ'' .

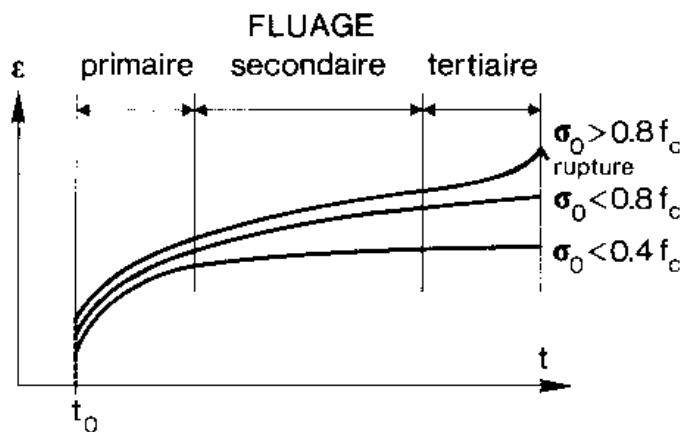


Figure 2.7: Fluage primaire, secondaire et tertiaire [M.Koprna, 1986]

Les déformations de fluage évoluent suivant une cinétique primaire lorsque le palier de chargement ne dépasse pas 40% de f_c . La déformation se stabilise et tend vers une valeur asymptotique. Dans cette gamme de sollicitation, les déformations sont issues à

l'échelle du matériau. Le glissement résultant se localise dans la pâte de ciment. Les pertes de cohésion et les micro-fissures générées aux interfaces demeurent peu nombreuses.

Le dépassement du premier seuil modifie la cinétique primaire en secondaire, lorsque le niveau de sollicitation atteint environ 50% de la résistance. On distingue la phase primaire de la phase secondaire respectivement par une vitesse de déformation décroissante et une vitesse de déformation constante. Cette seconde évolution est concomitante avec l'apparition des premiers signes d'endommagement du matériau.

Pour ces deux cinétiques, le matériau reste intègre dans la première phase et commence à se disloquer dans la seconde. Néanmoins, la structure conserve une configuration stable. Au dépassement du second seuil de contrainte, la cinétique secondaire évolue en tertiaire. C'est un changement rapide et souvent brutal où la vitesse de déformation augmente considérablement. Dans cette ultime phase, la structure perd sa configuration stable pour rompre à plus ou moins longue échéance.

Sur la figure (2.8) on peut voir la dépendance du fluage au niveau de contrainte appliquée. Lorsque celle-ci est inférieure à environ la moitié de la résistance à la compression du béton, le fluage est approximativement proportionnel à la contrainte appliquée et il est défini comme du fluage linéaire. A des niveaux de contrainte élevée, le fluage augmente à une vitesse plus rapide et devient non linéaire par rapport à la contrainte. Ce comportement non linéaire du fluage à des niveaux de contrainte élevée est probablement lié à une augmentation de la micro fissuration. [R.Favre 1997].

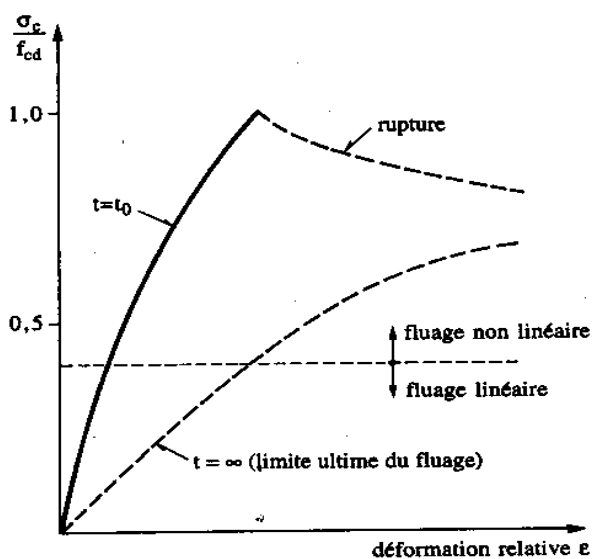


Figure 2.8: Influence de l'intensité et de la durée du chargement sur le fluage [R. Favre 1997]

Lorsque le béton est sollicité en traction les déformations de fluage restent linéaires jusqu'à 30% voire 40% de la résistance. En revanche, lorsqu'on s'approche du domaine non linéaire à proximité de la résistance, les ruptures surviennent brutalement (contrairement au cas de la compression, elles fournissent des valeurs de déformation de fluage très aléatoires). D'ailleurs peu d'essais de fluage en traction ont été réalisés et les résultats s'avèrent parfois contradictoires [Bissonnette & Pigeon 1995 cité par Berthollel, 2003].

4/ Effet de l'âge lors du premier chargement

Le fluage est un phénomène vieillissant en ce sens où plus le matériau est âgé lors du chargement, plus les déformations mesurées sont faibles comme le montre la figure (2.9).

Le degré d'hydratation augmente avec l'âge. Donc avec l'âge, la porosité de la pâte de ciment décroît et l'écoulement de l'eau adsorbée devient plus difficile et donc il y a réduction du fluage.

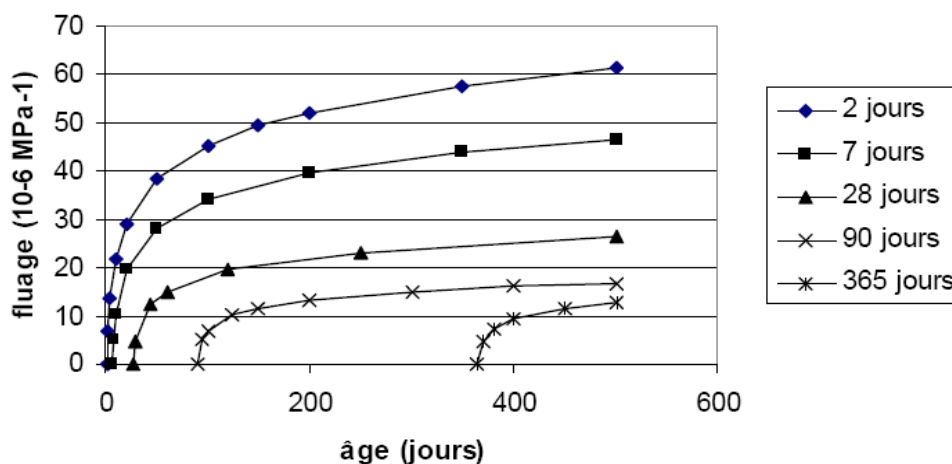


Figure 2.9: Fonctions de fluage obtenues à différents instants de chargement d'éprouvette en béton [G.Pons & J.Torrenti, 2008]

2.3 LA DEFORMATION DE RETRAIT

Le mécanisme de retrait du béton ne constitue pas notre thème de recherche principale. Cependant, son action différée interfère avec le mécanisme de fluage en modifiant le comportement du béton. Cette interaction nous amène à la présentation du retrait du béton même si elle n'est pas exhaustive, regroupe les principales sources du mécanisme ainsi que les cinétiques de comportement.

En l'absence de chargement, les déformations résultantes sont des contractions appelées retrait. Elles sont surtout en relation avec sa dessiccation par échange d'eau avec le milieu ambiant et son auto dessiccation par hydratation du ciment lors de la structuration de la pâte.

On peut attribuer le retrait des bétons à trois phénomènes :

La réaction chimique de l'eau avec les composants du ciment est fortement exothermique. Selon les conditions aux limites et la taille des pièces, cette chaleur peut diffuser « rapidement » sans provoquer d'élévation notable de température du matériau, ou bien occasionner un réchauffement temporaire de celui-ci. Lorsque la température ambiante est inférieure à la température maximale atteinte dans les pièces, la prise se fait alors à chaud et des gradients de contraintes se développent au cours du refroidissement qui occasionne **un retrait thermique**, fonction de l'écart de température et du coefficient de dilatation thermique du matériau.

Le durcissement de la pâte de ciment s'accompagne de variations dimensionnelles, qui apparaissent dès les premières réactions chimiques, et qui peuvent être au cours des premières heures un gonflement, mais qui se traduisent presque toujours par un volume apparent final décroissant, il est dû à la contraction selon le Châtelier 1900 [A.Neville, 2000], le retrait ainsi causé résulte d'une auto dessiccation de la pâte due à la poursuite de l'hydratation qu'on appelle **le retrait endogène** ou d'auto dessiccation ou d'hydratation.

Outre les phénomènes endogènes, les variations hygrométriques du milieu extérieur provoquent des déformations spontanées du béton, qu'on nomme le **retrait de dessiccation** ou le **retrait de séchage**. Lorsque le degré hygrométrique extérieur est supérieur à celui régnant dans la porosité du matériau, entraîne des variations dimensionnelles considérables de la pâte de ciment durcie, il possède une amplitude très importante devant les autres retraits. Difficiles à déterminer directement à cause de la lenteur du processus. Le retrait de dessiccation dépend fortement de l'environnement

hygrométrique et de ses variations (conditions de conservation) qui interviennent sur l'accélération ou le ralentissement du séchage. Selon le matériau et son épaisseur, le séchage peut prendre fin au bout de quelques années (structures massives). Pour les structures de faibles épaisseur, un changement brusque d'ambiance par ré-humidification ou un séchage intense conduit à un endommagement du matériau en générant des efforts de traction trop important devant la résistance effective du béton.

2.3.1 MECANISMES DU RETRAIT

Le départ de l'eau présente initialement dans les pores du béton induit une déformation du squelette solide. Les expériences de retrait de dessiccation montrent que la distribution des pores et les caractéristiques du gel C-S-H ont une influence prépondérante sur la déformation de retrait de dessiccation [A.Neville 2000]. Trois principaux modèles microstructuraux proposent un mécanisme pour le retrait de dessiccation : le modèle de Powers (1968), le modèle de Feldman-Sereda [Feldman et Sereda 1968] et le modèle de Munich [Wittmann 1973]. Toutefois, il semble que le retrait de dessiccation ne résulte pas d'un mécanisme unique, mais plutôt de la combinaison de plusieurs mécanismes. Les trois principaux mécanismes proposés pour les valeurs usuelles de l'humidité relative sont liées aux effets de :

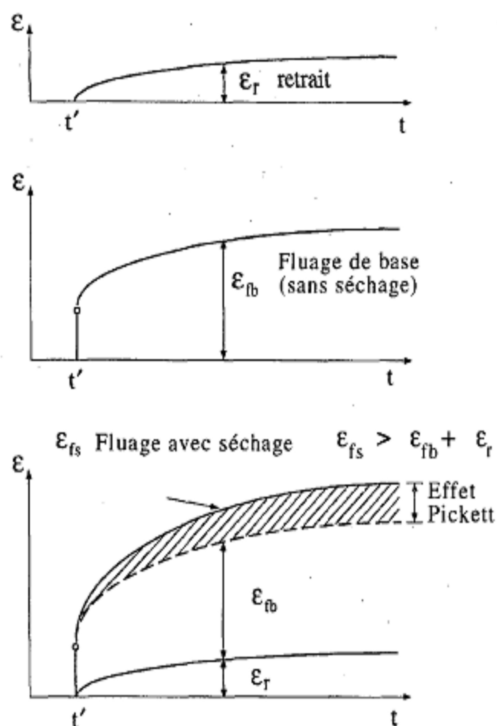
La pression capillaire : Elle résulte de l'équilibre liquide-vapeur dans la porosité capillaire du béton. La diminution de l'humidité relative au sein du béton (du fait du séchage) induit une diminution de la pression de l'eau liquide, provoquée par la vaporisation de celle-ci. La coexistence des phases liquides (eau) et gazeuses (vapeur d'eau et air sec) entraîne la formation d'un ménisque à l'interface liquide / gaz, et donc l'apparition de tensions capillaires. Elles entraînent alors la contraction du squelette solide et provoque ainsi le retrait de dessiccation ;

La pression de disjonction : L'eau associée à la pression de disjonction est en équilibre avec l'humidité relative environnante. Une diminution de l'humidité relative entraîne un départ de cette eau. Il se produit alors une diminution de l'épaisseur de la couche d'eau adsorbée dans la zone d'adsorption empêchée et donc une diminution de la pression de disjonction. Il en résulte alors une déformation du squelette solide qui correspond à la déformation de retrait ;

La variation de l'énergie surfacique solide : L'énergie surfacique des particules de gel C-S-H crée des contraintes de traction en surface et des contraintes de compression au sein du solide. Lorsqu'il y a adsorption, les tensions surfaciques diminuent et s'il y a désorption, les contraintes induites augmentent, provoquant une contraction du solide et donc une déformation de retrait.

2.3.2 INTERACTION ENTRE LE FLUAGE ET LE RETRAIT (EFFET PICKETT)

Le fluage avec séchage sur des éprouvettes non étanchées est obtenu après déduction du retrait moyen à partir des déformations totales mesurées. Les valeurs du fluage avec séchage sont plus grandes que celles du fluage de base, donc sans séchage. Cette différence est due à l'interaction entre le retrait et le fluage, qu'on appelle communément l'effet Pickett. Ce phénomène a été observé par plusieurs auteurs, [Ali & Kesler 1963], [Hermite 1965] et [Neville 2000]. Cela est dû au fait que les deux phénomènes sont influencés par les mêmes facteurs durant le séchage de l'éprouvette (fig :2.10). Selon Pickett les contraintes induites par le retrait provoquent la non linéarité du fluage, avec des déformations beaucoup plus grandes que celles du fluage de base.



ϵ_r : déformation du retrait

ϵ_{fb} : déformation du fluage de base

ϵ_{fs} : déformation du fluage avec séchage

Figure 2.10: Illustration schématique de l'interaction fluage-retrait (effet Pickett)[A.Neville 2000]

[Bazant et Chern 1985], en confirmant les hypothèses de Pickett, proposent quatre autres mécanismes pouvant être à l'origine de ce phénomène : retrait causé par la contrainte, adoucissement en traction dû à une fissuration progressive, l'irréversibilité de la contraction au déchargement après la diminution de la contrainte en traction, et l'augmentation de la rigidité du matériau avec l'âge.

Lorsqu'une structure en béton est soumise au séchage, elle est le siège de gradients d'humidité et de température, qui vont entraîner ce que l'on peut appeler des autocontraintes de structure. Ces autocontraintes peuvent expliquer d'une part les fissurations des surface des éléments de béton en l'absence de chargement et, d'autre part, justifier une partie de la déformation de fluage avec séchage (fig : 2.11)

La figure (2.11a), montre la répartition de la perte de masse, dans une éprouvette cylindrique, due au départ de l'eau par dessiccation externe. Ce gradient hydrique provoque donc des retraits différentiels. Si l'éprouvette était constituée de fibres de béton verticales indépendantes, celles de la périphérie se raccourciraient plus que celles du centre et on aurait le comportement décrit par la figure (2.11b). Les fibres n'étant pas indépendantes, il y a des déformations empêchées et apparition d'autocontraintes de compression au centre de l'éprouvette qui est donc soumis à un fluage local et d'autocontraintes de traction sur sa périphérie figure (2.11c).

En l'absence de chargement externe (retrait libre), ces contraintes de traction peuvent dépasser la résistance en traction du béton. Il y a donc fissuration périphérique figure (2.11d). Ceci a pour conséquence de libérer une part des autocontraintes.

Inversement, si l'on applique une compression maintenue dans le temps figure (2.11^e), celle-ci a pour effet de diminuer l'effet de traction et d'empêcher la fissuration figure (2.11f). Or, cette fissuration qui, lors du retrait permettait la libération d'une partie des autocontraintes, entraînait une diminution du retrait potentiel de l'éprouvette. Dans le cas du fluage, cette diminution n'existe plus.

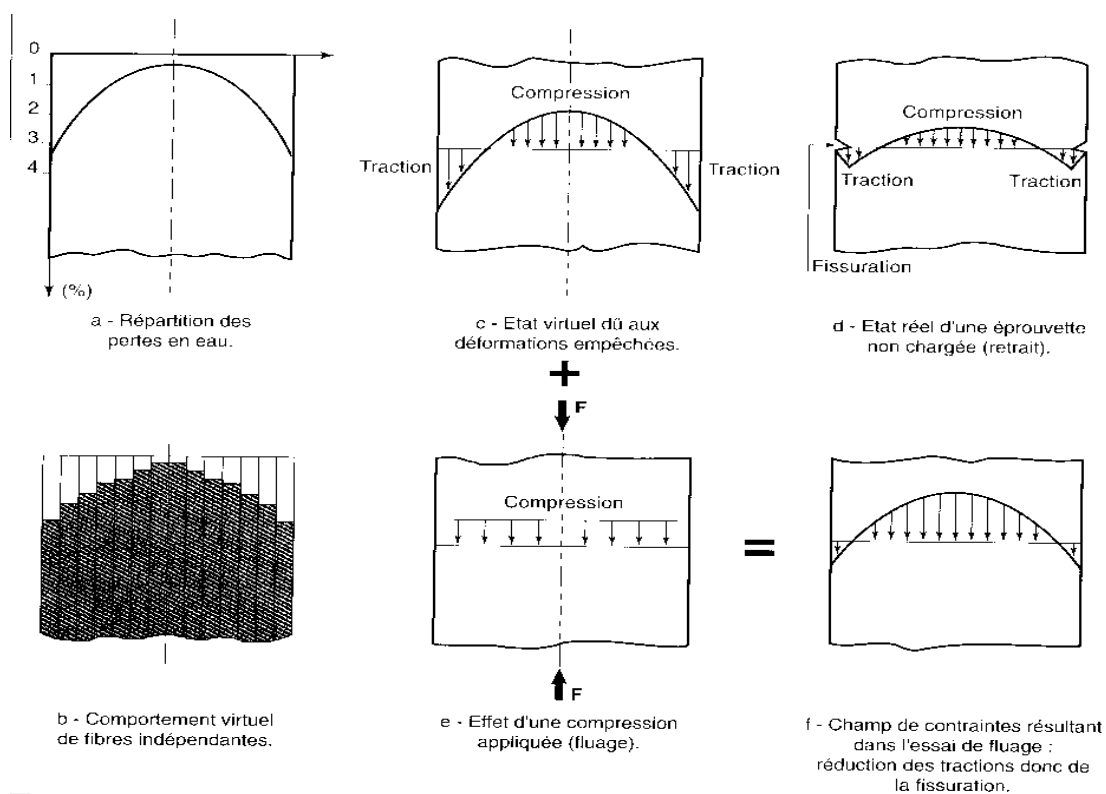


Figure 2.11: Illustration des autocontraintes de structures, d'après [G.Pons 1998]

L'interaction des mécanismes de fluage et du retrait est difficile à identifier. Pour faciliter la partition des déformations résultantes de chacun des mécanismes, la configuration particulière du test de retrait empêché est une solution (condition aux limites figée en déplacement). Pour un béton non chargé, au jeune âge, ce test permet l'observation de la relaxation par fluage des contraintes de tractions initiées par le retrait. L'initiation des contraintes est obtenue par blocages des déplacements de béton.

Le test de retrait empêché proposé par [Kovler et al 1999] est mis en œuvre en plaçant en parallèle deux éprouvettes identiques. La première est libre de tout mouvement et subit un retrait dit libre, elle sert de référence pour les résultats de la seconde éprouvette qui se trouve placée à l'inverse, dans une configuration qui limite les déplacements à ses extrémités (fig : 2.12).

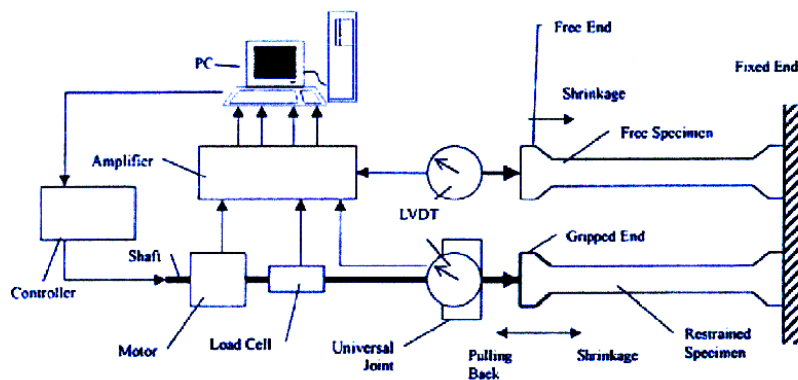


Figure 2.12: Appareillage du test de retrait empêché [Kovler & AL.,1999]

Les déformations de retrait supposées identiques à la première éprouvette se trouvent alors empêchées par les conditions aux limites et provoquent une mise en traction du matériau. Au cours de l’essai, la chute des contraintes dues au retrait prouve une participation du fluage ou de la relaxation.

A partir des deux essais réalisés en simultanéité, la déformation du fluage est déterminée pour chaque pas de temps, de la partition des déformations :

$$\epsilon_{total}(t) = \epsilon_c(t) + \epsilon_{sh}(t) + \epsilon_f(t) = 0 \tag{2.1}$$

Avec :

$\epsilon_{sh}(t)$: La déformation du retrait mesurée sur le spécimen soumis au retrait libre.

$\epsilon_c(t)$: La déformation élastique déterminée à chaque cycle de compression du test de retrait empêché (fig :2.13).

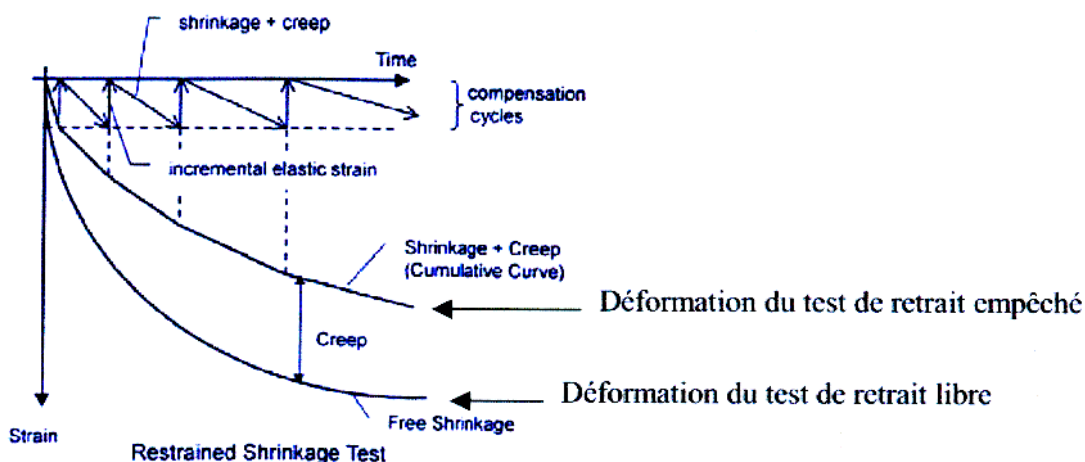


Figure 2.13: Résultats d’analyse du test de retrait empêché [Kovler & Al.,1999]

Le retrait libre étant plus grand que le retrait empêché (fig :2.13) il est possible de conclure une dépendance du retrait aux mécanismes de fluage. La chute d'amplitude du retrait correspond indifféremment à la partition du fluage propre et du fluage de dessiccation, dont les déformations s'ajoutent pour contrer celles de retrait [Kovler 1995].

2.4 LA RELAXATION

La relaxation d'un élément en béton ou des câbles des précontrainte se traduit par la diminution graduelles des contraintes dans le temps dans l'élément ou dans les câbles soumis à des déformations imposées. On parle de relaxation intrinsèque si la déformation imposée est maintenue constante dans le temps.

2.4.1 RELAXATION DU BETON

Tout comme pour le fluage, plus l'âge du béton au moment de la déformation imposée est avancé, plus la relaxation sera faible. En effet, le béton étant un matériau vieillissant, son module d'élasticité augmente avec le temps.

2.4.2 RELAXATION DES ACIERS

Contrairement au béton, l'acier est considéré comme un matériau non vieillissant ($E_s = \text{constante}$).

Les aciers de construction métallique et les armatures passives présentent des valeurs de fluage et de relaxation nulles en service. Ils ne présentent donc pas d'effets différés.

En ce qui concerne l'acier de précontrainte, son comportement est non linéaire et dépend des sollicitations initiales. La diminution de tension dans un câble de précontrainte pourra donc être exprimée comme une fonction de l'intervalle de temps écoulé depuis la mise en tension du câble et de la sollicitation initiale appliquée aux câbles. Cependant, dans un élément en béton précontraint, la relaxation intrinsèque du câble est atténuée par le fluage et le retrait du béton. Pour en tenir compte, on considérera une perte de tension réduite dans le calcul des pertes dans les torons par relaxation [R. Favre, 1997 ; Koprna, 1986].

2.5 DESCRIPTION MATHÉMATIQUE DES MÉCANISMES MIS EN JEU

Une fois les mécanismes physiques explicités, il faut établir les équations de base pour chacun de ces phénomènes caractérisant les effets différés du béton. Partons de ces équations une méthode d'analyse de section sera présentée au chapitre IV: la méthode de la section ajustée.

2.5.1 RELATIONS FONDAMENTALES

Pour modéliser le fluage et le retrait, les codes de calcul utilisent des modèles avec deux types de formulation : la sommation et le produit.

Dans le modèle avec formulation en produit (appelé aussi modèle avec vieillissement), l'expression de la déformation de fluage est donnée par le produit d'une fonction décroissante qui tient compte de l'âge de chargement t_0 avec une fonction croissante représentant le développement du fluage sous chargement dans le temps $(t-t_0)$.

$$\varepsilon_f = g(t_0) \times f(t - t_0) \quad (2.2)$$

$f(t-t_0)$: fonction du développement du fluage,

Par contre dans le modèle, avec formulation en sommation (appelé aussi vitesse d'écoulement), la fonction fluage est séparée en deux : l'élasticité retardée plus l'écoulement.

$$\varepsilon_f = g(t - t_0) + [f(t) - f(t_0)] \quad (2.3)$$

- $g(t-t_0)$ est une fonction croissante représentant l'élasticité retardée,
- $[f(t) - f(t_0)]$ en fonction du temps t représente l'écoulement relatif à la partie réversible du fluage.

Dans les modèles de base utilisant les deux types d'équations, des fonctions supplémentaires peuvent être rajoutées pour tenir compte de la variation d'autres paramètres influant sur le fluage, tels que, la variation d'humidité, la composition du béton... etc.

2.5.1.1 Principe de superposition

Le fluage est défini comme étant la déformation sous une charge constante. En réalité les charges d'une construction peuvent varier au cours du temps. Pour pouvoir

prédire le fluage sous les charges variables, on introduit le principe de superposition [Baron 1982]. Selon ce principe, une charge variable dans le temps peut être décomposée en différentes charges constantes. Les déformations provoquées par les charges constantes qui sont appliquées aux différents temps t_i sont superposées, ceci est montré sur la figure (2.14).

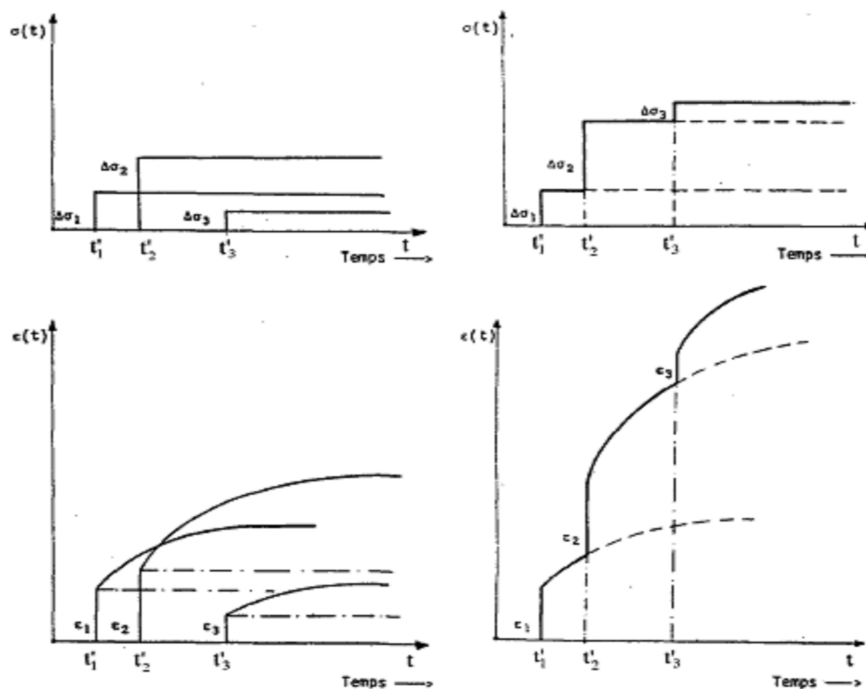


Figure 2.14: Principe de superposition pour le cas d'un chargement étagé [Baron 1982]

La courbe du fluage produite par une histoire de contraintes croissantes est admise égale à la somme des courbes de fluage produites par chaque incrément de contrainte appliquée indépendamment.

Dans le cadre de la méthode exposée ici, on admet que le béton est un matériau viscoélastique linéaire. Cette hypothèse étant admise, le principe de superposition est applicable et permet d'écrire la réponse (déformation: ϵ) à une sollicitation (contrainte: σ) à partir de la fonction de fluage.

Ainsi, pour une histoire de contrainte σ quelconque, et en introduisant la variable indépendante τ ($t_0 \leq \tau \leq t$), la réponse ϵ est donnée par l'équation suivante :

$$\epsilon(t, t_0) = \int_{t_0}^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \tag{2.4}$$

De même à déformation imposée, par la loi :

$$\sigma(t, t_0) = \int_{t_0}^t R(t, \tau) d\varepsilon(\tau) \quad (2.5)$$

Dans ces expressions, $J(t, t_0)$ est la fonction de fluage et $R(t, t_0)$ la fonction relaxation. Ces deux fonctions sont liées par une intégrale Stieltjes.

Par conséquent pour une sollicitation, où la variation de contrainte (σ) varie graduellement, la réponse en introduisant l'intégrale de Rieman peut s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon = \sigma_0 \times J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.6)$$

Où :

τ : Est la variable indépendante temps.

La résolution de cette équation n'est pas du tout aisée. En effet, il s'agit d'une équation intégrale. Pour déterminer la solution, il faut utiliser soit une méthode numérique soit une méthode algébrique approchée. Cette dernière a l'avantage de mettre en évidence rapidement les éléments importants du comportement dans le temps. C'est la raison pour laquelle une des méthodes algébriques approchées sera analysée en détail dans ce mémoire. Les méthodes algébriques approchées remplacent l'évolution de l'intégrale contenue dans l'équation ci-dessus par une expression plus facilement calculable [R. Favre 1997].

Dans le cas où la sollicitation σ présente plusieurs paliers, σ_i , introduite aux instants t_i la réponse serait :

$$\varepsilon = \sum \sigma_i J(t, t_i) + \int_0^t J(t, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.7)$$

La propriété de linéarité contient deux hypothèses : la propriété de proportionnalité de la déformation à la contrainte appliquée et la propriété d'additivité des déformations mécaniques totales. La proportionnalité de la déformation à un instant donné, à la contrainte appliquée est vérifiée pour des amplitudes inférieures à 40% de la résistance [Gaucher, 1982] (fig :2.15), par contre, la propriété d'additivité des déformations pour un programme de chargement complexe est mal vérifiée.

Il est bien connu que le principe de superposition présente plusieurs limitations et qu'il est mal vérifié dans le cas d'un chargement non monotone ou de dessiccation significative. Cette non linéarité est liée à des phénomènes d'endommagement dans le béton. On peut observer la violation de ce principe sur la (fig :2.16).

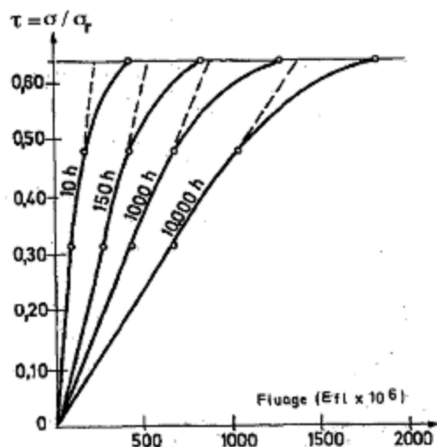


Figure 2.15: Proportionnalité de la déformation à la contrainte, d'après [Gaucher 1982]

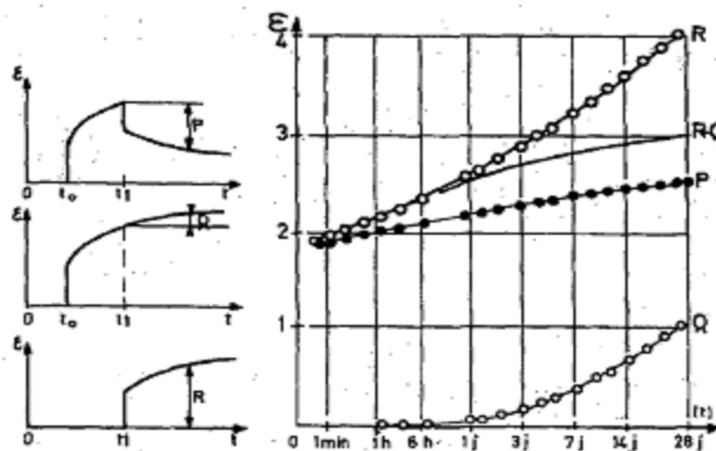


Figure 2.16: Etude de l'hypothèse de l'additivité des déformations mécaniques totales, d'après [Gaucher 1982]

Pour ces matériaux, par exemple le béton et les aciers, étudions successivement :

- Le fluage : analyse de la réponse ϵ sous la sollicitation σ ;
- Le retrait : analyse du changement de dimensions en absence de sollicitations ;
- La relaxation : analyse de la réponse σ sous une sollicitation ϵ

2.5.2 FLUAGE ANALYSE DE LA REPONSE ε SOUS SOLLICITATION σ

Partant de l'état de contrainte nul, admettons qu'une contrainte σ_0 soit appliquée au temps $t = t_0$ (âge de mise en charge) et maintenue constante pour $t > t_0$:

La sollicitation imposée est représentée par $\sigma = \sigma_0$.

Observant l'évolution de la déformation relative ε correspondante en fonction du temps. Nulle pour $t < t_0$, elle subit pour $t = t_0$ un saut $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E_0$ (E_0 étant le module d'élasticité au temps t_0) et croît pour $t > t_0$:

La réponse est représentée par : $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_L$.

Il est commode de mettre l'évolution de ε sous forme la suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) = \sigma_0 \times \frac{1}{E_0} \times (1 + \varphi) = \sigma_0 \mathbf{J} \quad (2.8)$$

Où :

$$\varphi = \varphi(t_0, t, \sigma_0, H, C, h_{ef}, T, \dots)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(t, t_0, \sigma_0, H, C, h_{ef}, T, \dots)$$

φ : Étant le coefficient de fluage défini comme le rapport entre l'augmentation de la déformation relative libre ε_L dans le temps et la déformation relative instantanée

$\varepsilon_0 = \sigma_0 / E_0$, où E_0 est le module d'élasticité ou module de Young au temps $t=t_0$ (initial).

\mathbf{J} : Est la fonction fluage qui représente la déformation relative au temps t par suite d'une sollicitation $\sigma_0 = 1$

En général la fonction fluage, ainsi que le coefficient de fluage, ne dépendent pas seulement de l'âge de mise en charge t_0 et de la durée pendant laquelle la sollicitation est maintenue, mais aussi de plusieurs paramètres parmi lesquels les plus importants sont l'humidité relative HR, consistance C du béton lors de sa mise en place, les dimensions de la section, la température et la valeur de la sollicitation σ_0 .

Un cas particulier très important pour les résultats que nous pouvons en tirer, est celui où la sollicitation σ est introduite par un saut σ_0 au temps t_0 et ensuite par une augmentation graduelle jusqu'à la valeur $\Delta\sigma$.

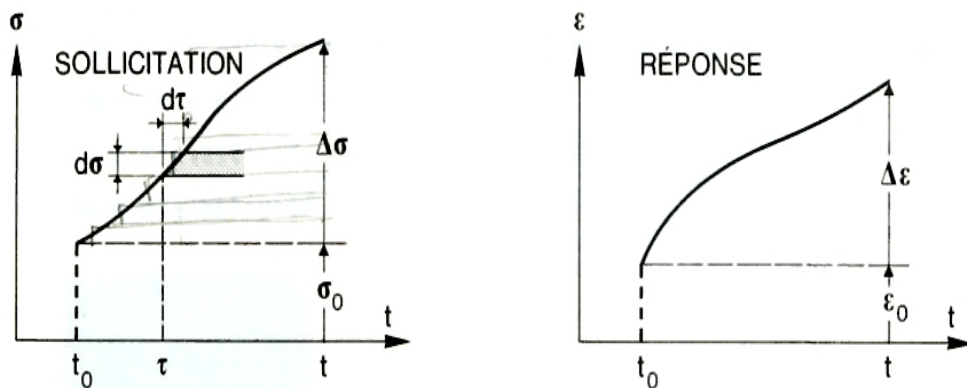


Figure 2.17: Evolution de déformation ε sous l'action de contraintes σ_0 .

D'après l'équation (2.6) :
$$\varepsilon = \sigma_0 \times J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

L'équation (2.8) peut être exprimée aussi sous la forme

$$\varepsilon = \sigma_0 \times J(t, t_0) + \frac{\Delta \sigma}{E_0} \times (1 + \chi(t, t_0) \times \varphi) \tag{2.9a}$$

En simplifiant l'écriture de l'équation (2.9a)

$$\varepsilon = \sigma_0 \times J + \frac{\Delta \sigma}{E_0} \times (1 + \chi \times \varphi) \tag{2.9b}$$

Où :

$\chi = \chi(t, t_0)$: est le coefficient de vieillissement dont la valeur est inférieure à 1.

Le coefficient de vieillissement χ dépendant surtout du coefficient de fluage. En effet, si une increment de contrainte $\Delta \sigma$ est appliquée graduellement durant un intervalle de temps (t_i, t) , le fluage va se produire sur un béton plus vieux que celui correspondant à la mise en charge.

Cette méthode prend en compte l'âge du béton par l'intermédiaire du coefficient de vieillissement χ et permet ainsi de résoudre de manière simple des problèmes liés au comportement différé du béton.

De la comparaison entre les équations (2.6) et (2.9b) il découle :

$$\chi = \chi(t, t_0) = \frac{E_0}{\Delta \sigma \times \varphi(t, t_0)} \int J(t, \tau) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau - \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \tag{2.10}$$

Nous constatons que χ ne dépend pas seulement du module d'élasticité E_0 et du coefficient de fluage, mais aussi de toute l'histoire du chargement. L'évaluation de ce coefficient sera effectuée plus loin § 2.5.5.

En écrivant les termes de l'équation précédente en tant que déformations, on a :

$$\sigma_0 \phi = \frac{\Delta \sigma}{E_{c0}} (1 + \chi \phi) = \frac{\Delta \sigma}{E^*} = \varepsilon^*$$

où : $\varepsilon^* + \varepsilon_L = \Delta \varepsilon$ représente la variation de déformation $\Delta \varepsilon$ entre le temps de chargement (t_0) et temps d'observation (t). C'est ainsi nous pouvons écrire l'équation de base suivante, formulée par [Koprna 1986].

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_L + \frac{\Delta \sigma}{E^*} \quad (2.11)$$

Où

$\varepsilon_L = \varphi(t, t_0) \times \varepsilon_0$: Représente la déformation relative libre par suite du fluage

E^* : le module d'élasticité ajusté :

$$E^* = E^*(t, t_0) = \frac{E_0}{1 + \chi \times \varphi(t, t_0)} \quad (2.12)$$

2.5.3 ANALYSE DU RETRAIT

En absence de sollicitation, le retrait intrinsèque, donc non empêché, traduit le changement de dimension de l'élément de base que nous avons choisi.

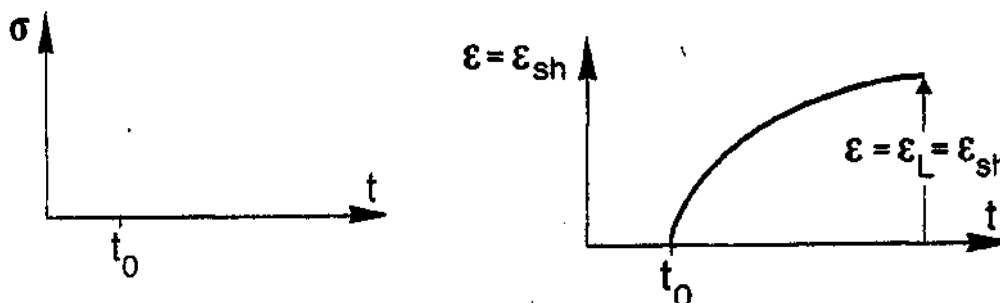


Figure 2.18: Evolution de la déformation relative de retrait

Dans ce cas la déformation relative est donnée par :

$$\varepsilon = \varepsilon_L = \varepsilon_{sh}(t, t_0, H, C, h_{ef}, T, \dots) \quad (2.13)$$

$\varepsilon_L = \varepsilon_{sh}$: Représente la déformation relative libre par suite du retrait

Dans le cas où le retrait est entravé (empêché), une sollicitation $\Delta\sigma$ se développe graduellement. La réponse en déformation ε en tenant compte du fluage qui intervient sur l'effet des sollicitations σ . En admettant le principe de superposition, la réponse est donnée par:

$$\varepsilon = \varepsilon_{sh} + \int_{t_0}^t \mathbf{J}(t, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.14)$$

Avec le temps t , l'âge du matériau à partir duquel le retrait est considéré. L'équation (2.13) peut être exprimée aussi sous la forme ($\varepsilon_0 = 0$) :

$$\varepsilon = \Delta\varepsilon = \varepsilon_L + \frac{\Delta\sigma}{E^*} = \varepsilon_{sh} + \frac{\Delta\sigma}{E^*} \quad (2.15)$$

Equation qui est semblable à celle qui a été développée pour le fluage (équation (2.11)) avec pour seule différence la définition de la déformation relative libre $\varepsilon_L = \varepsilon_{sh}$.

2.5.4 ANALYSE DE LA RELAXATION : REPOSE σ SOUS UNE SOLLICITATION ε

Par définition la relaxation est la diminution graduelle dans le temps des contraintes puis maintenues à déformation constante. Dans les ouvrages en béton précontraint, ce phénomène intéresse le béton et les câbles de précontrainte.

Lorsque la sollicitation est une déformation relative instantanée qui est gardée inchangée par la suite, la réponse au temps $t > t_0$ est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma_r = \sigma_0 \left(1 + \frac{\Delta\sigma_r}{\sigma_0} \right) = \varepsilon_0 \times E_0 \left(1 + \frac{\Delta\sigma_r}{\sigma_0} \right) = \varepsilon_0 E_0 (1 + r) = \varepsilon_0 R \quad (2.16)$$

$$\frac{\Delta\sigma_r}{\sigma_0} = \frac{\Delta\sigma_r}{\sigma_0}(t, t_0, \varepsilon_0, H, C, h_{ef}, T, \dots)$$

$$R = R(t, t_0, \varepsilon_0, H, C, h_{ef}, T, \dots)$$

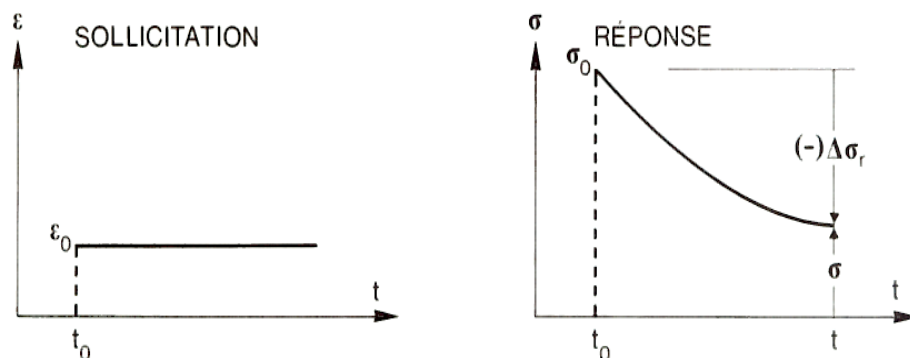


Figure 2.19: Evolution de la relaxation intrinsèque

La fonction de relaxation R représente la contrainte actuelle par suite d'une déformation relative unitaire constante qui dépend non seulement de l'âge de mise en charge t et de la durée de la période $t_0 - t$, mais également des paramètres telles que l'humidité ambiante H , la consistance C du béton lors de sa mise en place, des dimensions de la section, de la température T et de la valeur de la sollicitation initiale ε_0 .

σ_r : diminution de la contrainte au court du temps par suite de la relaxation.

$r(t, t_0)$: coefficient de relaxation $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}$, défini comme la diminution σ_r de la contrainte initiale par rapport à celle-ci.

Pour un matériau à viscoélasticité linéaire la réponse σ est proportionnelle à la sollicitation ε_0 , ce qui revient à dire que la fonction relaxation et par conséquent le coefficient de relaxation, sont indépendants des sollicitations.

Un cas particulier très important pour les résultats que nous pouvons en déduire, est celui où la sollicitation est introduite par un saut ε_0 au temps t_0 et ensuite par une augmentation graduelle pendant la période (t, t_0) peut s'écrire :

$$\sigma = \varepsilon_0 \times r(t, t_0) + \int_{t_0}^t r(t, \tau) \times \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.17)$$

2.5.4.1 Relaxation des aciers précontraints

Le comportement non linéaire des câbles (la relaxation étant dépendante des sollicitations) ne nous permet pas d'utiliser à priori la superposition, cependant nous pouvons chercher une solution approchée à l'aide de l'équation de base (2.11). A cet égard exprimons la déformation relative ε d'un câble par :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \frac{\Delta\sigma_r^\infty}{E_0} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \quad (2.18)$$

Pour définir la déformation libre dans le cas de la relaxation intrinsèque nous pouvons faire :

$$\Delta\varepsilon = 0 = \varepsilon_1 + \frac{\Delta\sigma_r^\infty}{E_0}; \varepsilon_1 = -\frac{\Delta\sigma_r^\infty}{E_0} \quad (2.19)$$

Et par cette relation le problème est résolu en ce qui concerne la relaxation intrinsèque.

La diminution des contraintes dans les aciers de précontrainte peut être exprimée sous la forme générale suivante :

$$\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_r^\infty \xi_r (t - t_0) \quad (2.20)$$

ξ_r : Evolution de la relaxation.

$\Delta\sigma_r^\infty$: Valeur finale de la relaxation $\Delta\sigma_r$, fortement dépendante de la contrainte initiale σ_0 et en particulier du type de câble et de la température.

Dans le cas d'un câble de précontrainte, la déformation libre peut donc s'exprimer par l'équation suivante :

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\sigma_r^\infty}{E_0} \quad (2.21)$$

Au chapitre suivant, nous présentons les courbes de $\overline{\Delta\sigma_r^\infty}$ en fonction de $\overline{\sigma_0}$ ainsi que l'évolution de ξ_r dans le temps selon la norme proposée.

Notons que, pour les aciers de précontrainte, nous avons éliminé dès le début le coefficient de vieillissement (il est lié au fluage linéaire et donc à l'hypothèse de superposition). De ce fait, nous posons tout simplement le coefficient de vieillissement

égal à zéro ; par conséquent le module d'élasticité ajusté des aciers de précontrainte est identique au module d'élasticité initial.

Les équations (2.6) et (2.17) permettent la mise en évidence de la relation existant entre la fonction fluage et la fonction relaxation. En effet si nous connaissons la fonction fluage et nous imposons $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1$, la résolution de l'équation intégrale (2.6) nous donne la valeur de σ de même si nous connaissons la fonction relaxation et nous imposons la contrainte $\sigma = \sigma_0 = 1$, la résolution de l'équation intégrale (2.17) donne la valeur de la déformation.

2.5.5 SOLUTION DIRECTE : COEFFICIENT DE VIEILLISSEMENT χ

L'équation de base développée pour le fluage, le retrait et la relaxation n'ont fait que déplacer le problème de la recherche d'une solution de l'intégrale générale (équation (2.6)) en introduisant une nouvelle fonction inconnue $\chi(t, t_0)$ (équation (2.10)) qui, en fait, dépend de toute l'histoire (également inconnue) des contraintes entre t_0 et t . [R. Favre, 1997]. L'intérêt de l'introduction de cette nouvelle variable réside dans le fait que l'on peut particulariser l'expression du coefficient de vieillissement pour certaines histoires de contraintes ou déformations.

Mais la difficulté reste de définir une expression simple pour le coefficient de vieillissement. C'est cela que nous proposons de faire.

Lorsque la déformation relative ε est affine à la fonction fluage J et que la contrainte est affine à la fonction relaxation r c'est-à-dire que :

$$\varepsilon = a + b \times J \quad (2.22)$$

$$\sigma = b + a \times r \quad (2.23)$$

La relation (2.19) englobe en fait une famille de fonctions dont un cas particulier est donnée par la fonction bien connue $\varepsilon = \sigma_0 \phi$. Dans les relations ((2.22) et (2.23)) il est à noter que la valeur de (a) est une déformation constante, donc liée à $\Delta\sigma$ qui varie dans le temps, et inversement la valeur de (b) est une contrainte constante, donc liée à une déformation variable.

$$\varepsilon = a \rightarrow \Delta\sigma = a \times r - a \times E_0 = -a \times E_0 \left(1 - \frac{r}{E_0} \right)$$

$$\varepsilon = b \times J \rightarrow \Delta\sigma = 0$$

$$\varepsilon = \mathbf{a} + \mathbf{b}\mathbf{J} = \sigma_0 \times \mathbf{J}(\mathbf{t}, \mathbf{t}_0) + \int_{\mathbf{t}_0}^{\mathbf{t}} \mathbf{J}(\mathbf{t}, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \mathbf{d}\tau \rightarrow \int_{\mathbf{t}_0}^{\mathbf{t}} \mathbf{J}(\mathbf{t}, \tau) \times \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \mathbf{d}\tau = -\mathbf{a} \times \varphi$$

En nous référant à l'équation (2.10)

Nous pouvons exprimer χ par :

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{E}_0}} - \frac{1}{\varphi} \quad (2.24)$$

De cette dernière expression nous concluons que le coefficient de vieillissement χ dépend seulement de la fonction fluage tout comme la fonction relaxation. La difficulté qui reste pour évaluer χ c'est l'évaluation au préalable de la fonction relaxation, ce qui peut être effectué dans tous les cas à l'aide de la méthode numérique pas à pas. Une fois déterminé, χ peut être tabularisé en fonction de φ : pour une famille de φ caractérisée par certains paramètres tels que l'humidité relative ambiante, les dimensions de la section, etc, nous pouvons déterminer la famille de χ correspondante.

Une vaste étude paramétrique effectuée en faisant usage des propriétés rhéologiques du béton, [R.Favre 1997] a montré que l'évolution de $\chi(t, t_0)$ présente la forme indiquée dans la (fig :2.20).

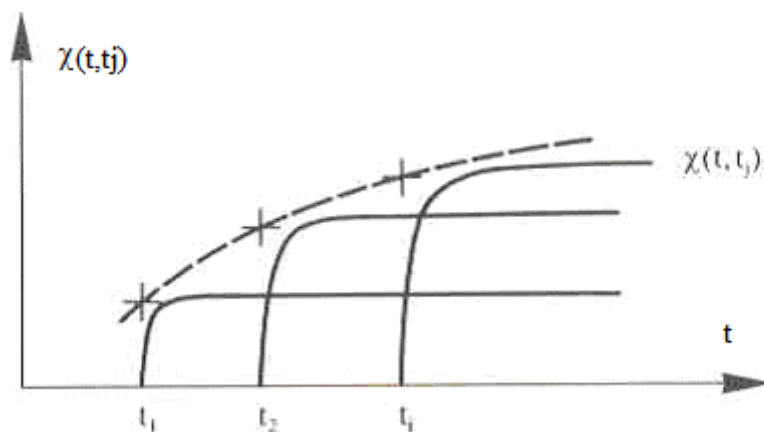


Figure 2.20: Evolution de $\chi(t, t_0)$ [R.Favre, 1997]

Ces observations ont permis l'établissement d'une seule courbe enveloppe qui est suffisamment précise pour les cas courants. Par conséquent χ devient fonction seulement de t et sa valeur peut être estimée par la relation. Le coefficient de vieillissement $\chi(t, t_0)$ est compris entre 0.5 et 1

$$\chi = \frac{1}{1 - e^{-\varphi}} - \frac{1}{\varphi} \quad (2.25)$$

Dont la représentation graphique est illustrée à la (fig :2.21).

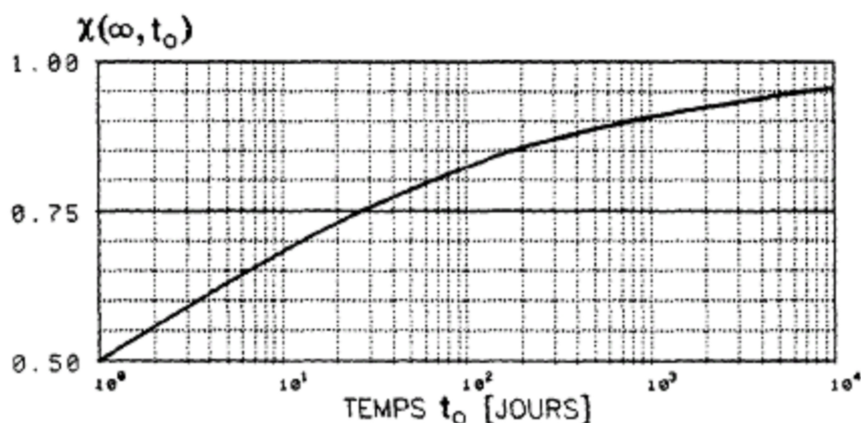


Figure 2.21: Evolution de χ en fonction de t_0 [R.Favre, 1997].

2.6 CONCLUSION

Les recherches effectuées sur le fluage et le retrait du béton ont beaucoup contribué à améliorer les connaissances dans ce domaine. Cependant, si un certain consensus se dégage sur les mécanismes à l'origine du retrait, ce n'est pas le cas en ce qui concerne les mécanismes qui régissent le fluage ; situés à différentes échelles de la pâte de ciment, (porosité capillaire, porosité des hydrates) sont difficilement accessibles par les moyens d'investigations expérimentales traditionnelles [Ulm et Acker, 1998]. Il semble que l'on puisse dégager parmi les différents mécanismes de fluage deux mécanismes proposés par de nombreux auteurs et qui sont en accord avec plusieurs observations expérimentales : la migration de l'eau adsorbée sous contraintes dans la porosité capillaire et le glissement des feuillets de C-S-H à l'échelle de la nanoporosité.

Généralement le fluage et le retrait du béton se produisent simultanément. Nous les considérons comme distincts et s'ajoutant l'un à l'autre.

CHAPITRE 3**MODELISATION DU COMPORTEMENT
DU BETON****3.1 INTRODUCTION**

Bien que les recherches sur le fluage du béton datent de plusieurs années, les connaissances sur les mécanismes physiques du processus de fluage restent encore pauvres pour décrire les lois constitutives des mécanismes se produisant au niveau microscopique. Cependant, la grande quantité d'essais publiés dans la littérature peut nous donner des informations suffisantes pour d'écrire les déformations du béton à l'échelle macroscopique. Ces connaissances ont permis l'élaboration des modèles du fluage de plus en plus sophistiqués avec l'introduction de paramètres liés aux différents mécanismes du processus à l'origine du fluage.

Au chapitre précédant, nous avons vu d'une manière générale les relations fondamentales par lesquelles nous voulons saisir la réponse à certaines sollicitations, des matériaux à comportement viscoélastique linéaire.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de passer en revue la présentation des modèles les plus connus, norme EUROCODE, de celles de l'ACI (American Concrete Institute), et enfin celui du modèle B3, pour la présentation des propriétés rhéologiques du béton, et des aciers,

3.2 PROPRIETES RHEOLOGIQUES DU BETON

Les propriétés rhéologiques du béton, exemple sa résistance, son coefficient de fluage, sont liées à plusieurs paramètres tels que l'âge, le milieu ambiant, la consistance, etc. Analysons brièvement ces caractéristiques.

3.2.1 FONCTION FLUAGE

La déformation totale du béton en fonction du temps $\varepsilon(t)$ est composée d'une déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (instantanée et de fluage) et de déformations indépendantes du chargement $\varepsilon_0(t)$ (dues au retrait, par exemple).

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_c(t) + \varepsilon_0(t) \quad (3.1)$$

La déformation sous chargement $\varepsilon_c(t)$, est définie par l'intégrale de Stieltjes qui introduit la fonction de fluage appelée aussi complaisance ou noyau de fluage.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon(\mathbf{t}) - \varepsilon_0(\mathbf{t}) = \int_0^t \mathbf{J}(\mathbf{t}, \mathbf{t}_0) d\sigma(\mathbf{t}_0) \quad (3.2)$$

En s'appuyant sur l'hypothèse de calcul du principe de superposition, l'intégrale de Stieltjes est simplifiée. On obtient une relation de proportionnalité pour le calcul de la déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ valable en considérant des contraintes dans le domaine linéaire du comportement du béton (eq :3.3). Cette relation est retenue dans la plus part des modèles réglementaire de fluage qui proposent différentes fonctions de fluage $J(t, t_0)$.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) \quad (3.3)$$

Avec :

$J(t, t_0)$: la fonction fluage ;

La fonction du fluage $J(t, t_0)$ est définie comme la déformation produite sous charge en fonction du temps par unité de contrainte. Elle ne traduit pas tous les mécanismes internes de la microstructure du béton [Bazant, Li Y-N 1997]. Néanmoins, elle dépend de paramètres intrinsèques (composition de béton, ratio e/c, dosage en ciment, taille des granulats, etc.) et extrinsèques (température, teneur en eau, âge de chargement, etc.) [Bazant, 1988].

3.2.1.1 Les expressions mathématiques de la fonction fluage

Les expressions mathématiques proposées peuvent être divisées en deux catégories : celles qui tendent vers une valeur limite (les fonctions hyperboliques et exponentielles) et celles qui augmentent indéfiniment (les fonctions puissances et logarithmiques).

1/La fonction puissance

Cette expression a été proposée pour la première fois pour le béton par Staub [cité par Choghue HUA 1992], qui a exprimé le fluage par une fonction puissance en fonction du temps sous la forme suivante :

$$\mathbf{f}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_0) = \alpha (\mathbf{t} - \mathbf{t}_0)^m \quad (3.4)$$

Les coefficients α et m sont des constantes dépendant des propriétés du matériau.

La fonction puissance, donne de bons résultats au jeune âge, mais elle surestime le fluage à long terme. Malgré cela, elle reste la fonction la plus utilisée pour la modélisation du fluage de base (éprouvette de béton étanche).

2/ la fonction logarithmique

L'expression logarithmique a été proposée la première fois par Hanson, [cité par A. Bengougam 2002], elle est donnée sous la forme suivante :

$$f(t - t_0) = \alpha + \beta(1 + (t - t_0)) \quad (3.5)$$

Les coefficients α et β sont des constantes dépendant des propriétés du matériau, cette expression surestime également le fluage à long terme.

3/ la fonction exponentielle

L'expression exponentielle présente une valeur limite, elle est donnée sous la forme suivante :

$$f(t - t_0) = c(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}) \quad (3.6)$$

Les coefficients c et τ sont des constantes dépendant des propriétés du matériau.

Cette fonction est facilement liée aux modèles rhéologiques. L'utilisation des chaînes de Maxwell ou de Kelvin pour la modélisation des résultats expérimentaux donne de bons résultats, particulièrement en simulation numérique [A. Bengougam 2002].

4/ la fonction hyperbolique

L'expression hyperbolique a été proposée la première fois par Ross, [A. Bengougam 2002], elle est donnée sous la forme suivante :

$$f(t - t_0) = \frac{(t - t_0)}{\alpha + \beta(t - t_0)} \quad (3.7)$$

Les coefficients α et β , sont des constantes dépendant des propriétés du matériau, peuvent facilement être déterminés par les essais à court terme et à long terme.

American Concrete Institute (ACI), utilise une expression hyperbolique puissance donnée sous la forme suivante :

$$f(t - t_0) = \frac{\alpha (t - t_0)^n}{\beta + (t - t_0)^n} \quad (3.8)$$

Comme pour la fonction exponentielle, l'expression hyperbolique sous estime les valeurs de fluage à long terme.

3.2.1.2 Les différents modèles de calcul du fluage

1/ La fonction de fluage selon SIA162

Le modèle de fluage SIA162 est édité par la Société d'Ingénieurs et Architectes Suisses.

- Fonction de fluage $J(t, t_0)$

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ est déterminée à partir de la fonction de fluage $J(t, t_0)$ incluant une part de déformation instantanée et une part de déformation différée ; toutes deux relatives à la raideur instantanée $E(t_0)$ à l'instant t_0 de chargement. Cette dernière évolue en fonction du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ qui dépend de l'intervalle de temps (t, t_0) .

- Déformation due au fluage

Les déformations dues au fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ peuvent être déduites des déformations élastique au moyen d'un facteur de proportionnalité dépendant du temps. Il est déterminé à partir du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$. Pour l'évaluation numérique du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$, la SIA propose la relation suivante :

$$\varphi(t, t_0) = k_H \times k_0 \times f(\Delta t) \quad (3.9)$$

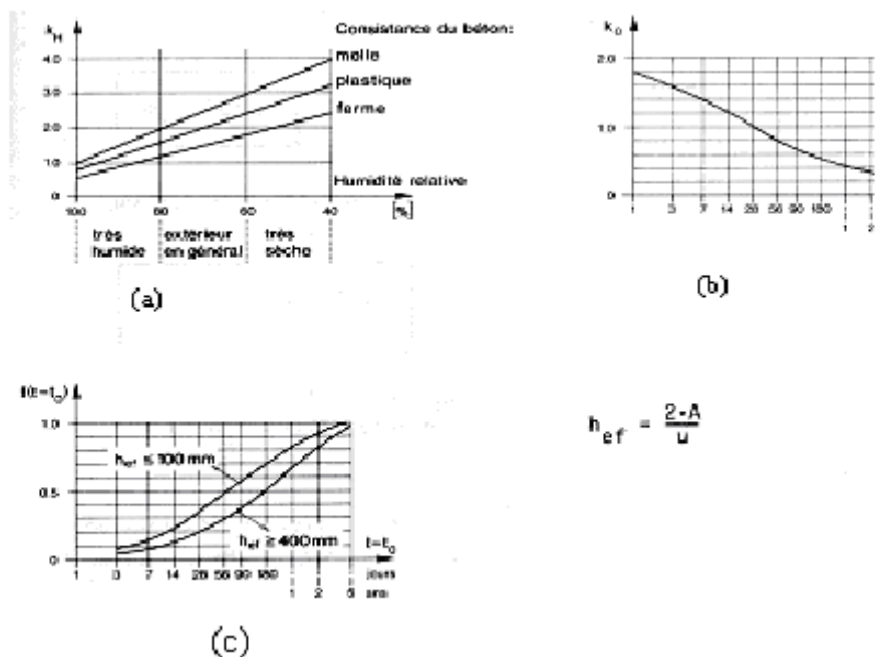


Figure 3.1 : Evolution du coefficient de fluage : a) fluage de base, b) facteur de correction pour $t \neq 28$ jours c) fonction de fluage dans le temps selon la norme SIA 162 art.5.1.82

Dans la figure (3.1) sont données graphiquement les fonctions k_H , k_0 et $f(\Delta t)$. Une approche de ces relations proposées dans la norme par :

$$k_H = (4.8 - 4 \times H) \times C \tag{3.10}$$

Le facteur k_H dépend de l'humidité relative de l'air ambiant. C est un facteur relatif à la consistance et qui prend les valeurs 1.25, 1 ou 0.75 selon que le béton a une consistance molle, plastique ou ferme.

La fonction k_0 dépend de la mise en charge. Elle s'écrit :

$$k_0 = \frac{1}{(0.43 + 0.12 \times t_0)} \tag{3.11}$$

La fonction $f(\Delta t)$ définit l'évolution du fluage avec le temps. Elle s'écrit ainsi :

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta t^{0.75}}{(\Delta t^{0.75} + 2.4 \sqrt{h_{ef}})} \tag{3.12}$$

$$h_{ef} = \frac{2A}{U} ; \text{ Épaisseur de l'élément en mm}$$

A : aire de la section

U : périmètre de la section

2/ Le modèle de fluage EUROCODE 2 (2001)

En 1990, le modèle du Comité Européen du Béton (CEB) et la Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP) (CEB,MC-90) font suite au (CEB-78). Il représente les résultats des travaux de Muller et Hilsdorf, repris intégralement par l'EUROCODE 2.

- Fonction de fluage $J(t, t_0)$

La fonction de fluage $J(t, t_0)$ dépend de l'âge du béton au chargement t_0 et de la durée d'application de ce chargement $(t-t_0)$. Elle considère également le vieillissement du matériau avec l'introduction du module de raideur $E_c(t_0)$ en fonction de l'âge du béton.

$$\mathbf{J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t, t_0)} \quad (3.13)$$

$$C(t, t_0) = \frac{\phi_{CEB}(t, t_0)}{E_c(28)} \quad (3.14)$$

La mise en évidence du coefficient de fluage $\phi_{CEB}(t, t_0)$ dans la fonction de la complaisance de fluage $C(t, t_0)$ nous amène à la relation qui décrit l'influence des processus de diffusion hydrique concomitants avec ceux de fluage.

$$\phi_{CEB}(t, t_0) = \psi \varphi_{RH} \left(\frac{16.8}{(f_c)^{1/2}} \right) \times \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + \beta_H} \right)^{0.3} \quad (3.15)$$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - (HR/100)}{0.10(h_{ef})^{1/3}} \quad (3.16)$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (1.2HR)^{18} \right] \times h_{ef} + 250 \quad (3.17)$$

h_0 : correspond au rayon moyen de séchage de la structure.

ψ : compris entre $(0.6 \leq \psi \leq 0.9)$ est introduit pour un calage sur des courbes expérimentales de fluage. Il permet de palier aux surestimations du modèle vis-à-vis des déformations de fluage par manque de paramètres concernant le matériau.

β_H : coefficient tenant compte de l'humidité relative et de l'épaisseur effective sur le fluage

φ_{RH} : facteur tenant compte de l'humidité relative sur le fluage ultime

3/ Le modèle ACI [ACI 209]

Le modèle s'appuie sur les travaux de Branson et Meyers, la fonction de fluage est basée sur une fonction de type hyperbolique.

- Fonction de fluage $J(t, t_0)$

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ est déterminée à partir de la fonction de fluage $J(t, t_0)$ incluant une part de déformation instantanée et une part de déformation différée ; toutes deux relatives à la raideur instantanée $E(t_0)$ à l'instant t_0 de chargement. Cette dernière évolue en fonction du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ qui dépend de l'intervalle de temps $(t-t_0)$ et du coefficient de fluage à l'infini $\varphi_\infty(t_0)$ (fonction de t_0).

$$\mathbf{J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} \times (1 + \varphi(t, t_0))} \quad (3.18)$$

- Déformation due au fluage

La déformation du fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ est déterminée à partir du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$.

$$\varepsilon_{fl}(t) = \varepsilon_e(t) \varphi(t, t_0) \quad (3.19)$$

$$\varphi(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.6}}{10 + (t - t_0)^{0.6}} \varphi_\infty(t_0) \quad (3.20)$$

Le coefficient de fluage ultime $\varphi_\infty(t_0)$ est fonction de six paramètres du matériaux : $K_1^c(t_0), K_2^c, K_3^c, K_6^c, K_5^c, K_4^c$.

$$\varphi_\infty(t_0) = 2.35 K_1^c(t_0) K_2^c K_3^c K_4^c K_5^c K_6^c \quad (3.21)$$

$K_1^c(t_0)$: Facteur tenant compte de l'effet de l'âge au chargement sur le fluage.

K_2^c : Facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le fluage.

K_3^c : Facteur tenant compte des dimensions de la pièce sur le fluage.

K_4^c : Facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le retrait.

K_5^c : Facteur tenant compte des dimensions de la pièce sur le retrait.

K_6^c : Facteur tenant compte de la durée de la cure sur le retrait.

4/ Le modèle B3

Le modèle de fluage B3 s'appuie sur les travaux réalisés par Bazant et Prasannan en 1989. Il fait suite au modèle ACI 209.

Les relations constitutives du modèle B3 améliorent considérablement la description de la déformation du béton $\varepsilon_c(t)$ sous charge, entre autres, la part de fluage propre de celle de dessiccation et reliant cette dernière à l'évolution du retrait. Néanmoins, ce modèle requiert bien plus de conditions d'application que le modèle ACI 209.

- Fonction de fluage $J(t, t_0)$

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ est déterminée par une succession de trois déformations instantanée, de fluage propre et de fluage de dessiccation compte tenu de la fonction de complaisance $C(t, t_0)$ dont le premier terme (q_1) correspond à la part de déformation instantanée, les termes $C_0(t, t_0)$ et $C_d(t, t', t_0)$ eux sont relatifs à la description du fluage propre et du fluage de dessiccation

$$\mathbf{J(t, t_0) = q_1 + C_0(t, t_0) + C_d(t, t', t_0)} \quad (3.22)$$

$$q_1 = \frac{0.6 \times 10^6}{E(28)} (MPa)^{-1} \quad (3.23)$$

- Déformation due au fluage

La déformation du fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ est particulièrement détaillée dans ce modèle car celui-ci distingue la complaisance de fluage propre de celle de la dessiccation.

$$\varepsilon_{fl}(t) = [C_0(t, t_0) + C_d(t, t', t_0)] \sigma(t) \quad (3.24)$$

La complaisance de fluage propre $C_0(t, t_0)$ est déterminée en intégrant la relation de sa vitesse $\dot{C}_0(t, t_0)$. Elle dépend du temps t_0 à l'instant du chargement et du temps t au moment de l'observation. Elle intègre cinq paramètres (m, n) et (q_2, q_3, q_4) caractérisant la composition du béton. Elle est reliée également à une fonction $Q(t, t_0)$ qu'il est possible d'approcher numériquement par des expressions simplifiées.

$$C_0(t, t_0) = \frac{n(q_2 t^{-m} + q_3)}{(t - t_0) + (t - t_0)^{1-n}} + \frac{q_4}{t} \quad (3.25)$$

Où $m=0.5$ et $n=0.1$, pour les béton de résistance ordinaire

$$C_0(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln[1 + (t - t_0)^n] + q_4 \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \quad (3.26)$$

Dans la version simplifiée, dite B3S, du modèle B3, l'expression $C_0(t, t_0)$ prend la forme de la fonction log-double puissance définie par :

$$C_0(t, t_0) = q_0 \ln[1 + \psi [(t_0)^{-m} + \alpha](t - t_0)^n] \quad (3.27)$$

Le terme de complaisance $C_d(t, t', t_0)$ quantifie les variations hydriques dans l'élément (retrait, séchage, etc...) initiant les déformations de fluage par dessiccation. Il est fonction de la taille effective de l'élément (D), de l'humidité relative (HR), ou encore de la date de fin de cure t' , (date à laquelle débute le retrait du béton). On note à ce propos, que le chargement au temps t_0 sera toujours appliqué après le temps de cure t' et impose la condition.

$$t_0 \geq t'$$

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 [\exp\{-8H(t)\} - \exp\{-8H(t_0)\}]^{1/2} \quad (3.28)$$

Le facteur q_5 est relié à l'évolution du retrait

En parallèle, la fonction $H(t)$ traduit l'évolution de la déformation de fluage par dessiccation au cours du temps concomitante avec le retrait en fonction de l'humidité relative environnante (HR) (exprimée en valeur relative, par exemple $HR = 60\% \Rightarrow h = 0.60$).

$$H(t) = 1 - S(t, t_0) \times (1 - h) \quad (3.29)$$

Avec $S(t, t_0)$ la fonction d'évolution

$$S(t, t_0) = \tanh \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_{sh}}} \quad (3.30)$$

3.2.2 RESISTANCE A LA COMPRESSION DU BETON

La résistance à la compression $f_c(t)$ du béton obtenue à partir d'essais normalisés sur éprouvettes dépend surtout des constituants (ciment, granulats, ajouts, eau), de l'âge t de l'éprouvette au moment de l'essai. Dans une structure, la résistance peut avoir des valeurs différentes, car le béton n'est pas soumis aux mêmes conditions (forme, dimensions, fabrication, durcissement, cure, âge, sollicitation) que l'éprouvette.

Le plus souvent on cherche la relation suivante :

$$f_c(t) = f_{c28} \xi_f(t) \quad (3.31)$$

Avec :

f_{c28} : résistance à la compression à 28 jours

$\xi_f(t)$: évolution de la résistance.

L'expression analytique qui semble être la plus correcte, dans l'ensemble des propositions des modèles, pour exprimer l'évolution $\xi_f(t)$ dans le temps est de la forme :

$$\xi_f(t) = \frac{t}{a + b \times t} \times f_{c28} \quad (3.32)$$

où :

f_{c28} : est la résistance à 28 jours mesurée au laboratoire;

a et b sont des constantes dépendant selon certaines propositions du type de ciment utilisé et des paramètres découlant simplement de l'ajustement des courbes obtenues expérimentalement ;

t : l'âge du béton mesuré en jours.

La norme SIA 162 propose pour la résistance à la compression $\xi_f(t)$ une relation sous forme graphique présentée sur la figure (3.2) et dont l'expression analytique la mieux adaptée est de la forme :

$$\xi_f(t) = \frac{f_c(t)}{f_{c28}} = \frac{t}{4.76 + 0.83 \times t} \quad (3.33)$$

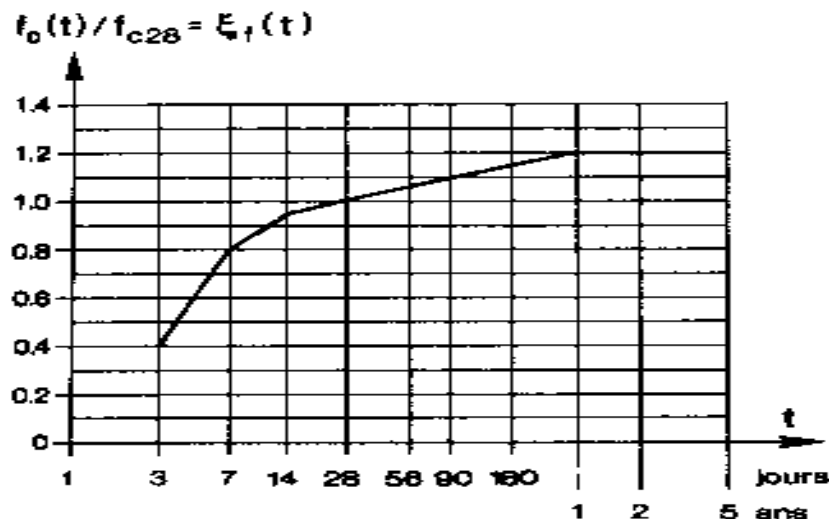


Figure 3.2 : Evolution de la résistance dans le temps Norme SIA 162 : arts 5.1.7,5.1.8,5.1.81

3.2.3 MODULE D'ELASTICITE DU BETON

La valeur de E_c étant fortement liée à la résistance à la compression $f_c(t)$, les différentes propositions convergent vers une relation de la forme :

$$E_c(t) = 10.5 \times [f_c(t)]^d \quad (3.34)$$

$$E_c(t) = \text{fonction}[f_{c28}] = E_{c28} \xi_f(t)$$

Avec :

E_{c28} : module d'élasticité à 28 jours

$\xi_f(t)$: évolution du module d'élasticité.

d : une constante.

Dans les différents codes ou normes sont données en général quelques indications concernant la manière d'établir le module d'élasticité E_c , il est établi soit de manière expérimentale, soit tangent instantané, sécant au tangent en un point de la courbe contrainte déformation.

La valeur de la raideur élastique $E(t_0)$ à l'instant de chargement t_0 est calculée à partir du module de raideur à 28 jours E_{28} . La proposition graphique de la SIA est présentée à la figure (3.3). L'expression analytique est donnée par la relation suivante:

$$E_c(t) = 10.5 \times [f_c(t)]^{1/3} \quad (3.35)$$

$$\xi_f(t) = \frac{E_c(t)}{E_{c28}} = \left(\frac{t}{4,76 + 0,83t} \right)^{1/3} \quad (3.36)$$

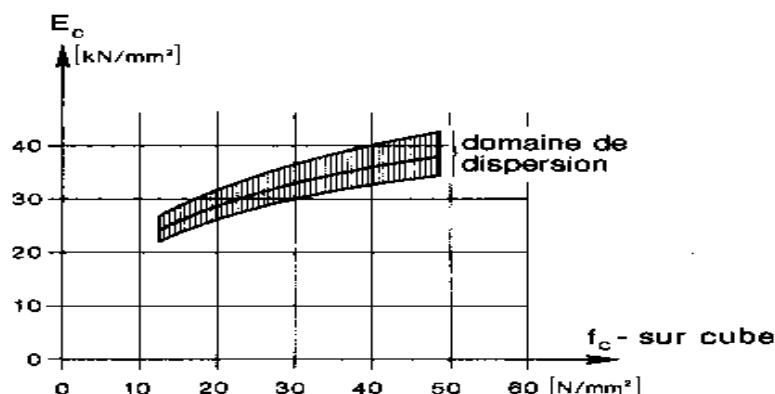


Figure 3.3 : Evolution du module d'élasticité Norme SIA 162 : arts 5.1.7,5.1.8,5.1.8.1

3.2.4 RETRAIT DU BETON

Les paramètres principaux qui influencent le retrait sont pratiquement les mêmes que ceux influençant le fluage, à savoir les conditions ambiantes, la consistance du béton, les dimensions de la pièce, l'âge à partir duquel le retrait est évalué et la durée de la période considérée.

La fonction du retrait obtenue à partir d'essais est le plus souvent sous la forme suivante :

$$\varepsilon_{sh} = -\varepsilon_{sh,1}^0 \times [g(t) - g(t_0)] \quad (3.37)$$

Avec :

ε_{sh}^0 : Coefficient de base du retrait dépendant de l'humidité ambiante et de la consistance du béton,

$g(t)$: fonction correspondant au développement du retrait dans le temps.

Déformation du retrait dans la norme SIA162

La SIA propose la valeur de la déformation relative de retrait comme fonction des paramètres suivants : âge du béton au début et à la fin de la période considérée, humidité H et consistance C du béton. La proposition graphique de la SIA est présentée à la figure (3.4) ; les relations analytiques sont données par les expressions suivantes :

$$g(t) = \frac{1}{0.38 \times h_{ef}^{0.2} \times (1 + 0.29h_{ef} / t^{0.85})} \tag{3.38}$$

$$\varepsilon_{sh}^0 [\%] = 0,65 \times (1 - H^2) \times C \tag{3.39}$$

La fonction $\varepsilon_{sh}^0 [\%]$ dépend de l'humidité relative de l'air ambiant. Le facteur (c) relatif à la consistance, qui peut prendre les valeurs 1.25, 1 ou 0.75 selon que le béton a une consistance molle, plastique ou ferme.

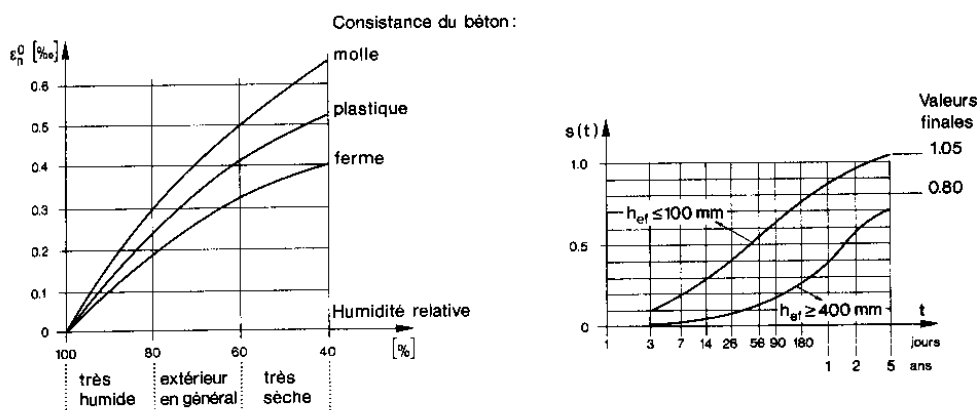


Figure 3.4 : Evolution du retrait. Norme SIA 162/ ART.5.1.83

Déformation du retrait dans la norme EUROCODE2

La déformation du retrait $\varepsilon_{sh}(t)$ est initiée à la fin de la cure au temps t_0 . Son expression s'appuie sur la valeur d'un retrait fictif ε_{cs0} paramétré par la résistance du béton et l'état d'humidité relative du milieu ambiant (HR). Cette déformation varie en fonction de l'évolution du retrait au cours du temps $\beta_s(t, t')$.

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{cs0} \times \beta_s(t - t_0) \tag{3.40}$$

ε_{cs0} : La déformation de retrait fictif.

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_c) \times \beta_{RH} \tag{3.41}$$

$$\varepsilon_s(f_c) = (160 + \beta_{sc} \times (90 - f_c)) \times 10^{-6} \tag{3.42}$$

$\varepsilon_s(f_c)$: considère l'influence de la résistance du béton sur le retrait

β_{sc} : caractérisant le type de ciment.

β_{HR} : coefficient lié à l'humidité relative du milieu ambiant.

$$\beta_s(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{0.035 \times (h_0)^2 + (t - t_0)} \right]^{1/2} \quad (3.43)$$

$\beta_s(t-t_0)$: La fonction d'évolution du retrait

h_0 : rayon moyen de l'élément.

Déformation du retrait dans la norme ACI 209

La déformation de retrait $\varepsilon_{sh}(t)$ au temps t est paramétrée par la date de fin de cure du béton t_0 , par la déformation de retrait ultime $\varepsilon_{s\infty}$ et par trois paramètres relatifs à l'humidité relative environnementale (b et K_1^s) et aux dimensions de l'élément K_2^s .

$$\varepsilon_{sh}(t) = \frac{(t - t_0)}{b + (t - t_0)} K_1^s \times K_2^s \times \varepsilon_{s\infty} \quad (3.44)$$

$$K_1^s = \begin{cases} 1.4 - 0.01HR & \text{pour } 40\% \leq HR \leq 80\% \\ 3.0 - 0.03HR & \text{Pour } 80\% \leq HR \leq 100\% \end{cases}$$

$$K_2^s = 1.14HR$$

$$b = \begin{cases} 35 & \text{Pour une cure humide à température ambiante } t_0 \geq 7 \text{ jours} \\ 55 & \text{Pour une cure immergée ou à } 100\% \text{ HR } (t_0 \geq 1.3 \text{ jours}) \end{cases}$$

Déformation du retrait dans le modèle B3

La déformation de retrait $\varepsilon_{sh}(t)$ est définie au temps t en fonction de la date de fin de cure du béton t_0 . Elle possède une valeur asymptotique de déformation de retrait ultime et dépend d'un facteur k_h fonction de l'humidité relative ambiante (HR).

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = -\varepsilon_{sh\infty} \times k_h \times S(t, t_0) \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_{sh\infty}(t, t_0) = \frac{E(607)}{E(t_0 + \tau_{sh})} \times 10^{-6} \quad (3.46)$$

$$k_h = \left. \begin{cases} 1 - h^3 & \text{pour } HR < 0,98 \\ -0,2 & \text{pour } HR = 1 \quad \text{Béton immergé} \\ \text{interpolation linéaire} & \text{pour } 0,98 < HR < 1 \end{cases} \right\}$$

3.3 PROPRIETES RHEOLOGIQUES DES ACIERS

Les aciers présentent des propriétés rhéologiques fort différentes de celles du béton.

A l'état de service la plastification des aciers est exclue, le diagramme contrainte – déformation reste rectiligne. A ce niveau de sollicitations les aciers passifs présentent un fluage négligeable.

Dans le cas des aciers de précontrainte, concernant le fluage et la relaxation, ils sont caractérisés par un comportement non linéaire et les caractéristiques rhéologiques dépendent des sollicitations initiales :

$$\varphi \cong \varphi(t-t_0 ; \sigma_0) \quad (3.47)$$

$$r \cong r(t-t_0 ; \varepsilon_0) \quad (3.48)$$

La loi contrainte-déformation des aciers de précontrainte au temps t_0 est sensiblement linéaire avec une pente identique à celle des aciers passifs. Nous pouvons dès lors considérer un seul module d'élasticité pour ces deux types d'aciers.

Par la suite nous ne nous occuperons que des aciers de précontrainte, les aciers passifs ne posant pas de problème particulier du fait de leur comportement élastique linéaire.

3.3.1 RELAXATION INTRINSEQUE DES ACIERS DE PRECONTRAINT

Dans le cas de la relaxation intrinsèque des aciers de précontrainte, c'est-à-dire lorsque la déformation initiale n'est pas modifiée dans le temps, il a été observé que si les sollicitations dépassent la moitié de la résistance des câbles, les pertes par relaxation ne sont pas négligeables et sont dépendantes de la valeur initiale des sollicitations σ_0 . A partir de la valeur connue de la relaxation ultime $\Delta\sigma_r^\infty$, la relaxation $\Delta\sigma_r$ au temps t pour une sollicitation σ_0 introduite au temps t_0 peut être évaluée par une relaxation du type :

$$\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_r^\infty \xi_r(t-t_0) \quad (2.20)$$

$\xi_r(t, t_0)$: est une fonction dont la valeur varie entre 0 et 1 et qui décrit l'évolution de la relaxation.

$\Delta\sigma_r^\infty$: Valeur finale de la relaxation $\Delta\sigma_r$, fortement dépendante de la contrainte initiale σ_0 et en particulier du type de câbles et de la température.

L'approche analytique de la proposition graphique de la SIA de $\xi(t, t_0)$ par:

$$\xi_r(t - t_0) = \gamma [\log_{10}(t - t_0)]^{0.7} \tag{3.49}$$

Avec $\gamma = 0.35$ pour les aciers de la classe de relaxation 1, et 0.4 pour les aciers de la classe de relaxation 2 : fils et torons étirés à froid et recuits ; classe de relaxation 2 : fils et torons étirés à froid, recuit et soumis à un traitement supplémentaire par la chaleur et l'étirement destiné à réduire la relaxation.

L'approche analytique de la proposition graphique de la SIA de $\Delta\sigma_r^\infty$ est donnée par:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = -\nu(\lambda - 0.4)^{1.7} \text{ Pour } \lambda = \frac{\sigma_0}{f_p} \geq 0.4 \tag{3.50}$$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = 0 \quad \text{Pour } \lambda < 0.4$$

Avec

ν : qui vaut 0.9 pour les aciers de la classe de relaxation 1 et 0.5 pour les aciers de la classe de relaxation 2.

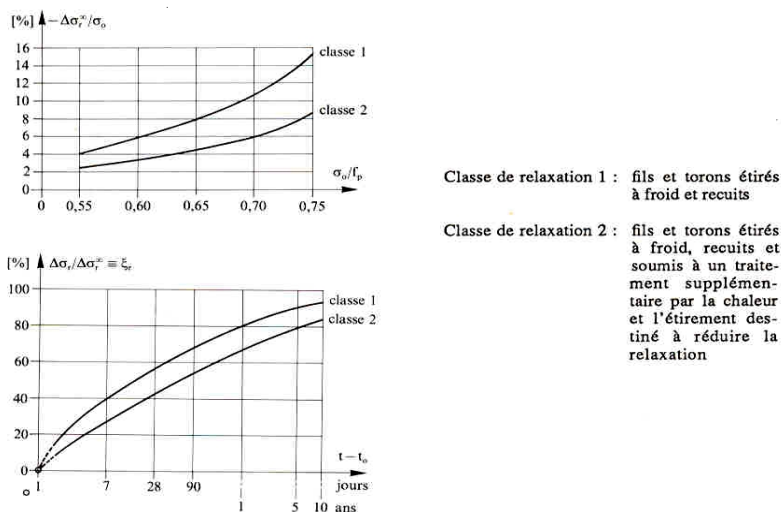


Figure 3.5 : Relaxation des aciers de précontrainte. Selon la norme SIA 162

3.3.2 RELAXATION REDUITE

Dans un élément en béton précontraint, la relaxation des aciers est fortement diminuée par suite du fluage et du retrait du béton ; Pour tenir compte de la réduction de la contrainte dans les aciers, nous pouvons introduire la réduction de la contrainte au niveau de la relaxation $\Delta\sigma_r$. Nous admettons que les pertes par relaxation sont superposables aux pertes par fluage et retrait du béton. De ce fait nous pouvons considérer une contrainte initiale réduite dans les câbles de précontrainte se situant entre deux limites :

$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0$: On considère la relaxation intrinsèque en négligeant l'influence du fluage et du retrait du béton, comme étant la borne supérieure.

$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 + \Delta\sigma_{\phi,sh}$: On considère que les pertes par fluage et retrait agissent instantanément à partir de t_0 , comme étant la borne inférieure.

La réalité se trouve entre les deux bornes. Une bonne approximation qui a été vérifiée par les calculs comparatifs, est obtenue par la relation :

$$\sigma_0 = \sigma_0 + 0.5\Delta\sigma_{\phi,sh} \quad (3.51)$$

La relaxation réduite $\Delta\sigma_r$, qui dépend de la valeur de la contrainte initiale réduite $\bar{\sigma}_0$, peut être obtenue à l'aide de l'équation (2.20) afférente et la figure (3.5).

$$\Delta\bar{\sigma}_r = \Delta\bar{\sigma}_r^\infty \xi_r(t - t_0) \quad (3.52)$$

3.4 COMPARAISON DES PERFORMANCES DES MODELES CITES

La question de la mesure des performances d'un modèle de prévision des déformations différées du béton est complexe et n'a reçu qu'une réponse partielle, car il n'existe pas pour ce faire de méthodologie unanimement acceptée. Jusqu'à présent, la seule méthode quantitative utilisée a été la composition des prévisions du modèle par rapport à des mesures de déformations réalisées au laboratoire, ces mêmes résultats ayant servi à calibrer les paramètres de composition du modèle.

Pour les différents modèles cités dans ce chapitre, une étude comparative de ce type a été réalisée par Bazant et Baweja qui utilisent comme mesure de qualité le coefficient global de variation des erreurs ω [Z.P.Bazant 1995] : il s'agit d'une mesure non dimensionnelle de l'écart type des différences entre la prévision et la valeur expérimentale.

Il est à noter que cette méthode d'évaluation ne fournit aucune indication sur les performances des modèles, lorsqu'ils sont appliqués au calcul de l'influence des effets différés du béton sur le comportement de structures réelles, qui se distinguent des éprouvettes de laboratoires :

- par une histoire de contrainte beaucoup plus complexe ;
- par des géométries très différentes ;
- par des conditions d'environnement variables.

En passant en revue les différents modèles les plus performants, il nous est paru très difficile de faire un choix. La difficulté est liée au fait que les modèles sont basés sur une décomposition différente des déformations, ainsi qu'à des nombres et à des types différents de paramètres utilisés pour décrire les propriétés physiques et mécaniques du matériau. Pour les modèles cités ci-dessus, les modèles de l'Eurocode 2, l'ACI 209 et SIA162 utilisent le concept adimensionnel du coefficient de fluage et non la fonction de complaisance de fluage comme pour le modèle B3 : le fluage spécifique $C(t, t_0)$ est plus adéquat que le coefficient de fluage. Les relations (3.3a) et (3.3b) montre une dépendance à un module de raideur constant ($E(t_0)$ ou E_{i28}) alors que celui-ci évolue, en particulier, à court terme avec des valeurs de fluage significatives et conduisent à une perte de raideur du module. L'expression du fluage spécifique $C(t, t_0)$ est donc mieux adaptée pour la considération du module de raideur [Z.P.Bazant & Al, 1993].

Par ailleurs le facteur h_{ef} (rayon moyen) est défini différemment suivant le type de modèle. Ce facteur est donné comme étant le rapport entre le volume (V) et la surface extérieure (S) de l'élément. On a $h_{ef} = V/S$ pour le modèle de l'ACI209 et $2V/S$ pour le modèle B3. Par contre, pour le modèle l'Eurocode 2, ce facteur est donné comme étant le rapport entre la section transversale (A) et le périmètre de l'élément (U), $h_{ef} = 2A/U$ qui semble en très bonne accord avec le modèle SIA162.

Enfin, la fonction du fluage qui représente la déformation totale au temps t (instantané et différée) par suite d'une sollicitation σ unitaire introduite au temps t_0 , doit respecter certaines conditions qui découlent de l'expérience : la variation de la fonction de fluage diminue et devient négligeable avec le temps en donnant des valeurs asymptotique pour J , cependant certaines propositions, donnent des valeurs ultimes. D'autre part, pour une durée $t - t_0$ donnée, J diminue à mesure que t_0 devient plus grand et cette diminution va

en se réduisant si t_0 augment. Sur ces points, différentes propositions sont en assez bon accord.

3.5 CONCLUSION

Compte tenu de la complexité des phénomènes physiques entrant en jeu et de nos connaissances actuelles, les modèles réglementaires de prévision des déformations différées du béton sont adaptés à la résolution de problèmes spécifiques. Les formulations des modèles réglementaires sont une combinaison d'éléments rationnels et d'observations expérimentales effectuées sur des éprouvettes de laboratoire, de dimensions relativement faibles par rapport aux structures réelles. Par principe, ils ne sont adaptés qu'à l'analyse d'éléments de type unidimensionnel, de type poutres et/ou colonnes qui admettent cette hypothèse de comportement moyen des sections par rapport au séchage.

On trouve dans la littérature un volume très important de modèles analytiques concernant le fluage. Il a été constaté sur les innombrables modèles réglementaires relatifs des différences en terme d'amplitude et de cinétique.

Il est actuellement reconnu que l'erreur de prévision des modèles réglementaires est supérieure à l'erreur qui résulte de l'application des algorithmes numériques utilisés pour la prise en compte d'une histoire de contrainte variable (principe de superposition, méthode du module effectif ajusté, la méthode incrémentale...). L'erreur résultent de l'incertitude sur les paramètres de composition qui peut être réduite en déduisant celle-ci d'essais à moyen terme (un à trois mois), en laboratoire sur des éprouvettes constituées du même béton que celui qui sera mis en œuvre dans la structure. Cette méthode semble donner de bons résultats pour le fluage propre ; elle semble plus délicate à mettre en œuvre pour le fluage avec séchage et avec le retrait [B.Espion 1998].

Enfin, pour la modélisation du fluage dans notre travail, nous retenons la définition de la fonction de fluage du modèle SIA162 et celle du modèle EUROCODE. Les autres modèles auraient pu indifféremment être choisis. Cependant, les fonctions proposées dans les deux modèles restent relativement simples et dépendantes de peu de paramètres. Notons ici que du point de vue de l'Ingénieur constructeur, nous nous intéressons à la déformation totale de fluage sans vraiment se préoccuper de savoir quelle est la part du fluage de base et celle du fluage de séchage. Dans les cas pratiques, ces deux fluages évoluent conjointement en se superposant [R. Favre 1997].

CHAPITRE 4**MODELE D'UNE SECTION EN BETON
PRECONTRAIT****4.1 INTRODUCTION**

Nous allons étudier, dans ce qui suit, les effets différés sur les sections présentant un seul axe de symétrie (plan de flexion). Nous traiterons le cas où la section est sollicitée à partir du temps $t = t_0$ par des efforts initiaux M_0 et N_0 . Ces efforts agissent sur un point quelconque de l'axe de symétrie dit point de référence et noté R ; nous adopterons l'hypothèse du principe de superposition. Ce principe se base sur l'hypothèse que la déformation produite par un incrément de contrainte appliqué en tout instant t n'est pas influencée par toute contrainte appliquée en $(t + \Delta t)$. Ainsi, la courbe de fluage produite par une histoire de contraintes croissantes est supposée égale à la somme des courbes de fluage produites par chaque incrément de contrainte appliqué indépendamment. Ce qui nous permettra d'analyser aisément toute histoire de sollicitations pour $t > t_0$, notamment l'augmentation graduelle des efforts normal et de flexion N , M .

Les résultats porteront sur l'effet du fluage, du retrait et de la relaxation, dans une section fissurée ou non.

4.2 HYPOTHESES DE CALCUL

Tout d'abord, considérons une section composée de différents matériaux caractérisés par certaines propriétés rhéologiques. Pour établir cette analyse tenant compte des effets différés, trois principes de base seront mis en application :

- l'équilibre des forces ;
- la compatibilité des déformations ;
- les lois de comportement des matériaux.

L'hypothèse de Bernoulli sera supposée satisfaite, c'est-à-dire que les sections planes resteront planes après n'importe quel type de sollicitations instantanée ou graduelle.

La direction des coordonnées sont fixées de la manière suivante : l'axe x normal à la surface de la section, l'axe z sur l'axe de symétrie dirigé vers le bas et l'axe y perpendiculaire au plan $x-z$ (fig :4 .1). Les efforts gardent le même signe, c'est pourquoi nous dirons qu'un moment de flexion M est positif s'il tend les fibres inférieures et

comprime les fibres supérieures ; de même un effort normal positif centré est celui qui entraîne la traction. Pour les réponses aux sollicitations, la même convention de signe est gardée.

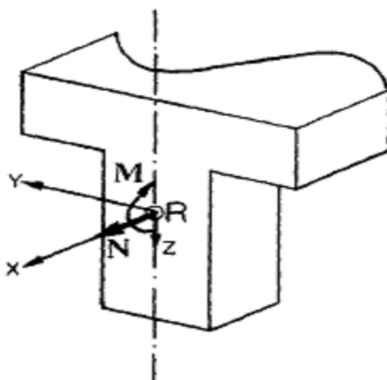


Figure 4.1: Conventions de signe

4.3 DEFORMATION ET CONTRAINTE DANS UNE SECTION SOUMISE A LA FLEXION COMPOSEE

Soit la section de la figure (4.2) sollicitée par un moment de flexion M_0 et un effort normal N_0 au point de référence R librement choisi. Il est connu que la déformation relative qui en résulte et la contrainte qui lui est associée sont :

$$\epsilon = \epsilon_{0R} + \psi \cdot z \tag{4.1}$$

Où :

ϵ_{0R} : Déformation relative instantanée au point de référence R.

Courbure instantanée : $\psi = \frac{1}{r_0} = (\epsilon_0 - \epsilon_{0R}) \cdot \frac{1}{z}$

r_0 : Rayon de courbure

E : Module d'élasticité ou module de Young instantanée;

z : Coordonnée par rapport au point de référence R.

La contrainte correspondante est donnée par l'expression (4.2) valable uniquement dans le cas élastique:

$$\sigma = \epsilon \cdot E_0 \tag{4.2}$$

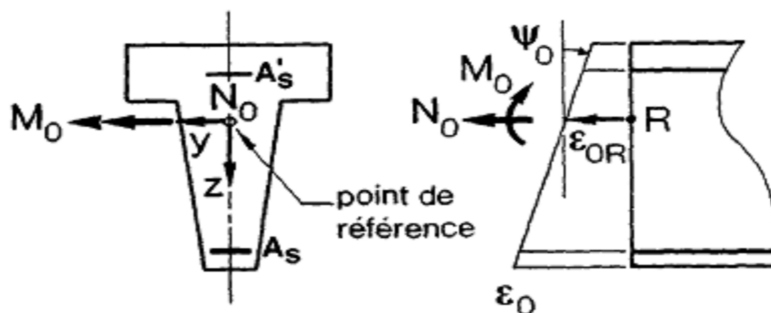


Figure 4.2: Exemple de section symétrique; efforts et déformations positifs
(flexion composée)

En réalité, les sections ne sont pas homogène mais plutôt formée par plusieurs matériaux avec des caractéristiques rhéologiques très différentes. L'analyse de la section est effectuée sur une aire transformée. Le béton est considéré comme étant le matériau de référence et l'aire des autres matériaux (armatures, aciers de précontrainte) sont transformées en une aire équivalente de béton via le coefficient d'équivalence α :

$$\alpha = E_0 / E_{\text{cref}} \quad (4.3)$$

α : Coefficient d'équivalence.

Où :

E_0 : module d'élasticité des aciers (armatures, aciers de précontrainte)

E_{cref} : module d'élasticité du béton

La section transformée est donc considérée comme ayant un module d'élasticité E_{cref} et ses propriétés géométrique sont équivalente à celle de la section réelle.

Pour une section en béton armé soumise à la flexion simple par un moment M_s :

$$N_0 = 0 \quad (4.4)$$

$$M_0 = M_s \quad (4.5)$$

Pour une section de béton précontraint soumise à la flexion composée par un effort P à une distance d de la fibre inférieure et à un moment M_s :

$$N_0 = P \quad (4.6)$$

$$M_0 = M_s + P \cdot d \quad (4.7)$$

A l'aide des conditions d'équivalence la relation entre les efforts M_0 , N_0 et respectivement les déformations et les courbures ε_{0R} , ψ_0 sont données par des formules suivantes

$$\mathbf{N}_0 = \int \sigma \, d\mathbf{A} = \int \mathbf{E}_0 \varepsilon_0 \, d\mathbf{A} = \mathbf{E}_{\text{cref}} \int (\varepsilon_{0R} + \psi_0 \times \mathbf{z}) \alpha \, d\mathbf{A}$$

D'où :

$$\mathbf{N}_0 = \mathbf{E}_{\text{ref}} (\varepsilon_{0R} \times \mathbf{A} + \psi_0 \times \mathbf{B}) \quad (4.8)$$

\mathbf{A} : aire de la section transformée

\mathbf{B} : moment statique de la section transformée

$$M_0 = \int \sigma z \, dA = E_{\text{ref}} \int (\varepsilon_{0R} + \psi_0 \times z) z \, \alpha \, dA$$

D'où :

$$M_0 = E_{\text{ref}} (\varepsilon_{0R} \times \mathbf{B} + \psi_0 \times \mathbf{I}) \quad (4.9)$$

\mathbf{I} : moment d'inertie de la section transformée.

En réarrangeant les expressions de N_0 et M_0 , on déduit l'expression de la déformation au point de référence R de la section et l'expression de la courbure en fonction des efforts N_0 appliqués et du moment de flexion M_0 . Ce qui nous permet de déduire :

$$\varepsilon_{0R} = \frac{\mathbf{N}_0 \times \mathbf{I} - \mathbf{M}_0 \times \mathbf{B}}{\mathbf{E}_{\text{ref}} (\mathbf{A} \times \mathbf{I} - \mathbf{B}^2)} \quad (4.10)$$

$$\psi_0 = \frac{-N_0 \times B + M_0 \times A}{E_{\text{ref}} (A \times I - B^2)} \quad (4.11)$$

L'équation (4.10) nous permet donc de trouver la déformation relative ε_{0R} au point de référence R et l'équation (4.11) donne la courbure ψ_0 sous sollicitations N_0 , M_0 agissant au point R.

La déformation (ε_0) et la contrainte (σ_0) qui en résulte en tout point de la section situé à une distance z par rapport au point de référence R sont données par les équations (4.1) et (4.2).

Dans le cas particulier où le point de référence coïncide avec le centre de gravité de la section transformée, le moment statique \mathbf{B} devient nul et les équations (4.8) et (4.9) prennent une allure plus familière et plus simple.

$$N_0 = E_{ref} \times \varepsilon_{oR} \times A \quad (4.12)$$

$$M_0 = E_{ref} \times \psi_0 \times I \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{oR} = \frac{N_0}{E_{ref} \times A} \quad (4.14)$$

$$\psi_0 = \frac{M_0}{E_{ref} I} \quad (4.15)$$

4.4 EFFETS DIFFERES

En ce qui concerne l'évaluation des effets différés, il existe différentes approches du problème. La procédure appliquée dans le cadre de ce mémoire est celle qui est proposée dans Koprna [Koprna, 1986]. En effet, cette méthode est facilement programmable et particulièrement efficace pour l'analyse de section de formes irrégulières et/ou contenant plusieurs lits d'armatures et d'acier.

Les effets différés dans une section composée, peuvent être étudiés à l'aide de l'équation (2.11) de base développée au chapitre 2.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_L + \frac{\Delta\sigma}{E^*}$$

Dont la signification des différents termes est la suivante :

ε_0 : Déformation relative initiale

$\Delta\varepsilon$: Augmentation graduelle de la déformation relative ; $\Delta\varepsilon = \varepsilon_L + \frac{\Delta\sigma}{E^*}$

ε_L : Déformation relative libre due au fluage et au retrait

Module d'élasticité ajusté est : $E^* = \frac{E_0}{(1 + \chi \times \varphi)}$

- Pour le béton

E_0 : module d'élasticité au temps $t = t_0$

φ : Coefficient de fluage

χ : Coefficient de vieillissement

ε_{sh} : Retrait spécifique

- Pour les aciers de précontrainte

$$\varepsilon_L = -\frac{\overline{\Delta\sigma_r}}{E_p}$$

$\overline{\Delta\sigma_r}$: Relaxation réduite

E_p : module d'élasticité des aciers de précontrainte.

La déformation instantanée peut être calculée à l'aide des équations développées au §4.2 ; en effet les équations (4.1), (4.10) et (4.11) permettent de calculer respectivement les valeurs initiales ε_0 , ε_{0R} , et ψ_0 la contrainte initiale σ_0 étant déterminée à l'aide de l'équation (4.2).

Le problème à résoudre consiste donc à calculer la variation de la déformation $\Delta\varepsilon$ due aux effets différés au cours de l'intervalle de temps (t, t_i) .

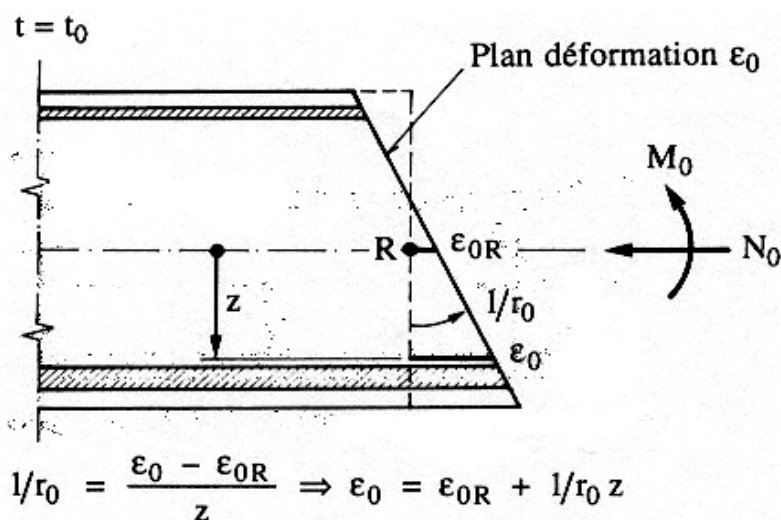


Figure 4.3: Plan de déformation initiale ε_0 section transformée

Pour que celles-ci puissent se développer durant un intervalle de temps, il faut libérer les éléments de la section ayant des propriétés viscoélastiques différentes. La section devient ainsi dissociée. Au cours de l'intervalle (t, t_i) le béton va subir du fluage et du retrait tandis que les aciers de précontrainte vont subir de la relaxation. Il en résulte une incompatibilité des déformations dans la section dissociée au temps t .

La figure (4.4) illustre le cas d'une section en béton armé. Suite à l'application des efforts N_0 et M_0 à t_0 , la distribution des déformations s'établit suivant le plan de déformation initiale ϵ_0 . Au cours de l'intervalle (t, t_i) , on suppose que la section est dissociée et la distribution des déformations libres consécutives au fluage et au retrait du béton s'établit suivant le plan de déformation libre ϵ_L .

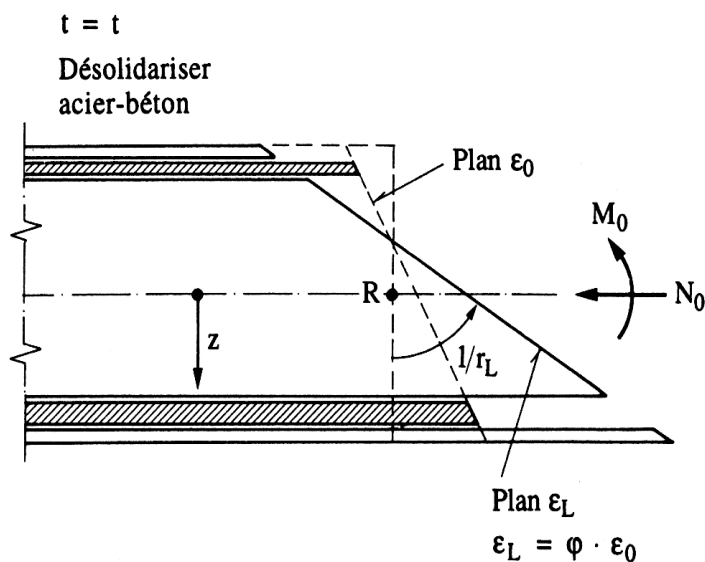


Figure 4.4: Section dissociée, plan de déformation libre ϵ_L .

a/ la déformation relative libre au centre de gravité de la couche considérée

$$\epsilon_L = \varphi \epsilon_0 + \epsilon_{sh} \quad \text{pour le béton} \quad (4.16.a)$$

$$\epsilon_L = -\frac{\Delta \sigma_r}{E_0} \quad \text{pour les câbles de précontrainte} \quad (4.16.b)$$

b/ la courbure

$$\epsilon_L = \varphi \epsilon_0 \quad (4.17)$$

Par suite des déformations libres ϵ_L , ψ_L il en résulte une incompatibilité des déformations dans la section, qui doit être annulée.

La compatibilité peut être rétablie par rapport à n'importe quel plan ; rétablissons-la par rapport au plan défini par les déformations libres ϵ_L . Nous introduisons un couple d'efforts fictifs N^* , M^* , agissant au centre de gravité de la couche d'armature i considérée.

$$N_i^* = E^* \times \varepsilon_{Li} \times A_i \tag{4.18}$$

$$M_i^* = E^* \times \psi_{Li} \times I_i \tag{4.19}$$

ε_{Li} , ψ_{Li} : respectivement la déformation et la courbure libre

A_i , I_i : respectivement la surface et le moment d'inertie par rapport à son centre de gravité.

La figure (4.5) ci-dessous illustre le rétablissement de la compatibilité des déformations par rapport au plan de déformation libre ε_L .

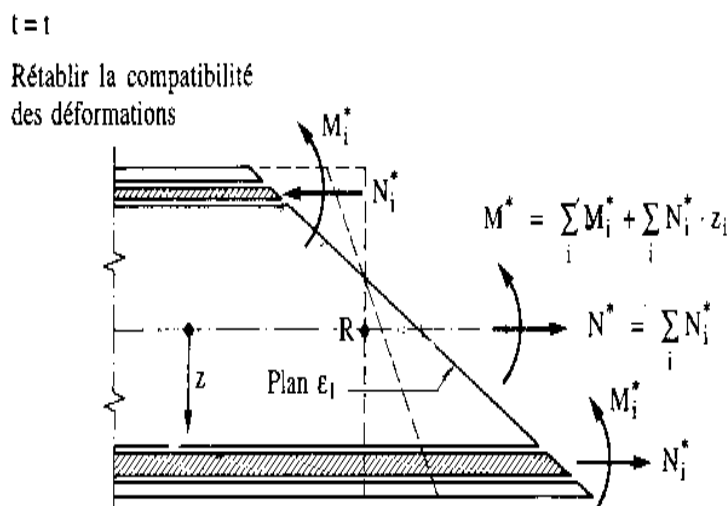


Figure 4.5: Rétablissement de la compatibilité par rapport au plan de déformation libre

Donc, en introduisant les efforts N_i^* , M_i^* , on rétablit la compatibilité dans la section par rapport au plan ε_L . Par contre, on rompt l'équilibre des forces.

Par la suite, pour rétablir l'équilibre des forces sans modifier les valeurs des sollicitations initiales M_0 et N_0 , les résultantes N^* , M^* sont éliminées en laissant agir les efforts opposés $-N_i^*$, $-M_i^*$ sur la section non dissociée (pour maintenir la compatibilité) et ajustée (pour tenir compte des changements graduels, il faut se rapporter au module d'élasticité ajusté E^*).

La figure (4.6) illustre le rétablissement de l'équilibre des forces sur la section non dissociée et ajustée suite à l'application des efforts, la distribution de déformation s'établit à l'équilibre suivant le plan ε_L .

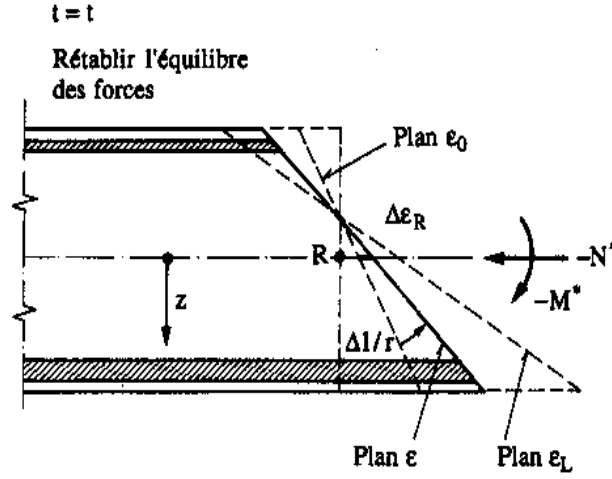


Figure 4.6: Rétablissement de l'équilibre de forces sur la section non dissociée et ajustée.

De cette manière, nous avons déterminé que, pour les efforts dus aux effets différés est équivalente à l'effet des efforts M_i^* , N_i^* , ($i = 1, n$) agissant sur la section ajustée.

Il est évident que la manière la plus simple de traiter le problème n'est pas en analysant séparément l'effet de chaque couche libérée mais en traitant les résultantes des efforts. Calculons la valeur des efforts N^* , M^* résultants agissant en un point de référence R^* quelconque de la section ajustée.

$$N^* = \sum_{i=1}^n N_i^* \quad (4.20)$$

$$M^* = \sum_{i=1}^n M_i^* + \sum_{i=1}^n N_i^* \times z_i^* \quad (4.21)$$

Où z_i^* est la coordonnée du centre de gravité de la i -ième couche par rapport au point de référence R^* . En suivant le cheminement semblable à celui qui nous a permis d'obtenir les équations (4.10) et (4.11) nous pouvons établir les relations suivantes :

$$\Delta\varepsilon_R = \frac{N^* \times I^* - M^* \times B^*}{E_{ref}^* (A^* \times I^* - B^{*2})} \quad (4.22)$$

$$\Delta\psi_0 = \frac{-N^* \times B^* + M^* \times A^*}{E^*_{ref} (A^* \times I^* - B^{*2})} \quad (4.23)$$

Où :

A^*, B^*, I^* sont respectivement la surface, le moments statique et l'inertie de la section ajustée par rapport au point de référence R^* . Les expressions les définissant sont donnée par :

$$A^* = \int \alpha^* dA \quad (4.24a)$$

$$B^* = \int z^* \alpha^* dA \quad (4.24b)$$

$$I^* = \int z^{*2} \alpha^* dA \quad (4.24c)$$

Avec :

$\alpha^* = E^*/E^*_{ref}$ coefficient d'équivalence ajustée ;

z^* : coordonnée mesurée à partir du point de référence R^* .

Les augmentations de déformation peuvent être calculées par :

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_R + \psi \times z^* \quad (4.25)$$

Le changement de contraintes $\Delta\sigma$ dans le temps peut être obtenu à l'aide de l'équation de base (2.11).

$$\Delta\sigma = E^* \times (\Delta\varepsilon - \varepsilon_L) \quad (4.26)$$

Les valeurs finales, compte tenu des effets différés, sont données par la superposition des valeurs initiales ε_0, ψ_0 et σ_0 , et des augmentations $\Delta\varepsilon, \Delta\psi$ et $\Delta\sigma$.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \quad (4.27.a)$$

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi \quad (4.27.b)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma \quad (4.27.c)$$

Dans le cas particulier où le point de référence R^* coïncide avec le centre de gravité de la section ajustée, B^* est égal à zéro. Les équations (4.22) et (4.23) peuvent donc être écrites sous la forme :

$$\Delta \varepsilon_R^* = \frac{N^*}{E_{ref}^* \times A^*} ; \Delta \psi = \frac{M^*}{E_{ref}^* I^*} \quad (4.28)$$

4.5 CAS D'UNE SECTION HOMOGENE ÉQUIVALENTE

Lors de l'analyse d'une section homogène les déformations libres dues aux effets différés ne provoquent pas d'incompatibilité dans la section. En prenant le point de référence R identique au centre de gravité de la section.

Dans le cas où efforts initiaux N_0 et M_0 sont constants ($M = 0$, $N = 0$), l'augmentation des déformations est identique aux déformations libre. Elles sont données par les équations suivantes :

$$\Delta \varepsilon_R = \varphi \frac{N_0}{E_0 \times A} + \varepsilon_{sh} \quad (4.29)$$

Avec :

ε_{sh} : la déformation du retrait

$$\Delta \psi = \varphi \frac{M_0}{E_0 I} \quad (4.30)$$

Les augmentations de contraintes sont nulles :

$$\Delta \sigma = 0 \quad (4.31)$$

Il est à noter que dans ce cas il n'y a pas d'incompatibilité des déformations due aux déformations libres.

4.6 SECTION FISSURÉE ÉQUIVALENTE

Dans l'analyse de la section fissurée, nous tiendrons compte du béton comprimé, des aciers autant passifs que de précontrainte la géométrie originale de la section est donc susceptible d'être modifiée du moment que nous négligeons le béton tendu.

La question qui se pose immédiatement concerne la hauteur comprimée. En effet, celle-ci dépend seulement de la géométrie initiale dans le cas de la flexion simple, mais elle dépend aussi des sollicitations dans le cas de la flexion composée. Au temps $t = t_0$ nous avons la configuration suivante :

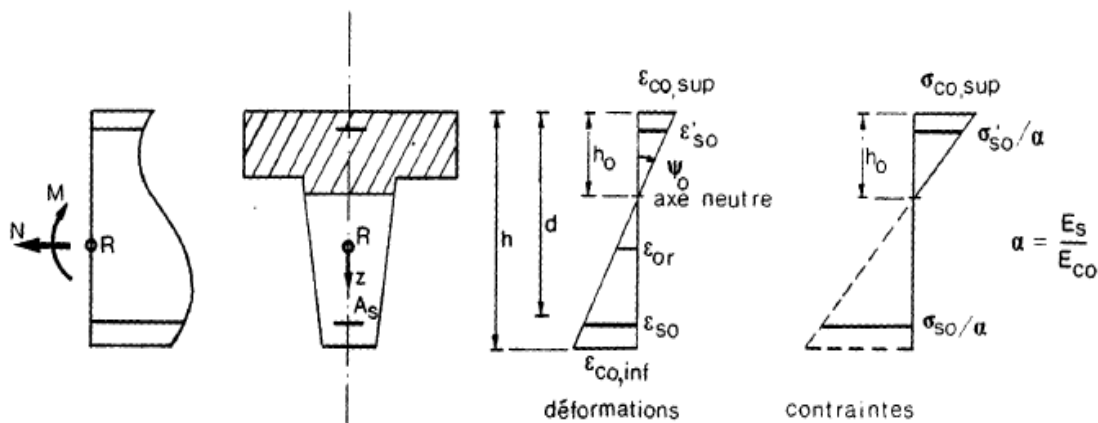


Figure 4.7: Section fissurée, déformation et contrainte initiale

h_0 : la hauteur de la zone comprimée. Elle correspond à la position de l'axe neutre autant pour les déformations que les contraintes.

Les hypothèses suivantes sont admises :

- les sections restent planes après déformation hypothèse de BERNOULLI
- les contraintes dans le béton et dans les aciers sont proportionnelles aux déformations

Notant $h_0 = x$:

A partir de l'hypothèse (1) on peut écrire

$$\varepsilon_{sc} = \frac{x-d}{x} \times \varepsilon_c \tag{4.32}$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{d-x}{x} \times \varepsilon_c \tag{4.33}$$

A partir de l'hypothèse (2) on peut écrire :

$$f_c = E_c \times \varepsilon_c \tag{4.34}$$

$$f_s = E_s \times \varepsilon_{sc} = \alpha E_c \times \varepsilon_c \tag{4.35}$$

$$f_c = E_s \times \varepsilon_{st} = \alpha E_c \times \varepsilon_c \tag{4.36}$$

E_c et E_s sont respectivement les modules d'élasticité du béton et des acier.

le béton tendu est négligé, donc la section effective devient :

A partir de la condition d'équilibre des forces.

$$\frac{1}{2} A_c f_c + A_{sc} f_{sc} = A_{st} f_{st} \quad (4.37)$$

Avec :

A_c : aire du béton comprimé

A_{sc} : aire des aciers comprimés

A_{st} : aire des aciers tendus

La position de l'axe neutre étant définie, la nouvelle géométrie de la section est donc définie par le béton comprimé et les aciers, le béton tendu étant négligé. Toutes les relations établies auparavant pour l'évaluation des efforts instantanés restent valables :

Ce qui nous permet d'en déduire les relations (4.10) et (4.11) au point de référence :

$$\varepsilon_{0R} = \frac{N_0 \times I - M_0 \times B}{E_{ref} (A \times I - B^2)}$$

$$\psi_0 = \frac{-N_0 \times B + M_0 \times A}{E_{ref} (A \times I - B^2)}$$

Les déformations et les contraintes initiales en tout point sont données par les relations (4.1) et (4.2)

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{0R} + \psi_0 \times z$$

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 \times E_0$$

Avec A, B, et I les caractéristiques géométriques de la nouvelle section transformée (béton tendu négligé).

Au temps t (date d'observation), la section résistante change ; en effet l'axe neutre de la section se déplace ainsi que celui des déformations. Mais le déplacement est insignifiant pour cela on suppose que la section résistante sous les effets différés, ne change pas, autrement dit que la hauteur du béton comprimé reste constante, toutes les relations précédentes restent valables.

4.7 CONCLUSION

Pour évaluer la réponse à des sollicitations graduelles, dans une section, nous avons utilisé la méthode analytique approchée qui remplace l'évaluation de l'intégrale contenue dans l'équation par une expression plus facilement calculable (équation de base). Nous avons introduit le coefficient de vieillissement dont la valeur dépend de l'âge du béton en réduisant la valeur du coefficient de fluage. En effet, si une contrainte est appliquée graduellement durant un intervalle de temps, le fluage va se produire sur un béton plus vieux que celui correspondant à la mise en charge est maintenue constante pendant l'intervalle de temps. Cette méthode prend donc en compte l'âge du béton par l'intermédiaire du coefficient de vieillissement et permet ainsi de résoudre de manière les problèmes liés au comportement différé du béton. De plus, Bazant a montré que la méthode, du module effectif ajusté fournit, dans le cadre des hypothèses de la viscoélasticité linéaire la solution exacte [Z.P. Bazant 1982].

CHAPITRE 5**OUTIL DE SIMULATION NUMERIQUE
POUR L'ANALYSE DE SECTION****5.1 INTRODUCTION**

De nos jours, la simulation numérique est devenue un complément essentiel des approches théoriques et expérimentales. Ce complément offre à l'ingénieur un vaste choix pour l'aide au dimensionnement des structures.

Dans le chapitre précédent, nous avons vu d'une manière générale la réponse dans une section quelconque, symétrique par rapport au plan de flexion, sollicitée au temps t par un moment M_0 et un effort normal N_0 . Dans ce qui suit, nous allons développer ces équations, sous forme d'un programme de calcul. Une visualisation graphique de l'état de contrainte et déformation sera présentée pour chaque pas de temps.

5.2 DESCRIPTION DE L'OUTIL

Le programme à l'élément nommé SECDIFF est écrit en langage Fortran 90. L'objectif visé par ce programme est de calculer et d'évaluer l'évolution des déformations et des contraintes qui se produisent dans une section en béton précontraint.

Le point de référence R est choisi sur l'axe de symétrie de la section.

5.2.1 DONNEES POUR LE PROGRAMME SECDIFF

La liste présentée ci-dessous précise les données, dans l'ordre, qui doivent figurer dans les fichiers données.

t_0 : âge du premier chargement en jour

t : âge de l'observation en jour

d_1 : distance d'enrobage en mm

d_2 : distance de la gaine par rapport à la fibre la plus tendu en mm

HR: humidité relative en %

cc: consistance du béton (molle, plastique, ferme)

E_0 : module d'élasticité de l'acier précontraint et des aciers passifs en KN/mm²

E_{c28} : module d'élasticité du béton en KN/mm²

A_{st} : section des armatures tendues en mm²

A_{sc} : section des armatures comprimées en mm²

G_p : section de la gaine de précontrainte en mm²

A_p : section des armatures de la précontrainte en mm²

N_0 : effort normal en KN

M_0 : moment de flexion en KN

5.3 SECTION FISSUREE

Dans le cas où la section se fissure sous l'action des charges N_0 , M_0 les effets différés se manifesteront non pas sur la section totale mais seulement sur la section résistante, soit celle formée par le béton en compression et par les aciers. Au cours du temps l'axe neutre des contraintes se déplace, entraînant en même temps une modification de la section résistante. Cette modification reste en général très modeste. De ce fait nous avons donc décidé d'adopter dans le programme l'hypothèse que la section résistante ne change pas dans le temps. Ainsi toutes les relations utilisées pour la section non fissurée restent valables en section fissurée.

5.4 EFFET DE LA RELAXATION DES ACIERS DE PRECONTRAINTE

Nous avons vu au paragraphe § 3.3.2 la manière de traiter la relaxation réduite, par un calcul direct, nous avons adopté dans le programme cette méthode qui nous permet d'évaluer la contrainte initiale réduite dans les câbles de précontrainte par la formule :

$$\overline{\sigma}_0 = \sigma_0 + \Delta\sigma_{\varphi,sh}$$

σ_0 : Avec la contrainte initiale dans les aciers

$\Delta\sigma_{\varphi,sh}$: La variation des contraintes.

5.5 ORGANIGRAMME DU PROGRAMME SECDIFF

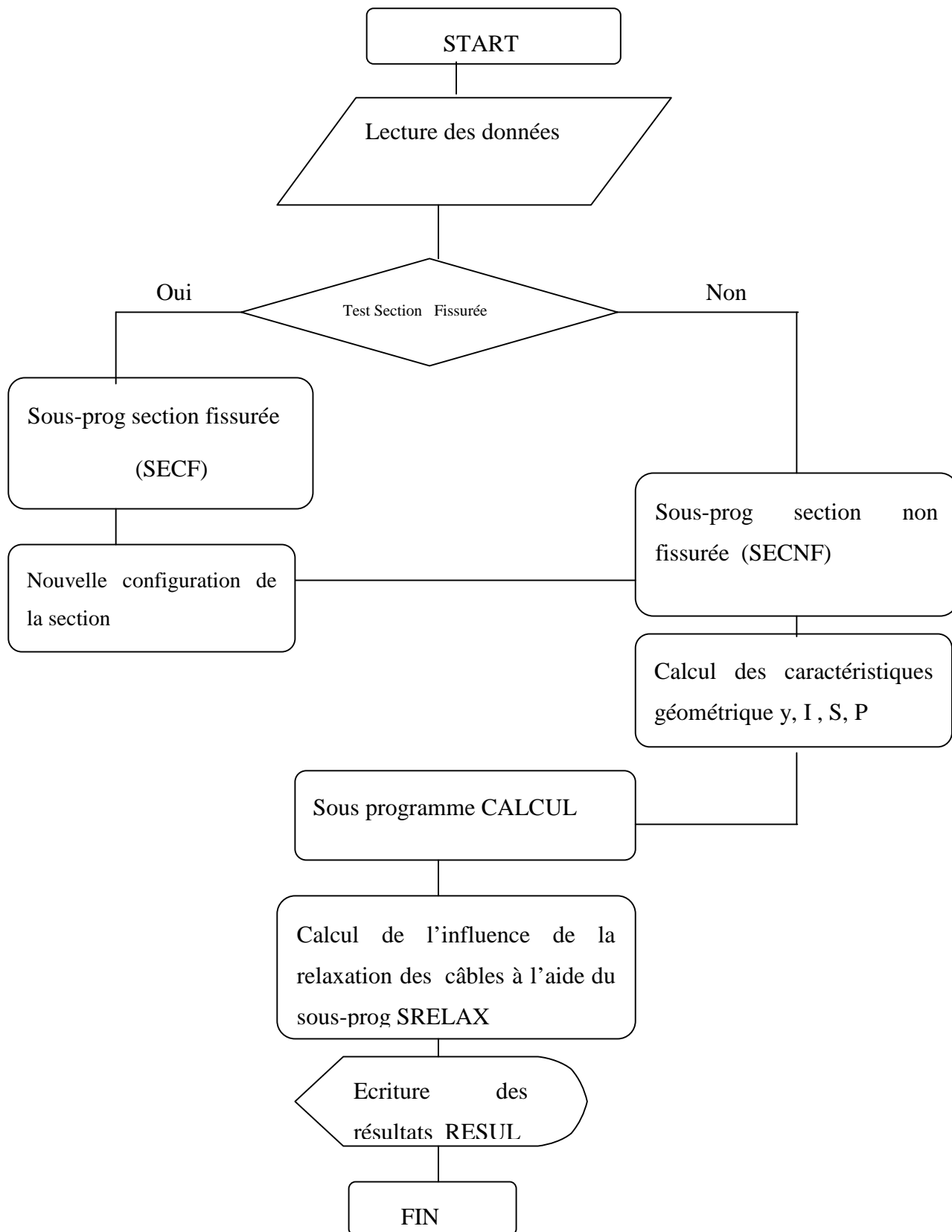


Figure 5.1: Organigramme du programme SECDIFF

5.6 LE SOUS-PROGRAMME SECNF

Le sous-programme SECNF (section non fissurée) permet le calcul des caractéristiques géométriques d'une section symétrique quelconque à savoir le centre de gravité (y), la surface de l'élément (S), le périmètre (p) et l'inertie (I) par rapport au centre de gravité de la section. En commençant par des formes usuelles (carré, rectangle, la forme en T la forme en I, et le caisson).

Pour des raisons de précision des résultats, nous avons choisi le système de coordonnées x - y telque l'axe vertical y coïncide avec l'axe de symétrie de la section.

Notons que dans le programme, l'inertie propre des aciers passifs et de précontrainte, est négligée.

5.6.1 ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME SECNF

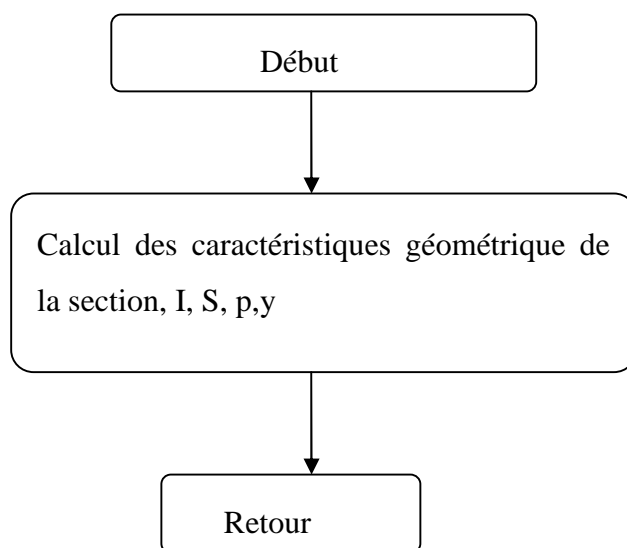


Figure 5.2: Organigramme SECNF

5.7 SOUS PROGRAMME SECF

Le sous Programme SECF (section fissurée) nous permet de déterminer la position de l'axe neutre pour une section symétrique sollicitée en flexion simple ou composée. La configuration de la section fissurée est déterminée en négligeant la zone correspondant au béton tendu mais en gardant tous les aciers, aussi bien comprimés que tendus.

Pour cela les caractéristiques géométrique seront calculé sauf pour la partie comprimé du béton.

5.7.1 ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME SECF

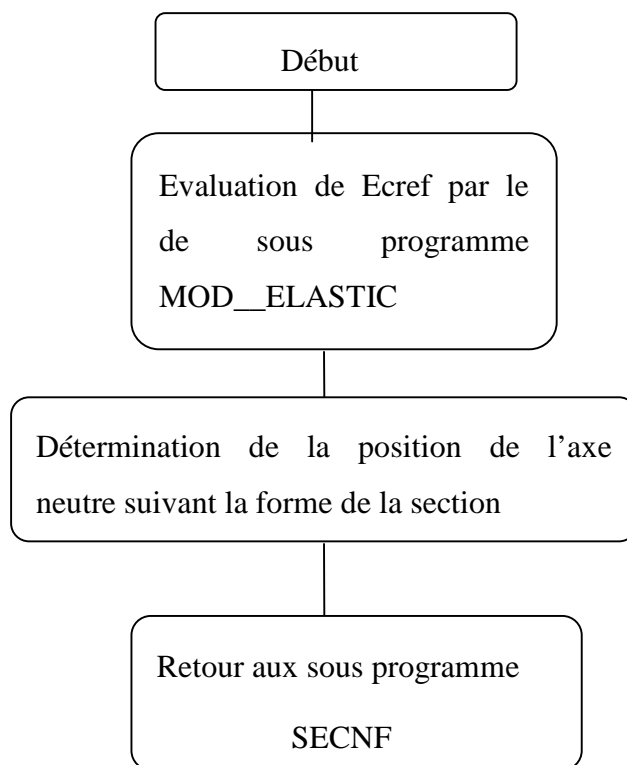


Figure 5.3: Organigramme SECF

5.8 SOUS-PROGRAMME REOLOB

Ce sous-programme REOLOB (rhéologie du béton) permet l'évaluation des coefficients relatifs aux effets différés, à savoir le coefficient de fluage φ , le coefficient de vieillissement χ et de retrait ε_{sh} . Avec une possibilité de faire directement rentrer ces coefficients dans le fichier données. Nous avons adopté la proposition graphique de la norme SIA 162 avec les expressions analytiques suivantes et les propositions de la norme EUROCODE.

- le coefficient de fluage de la norme SIA162

$$\varphi(t, t_0) = k_H \times k_0 \times f(\Delta t)$$

Avec :

$$k_H = (4.8 - 4 \times HR) \times C$$

La fonction k_0 dépend de la mise en charge. Elle s'écrit :

$$k_0 = \frac{1}{(0.43 + 0.12 \times t_0)}$$

La fonction $f(\Delta t)$ définit l'évolution du fluage avec le temps. Elle s'écrit ainsi :

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta t^{0.75}}{(\Delta t^{0.75} + 2.4 \sqrt{h_{ef}})}$$

Où :

HR l'humidité relative,

C : est un facteur relatif à la consistance du béton et qui peut prendre les valeurs 1.25, 1 ou 0.75 selon qu'il s'agit respectivement d'un béton à consistance molle, plastique ou ferme,

t_0 : est l'âge de chargement,

Δt : la durée du chargement égale $t - t_0$,

- le coefficient de fluage dans la norme EUROCODE

$$\phi_{ceb}(t, t_0) = \psi \varphi_{RH} \left(\frac{16.8}{(f_c)^{1/2}} \right) \times \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + \beta_H} \right)^{0.3}$$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - (HR/100)}{0.15(h)^{1/3}}$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (1.2HR)^{18} \right] \times h_{ef} + 250$$

β_H : coefficient tenant compte de l'humidité relative et l'épaisseur effective sur le fluage

φ_{RH} : facteur tenant compte de l'humidité relative sur le fluage ultime.

h_{ef} : est la hauteur effective égale pour les modèles:

$$h_{ef} = \frac{2A}{U} \quad \text{Épaisseur de l'élément en mm}$$

A : aire de la section

U : périmètre de la section

- Pour le coefficient de vieillissement selon Trevino [cité R.Favre 1997]

$$\chi = \frac{t_0^{1/3}}{1 + t_0^{1/3}}$$

- Pour la fonction du retrait selon SIA162

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = -[g(t) - g(t_0)] \times \varepsilon_{sh,1}$$

$$g(t_i) = \frac{1}{[0.38 \times h_{ef}^{0.2} \times (1 + 0.29h_{ef} / t_i^{0.85})]}$$

$$\varepsilon_{sh}^0 [\%] = 065 \times (1 - HR^2) \times C$$

- Pour la fonction du retrait selon EUROCODE

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{cs0} \times \beta_s(t - t_0)$$

ε_{cs0} : La déformation de retrait fictif.

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_c) \times \beta_{RH}$$

$$\varepsilon_s(f_c) = (160 + \beta_{sc} \times (90 - f_c)) \times 10^{-6}$$

$\varepsilon_s(f_c)$ considère l'influence de la résistance du béton sur le retrait

β_{sc} caractérise le type de ciment.

β_{RH} : coefficient lié à l'humidité relative du milieu ambiant.

$$\beta_s(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{0.035 \times (h_0)^2 + (t - t_0)} \right]^{1/2}$$

5.8.1 ORGANIGRAMME DU SOUS PROGRAMME REOLOB

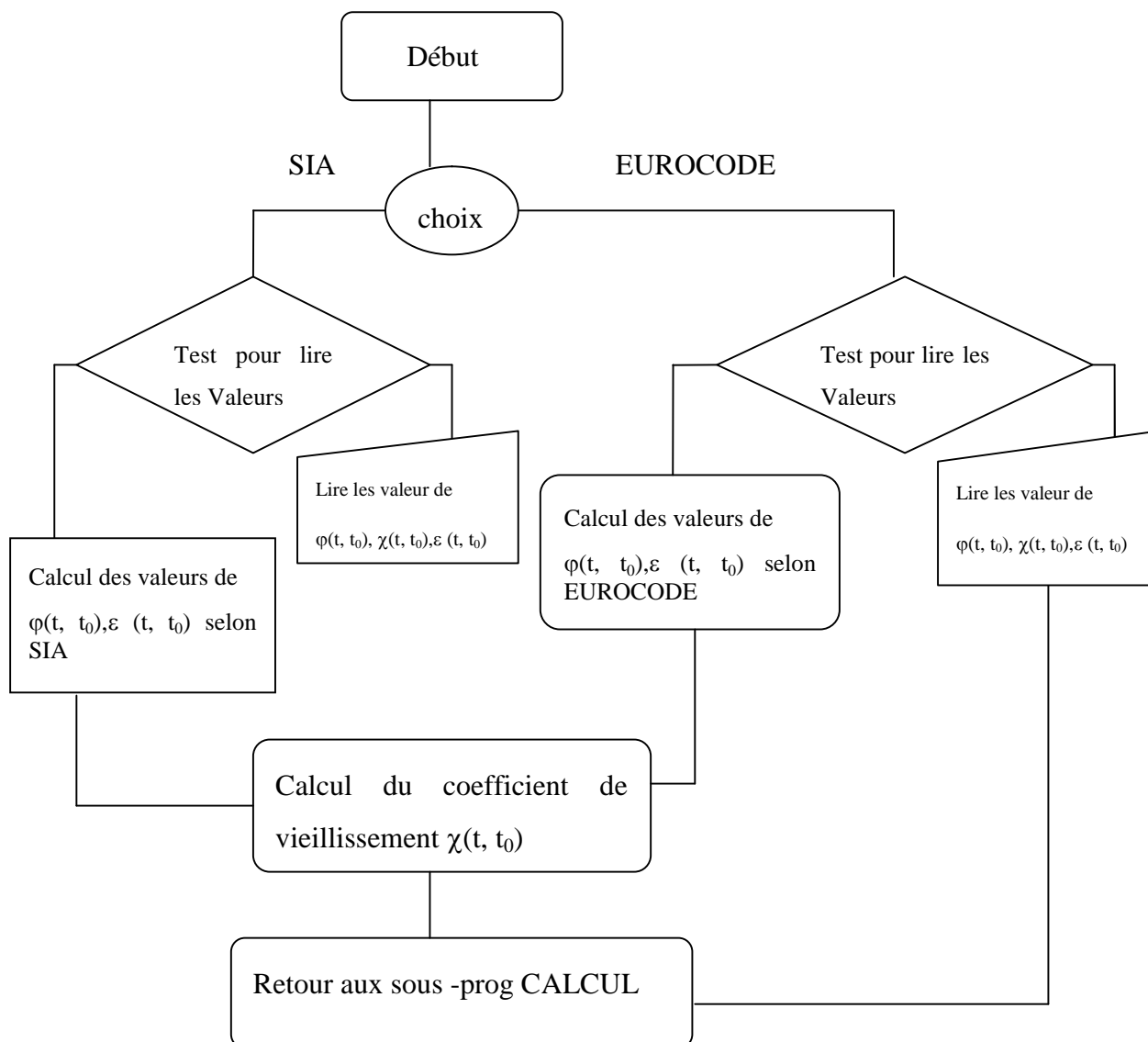


Figure 5.4: Organigramme du sous-programme REOLOB

5.9 SOUS-PROGRAMMES MOD_ELASTIC

Le sous-programme MOD_ELASTIC permet d'évaluer le module d'élasticité à l'aide de la relation basée sur la proposition SIA 162.

$$E_c(t_0) = E_{c28} \times \left(\frac{t_0}{4.76 + 0.83 \times t_0} \right)^{1/3}$$

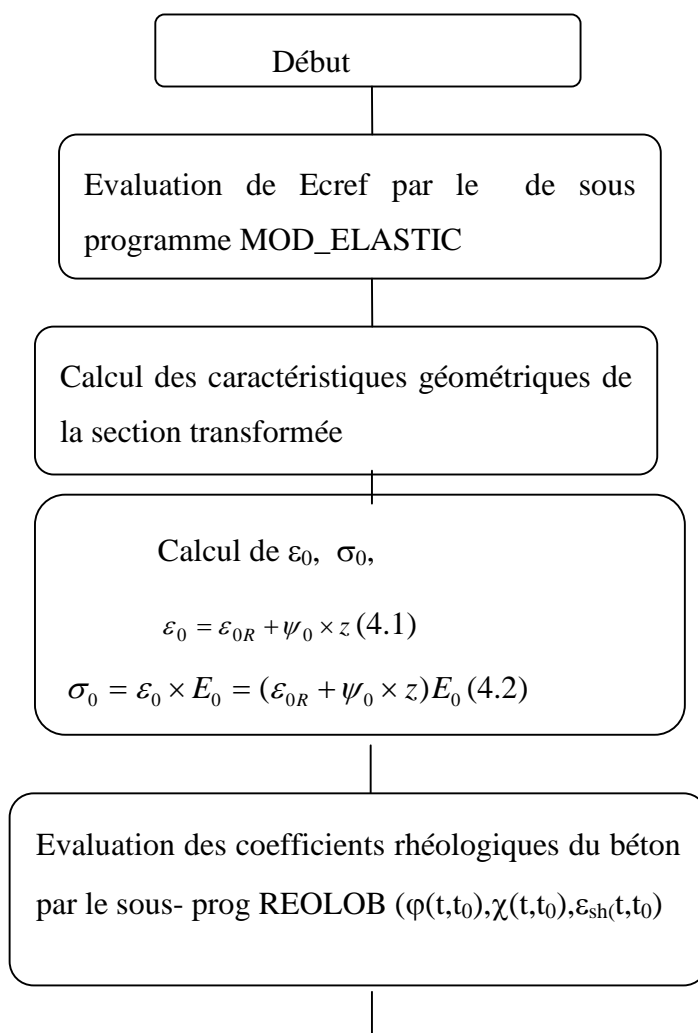
Où t_0 est l'âge du béton au premier chargement pour lequel on s'intéresse à connaître le module d'élasticité.

E_{c28} est le module d'élasticité à 28 jours.

5.10 SOUS PROGRAMME CALCUL

Ce sous-programme CALCUL permet l'évaluation des déformations et des contraintes, en considérant les effets différés par la méthode proposée dans le traité de génie civil volume N° 8, méthode de la section ajustée [R.Favre, 1997].

5.10.1 ORGANIGRAMME DU SOUS PROGRAMME CALCUL



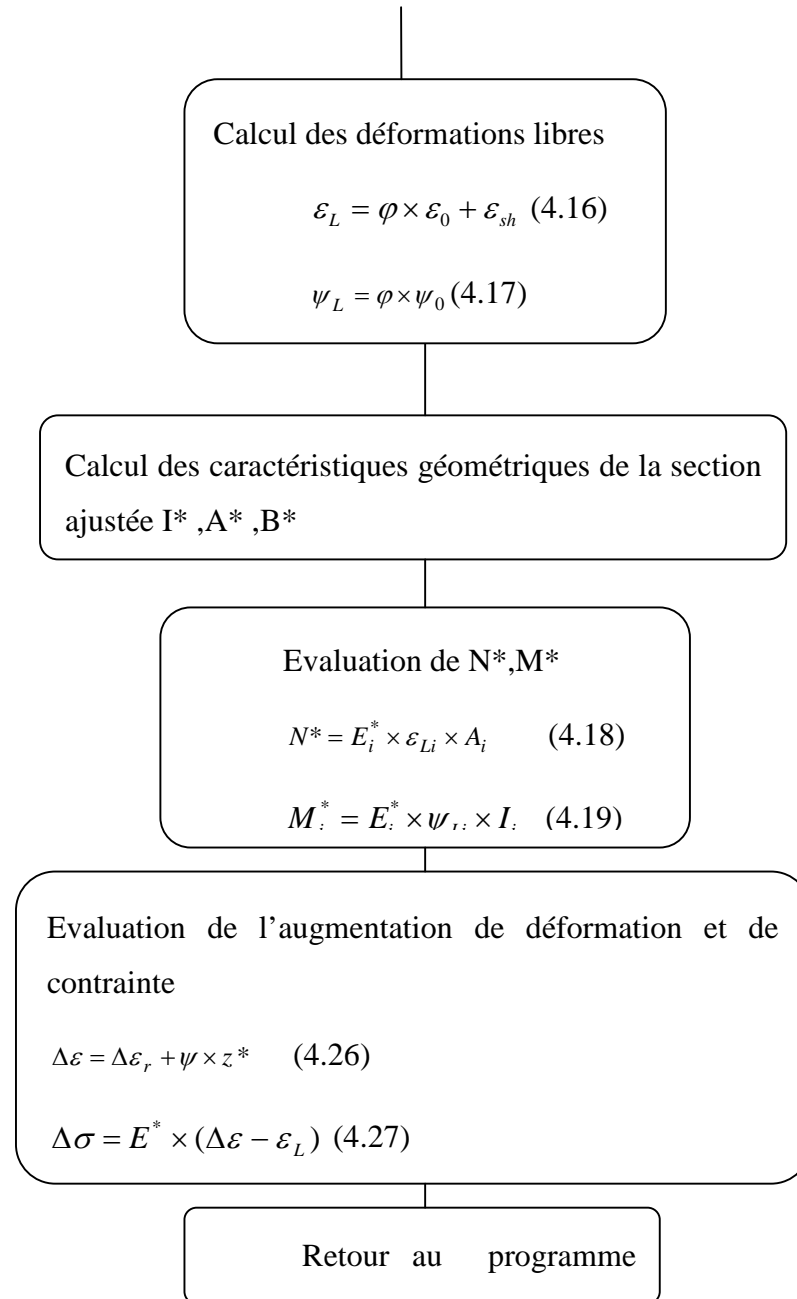


Figure 5.5: Organigramme du sous programme CALCUL

CHAPITRE 6**ANALYSE NUMERIQUE DE SECTIONS EN
BETON PRECONTRAIT****6.1 INTRODUCTION**

Dans ce qui suit, nous allons analyser des exemples de calcul de sections en béton précontraint afin d'illustrer la méthodologie présentée précédemment. Nous comparerons les résultats obtenus numériquement avec des calculs analytiques.

6.2 EXEMPLES D'APPLICATION**6.2.1 SECTION RECTANGULAIRE NON FISSUREE**

Considérons la section rectangulaire médiane d'une poutre précontrainte présentée sur la figure 6.1 [R. Favre, 1997]. Elle est sollicitée, à partir de $t_0 = 7$ jours, par le moment M_0 et un effort normal N_0 dus, respectivement aux charges permanentes et à la force de précontrainte initiale P_0 . Dans cet exemple, nous allons évaluer :

- ✓ Les déformations et les contraintes initiales ;
- ✓ l'augmentation des déformations et des contraintes, dues au fluage et au retrait, à différentes dates d'observation ;
- ✓ la perte de tension dans les aciers de précontrainte au cours du temps.

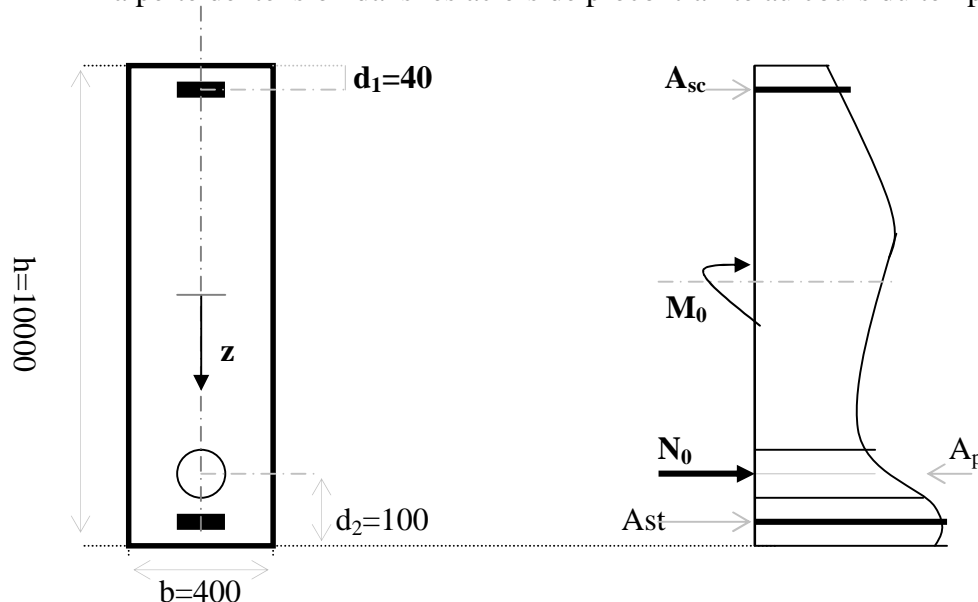


Figure 6 .1: Caractéristiques de la section rectangulaire en [mm]

a- Propriétés rhéologiques des matériaux : (béton et aciers)

- Module d'élasticité du béton à 28 jours $E_{c28} = 35\text{KN/mm}^2$;
- Module d'élasticité des aciers à 28 jours $E_s = E_p = 200\text{KN/mm}^2$;
- L'humidité relative $HR = 70\%$;
- Consistance du béton : molle.

Ces même propriétés sont considérées pour toutes les sections étudiées.

b-Sections des armatures

- Section des armatures tendues $A_{st} = 1200 \text{ mm}^2$;
- Section des armatures comprimées $A_{sc} = 600 \text{ mm}^2$;
- Section de la gaine de précontrainte $G_p = 5026 \text{ mm}^2$;
- Section des aciers de précontrainte $A_p = 2046 \text{ mm}^2$.

c-Les efforts initiaux

- Un moment $M_0 = 650.10^3 \text{KN.mm}$;
- Un effort de précontrainte $N_0 = 2,53.10^3 \text{ KN}$.

VI.2.1.1 Résultats obtenus:

A $t = t_0$, la section est sollicitée par un moment M_0 dû aux charges permanentes, et un effort normal N_0 dû à la précontrainte. La déformation instantanée ε_0 et la contrainte correspondante σ_0 sont calculées dans plusieurs fibres de la section de la figure (6.1).

a/ Les déformations initiales :

- $\varepsilon_{0inf} = -0,378 \times 10^{-3}$: La déformation dans la fibre inférieure du béton à $z=500\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0st} = -0,364 \times 10^{-3}$: La déformation dans les aciers tendus à $z=446\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0sp} = -0,343 \times 10^{-3}$: La déformation dans les aciers de précontraintes à $z=400\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0sc} = -0,045 \times 10^{-3}$: La déformation dans les aciers comprimés à $z= -446\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0sup} = -0,032 \times 10^{-3}$: La déformation dans fibre supérieure du béton à $z=-500\text{mm}$.

b/ Les contraintes initiales :

- $\sigma_{0inf} = -11.5$ MPa: La contrainte dans la fibre inférieure du béton à $z=500$ mm.
- $\sigma_{0st} = -72.8$ MPa : La contrainte dans les aciers tendus à $z=446$ mm.
- $\sigma_{0,p} = 1.24$ MPa : La contrainte dans les aciers de précontrainte à $z=400$ mm.
- $\sigma_{0sc} = -9.16$ MPa : La contrainte dans les aciers comprimés à $z= -446$ mm.
- $\sigma_{0sup} = -0.97$ MPa : La contrainte dans fibre supérieure du béton à $z= -500$ mm.

L'ensemble des résultats numériques est représenté d'une part dans les tableaux (6.1), (6.2), (6.3), (6.4) et (6.5) ; et d'autre part sur les figures (6.2), (6.3), (6.4), (6.5) et (6.10). Les déformations et les contraintes indiquées dans les tableaux correspondent aux valeurs finales obtenues.

Les tableaux (6.1) et (6.2) résument respectivement l'ensemble des valeurs calculées des déformations et des contraintes, dans le béton et les aciers, en tenant compte de la déformation due au retrait. De même sont données respectivement dans les tableaux (6.3) et (6.4) les déformations et les contraintes, dans le béton et les aciers, sans la déformation de retrait. On remarque que la section est totalement comprimée.

De plus, le tableau (6.5) résume l'ensemble des valeurs calculées à différentes hygrométries dans la fibre la plus sollicitée, à savoir la fibre inférieure.

Tout d'abord, on remarque, sur les figures (6.2) et (6.4) que les déformations au début, progressent rapidement et qu'à partir de deux ans environ, ces déformations évoluent lentement puis elles se stabilisent. Par ailleurs, on constate que les déformations finales avec retrait sont 20% plus grandes dans la fibre supérieure et environ 100% plus petites dans les fibre inférieure.

A partir, des figures (6.3) et (6.5), nous constatons que la présence du retrait fait augmenter les contraintes dans les aciers passifs, et maintient les contraintes pratiquement inchangés dans les aciers de précontrainte.

Les figures (6.6) et (6.7) mettent en évidence respectivement un écart progressif de la déformation, avec et sans retrait, allant jusqu' à 13% dans la fibre inférieure et à 50% dans la fibre supérieure.

Enfin, sur la figure (6.8), nous avons représenté l'évolution de la tension dans les aciers de précontrainte et nous constatons à partir de la figure (6.9) une perte progressive de tension qui est égale à 13% avec retrait et à 10% sans retrait.

Afin de montrer l'influence de certains paramètres rhéologiques sur l'évolution des déformations, nous avons représenté les déformations, dans la fibre inférieure, à différentes humidités relatives "hygrométries". Ces courbes évoluent avec la même tendance, On remarque que pour une hygrométrie faible de 30%, la déformation finale, dans la fibre inférieure, est plus importante que celle calculée pour une hygrométrie de 90% (voir fig 6.11).

Par ailleurs, il est à remarquer que :

- L'hypothèse de Bernoulli est bien vérifiée (fig (6.12) et fig (6.13)) ;
- L'intensité et l'évolution dans le temps des déformations correspondent assez bien à ce qu'on obtient analytiquement ;
- Lorsque le béton est soumis à une augmentation d'humidité relative, à maturité le fluage et le retrait diminuent [A.Neville 2000].

La comparaison entre les calculs effectués par le logiciel développé et l'analyse de l'exemple proposé [R. Favre, 1997] montrent que les résultats sont identiques.

Tableau 6.1 : Résultats numériques des déformations totales avec retrait

Temps (t) en jours	Les déformations (ϵ) avec retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,378	-0,566	-0,992	-1,076	-1,150	-1,184	-1,212
Aciers tendus	-0,364	-0,548	-0,967	-1,049	-1,123	-1,157	-1,185
Aciers de précontrainte	-0,343	-0,520	-0,928	-1,009	-1,082	-1,115	-1,143
Aciers comprimés	-0,046	-0,118	-0,368	-0,430	-0,488	-0,515	-0,537
Fibre supérieure	-0,032	-0,099	-0,347	-0,403	-0,460	-0,487	-0,509

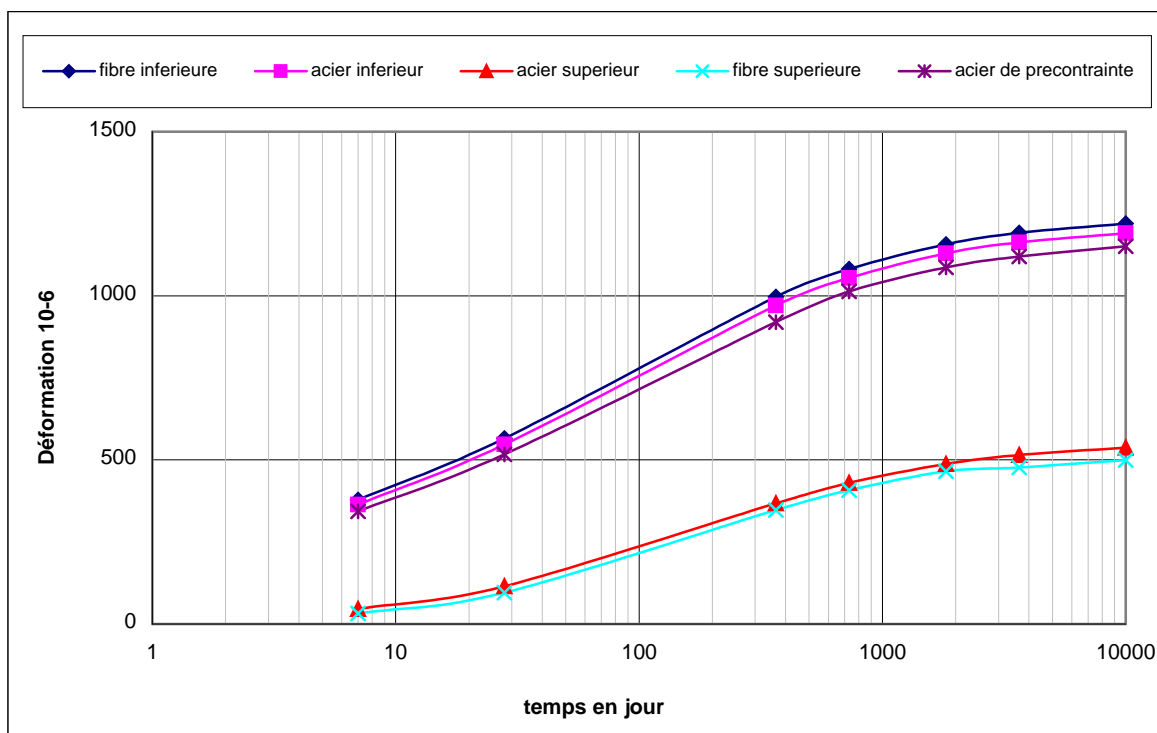


Figure 6.2: Evolution des déformations avec le retrait.

Tableau 6.2: Résultats numériques des contraintes totales avec le retrait

Temps (t) en jours	Les contraintes avec retrait (MPa)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-11.52	-10.50	-8.12	-7.63	-7.20	-7.01	-6.84
Aciers tendus	-72.86	-110.94	-193.21	-209.81	-224.59	-231.38	-236.94
Aciers de précontrainte	1.24	1.21	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11
Fibre supérieure	-0.97	-1.38	-2.14	-2.27	-2.38	-2.44	-2.47
Aciers comprimés	-9.33	-23.58	-73.62	-86.03	-97.60	-103.05	-107.54

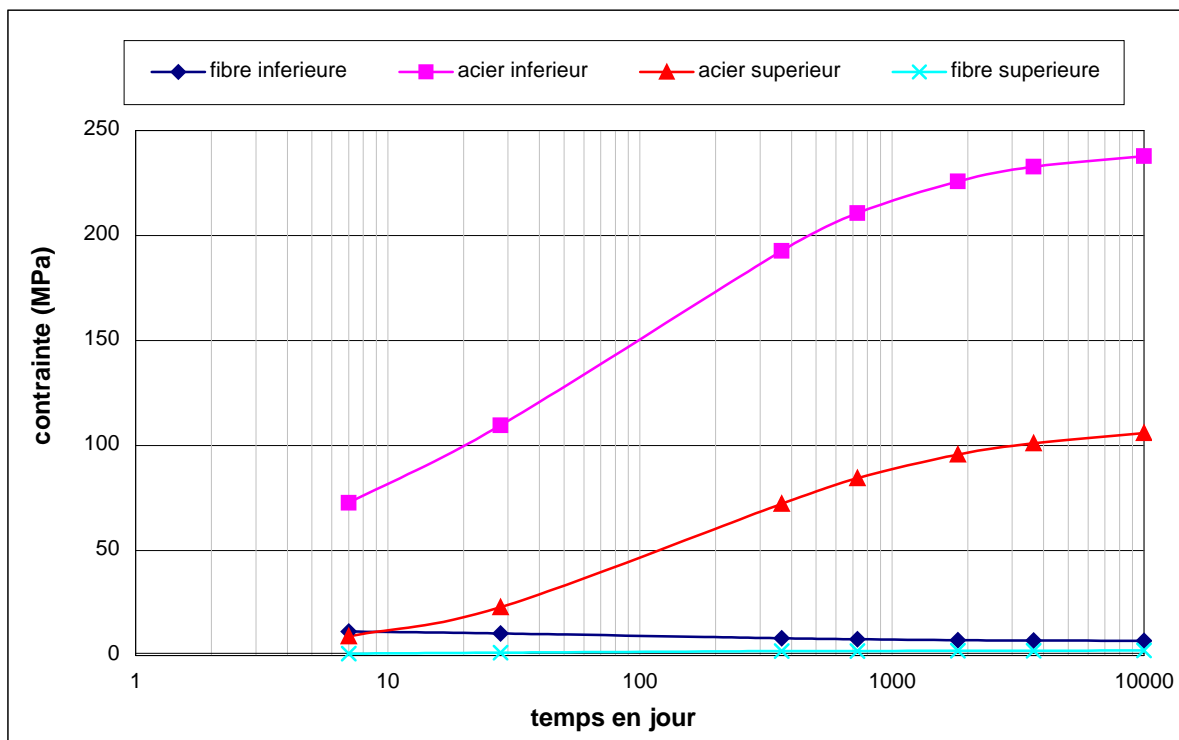


Figure 6 .3: Evolution des contraintes avec le retrait.

Tableau 6.3 : Résultats numériques des déformations totales sans le retrait

Temps (t) en jours	Les déformations (ϵ) sans retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,378	-0,540	-0,874	-0,937	-0,994	-1,020	-1,045
Aciers tendus	-0,364	-0,522	-0,846	-0,908	-0,963	-0,989	-1,011
Acier de précontrainte	-0,343	-0,493	-0,804	-0,864	-0,917	-0,942	-0,963
Aciers comprimés	-0,045	-0,085	-0,198	-0,226	-0,252	-0,265	-0,276
Fibre supérieure	-0,032	-0,066	-0,170	-0,196	-0,221	-0,233	-0,244

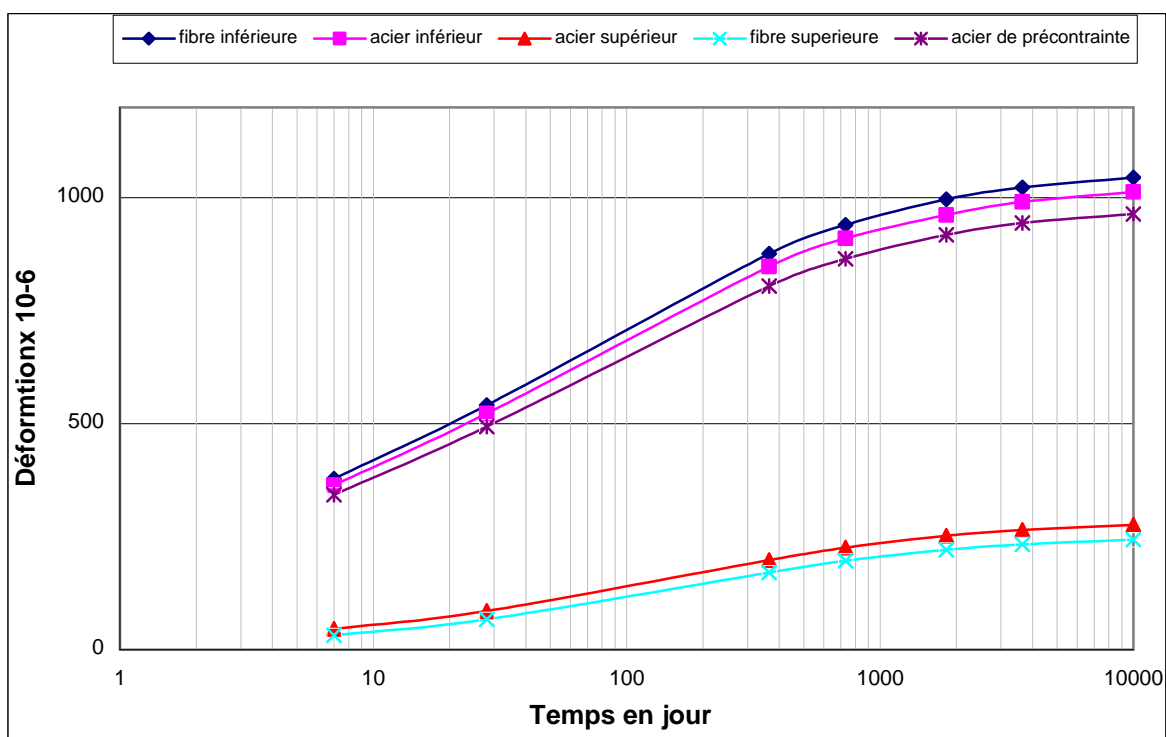


Figure 6.4: Evolution des déformations sans le retrait

Tableau 6.4 : Résultats numériques des contraintes totales sans le retrait

Temps (t) en jours	Les contraintes sans le retrait (MPa)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-11.52	-10.64	-8.77	-8.41	-8.08	-7.98	-7.79
Aciers tendus	-72.86	-104.38	-169.24	-181.59	-192.62	-197.78	-202.09
Acier de précontrainte	1.24	1.21	1.15	1.14	1.13	1.12	1.12
Fibre supérieure	-0.97	-1.36	-2.05	-2.17	-2.27	-2.33	-2.36
Aciers comprimés	-9.33	-17.17	-39.75	-45.21	-50.44	-53.09	-52.22

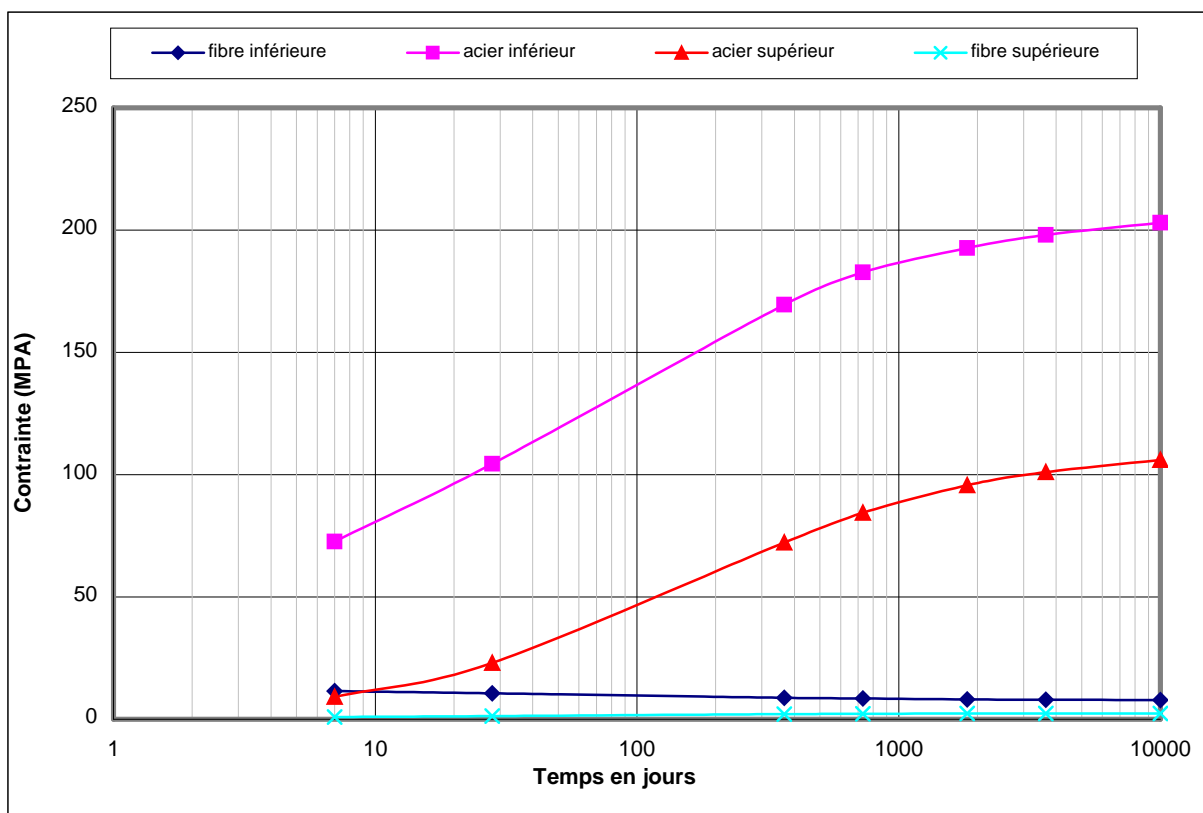


Figure 6 .5: Evolution des contraintes sans la déformation du retrait.

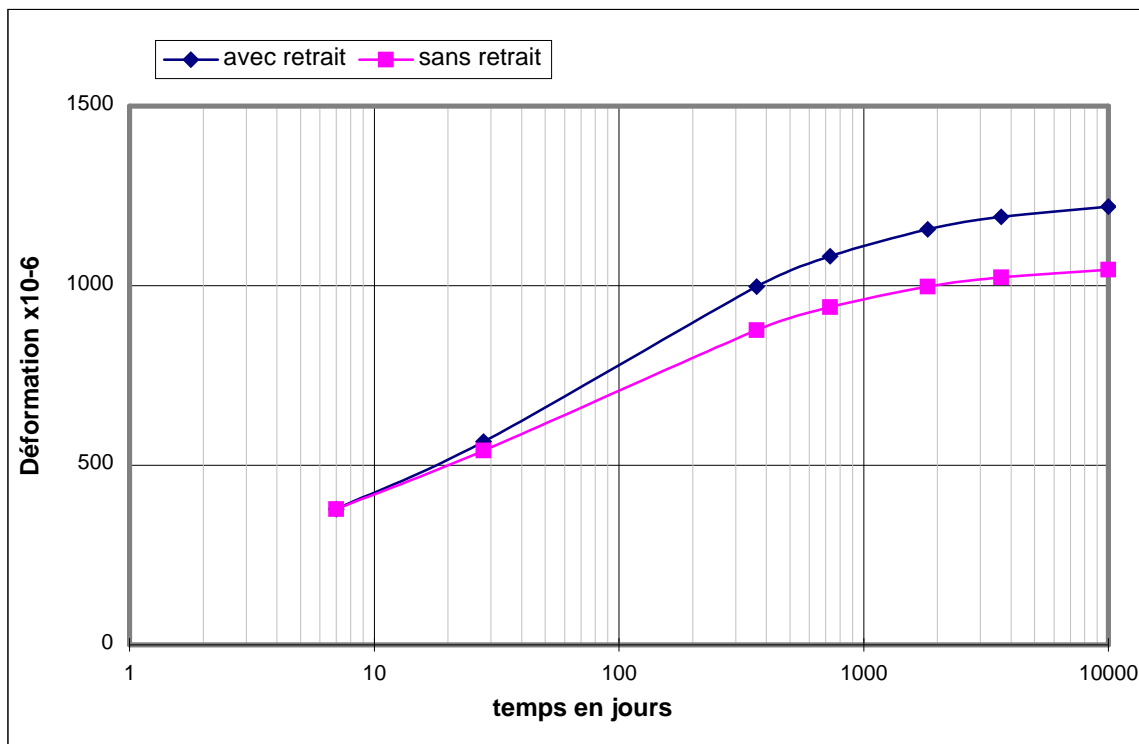


Figure 6 .6: Evolution des déformations dans la fibre inférieure

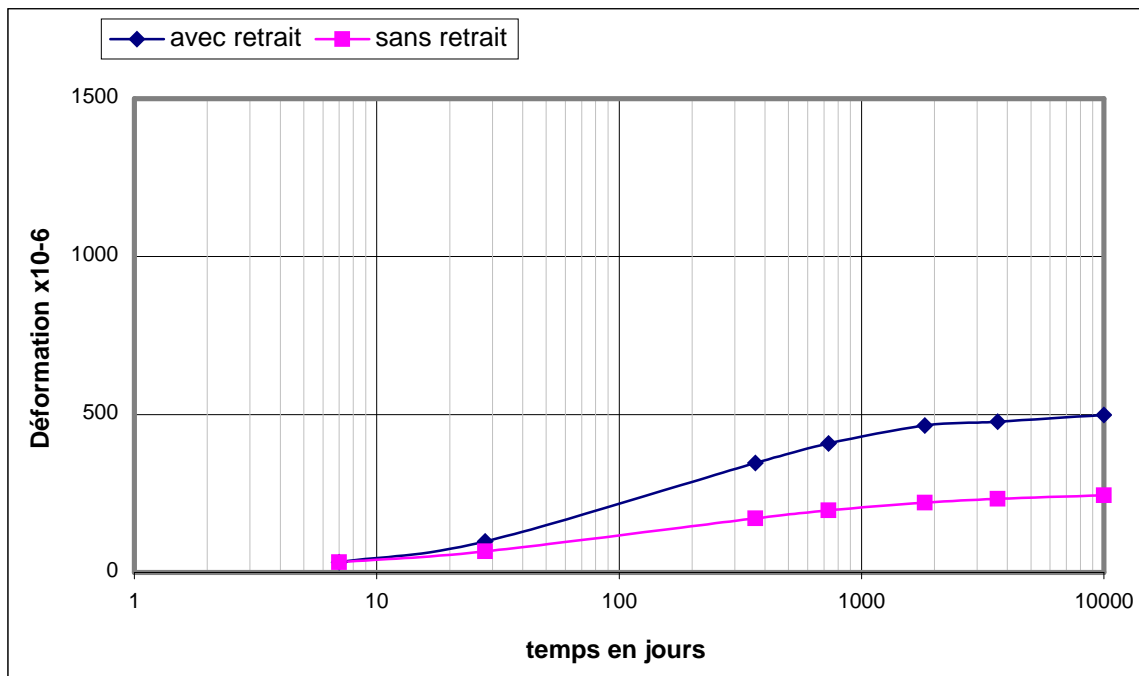


Figure 6 .7: Evolution des déformations dans la fibre supérieure.

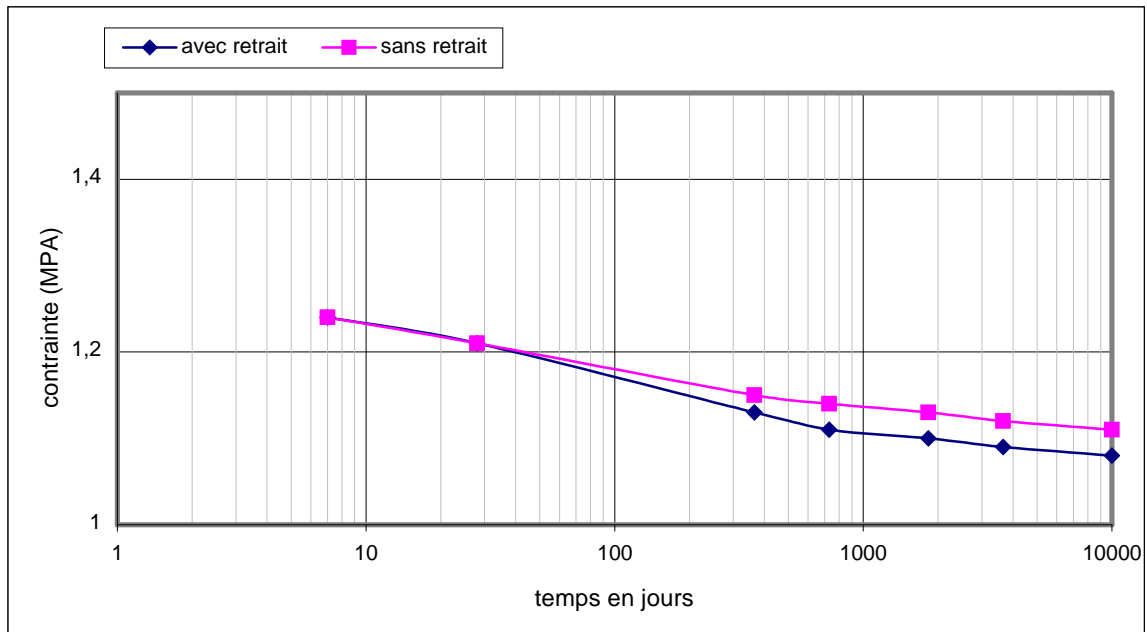


Figure 6.8: Evolution des contraintes dans les aciers de précontrainte

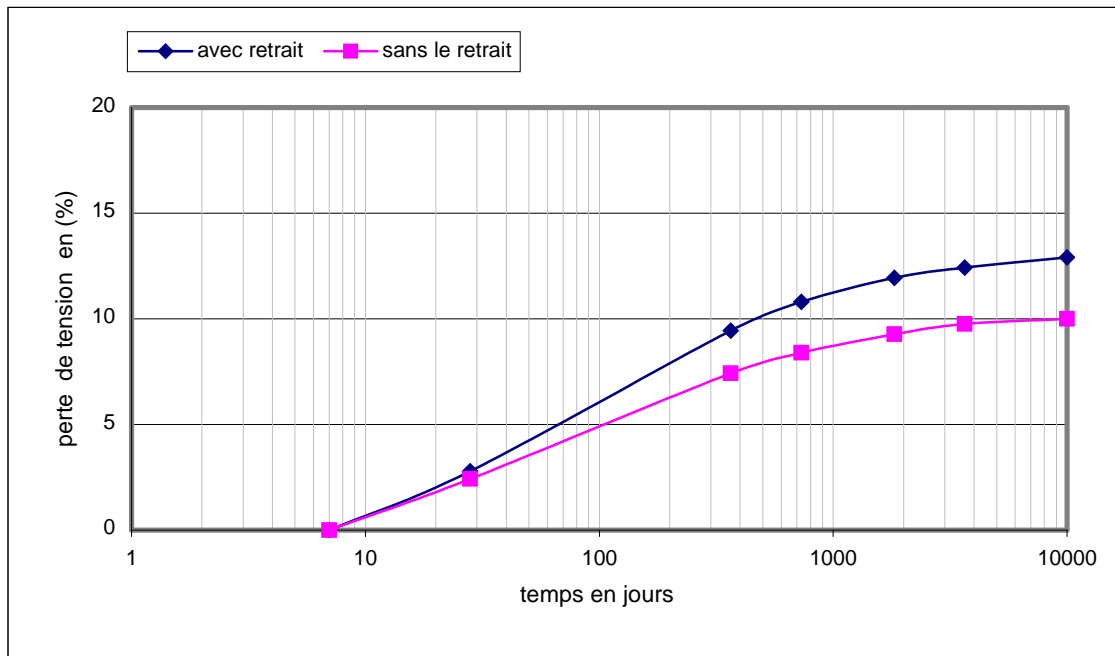


Figure 6.9: Evolution de la perte de tension dans les aciers de précontrainte

Tableau 6.5 : Résultats numériques des déformations totales dans la fibre inférieure à différentes hygrométries

Temps en jours \ Hygrométries (%)	Les déformations totales (ϵ_t) dans la fibre inférieure ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
0	-0,378	-0,734	-1,426	-1,547	-1,649	-1,695	-1,732
30	-0,378	-0,660	-1,260	-1,371	-1,468	-1,512	-1,547
50	-0,378	-0,578	-1,048	-1,141	-1,224	-1,262	-1,293
70	-0,378	-0,566	-0,992	-1,076	-1,150	-1,184	-1,212
90	-0,378	-0,471	-0,696	-0,743	-0,786	-0,806	-0,822
100	-0,378	-0,451	-0,598	-0,629	-0,658	-0,672	-0,684

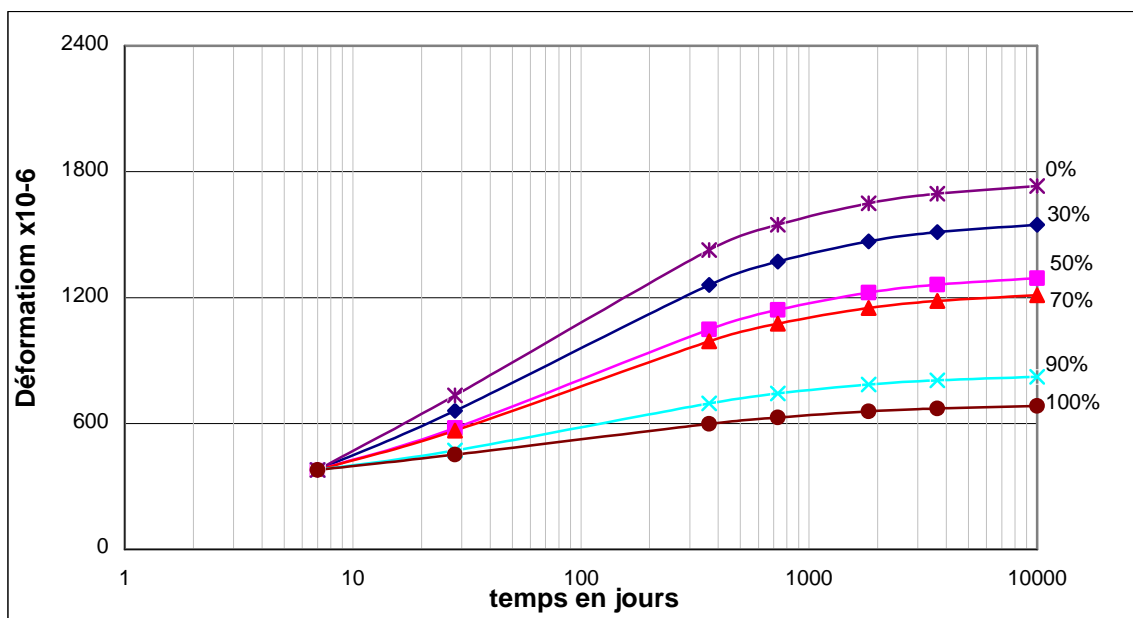


Figure 6.10: Evolution des déformations dans la fibre inférieure à différentes hygrométries

Tableau 6.6 : Résultats numériques des déformations du retrait à différentes hygrométries

Temps en jours \ Hygrométries (%)	Les déformations du retrait (ϵ_{sh}) dans la fibre inférieure ($\times 10^{-3}$)					
	28	365	730	1825	3650	10000
0	-0,061	-0,323	-0,390	-0,451	-0,494	-0,501
30	-0,055	-0,294	-0,355	-0,411	-0,436	-0,456
50	-0,046	-0,242	-0,292	-0,338	-0,359	-0,376
70	-0,023	-0,139	-0,176	-0,150	-0,210	-0,241
90	-0,012	-0,061	-0,074	-0,086	-0,091	-0,095
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

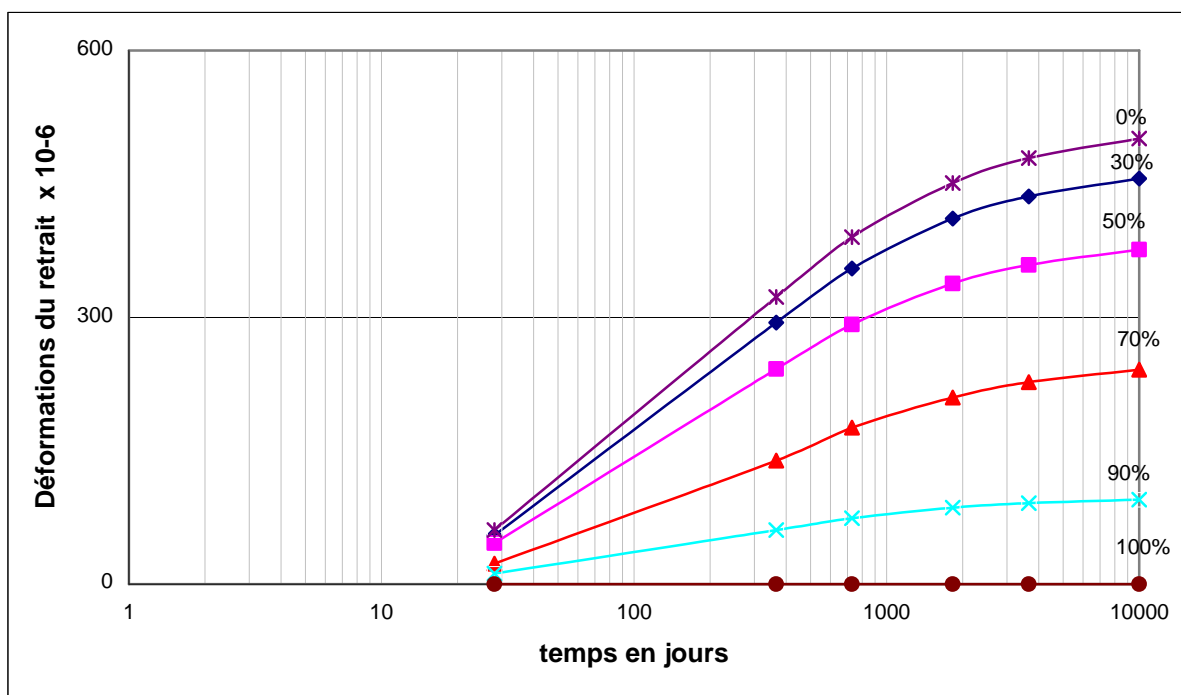


Figure 6 .11: Déformation du retrait à différentes hygrométries

Tableau 6.7 : Résultats numériques des déformations totales dans la fibre inférieure à différente date de chargement

Date de chargement Date d'observation	Les déformations totales (ε_t) dans la fibre inférieure ($\times 10^{-3}$)			
	7	28	90	180
7	-0,377	/	/	/
28	-0,566	-0,332	/	/
90	-0,772	-0,553	-0,319	/
180	-0,883	-0,673	-0,507	-0,361
365	-0,992	-0,768	-0,607	-0,509
730	-1,076	-0,839	-0,677	-0,583
1825	-1,150	-0,902	-0,733	-0,639
3650	-1,184	-0,931	-0,752	-0,664
10000	-1,212	-0,954	-0,779	-0,683

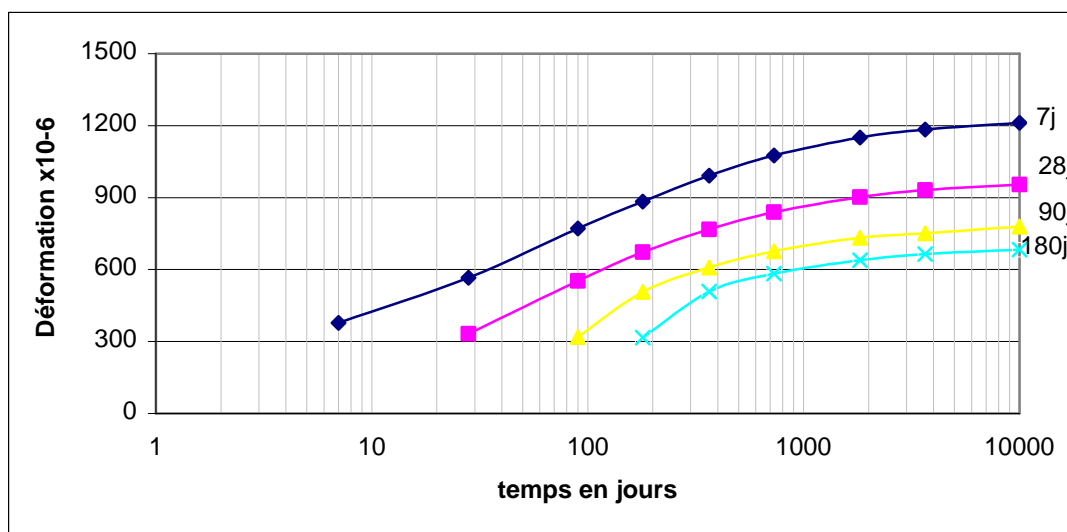


Figure 6 .12: Déformation à différente date de chargement

Le diagramme des déformations et des contraintes initiales à t_0 et à l'infini ($t=\infty$) de cette section avec le retrait est représenté sur la (fig : 6.12).

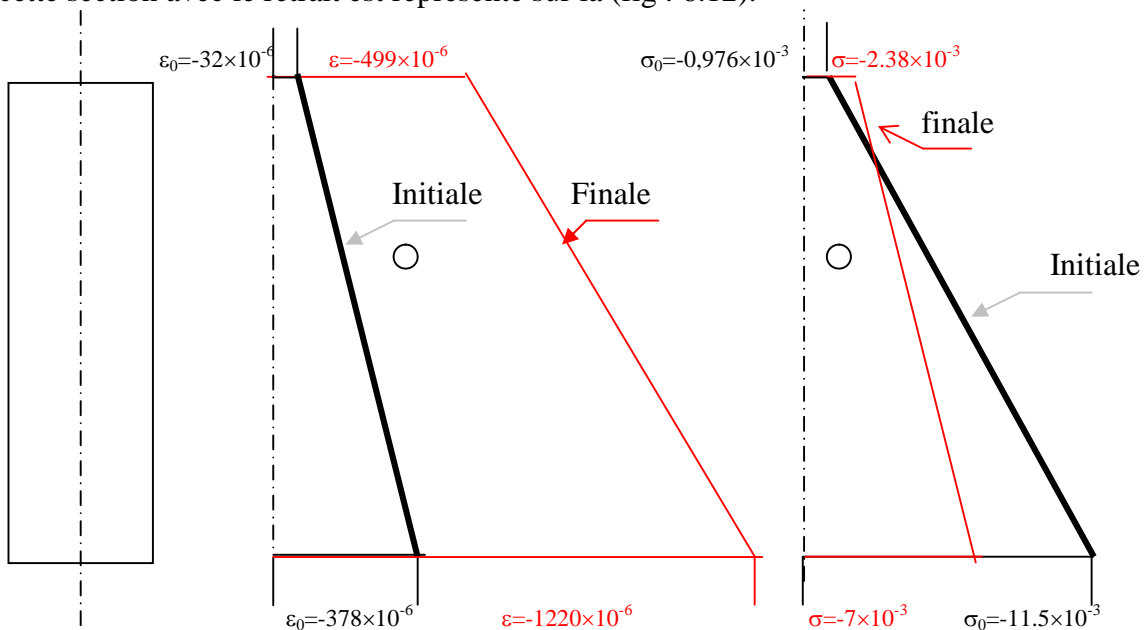


Figure 6 .13: Diagramme des déformations et contraintes dans la section rectangulaire non fissurée à t_0 et ($t=\infty$) (avec retrait)

Le diagramme des déformations et des contraintes initiales au temps t_0 et à l'infini ($t=\infty$) de cette section sans la déformation du retrait est représenté sur la (fig : 6.13).

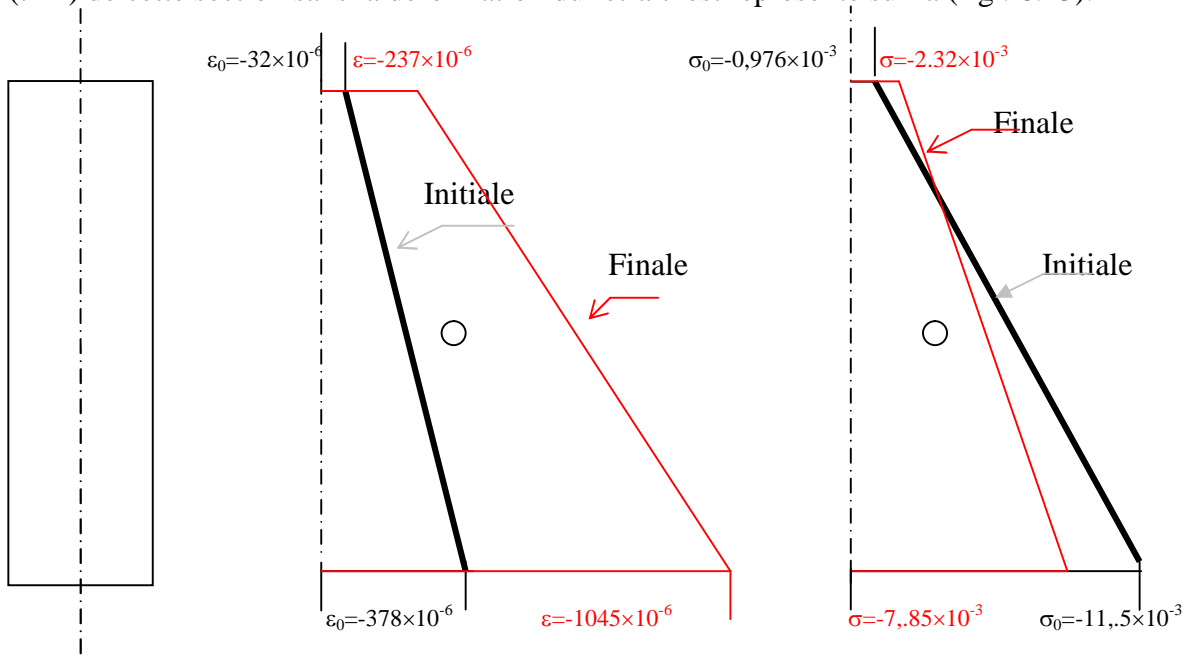


Figure 6 .14: Diagramme des déformations et contraintes dans la section rectangulaire non fissurée à t_0 et ($t=\infty$) (sans le retrait)

6.2.2 SECTION EN T NON FISSUREE

Considérons la section médiane d'une poutre précontrainte en T d'un pont poutres (fig: 6.15). Elle est sollicitée à partir de $t_0 = 7$ jours par le moment M_0 dû aux charges permanentes et par un effort normal de compression N_0 dû à la force de précontrainte initiale P_0 .

Comme précédemment, nous allons évaluer les mêmes grandeurs.

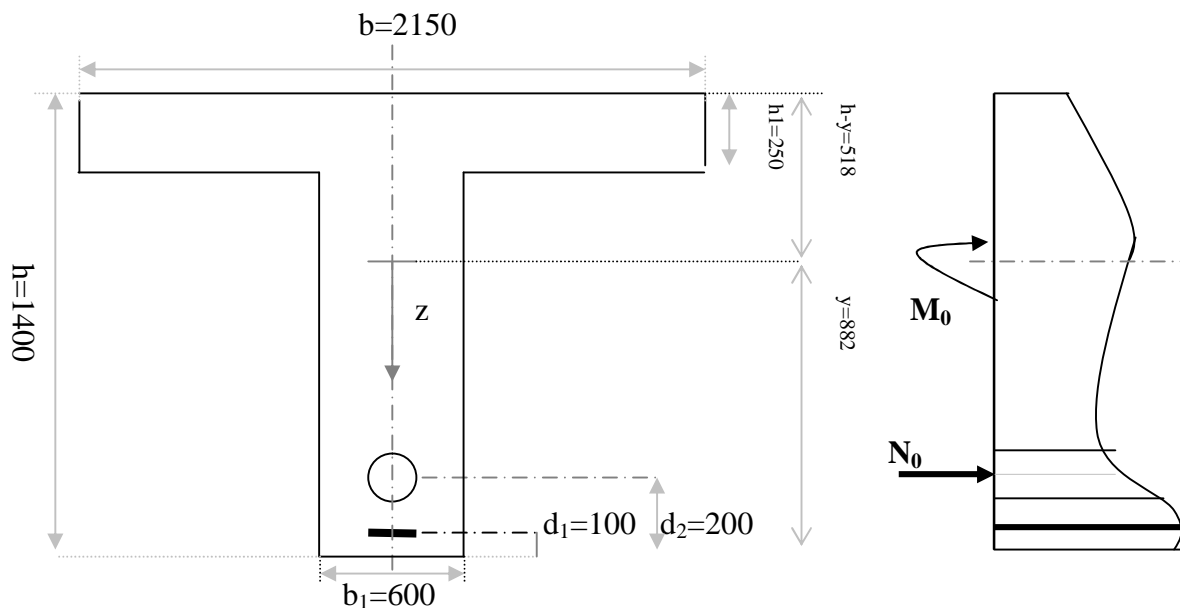


Figure 6.15: Caractéristiques de la section en T à mi travée en [mm]

a-Sections des armatures

- Sections des armatures tendues $A_{st} = 7150 \text{ mm}^2$;
- Sections des armatures précontraintes $A_p = 1130 \text{ mm}^2$

b-Les efforts dans la section

- Un moment à mi-travée $M_0 = 3500 \text{ KNm}$;
- Un effort normal de précontrainte $N_0 = 4,1 \cdot 10^3 \text{ KN}$.

VI.2.2.1 Résultats obtenus :

La déformation instantanée ε_0 et la contrainte correspondante σ_0 au temps $t = t_0$ sont calculées dans n'importe quelle fibre de la section.

a/ Les valeurs des déformations initiales

- $\varepsilon_{0inf} = -0,015 \times 10^{-3}$ La déformation dans la fibre inférieure du béton $z=882\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0st} = -0,026 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers inférieurs $z = 782\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0sp} = -0,036 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers de précontrainte $z = 682\text{mm}$.
- $\varepsilon_{0sup} = -0,163 \times 10^{-3}$ La déformation dans la fibre supérieure du béton $z = -518\text{mm}$.

b/ Les valeurs de la contrainte initiale

- $\sigma_{0inf} = -0,47 \text{ MPa}$ La contrainte dans la fibre inférieure du béton $z=882\text{mm}$.
- $\sigma_{0st} = -5,21 \text{ MPa}$ La contrainte dans les aciers inférieurs $z = 782\text{mm}$.
- $\sigma_{0sup} = -4,98 \text{ MPa}$ La contrainte dans fibre supérieure du béton $z = 518\text{mm}$.
- $\sigma_{0sp} = 3,63 \text{ MPa}$ La contrainte dans les aciers de précontrainte $z = 682\text{mm}$.

L'analyse et les commentaires des résultats obtenus pour cette section sont analogues à ceux de la section rectangulaire citée ci-dessus. (Voir Tab (6.8) à Tab (6.10) et fig (6.16) et fig (6.17)).

D'autre part, les figures suscitées montrent que les déformations dû au retrait, dans la partie tendue de la section, sont plus grandes que les déformations dues au fluage, où on observe une stabilisation des déformations dans le temps.

De plus, les figures (6.18) et (6.19) mettent également en évidence respectivement un écart progressif, avec et sans le retrait, allant jusqu'à 85% dans la fibre inférieure et à 30% dans la fibre supérieure.

Enfin, ayant constaté que la déformation est plus importante dans la fibre supérieure, par conséquent nous avons représenté, dans cette fibre, les déformations à différentes hygrométries. Comme pour la section rectangulaire, nous constatons que la variation des déformations est inversement proportionnelle à la variation de l'hygrométrie.

Tableau 6.8: Résultats numériques des déformations totales avec retrait

Temps (t) en jours	Les déformations avec retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,015	-0,039	-0,124	-0,143	-0,161	-0,168	-0,174
Aciers inférieurs	-0,026	-0,055	-0,158	-0,182	-0,204	-0,214	-0,222
Acier de précontrainte	-0,036	-0,072	-0,192	-0,221	-0,248	-0,260	-0,270
Fibre supérieure	-0,163	-0,270	-0,607	-0,692	-0,773	-0,812	-0,845

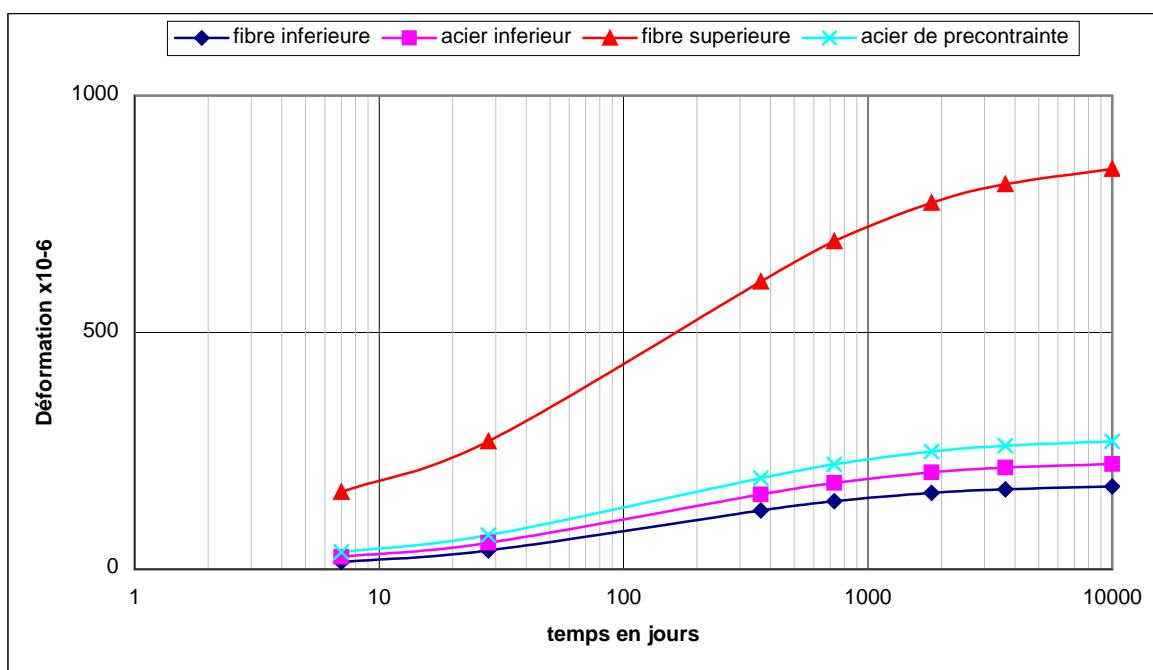


Figure 6.16: Evolution des déformations dans la section en T avec le retrait.

Tableau 6.9: Résultats numériques des déformations totales sans le retrait

Temps (t) en jours	Les déformations sans retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,015	-0,019	-0,025	-0,025	-0,026	-0,026	-0,026
Aciers inférieurs	-0,026	-0,035	-0,055	-0,059	-0,062	-0,064	-0,065
Acier de précontrainte	-0,036	-0,051	-0,085	-0,092	-0,099	-0,102	-0,105
Fibre supérieure	-0,163	-0,243	-0,449	-0,496	-0,541	-0,564	-0,582

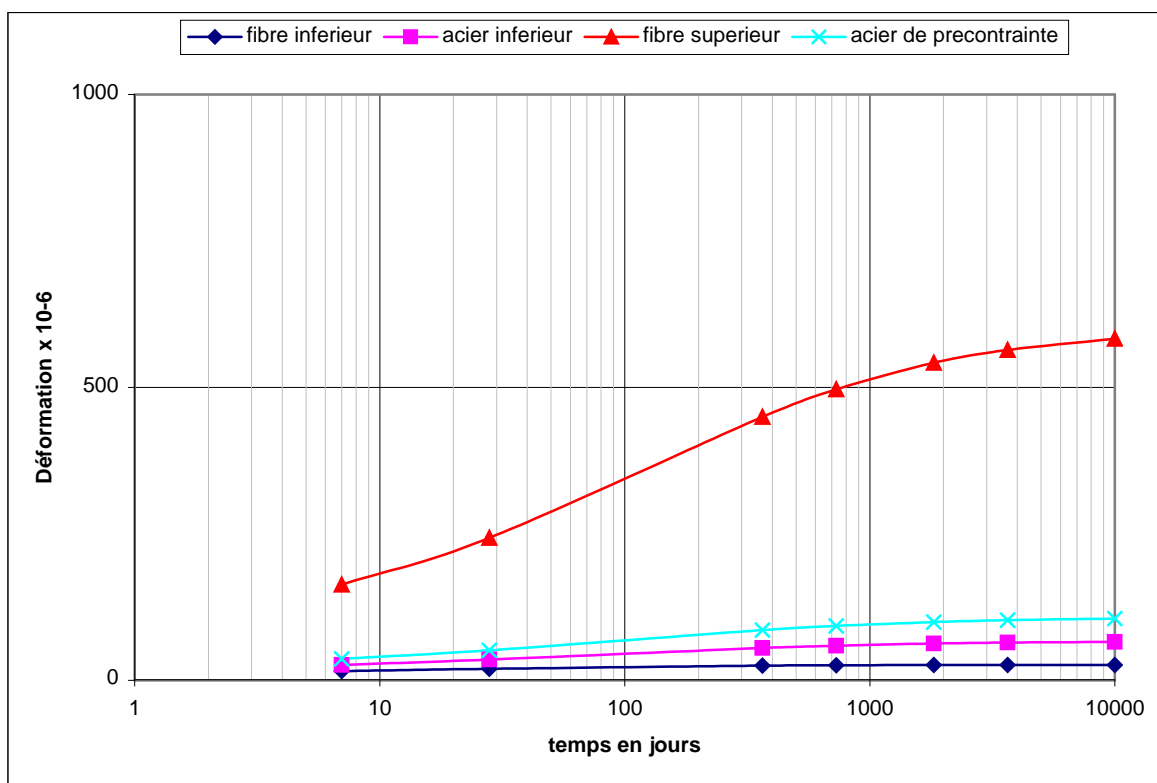


Figure 6 .17: Evolution des déformations dans la section en T sans la déformation du retrait.

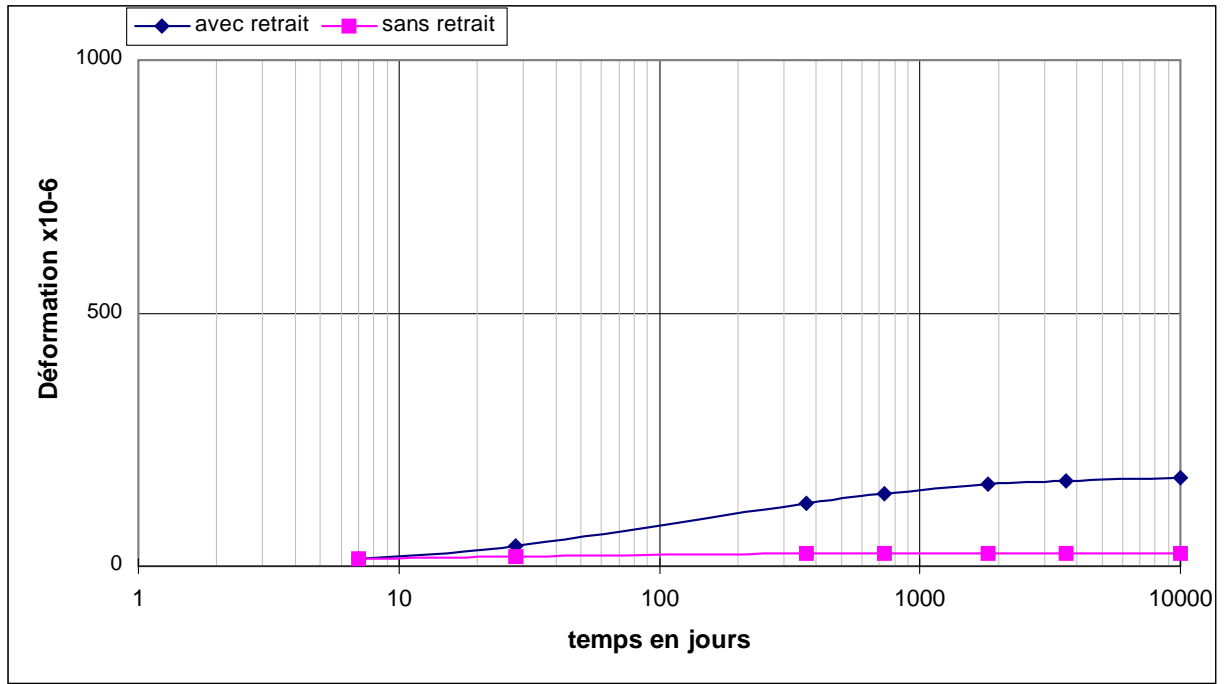


Figure 6.18: Evolution des déformations totale dans la fibre inférieure

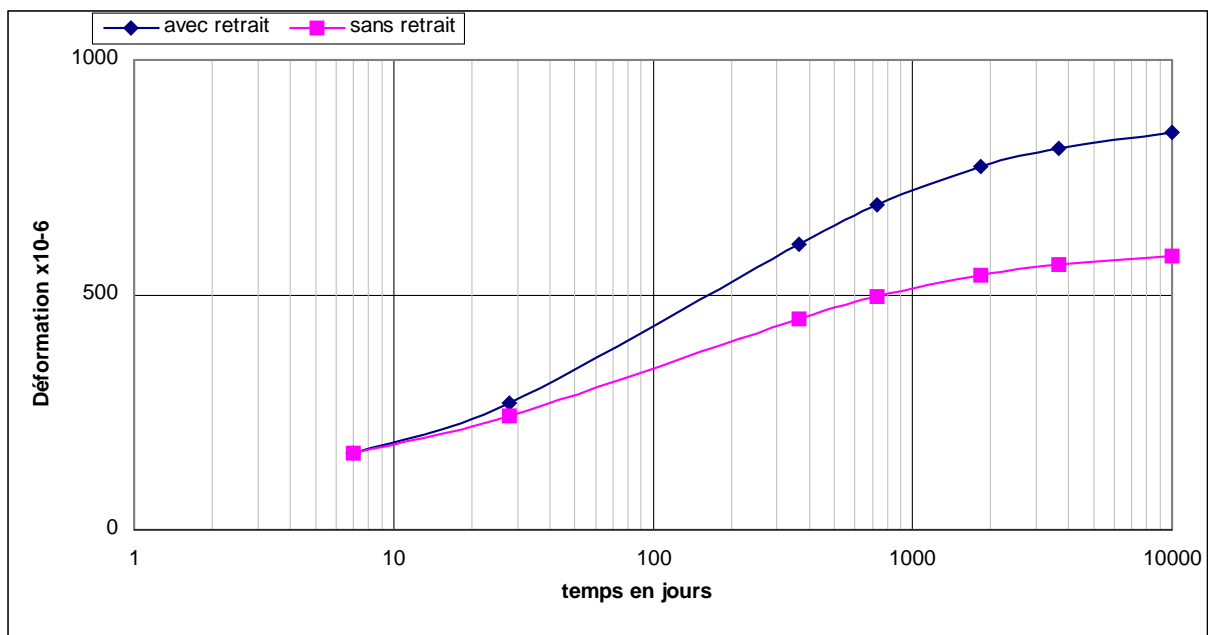


Figure 6.19: Evolution des déformations totale dans la fibre supérieure

Tableau 6.10 : Résultats numériques sur les déformations totales dans la fibre supérieure à différentes hygrométries

Temps (t) en jours hygrométries (%)	Les déformations (ϵ_t) dans la fibre inférieure ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
0	-0,163	-0,408	-1,144	-1,322	-1,489	-1,569	-1,636
30	-0,163	-0,332	-0,872	-1,008	-1,139	-1,207	-1,282
50	-0,163	-0,283	-0,682	-0,784	-0,883	-0,930	-0,967
70	-0,163	-0,270	-0,607	-0,692	-0,773	-0,812	-0,845
90	-0,163	-0,213	-0,365	-0,404	-0,440	-0,457	-0,472
100	-0,163	-0,195	-0,278	-0,298	-0,316	-0,325	-0,333

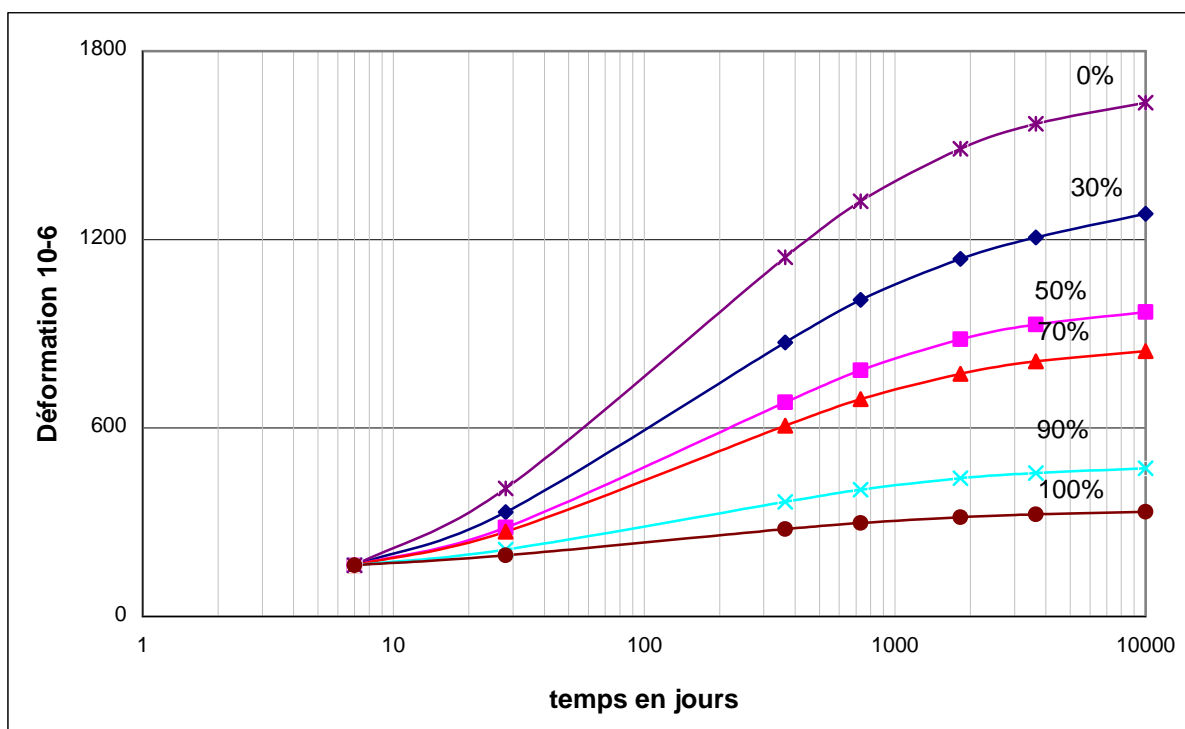


Figure 6.20: Evolution des déformations dans la fibre supérieure à différentes hygrométries

Le diagramme des déformations initiale au temps t_0 et au temps à l'infini ($t=\infty$) de cette section avec le retrait est représenté sur la (fig : 6.20).

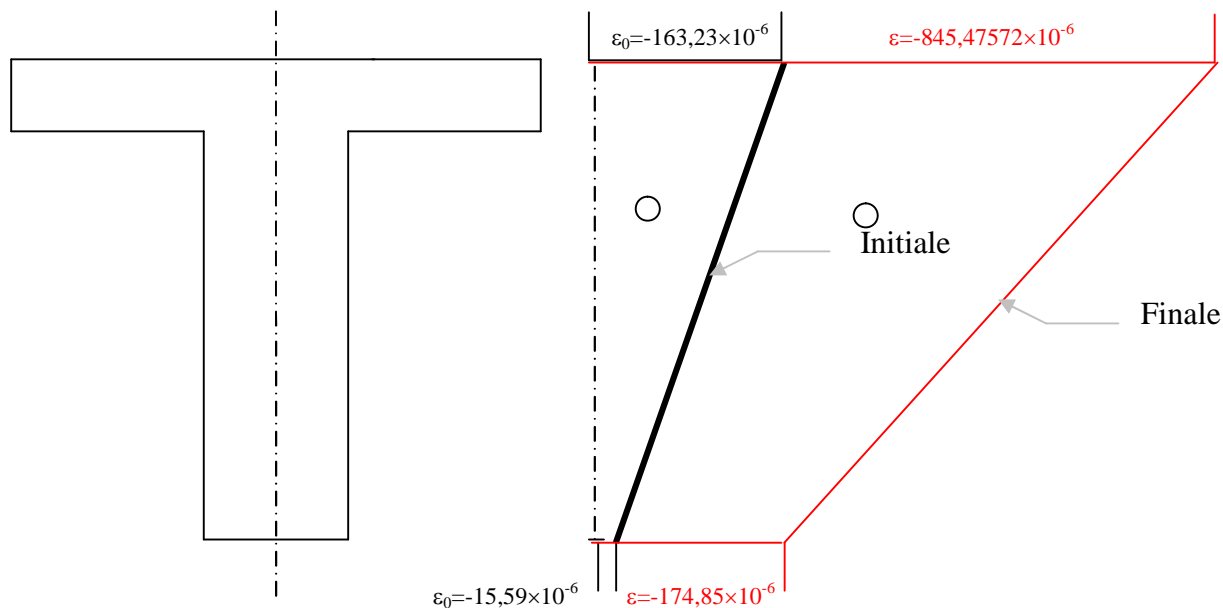


Figure 6 .21: Diagramme des déformations totale à t_0 et ($t=\infty$)

Le diagramme des déformations initiale au temps t_0 et au temps à infini ($t=\infty$) de cette section sans la déformation du retrait est représenté sur la (fig : 6.21).

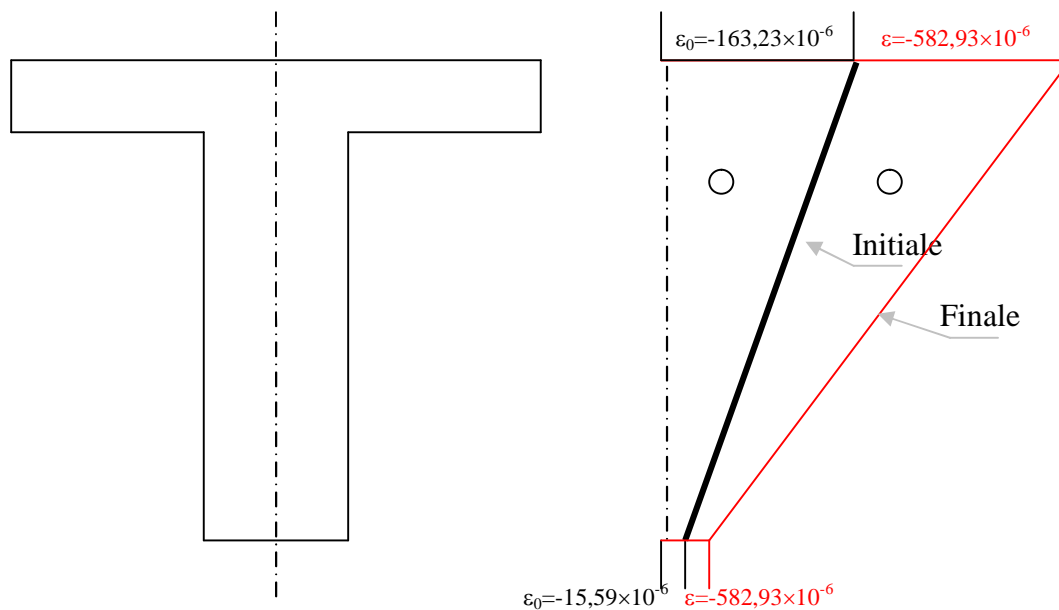


Figure 6 .22: Diagramme des déformations totale à t_0 et ($t=\infty$)

6.2.3 SECTION EN CAISSON NON FISSURE

Considérons les deux sections en caisson sur appuis et à mi-travée d'une poutre précontrainte définie dans la figure (6.23) et la figure (6.24). Elles sont sollicitées de même respectivement par un moment de flexion et un effort normal de précontrainte.

Comme précédemment, nous allons évaluer les mêmes grandeurs.

▪ Section caisson sur appui

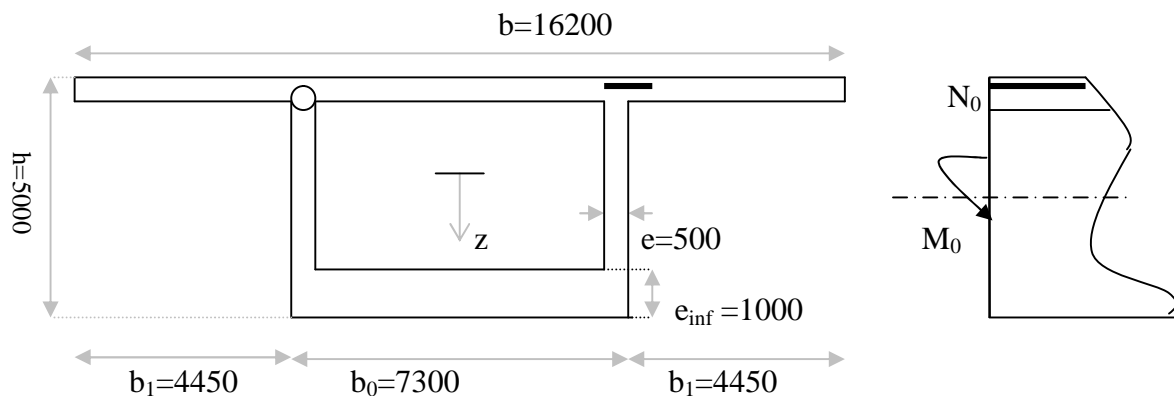


Figure 6 .23: Caractéristiques de la section en caisson sur appui en [mm]

▪ Section caisson à mi-travée

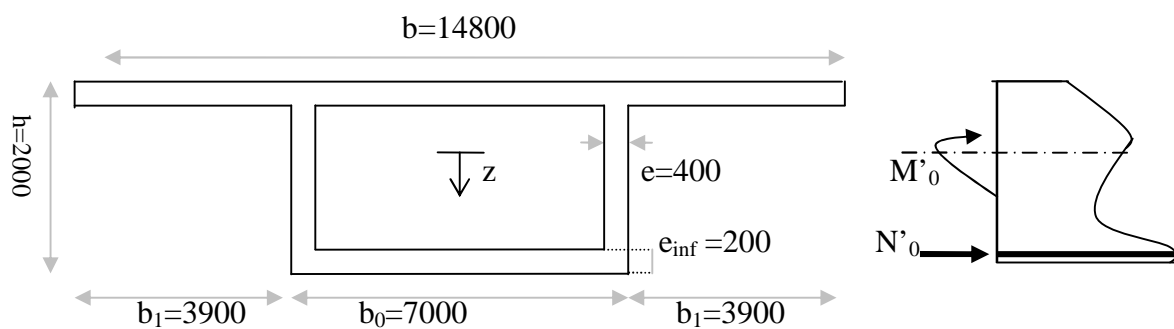


Figure 6 .24: Caractéristiques de la section en caisson à mi-travée en [mm]

a-Sections des armatures**Sur appui**

- Section des armatures tendues $A_{st} = 90034 \text{ mm}^2$;
- Section des armatures précontraintes $A_p = 145722 \text{ mm}^2$.

à mi- travée

- Sections des armatures tendues $A_{st} = 126145 \text{ mm}^2$;
- Sections des armatures de précontrainte $A_p = 56886 \text{ mm}^2$

b-Les efforts dans la section**Sur appui**

- Un moment à l'appui $M_0 = -387192 \cdot 10^3 \text{ KNmm}$;
- Un effort normal de précontrainte $N_0 = 238984 \text{ KN}$.

à mi-travée

- Un moment à mi travée $M_0 = 45256 \cdot 10^3 \text{ KN.mm}$;
- Un effort normal de précontrainte $N_0 = 93293 \text{ KN}$.

VI.2.3.1 Résultats obtenus de la section sur appui

La déformation instantanée ε_0 et la contrainte correspondante σ_0 au temps t_0 sont calculées dans n'importe quelle fibre de la section.

a/ Les valeurs de la déformation initiale sur appui :

- $\varepsilon_{0inf} = -0,365 \times 10^{-3}$ La déformation dans la fibre inférieur du béton $z = 2486 \text{ mm}$.
- $\varepsilon_{0sinf} = -0,369 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers inférieurs $z = 2386 \text{ mm}$.
- $\varepsilon_{0Ap} = -0,518 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers de précontrainte $z = -1964 \text{ mm}$.
- $\varepsilon_{0stsup} = -0,533 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers supérieurs $z = -2414 \text{ mm}$.
- $\varepsilon_{0sup} = -0,539 \times 10^{-3}$ La déformation dans fibre supérieur du béton $z = -2514 \text{ mm}$.

b/ Les valeurs de la contrainte initiale :

- $\sigma_{0inf} = -11.12$ MPa La contrainte dans la fibre inférieure du béton $z = 2486$ mm.
- $\sigma_{0sinf} = -73.80$ MPa La contrainte dans les aciers inférieurs $z = 2386$ mm.
- $\sigma_{0stsup} = -106.68$ MPa La contrainte dans les aciers supérieurs $z = -2414$ mm.
- $\sigma_{0sup} = -16.38$ MPa La contrainte dans fibre supérieure du béton $z = -2514$ mm.
- $\sigma_{0sp} = 1.64$ MPa La contrainte dans les aciers de précontraintes $z = -1964$ mm.

Résultats de la section caisson à mi-travée**a /Les valeurs de la déformation initiale à mi-travée :**

- $\varepsilon_{0inf} = -0,873 \times 10^{-3}$ La déformation dans la fibre inférieure du béton $z = 1307$ mm ;
- $\varepsilon_{0st} = -0,836 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers inférieurs $z = 1207$ mm ;
- $\varepsilon_{0st} = -0,818 \times 10^{-3}$ La déformation dans les aciers de précontrainte $z = 1157$ mm;
- $\varepsilon_{0sup} = -0,133 \times 10^{-3}$ La déformation dans fibre supérieure du béton $z = -693$ mm.

Comme précédemment, tous les résultats relatifs à la section sur appui sont représentés d'une part dans les tableaux (6.11) (6.12), (6.13) et (6.14) et d'autre part sur les figures (6.25), (6.26), (6.27) et (6.28). De plus, les résultats relatifs à la section à mi-travée sont représentés d'une part dans les tableaux (6.15) et (6.16) et d'autre part sur les figures (6.29) et (6.30).

Par ailleurs, les figures (6.25), (6.27), (6.29) et (6.30) représentent les déformations sur appui et à mi-travée qui progressent de la même manière que pour la section rectangulaire ou en T.

Sur les figures (6.26) et (6.28), nous constatons une augmentation de contraintes dans les aciers passifs et on observe une légère diminution des contraintes dans le béton.

Dans la section sur appui, on remarque un écart progressif, avec et sans retrait, allant jusqu'à 11% dans la fibre inférieure et à 8% dans la fibre supérieure (Voir fig (6.31) et (6.32)). Par contre, dans la section à mi-travée, l'écart des déformations, avec et sans retrait, varie jusqu'à seulement 3% dans la fibre inférieure et atteint 25% dans la fibre supérieure. (Voir (fig : 6.33) et (fig : 6.34)).

Il apparaît aussi une perte de tension dans la section sur appui allant jusqu'à 18% avec retrait et jusqu'à 17% sans retrait. (Voir (fig (6.36)).

Tableau 6.11: Résultats numériques sur les déformations totales sur appui

Temps (t) en jours	Les déformations avec retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,365	-0,504	-0,993	-1,143	-1,304	-1,390	-1,467
Aciers inférieurs	-0,369	-0,509	-0,996	-1,146	-1,306	-1,391	-1,468
Aciers de précontrainte	-0,518	-0,672	-1,134	-1,257	-1,382	-1,446	-1,501
Aciers supérieurs	-0,533	-0,689	-1,148	-1,269	-1,390	-1,451	-1,505
Fibre supérieure	-0,539	-0,692	-1,510	-1,271	-1,392	-1,453	-1,509

Il est à remarquer que la déformation finale est de l'ordre de trois fois la déformation instantanée.

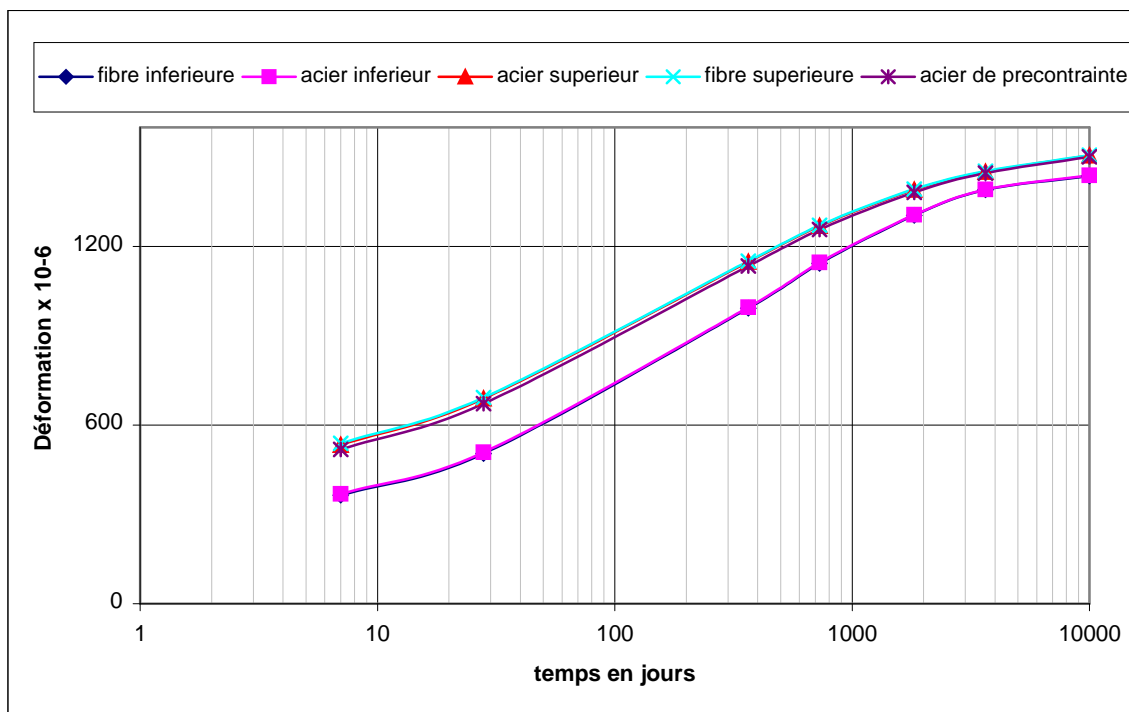


Figure 6.25: Evolution des déformations totales (retrait compris)

Tableau 6.12 : Résultats numériques des contraintes totales sur appui

Temps (t) en jours	Les contraintes avec retrait (MPa)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-11.12	-11.12	-10.96	-10.87	-10.76	-10.69	-10.63
Aciers inférieurs	-73.80	-101.10	-199.18	-229.13	-261.21	-278.26	-293.54
Aciers supérieurs	-106.68	-137.72	-229.65	-253.80	-287.04	-290.32	-305.00
Fibre supérieure	-16.38	-15.31	-12.03	-11.13	-10.22	-9.76	-9.35
Aciers de précontrainte	1.64	1.51	1.41	1.39	1.37	1.35	1.34

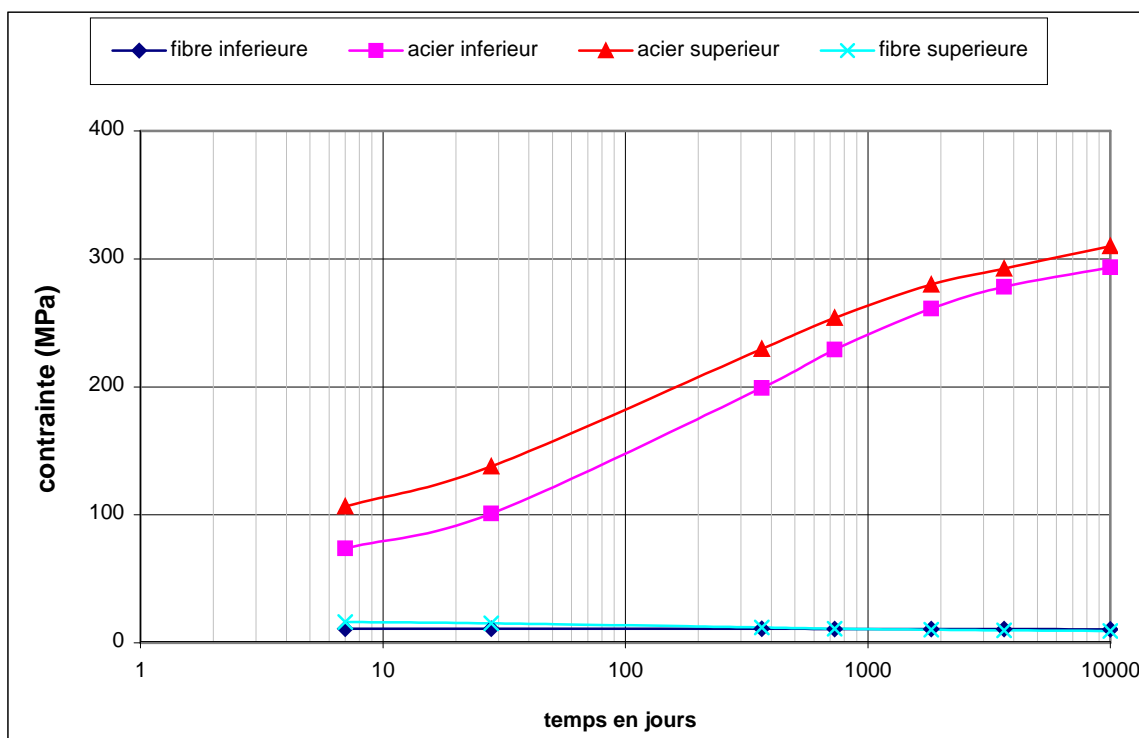


Figure 6 .26: Evolution des contraintes totales (retrait compris)

Tableau 6.13: Résultats numériques des déformations totales sur appui

Temps (t) en jours	Les déformations sans retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,365	-0,493	-0,910	-1,028	-1,152	-1,216	-1,273
Aciers inférieurs	-0,369	-0,497	-0,913	-1,031	-1,155	-1,218	-1,275
Aciers de précontrainte	-0,518	-0,663	-1,072	-1,175	-1,275	-1,326	-1,369
Aciers supérieurs	-0,533	-0,680	-1,089	-1,190	-1,288	-1,337	-1,379
Fibre supérieure	-0,539	-0,684	-1,092	-1,193	-1,291	-1,339	-1,387

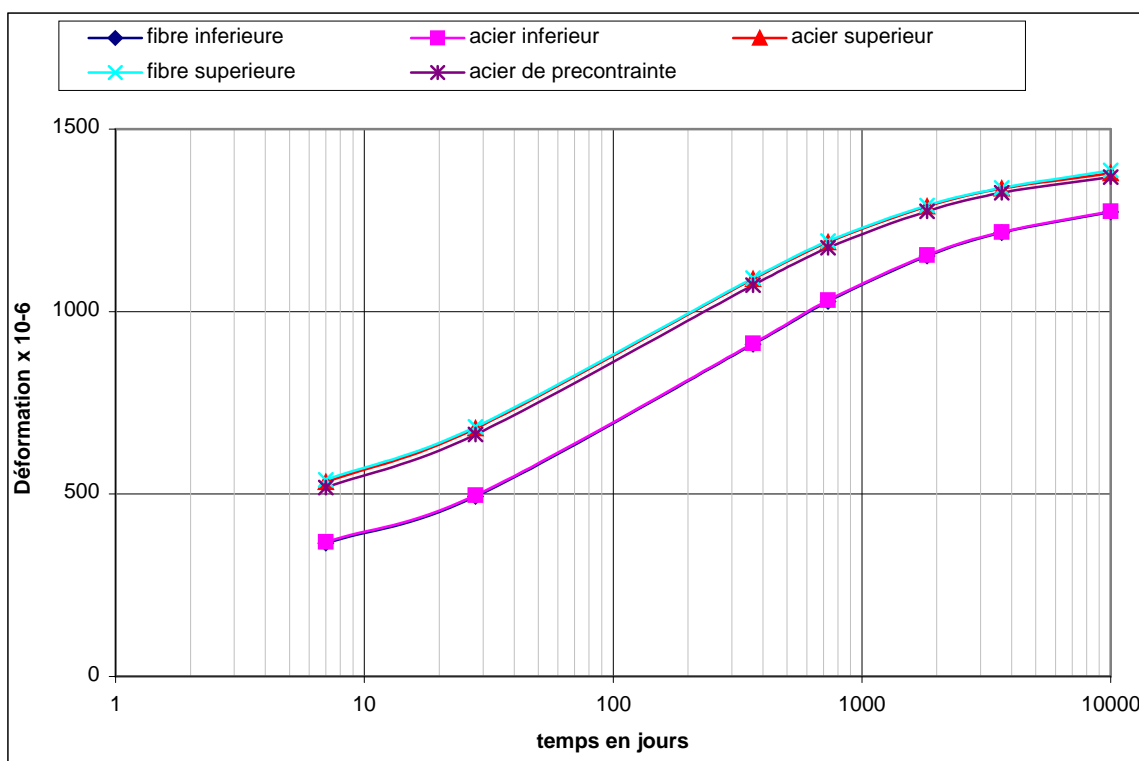


Figure 6 .27: Evolution des déformations totales (sans retrait)

Tableau 6.14 : Résultats numériques des contraintes totales à l'appui

Temps (t) en jours	Les contraintes sans le retrait (MPa)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-11.12	-11.12	-11.01	-10.94	-10.86	-10.81	-10.77
Aciers inférieurs	-73.80	-99.46	-182.40	-206.33	-230.88	-243.68	-255.13
Aciers supérieurs	-106.68	-136.42	-217.79	-273.80	-257.04	-267.32	-278.80
Fibre supérieure	-16.38	-15.37	-12.46	-11.71	-10.97	-10.59	-10.27
Aciers de précontrainte	1.64	1.51	1.43	1.40	1.38	1.37	1.36

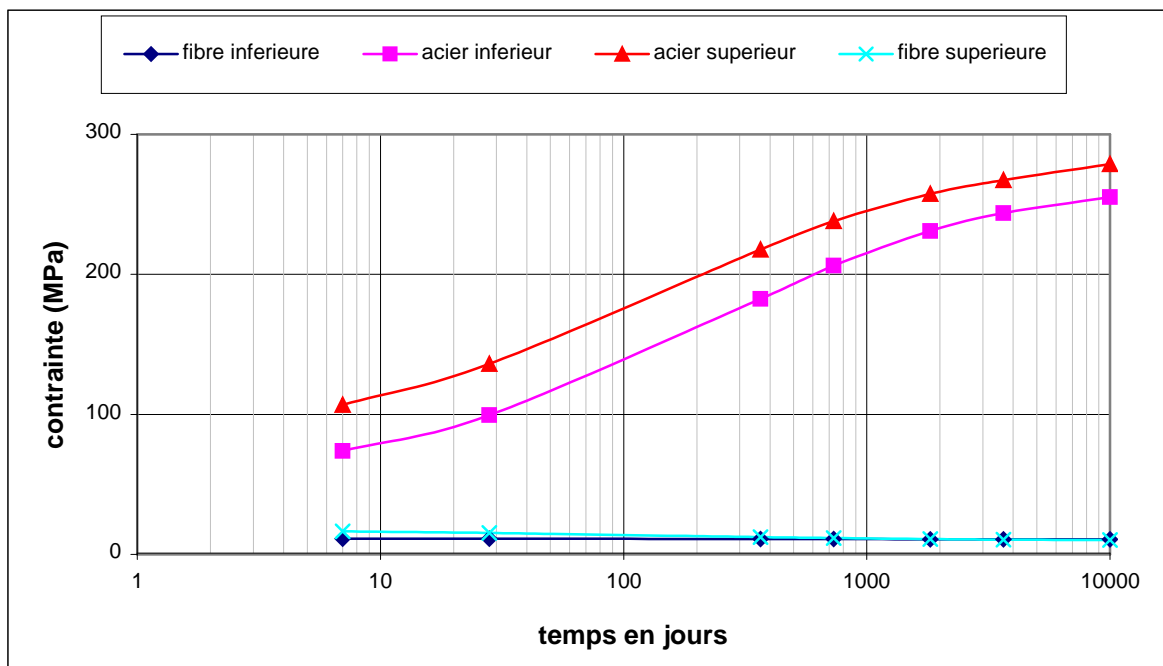


Figure 6.28: Evaluation des contraintes totales (sans retrait)

Tableau 6.15: Résultats numériques des déformations totales à mi-travée

Temps (t) en jours	Les déformations avec retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,873	-1,084	-1,427	-1,477	-1,517	-1,534	-1,548
Aciers inférieurs	-0,836	-1,042	-1,386	-1,437	-1,479	-1,497	-1,512
Aciers de précontrainte	-0,812	-1,021	-1,365	-1,417	-1,460	-1,479	-1,493
Fibre supérieure	-0,133	-0,248	-0,591	-0,674	-0,752	-0,789	-0,820

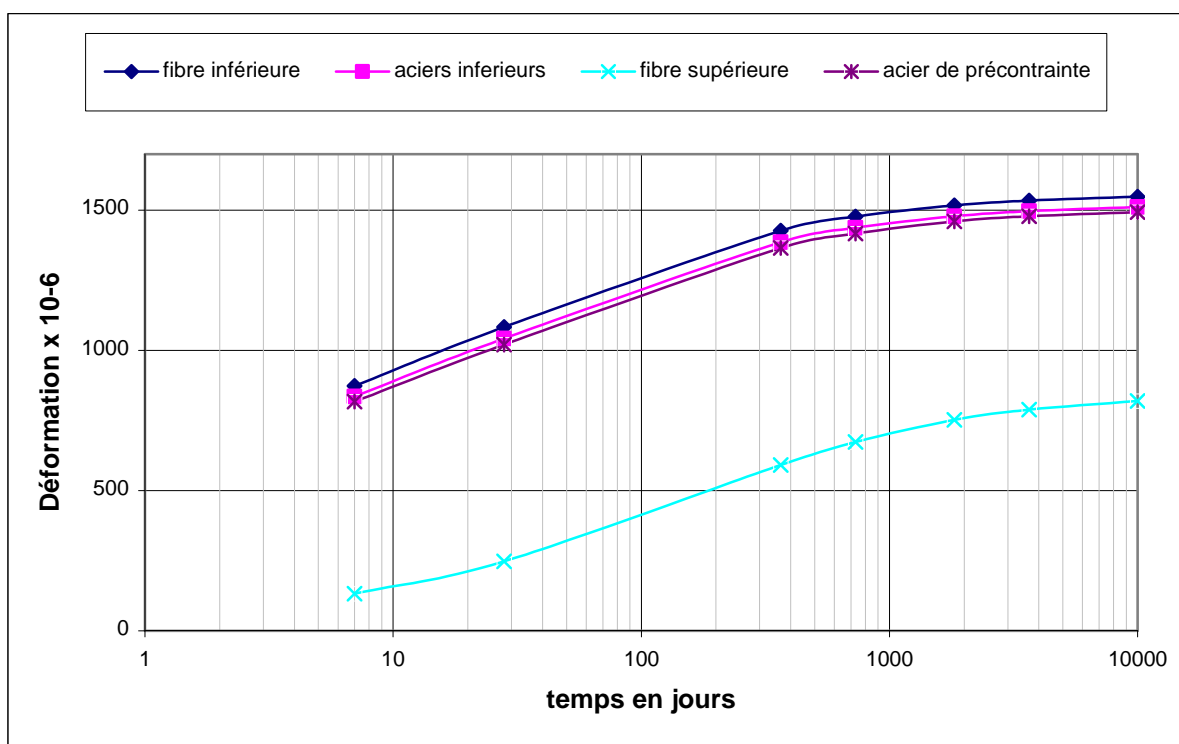


Figure 6 .29: Evolution des déformations totales (retrait compris)

Tableau 6.16: Résultats numériques des déformations totales à mi-travée

Temps (t) en jours	Les déformations sans retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Fibre inférieure	-0,873	-1,074	-1,386	-1,430	-1,466	-1,481	-1,493
Aciers inférieurs	-0,836	-1,032	-1,340	-1,385	-1,421	-1,436	-1,449
Aciers de précontrainte	-0,818	-1,010	-1,317	-1,362	-1,398	-1,414	-1,427
Fibre supérieure	-0,133	-0,225	-0,460	-0,513	-0,562	-0,586	-0,607

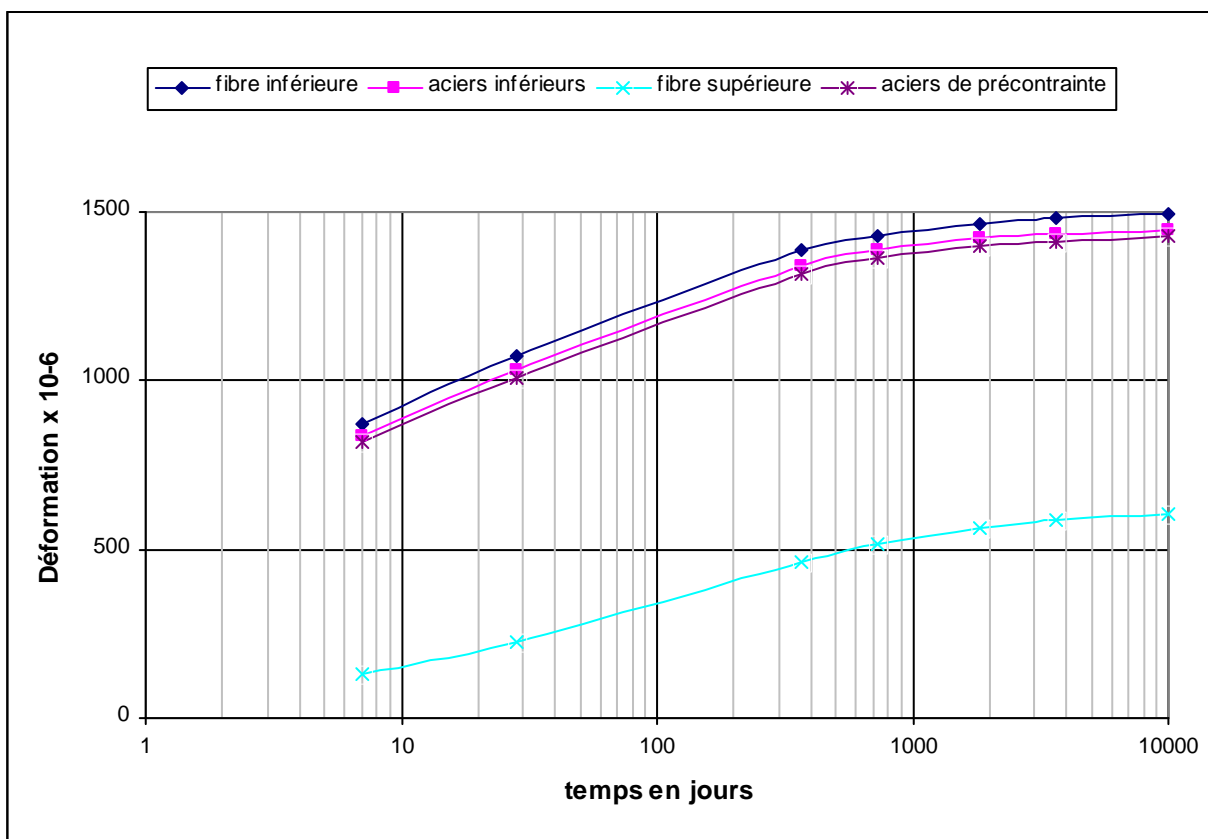


Figure 6.30: Evolution des déformations totales (sans retrait)

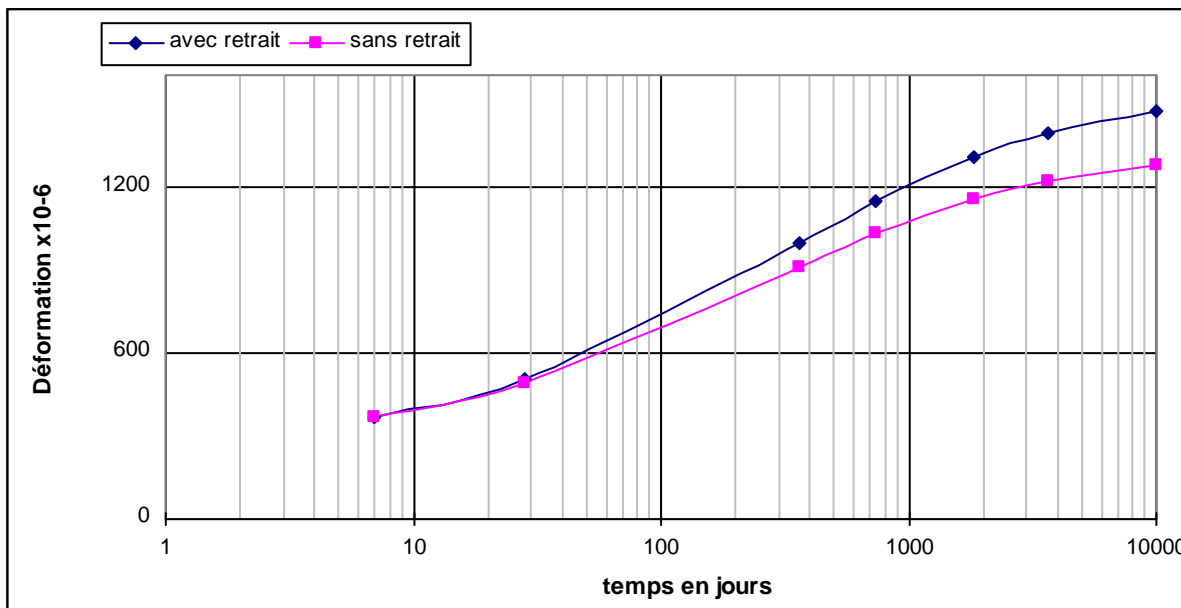


Figure 6 .31: Evolution des déformations dans la fibre inférieure sur appui

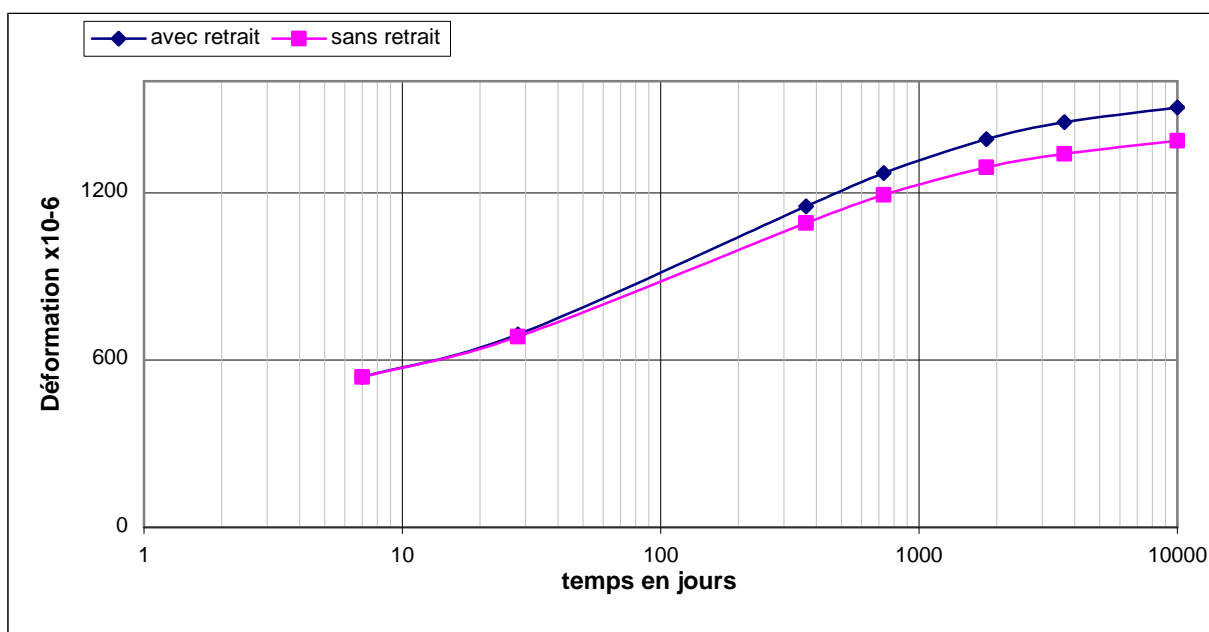


Figure 6 .32: Evolution des déformations dans la fibre supérieure sur appui

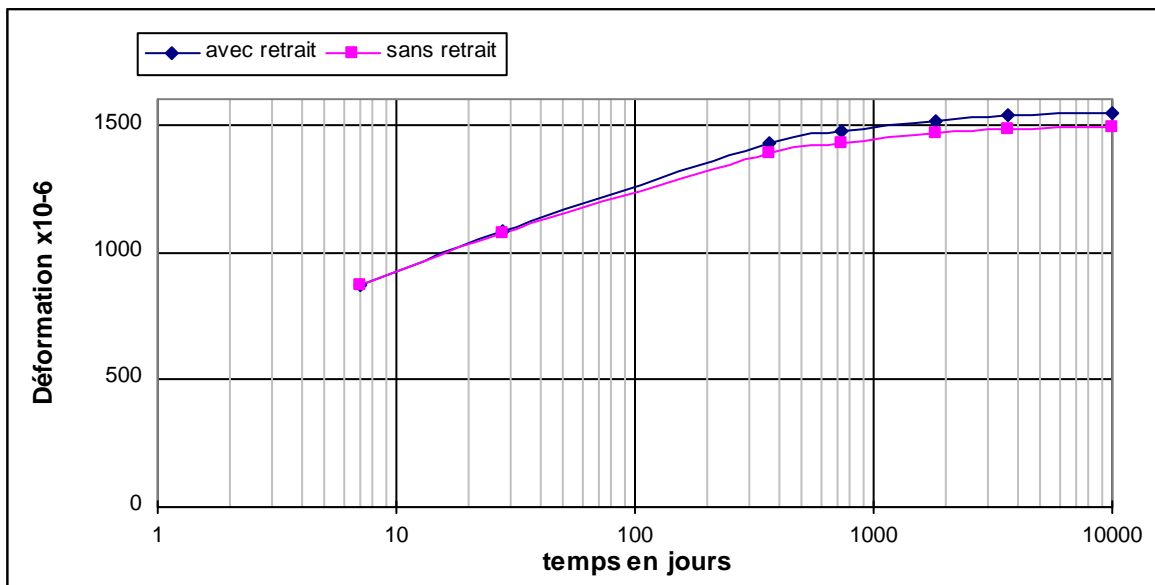


Figure 6 .33: Evolution des déformations dans la fibre inférieure à mi-travée

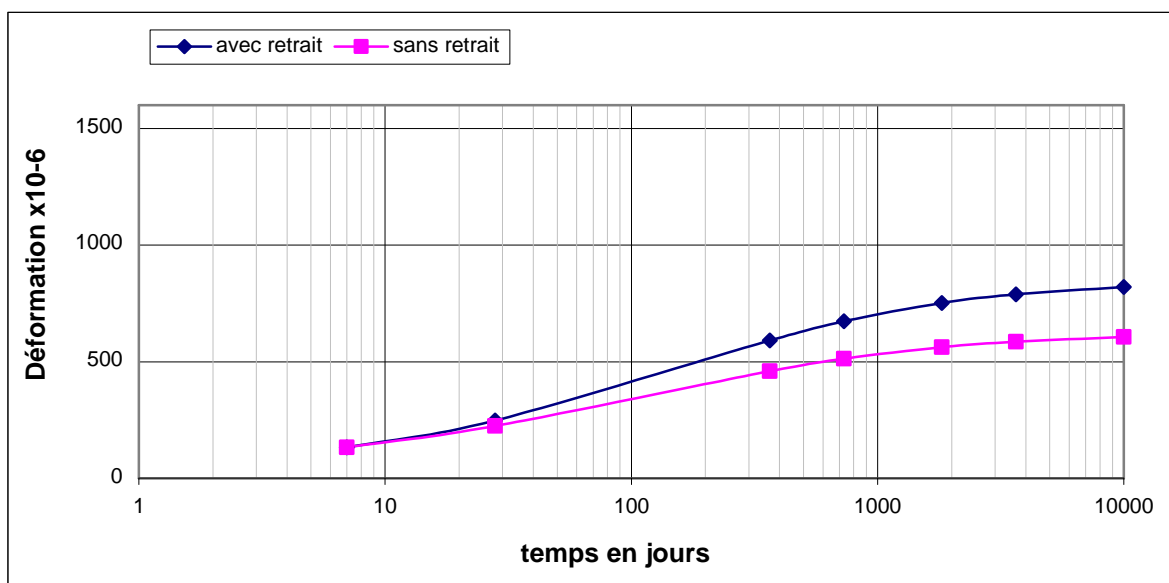


Figure 6 .34: Evolution des déformations dans la fibre supérieure à mi-travée

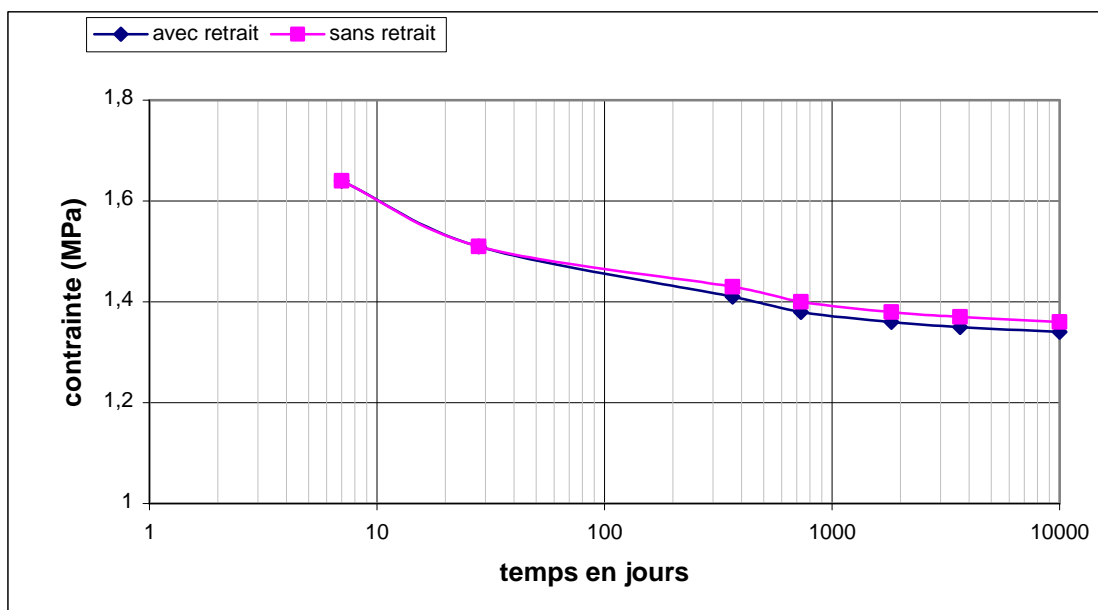


Figure 6 .35: Evolution des contraintes dans les aciers de précontrainte sur appui

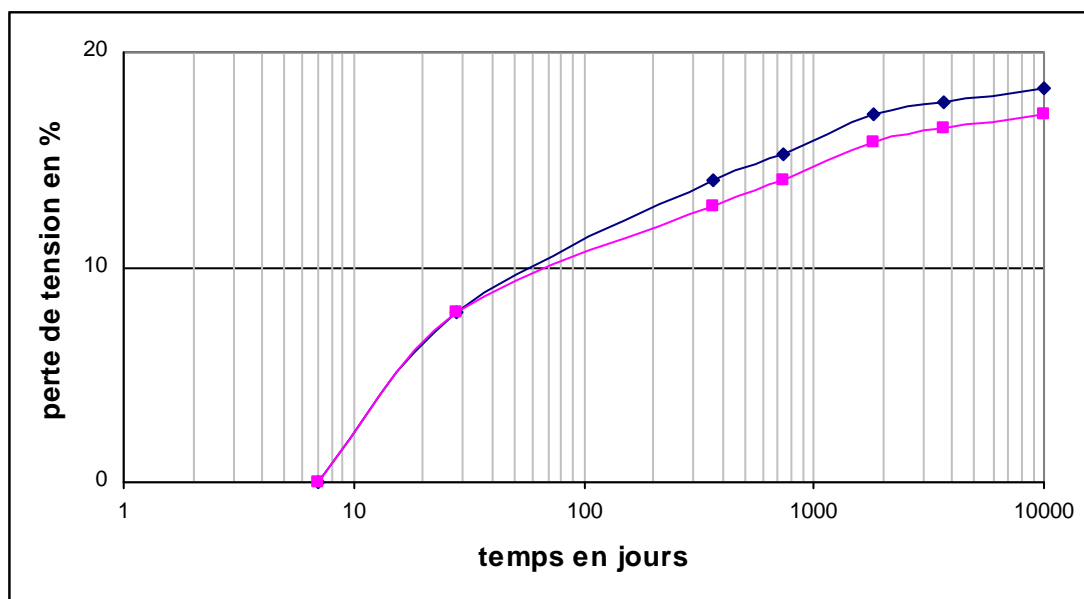


Figure 6 .36: Evolution de la perte de tension dans les aciers de précontrainte sur appui

6.2.4 SECTION RECTANGULAIRE FISSUREE

Considérons maintenant une section en béton armée définie dans la (fig : 6. 37). Elle est sollicitée à partir de $t = t_0$ par un moment M_0 flexion simple.

Comme précédemment, nous allons évaluer les mêmes grandeurs.

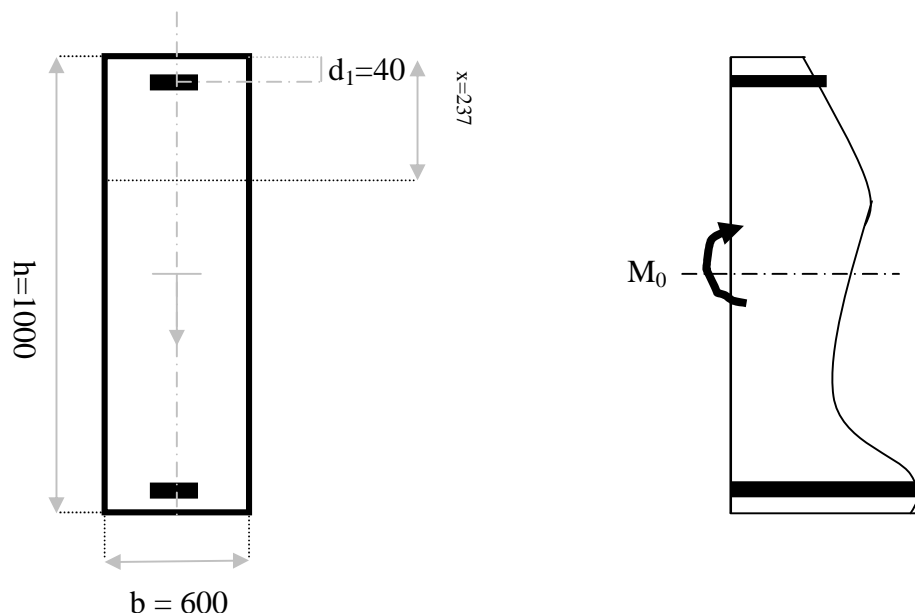


Figure 6 .37: Section rectangulaire fissurée

a-Sections des armatures :

- Section des armatures tendues $A_{st} = 7160 \text{ mm}^2$;
- Section des armatures comprimées $A_{sc} = 3600 \text{ mm}^2$.

b-Les efforts dans la section :

- Un moment à l'appui $M_0 = 350.10^3 \text{ KNmm}$;

VI.2.4.1 Résultats obtenus

La section est fissurée donc la déformation instantanée ε_0 au temps $t = t_0$ sont calculées dans la partie comprimée du béton et les armatures.

Les valeurs de la déformation initiale:

- $\varepsilon_{0sc} = +0,425 \times 10^{-3}$ La déformation initiale dans les aciers inférieurs

- $\epsilon_{0sc} = -0,536 \times 10^{-3}$ La déformation initiale dans les aciers supérieur
- $\epsilon_{0sup} = -0,785 \times 10^{-3}$ La déformation dans fibre supérieure du béton

Comme précédemment, tous les résultats relatifs à cette section sont représentés d'une part dans les tableaux (6.17) et (6.18) et d'autre part sur les figures (6. 38) et (6.39).

Les déformations pour cette section progressent de la même manière que les sections précédentes.

Tableau 6.17: Résultats numériques des déformations totales

Temps (t) en jours	Les déformations avec retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Aciers inférieurs	0,425	0,560	0,663	0,674	0,679	0,689	0,697
Aciers supérieurs	-0,536	-0,661	-0,812	-0,830	-0,844	-0,851	-0,858
Fibre supérieure	-0,785	-0,977	-1,193	-1,220	-1,240	-1,249	-1,261

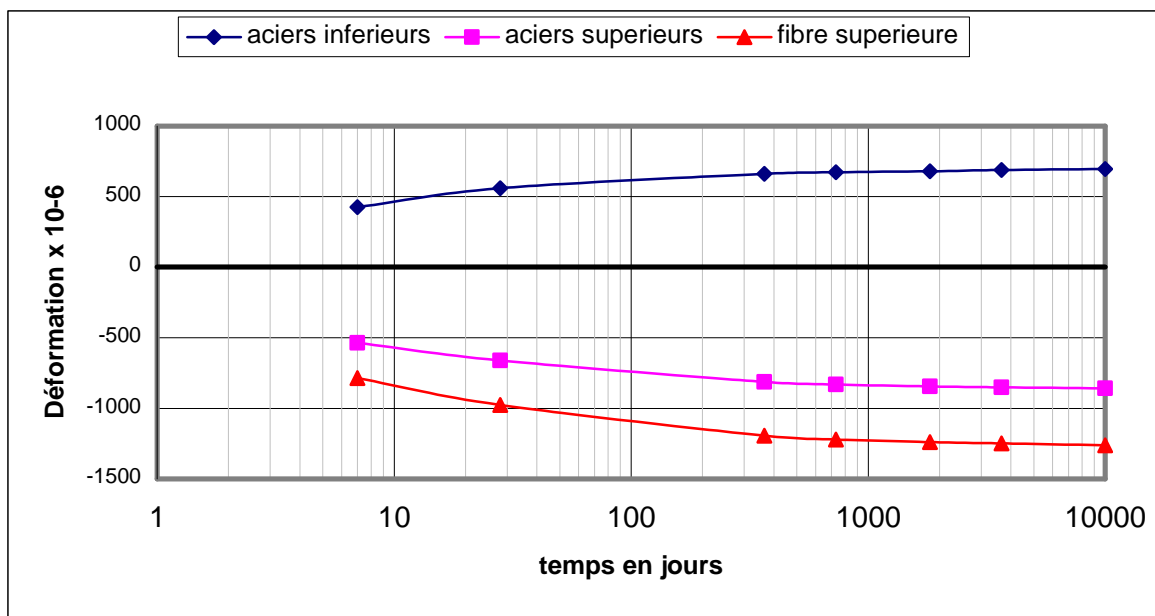


Figure 6 .38: Evolution des déformations totales (retrait compris)

Tableau 6.18 : Résultats numériques des déformations totales

Temps (t) en jours	Les déformations sans retrait ($\times 10^{-3}$)						
	7	28	365	730	1825	3650	10000
Aciers inférieurs	0,425	0,597	0,757	0,775	0,789	0,795	0,803
Aciers supérieurs	-0,536	-0,642	-0,757	-0,771	-0,782	-0,787	-0,794
Fibre supérieure	-0,785	-0,963	-1,149	-1,171	-1,189	-1,196	-1,207

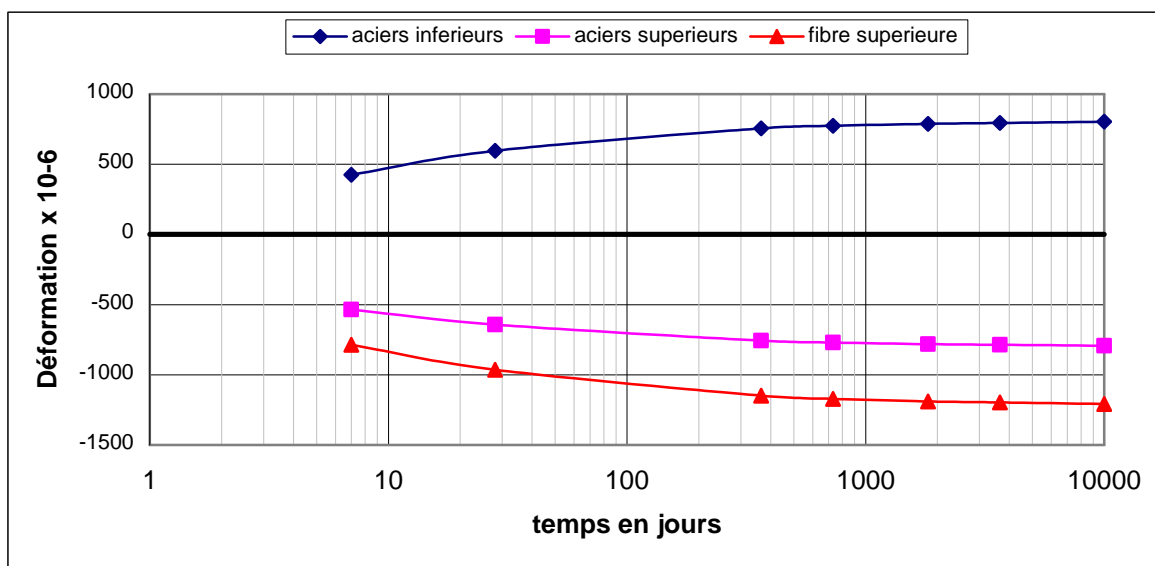


Figure 6 .39: Evolution des déformations sans le retrait

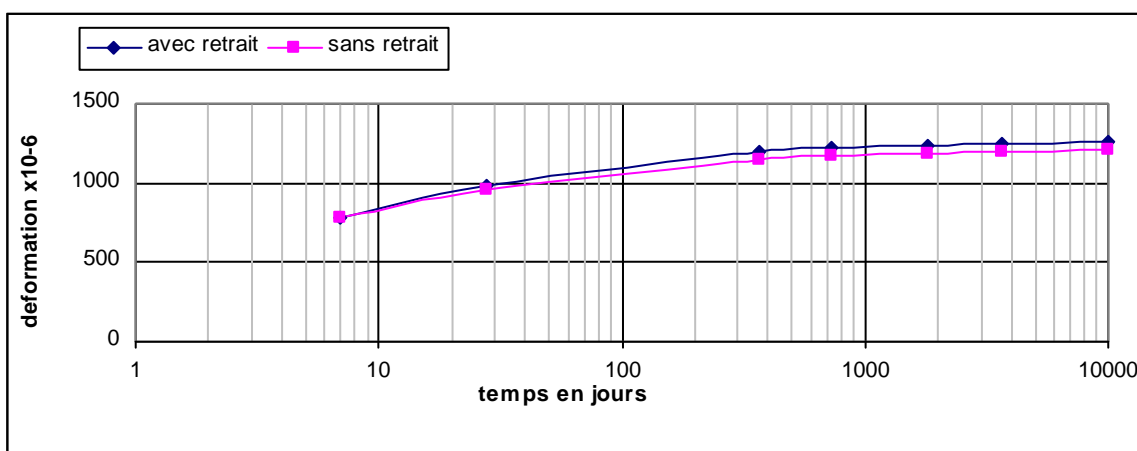


Figure 6 .40: Evolution des déformations dans la fibre supérieure

6.3 CONCLUSION

Nous avons élaboré un outil numérique, s'appuyant sur un modèle de comportement d'une section en béton précontraint présentant un seul axe de symétrie, qui nous permettent de simuler rapidement le comportement différée d'une section hétérogène en béton.

En comparant les résultats numériques obtenus, on constate qu'ils correspondent à ceux obtenus analytiquement.

Les simulations effectuées montrent bien l'effet du retrait sur la déformation totale, les effets de fluage, de retrait et de la relaxation sur les pertes de tension dans les aciers de précontrainte. Par ailleurs, une études paramétrique sur la variation de l'hygrométrie de 0% à 100% nous a permis de mettre en évidence des résultats bien connus dans la littérature.

Enfin, l'outil élaboré nous permet de calculer de la même manière des sections fissurées.

CONCLUSION GENERALE

L'apparition des fissures dans les structures en béton est un phénomène qui peut affecter le comportement à l'état de service, les causes sont nombreuses et diverses. Cependant l'apparition de fissures importantes, dans une structure en béton armé ou précontrainte, est souvent due aux déformations imposées parmi lesquelles on peut citer les déformations liées aux effets différés. En effet, les déformations différées jouent un rôle très important dans le dimensionnement des structures. Une mauvaise évaluation de ces déformations pourrait avoir des conséquences désastreuses sur le comportement de l'ouvrage.

La prédiction de l'évolution d'un état de déformation dans une section d'un ouvrage en béton précontraint, contribuerait à la connaissance et la maîtrise de son comportement à l'état de service et au prolongement de sa durée de vie. Pour évaluer les déformations et les contraintes liées aux effets différés, l'utilisation des méthodes numériques est indispensable.

Le présent travail a pour objectif la modélisation du comportement différé, sous différentes sollicitations mécaniques dans une section en béton armé et/ou précontraint. En effet, un outil numérique pour le calcul des déformations et des contraintes est élaboré en se basant sur les travaux de R.Favre [R.Favre 1997]. Cet outil prévoit aussi les pertes de tension dans les aciers de précontrainte.

L'analyse bibliographique, a mis en évidence d'une part l'interaction de nombreux phénomènes dans le comportement différé du béton, à différentes échelles d'observations du matériau, et d'autre part, la connaissance des mécanismes de retrait et de fluage. Il ressort de cette analyse, que l'on puisse dégager parmi les différents mécanismes de fluage proposés, deux mécanismes qui sont en accord avec plusieurs observations expérimentales à savoir la migration de l'eau adsorbée sous contraintes dans la porosité capillaire et le glissement des feuilletts de C-S-H à l'échelle de la nano-porosité. Généralement le fluage et le retrait du béton se produisent simultanément, nous les considérons comme distincts et s'ajoutant l'un à l'autre.

Dans ce travail, la formulation mathématique permettant de décrire le fluage, le retrait et la relaxation était basé sur l'équation intégrale de Stieltjes. Pour la résolution de cette équation, la méthode de la section ajustée est utilisée. Cette méthode nous a permis

de remplacer l'intégrale par une expression facilement calculable. Un coefficient de vieillissement dont la valeur dépend de l'âge du béton, a été introduit, ce qui fait réduire la valeur du coefficient de fluage. En effet, si une contrainte est appliquée graduellement durant un intervalle de temps, le fluage va se produire sur un béton plus vieux que celui correspondant à la mise en charge et maintenue constante pendant l'intervalle de temps. Cette méthode permet ainsi de résoudre de manière simple les problèmes liés au comportement différé du béton.

Les paramètres rhéologiques du béton, figurant dans la formulation de la fonction du fluage, ont été déterminés à partir des modèles réglementaires de l'Eurocode. Les fonctions proposées dans ces modèles sont relativement simples et dépendent de peu de paramètres.

Ce programme a été utilisé pour le calcul des déformations et les contraintes dans divers sections en béton précontraint et le calcul des pertes sous l'effet du fluage et du retrait. Ces simulations ont données des résultats satisfaisants. On a bien constaté l'effet du retrait sur la déformation totale et les effets de fluage, de retrait et de la relaxation sur les pertes de tension dans les aciers de précontrainte. L'utilisation de ce programme a été étendue au calcul des déformations et des contraintes dans une études paramétrique sur la variation de l'hygrométrie de 0% à 100% et sur l'effet du retrait uniquement. Ces résultats obtenus sont en concordance avec les résultats bien connus dans la littérature.

Ce programme permettra à l'Ingénieur concepteur de prévoir le comportement d'un ouvrage et de faire varier les paramètres du béton selon la nature du projet et du milieu environnant.

Perspectives

Le présent travail permet à l'Ingénieur de simuler le comportement d'une section en béton précontraint. Il serait intéressant de continuer le développement de l'outil actuel pour analyser des structures en poutres pour évaluer les déformations et les flèches à long terme. Par ailleurs, on pourra aussi envisager d'introduire la variation non uniforme de la température et du retrait sur la hauteur de la section.

Bibliographie

1. **ACI Committee 209 R-92 1992**, Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures, Detroit, 92 pp.
2. **ACI Committee 209 R-92-reapproved 1997**, Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures, Detroit, 11 pp.
3. **Acker P. 1983**, De la controverse sur les lois de fluage du béton et des moyens d'en sortir, Cement and Concrete Research, 13, p.580-582.
4. **Acker P. 1988**, Comportement mécanique des bétons: apports de l'approche physico-chimique, Thèse de doctorat de l'ENPC, Paris – Rapport de recherche des Laboratoires des Ponts et chaussées, n°152.
5. **Acker P., Eymard R. 1992**, Fluage du béton: un modèle plus performant et plus simple à introduire dans les calculs de structures, Annales de l'ITBTP, n°507, série: Béton 295.
6. **Acker P., Ulm F.-J. 2001**, Creep and Shrinkage of Concrete: physical origins and practical measurements, Nuclear Engineering Design, 203, p.143-158.
7. **Acker P. 2003**, Sur les origines du retrait et du fluage du béton, Revue Française Génie Civil, vol.7 n°6, p.761-776.
8. **Aïtcin P., Neville A., Acker P. 1998**, Les différents types de retrait du béton, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 215, p.41-51.
9. **Ali I., Kesler C. E. 1963**, Mechanism of creep in concrete, Symposium on creep of concrete, Détroit, American Concrete Institute, Publication, S-P 9,p.35-63.
10. **Al-Manaseer A., Lakshmikantan S. 1998**, Comparison between Current and Future Design Code Models for creep and shrinkage, Paris Symposium 98-04-06, 1998, preprint, 48pp.
11. **Al-Manaseer A., Espion B., Ulm F.-J. 1999**, ACI-RILEM Workshop on Creep and Shrinkage in Concrete Structures, ACI Concrete International, vol.21 (3), 25-27.
12. **BAEL 1991**, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, fascicule 62 du CCTG, Règlement français.

13. Baron 1982, Béton hydraulique, presse de l'ENPC, sous la direction de Jaques Baron et Raymond Sauterey, Paris, 468 p.

14. Bažant Z.P. 1972, Thermodynamics of hindered adsorption and its implications for hardened cement paste and concrete, *Cement and Concrete Research*, 2, p.1-16.

15. Bažant Z.P., Najjar L.J. 1972, Non linear water diffusion in non saturated concrete, *Materials and Structures*, 5(25), p.3-10.

16. Bažant Z.P. 1982, Mathematical models for creep and shrinkage in concrete, dans 'Creep and shrinkage in concrete structures', édité par Bažant Z.P. et Wittmann F.H., Wiley, Londres.

17. Bažant Z.P., Chern J.C. 1984, Rate-type concrete creep law and reduced time, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 110 (3), p.329-340.

18. Bažant Z.P., Chern J.C. 1985, Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism, *Materials and Structures*, 18 (103), p.1-20.

19. Bažant Z.P., 1988, Solidification theory for concrete creep I. Formulation, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 115(8), p.1691-1703.

20. Bažant Z.P., Xi Y. 1994, Drying creep of concrete: constitutive model and new experiments separating its mechanisms, *Materials and Structures*, 27, p.3-14.

21. Bažant Z.P., Baweja S. 1995, Justification and refinements of Model B3 for concrete and shrinkage: 2. Updating and theoretical basis, *Materials and Structures*, (28), 488-495.

22. Bažant Z.P., Li Y-N., 1997, Cohesive crack with rate-dependent opening and viscoelasticity: I. Mathematical model and scaling, *International Journal of Fracture*, 86, p.

23. Benboudjema F. 2002, Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations bi-axiales. Application aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires, Thèse de doctorat de Marne la vallée.

24. Berthollel A., 2003 Contribution à la modélisation du béton vis-à-vis du vieillissement et de la durabilité: interaction des déformations de fluage et du comportement non linéaire du matériau Thèse de doctorat de INSA de Lyon 2003.

- 25. Bengougam A. 2002**, Déformations différées et effets d'échelle des bétons de barrage, thèse n°2624, Département de Génie Civil, EPFL, 214 pages.
- 26. BPEL 1991**, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites, fascicule 62 du CCTG, Règlement français.
- 27. Brunauer S, 1962**, Adsorption on nonporous solids, journal of colloid and interface science,30 (4), p. 546-552
- 28. Buil M. 1994**, Etude numérique simplifiée de l'influence de l'effet de fissuration superficielle du béton dans des essais de fluage de dessiccation récents, Materials and Structures, 23, p.341-351.
- 29. CEB-FIP 1993**, Model Code 1990, Bulletin d'information du CEB n°213/214, Thomas Telford London, 1993.
- 30. Coussy O., Baroghel-Bouny V., Dangla P., Mainguy M. 2001**, Evaluation de la perméabilité à l'eau liquide des bétons à partir de leur perte de masse durant le séchage, Revue Française de Génie Civil, Mai 2001, p.269-284.
- 31. Denarie E., 2000** Etude expérimentale des couplages Viscoélasticité-croissance des fissures Dans les bétons de ciment thèse de Doctorat, Département de Génie Civil, EPFL, 205 pages.
- 32. Espion B. 1998**, Evaluation du retrait et du fluage du béton dans les codes de calcul actuels en Europe et aux Etats-Unis, Bulletin LPC, spécial XX, 21-27.
- 33. Eurocode 2 1991**, Calcul des structures en béton-Partie 1-1 :Règles générales et règles pour les bâtiments, CEN, Bruxelles, 252 pages.
- 34. Favre R., Jaccoud J.-P., Burdet O., Charif H. 1997**, Dimensionnement des structures en béton, Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, vol.8, PPUR, ISBN 2-88074-330-3, 191-250.
- 35. Feldman R.F., Sereda P.J. 1968**, The model for hydrated Portland cement as deduced from sorption-length change and mechanical properties, Matériaux et Constructions, 1, p.509-520.

- 36. Gaucher C., 1982** Fluage du béton tentative de caractérisation du comportement rhéologique non linéaire dans l'intégrale multiples, Rapport de recherche LCPC, 108, 120 pages.
- 37. Gardner N.J., Zhao J.W. 1993,** Creep and shrinkage revisited, ACI Materials Journal, 90 (3), p.236-246.
- 38. Gardner N.J. 1998,** Design provisions for shrinkage and creep of concrete, Paris Symposium 98-04-06, preprint, 15pp.
- 39. Gardner N.J. 1999,** Considerations in Developing Design Provisions for shrinkage and creep of concrete, Revue Française de Génie Civil, 3 (3-4), 91.
- 40. Gérard B., Marchand J. 2000,** Influence of cracking on the diffusion properties of cement-based materials part I: Influence of continuous cracks on the steady-state regime, Cement and Concrete Research, 30, p.37-43.
- 41. Ghali A., Favre, R., Elbadry M. 2002,** Concrete structures: stresses and deformations. (3rd ed.), E&FN Spon, London and New York.
- 42. Granger L., Torrenti J.M., Ithurralde G. 1993,** Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires: démarche d'analyse et modélisation, Bulletin de liaison LPC, 188, p.23-31.
- 43. Granger L., Torrenti J.M., Diruy M. 1994,** Simulation numérique du retrait du béton sous hygrométrie variable, Bulletin de liaison LPC, 190, p.57-64.
- 44. Granger L. 1996,** Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires. Analyse et modélisation. Thèse de doctorat de l'ENPC, avril 1996.
- 45. Guidoum A. 1994,** Simulation numérique 3D des comportements des bétons en tant que composites granulaires, thèse doctorat, Département de Génie Civil, EPFL, 254 pages.
- 46. HUA Choghue., 1992,** Analyse et modélisation du retrait d'auto-dessiccation de la pâte de ciment durcissante, thèse de doctorat ENPC Paris 1992.
- 47. Kovler K. 1995** Interdependance of creep and shrinkage for concrete under tension Journal of Eng. Mechanic 1995. Vol 7 N° 2 p 96-101.

48. Kovler K. et al, 1999 Anew look at the problem of drying creep of concrete under tension Journal of Eng. Mechanic 1999. Vol 11 N° 1 p 84-87.

49. Koprna M. 1986, Effets différés:fluage, retrait, relaxation, Notes de cours, Département de Génie Civil, EPFL, Lausanne, 63 pages.

50. Müller H.S., Küttner C.H. et Kvitsel V. 1999, Creep and shrinkage models of normal and high-performance concrete—concept for a unified codetype approach, Revue Française de Génie Civil, vol.3(3-4), p.113-132.

51. Neville A.M. 2000, Propriétés des bétons, Ed. Eyrolles, 806 p.

52. Pons G. 1998, Caractérisation du comportement différé des bétons de la réalité du matériau à la note de calcul Bulletin LPC, spécial XX.

53. Roy R. 1996, Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances, Série Ouvrages d'art OA22, LCPC, 376 pages.

54. Sicard V., François R., Ringot E., Pons G. 1992, Influence of creep and shrinkage on cracking in high strength concrete, Cement and Concrete Research, 22, p.159-168.

55. Thibert Vincent. 1999, Etude comparative de modèles récents de prédiction des déformations différées du béton, travail de fin d'étude, Service Génie Civil, ULB, 06/1999, 102 pages.

56. Torrenti J.-M. (1996), Comportement mécanique du béton, bilan de six années de recherche, Série Ouvrages d'art OA23, LCPC, 109 pages.

57. Torrenti J.-M. Pons G , 2008 La durabilité des bétons chapitre 5 le retrait et le fluage presse de l'ENPC, sous la direction de Jean Pierre Ollivier et Angélique Vichota, Paris.

58. Trevino Paredes J.J. 1988, Méthode directe de calcul de l'état de déformation et de contrainte à long terme d'une structure composée, thèse n°728, Département de Génie Civil, EPFL, 214 pages.

59. Ulm F.-J., Acker P. 1998, Le point sur le fluage et la recouvrance des bétons, Bulletin LPC, spécial XX, p.73-82.

60. Wittmann F.H., Roelfstra P. 1980, Total deformation of loaded drying creep, Cement and Concrete Research, 10, p.601-610.

61. Wittmann F.H. 1982, Creep and shrinkage mechanisms, dans: 'Creep and shrinkage in concrete structures', édité par Bažant Z.P. et Wittmann F.H., Wiley, Londres, p.129-161.

62. Xi Y., Bažant Z.P., Molina L., Jennings H.M. 1994, Moisture diffusion in cementitious materials: moisture capacity and diffusivity, Advanced Cement Based Materials, 1, p.258-266.