

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE DES TRAVAUX PUBLICS

THESE DE MAGISTER

Spécialité: Matériaux et Structures



Mme YEZLI Née KHATI Fatiha
Ingénieur d'Etat en Bâtiment (INFORBA)

MODELISATION DU COMPORTEMENT

SISMIQUE DE PROFILS DE SOL

Soutenue publiquement le 01 Juillet 1999 devant le Jury composé de:

M	B. TILIOUINE	Professeii r	ENP	Président
M	Il. AFRA	Chargé de Recherche	C.G.S	Direct. Thèse
M	M.K. BERRAH	Professeur	ENP	Examineur
M	N. BOURAHLA	Maître de Conférence	USTB	Examineur
M	N. LAOUAMI	Chargé de Recherche	C.G.S	Examineur

DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail à mes enfants Lamine et Yanis,
à toute ma famille et à tous ceux qui m'ont soutenu durant
les moments les plus difficiles que j'ai eu à vivre.*

*A la mémoire de Lamara
Que son âme repose en paix.*

REMERCIEMENTS

Je tiens à témoigner tout particulièrement ma reconnaissance à Monsieur **M.BELAZOUGUI**, Directeur du C.G.S, pour avoir mis à ma disposition tous les moyens du C.G.S, afin que ce travail s'achève.

Je remercie vivement Monsieur H. AFRA, **qui** a été à l'origine de ce travail, pour les encouragements et les conseils qu'il m'a donnés tout au long de cette recherche.

Je tiens à exprimer mes remerciements à toutes les personnes qui ont accepté de faire partie du jury d'examen.

J'exprime ma vive gratitude à Monsieur B. TILIOUINE, Professeur à l'E.N.P, pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury .

Que Monsieur **K.M. BERRAH**, Professeur à l'E.N.P, trouve ici ma respectueuse gratitude pour avoir bien voulu examiner ce travail.

Je tiens à remercier également Monsieur N. **LAOUAMI**, Chargé de Recherches au C.G.S, pour avoir accepté de siéger dans le jury comme examinateur. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur N. BOURAHLA, Maître de conférence à l'U.S.T.B, d'avoir accepté de faire partie du jury. Qu'il trouve ici ma respectueuse gratitude.

Ma reconnaissance va également à toute l'équipe de chercheurs du CGS, notamment Melle AZZOUZ, Mme DRAIDI, Melle DJAALALI, Mr HADID, Mr MEZOUAR et Mr NOUR pour leur aide précieuse et leur entière disponibilité.

J'exprime mes remerciements et ma gratitude à Melle IGHILAZA et Mme BALI du CGS pour leurs encouragements et leur soutien moral qui m'ont été d'un grand apport.

Je remercie également toute ma famille, laquelle sans son soutien, son aide et sa présence, cette recherche n'aurait jamais abouti.

Préface

Pour des niveaux de sollicitations pas trop élevés, le milieu infini tel que le profil de sol qui est constitué de couches à matériaux non homogènes, est simulé par un modèle unidimensionnel continu avec une loi de comportement viscoélastique linéaire équivalente en supposant que le profil de sol est stratifié horizontalement. La réponse de ce dernier à un signal sismique quelconque peut être ainsi obtenue quelque soit la nature du champ incident, c'est à dire le type d'onde SH, SV ou P, ainsi que leur direction de propagation.

Toutefois, dans le cas où la géométrie du milieu n'est plus régulière, le recours à un modèle discret est impératif.

La méthode des éléments finis est un outil très puissant pour l'analyse de problèmes du milieu continu en statique ou en dynamique, dans le domaine aussi bien linéaire que non linéaire et s'adapte à des géométries irrégulières. Le modèle discret considéré dans notre cas est un modèle basé sur cette méthode numérique. Ce dernier pose la problématique des limites latérales du modèle tronqué qui réfléchissent totalement les ondes qui les heurtent. Pour éviter d'étendre suffisamment le maillage, on place alors aux limites du maillage des dispositifs qu'on appelle frontières de transmission ou frontières absorbantes qui simulent les conditions de contraintes exactes existantes qui sont dues à la partie du maillage tronqué.

On expose dans la présente étude, les différents modèles de comportement des profils de sol cités ci dessus, leurs équations de mouvement obtenues sont résolues numériquement dans le domaine temporel.

Enfin une application du modèle continu développé à un cas réel de site de Garner-Valley a été réalisée.

SOMMAIRE.

CHAPITRE I. INTRODUCTION GENERALE

1.1. Introduction	1
1.2. Organisation.....	2

CHAPITRE II. NOTIONS DE BASE CARACTERISANT LE MOUVEMENT SISMIQUE

II.1. Introduction.	4
11.2. Caractérisation du mouvement sismique.	4
11.3. Comportement des sols sous chargement cyclique.....	6
11.4. Caractérisation du mouvement sismique en surface libre.	11
II.5. Les différents types d'ondes.	13

CHAPITRE III. REPONSE SISMIQUE D'UN PROFIL DE SOL VISCOELASTIQUE SEMI INFINI STRATIFIE HORIZONTALEMENT A UNE ONDE DE VOLUME.

III.1. Position du problème.	18
111.2. Cas d'une onde de cisaillement verticale.....	18
III.3. Modélisation du sol en milieu continu	18
111.4. Fonction de transfert.....	23
III.5 Fonction d'amplification entre la surface libre et le substratum rocheux.....	23
111.6 Spectre de Fourier	24
III.7. Exemples d'application	25
III.8. Etude paramétrique.....	34

CHAPITRE IV. MODELISATION DISCRETE DU PROFIL DE SOL (METHODE DES ELEMENTS FINIS)

IV.1. Introduction.....	51
IV.2. Analyse dynamique par la méthode des éléments finis.....	52
IV.2.1. Position du problème.....	52
IV.2.2. Choix du type d'élément de référence.....	53
IV.2.3. Intégration numérique pour un élément carré.....	56
IV.2.4. Energie potentielle - Matrice de rigidité.....	57
IV.2.5. Energie cinétique - Matrice de masse.....	58
IV.2.6. Matrice d'amortissement.....	59
IV.2.7. Assemblage des matrices élémentaires.....	59
IV.2.8. Introduction des conditions aux limites.....	59
IV.2.9. Propriétés des éléments finis de type déplacement.....	61
IV.3. Réponse discrète d'un profil de sol.....	62
IV.3.1. Introduction.....	62
IV.3.2. Etablissement des équations de mouvement.....	62
IV.3.3. Vecteur chargement dynamique.....	64
IV.3.4. Méthodes de résolution.....	65
IV.3.5. Dimension des éléments.....	67
IV.3.6. Exemples d'application.....	68

CHAPITRE V. MODELISATION DISCRETE DU PROFIL DE SOL EN INTRODUISANT DES FRONTIERES ABSORBANTES

V.1. Introduction.....	78
V.2. Frontière consistante.....	78
V.3. Frontières élémentaires.....	78
V.3.1. Frontière de SMITH.....	79
V.3.2. Frontière de SMITH généralisée.....	80
V.4. Frontières locales.....	82
V.4.1. Frontière visqueuse standard.....	82
V.4.2. Frontière visqueuse modifiée.....	84
V.5. Implémentation numérique de la frontière visqueuse standard.....	86
V.5.1. Matrice d'amortissement concentrée.....	88
V.5.2. Choix du pas de temps.....	89
V.5.3 Exemple d'application.....	90

CHAPITRE VI. VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE CONTINU

VI.1. Introduction.....	92
VI.2. Evaluation des modes propres de vibration de la couche de sol.....	94
VI.3. Calcul numérique par un modèle unidimensionnel continu	95
VI.4. Evaluation des fonctions de transfert à partir des transformées de Fourier.	96
VI.5. Calcul des rapports spectraux.	97
VILCONCLUSIONS GENERALES ET RECOMMANDATIONS.....	103
ANNEXE A: EVALUATION DE LA RÉPONSE SISMIQUE POUR UN MODÈLE CONTINU UNIDIMENSIONNEL.....	105
ANNEXE B: EVALUATION DE LA REPONSE SISMIQUE POUR UN MODELE DISCRET BIDIMENSIONNEL	106
BIBLIOGRAPHIE.....	110

INTRODUCTION

GENERALE

I.1. Introduction

L'évaluation de la réponse sismique de profils de sol est d'une importance capitale dans l'estimation de la sécurité et de la stabilité des ouvrages qui doivent reposer sur leurs couches en surface. En effet, lors d'une excitation sismique, le mouvement engendré à la surface est très complexe étant donné que le milieu traversé présente plusieurs caractéristiques inconnues. L'onde atteignant la surface présente une grande variabilité sur le plan spatial et temporel. S'il est vrai que la variabilité temporelle est relativement maîtrisée pour avoir fait l'objet d'importantes investigations sur plusieurs décennies, il n'en est pas de même pour la variabilité spatiale dont l'importance est établie pour les structures étendues ou à appuis multiples ou bien les structures enterrées. Cette variabilité spatiale est étroitement liée à quatre phénomènes distincts [25]:

- 1 Lors de son trajet du foyer au site de projet, l'onde sismique est modifiée ce qui signifie qu'elle est dispersée du fait des multiples réflexions et réfractions ou alors de la superposition des ondes au niveau des différentes stations d'enregistrement, ce phénomène est d'autant plus accentué que le site est proche de la source: c'est l'effet d'incohérence[30];
- 2 La différence dans le temps d'arrivée des ondes des stations distinctes: c'est l'effet de passage d'ondes;
- 3 L'atténuation des amplitudes des ondes en raison de la dissipation de l'énergie dans le massif: c'est l'effet d'atténuation;
- 4 L'altération dit mouvement sismique en raison des conditions locales dit site. c'est l'effet de réponse du site.

En général l'effet de l'atténuation est insignifiant dans le cas des structures non étendues

Dans le cadre de la conception parasismique des ouvrages, l'ingénieur est amené à traiter des problèmes d'interaction Sol-Structure, c'est à dire celui du milieu continu infini. La solution analytique de ce type de problèmes est généralement difficile, voire impossible dans la majorité des cas, seul le recours à l'application des stratégies numériques comme la méthode des éléments finis (MEF) ou bien la méthode des éléments aux frontières (BEM) permet de prédire le comportement réel de ces systèmes structuraux, cette dernière présente l'inconvénient de n'être applicable que dans le domaine linéaire [26, 27].

En général l'étude de la variabilité spatiale et temporelle d'un site donné nécessite une bonne modélisation numérique de ce dernier. Cette modélisation se heurte à 3 inconvénients majeurs qui sont la nature du champ incident des ondes sismiques, la nature ou la rhéologie des matériaux traversés par ces ondes et enfin la géologie ou la morphologie du site considéré.

Le premier modèle proposé par les chercheurs qui permet de quantifier l'effet de la variabilité spatio-temporelle est le modèle unidimensionnel en posant l'hypothèse d'une propagation verticale des ondes et une extension latérale infinie. Néanmoins ce schéma de calcul s'avère insuffisant pour interpréter tous les aspects observés, notamment des amplifications importantes à des fréquences inattendues

Dans la réalité, les dépôts de sol sont en général en forme de bassin, ce qui a motivé les chercheurs à proposer des modèles bi et tridimensionnels pour la réelle quantification de tous ces effets.

Plusieurs approches sont proposées pour un traitement en bidimensionnel d'un problème de propagation d'ondes dans un site donné, notamment l'approche d'Aki-Larner, la méthode des éléments finis ou bien la méthode des éléments aux frontières. Toutes ces approches présentent l'inconvénient des limites latérales du domaine discrétisé (éléments finis) ou de la frontière (méthode d'Aki-Larner ou des éléments aux frontières), ce qui limite leur utilisation à des structures latérales relativement moyennes.

Kausel et Roesset ont développé en 1977 la méthode des couches minces valable pour l'étude des milieux stratifiés de largeur finie et qui consiste à modéliser le sol en éléments finis rectangulaires en prenant en compte une expression arbitraire du déplacement dans la direction verticale et un champ analytique connu dans la direction horizontale [25].

Comme mentionné plus haut les limites latérales du modèle éléments finis tronqué réfléchissent totalement les fronts d'ondes qui les heurtent, pour s'affranchir de ces réflexions parasites, des conditions aux limites bien appropriées et très bien adaptées en dynamique doivent être introduites aux frontières du modèle numérique.

La présente étude a trait à un problème de propagation d'ondes dans un site donné. Dans une première phase, un modèle unidimensionnel est proposé pour l'étude d'un milieu stratifié horizontalement à extension latérale infinie et soumis à une propagation verticale d'ondes SH

Dans une seconde phase, un modèle bidimensionnel basé sur les éléments finis est proposé, son utilisation est étendue au cas de la vallée alluviale pour mettre en évidence les effets de la variabilité spatiale du mouvement sismique qui ne peuvent pas être décelés par des modèles à géométrie unidimensionnelle. Dans une troisième phase, une frontière absorbante est introduite au modèle éléments finis afin d'éliminer toutes les réflexions parasites engendrés par les limites du modèle de calcul, ceci consiste à imposer aux frontières des conditions spéciales susceptibles de reproduire correctement la nature semi-infinie du milieu étudié, c'est à dire la prise en compte des radiations d'ondes en champ lointain.

1.2. Organisation

Le mémoire est principalement divisé en sept chapitres:

Le chapitre deux donne un aperçu général sur les notions de base caractérisant le mouvement sismique ainsi que des notions d'élastodynamique et de propagation d'ondes.

Le troisième chapitre concerne l'évaluation de la réponse sismique d'un profil de sol viscoélastique semi infini stratifié horizontalement soumis à une onde de volume, une étude paramétrique montrant l'influence de l'angle d'incidence des différentes ondes sur la fonction de transfert y est également traitée.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des éléments finis sur laquelle est basé le programme de calcul développé. Deux applications y sont présentées, la

première concerne le cas d'un profil de sol, la seconde, celle de la vallée, les deux exemples sont soumis à une excitation sismique engendrée à leur base.

Le cinquième chapitre est quant à lui consacré à une présentation sommaire des frontières de transmission, l'accent est particulièrement mis sur la frontière visqueuse standard. Une application de cette frontière a été réalisée sur un profil de sol soumis à une excitation sismique à sa base.

Le sixième chapitre traite la validation expérimentale du **modèle continu**.

Enfin, une conclusion générale suivie de recommandations pour travaux futurs est insérée dans le septième chapitre.

NOTIONS DE BASE

CARACTERISANT LE

MOUVEMENT' SISMIQUE

L'état actuel des connaissances en sismologie est tel que, s'il n'est pas possible de prédire l'occurrence d'un événement sismique dans le temps, il est par contre possible d'identifier dans l'espace les zones à haut risque et d'y construire en conséquence.

II.2.2. Causes des séismes.

Pour se prémunir contre l'aléa sismique et bien construire en ces endroits à risque, il est important d'identifier ces zones pour comprendre les mécanismes qui génèrent les séismes et quantifier ces derniers par des paramètres qui sont directement exploités par l'ingénieur.

La cause des séismes a fait l'objet de plusieurs théories ; en l'occurrence, la théorie de la source explosive ainsi que celle de la tectonique des plaques définies comme suit.

La théorie de la source explosive.

Cette théorie stipule que sous l'effet de fortes pressions qui sont exercées au niveau du noyau de la terre, les couches terrestres se déforment en induisant une forte accumulation de l'énergie qui sera libérée brutalement à la rupture.

La théorie de la tectonique des plaques

Cette dernière stipule que sous l'effet de l'expansion des fonds océaniques qui a lieu à une vitesse moyenne de 170 mm / an, les différentes plaques rigides (Eurasie, Amérique, Pacifique, Afrique, Nascas et Antarctique) s'affrontent et donnent naissance à différents mouvements intra-plaques [3].

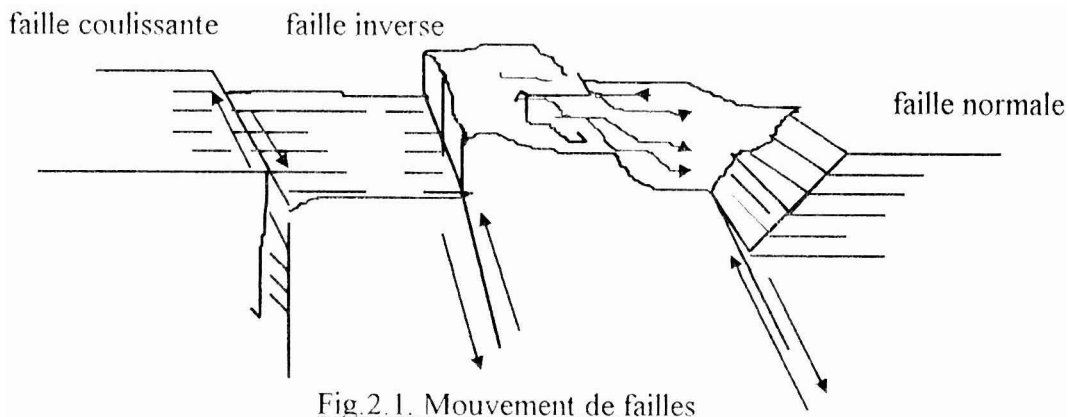
Cependant, les connaissances sur les mécanismes donnant lieu à un séisme restent limitées. Il est admis que les mouvements relatifs des plaques engendrent dans les zones de contact des cotraités, lorsque ces dernières s'accroissent et dépassent la limite de résistance des roches constituant la croûte terrestre, l'énergie élastique emmagasinée se libère brutalement pour donner naissance à un tremblement de terre.

En observant la carte du monde donnant la localisation des séismes, on remarque que ces derniers sont en majeure partie concentrés le long de lignes bien définies appelées failles.

Le glissement particulier d'une faille dépend du type de contraintes qui y sont développées. A titre d'exemple, il y aura :

- Une faille **normale** dans le cas de contraintes de traction.
- Une faille **coulissante** dans le cas de contraintes de cisaillement (cas de la faille de San Andreas en Californie)
- Une faille **inverse** dans le cas de contraintes de **compression** (le séisme d'El Asnam en 1980 a résulté d'un mouvement d'une faille inverse).

Les différents mouvements de failles sont représentés sur la figure 2.1 .



11.3. Comportement des sols sous chargement cyclique

11.3.1. Introduction

Considérons un élément de sol situé à une profondeur h , soumis à un cycle de chargement. Quand l'élément de sol est au repos, il est soumis à une contrainte effective verticale σ'_0 et une contrainte effective horizontale $k_0 \sigma'_0$, k_0 étant le coefficient de poussée des terres au repos [2].

Le passage de l'onde de cisaillement verticale développe sur toutes les facettes de l'élément de sol une contrainte de cisaillement $\tau(t)$, dans le cas d'un matériau élastique cette dernière engendre une déformation de cisaillement simple sans variation de volume. Celle-ci est appelée communément une distorsion γ définie par

$$\gamma = \frac{\Delta u}{\Delta h} \quad (2.1)$$

La représentation d'une courbe « effort- déformation » d'un matériau soumis à une sollicitation uniaxiale cyclique montre une boucle d'hystérésis dont la surface et l'inclinaison dépendent de l'amplitude de la déformation au cours du cycle (Voir Fig. 2.2).

Plus l'amplitude est grande, plus l'aire de la boucle est importante et plus celle-ci est inclinée sur l'horizontale.

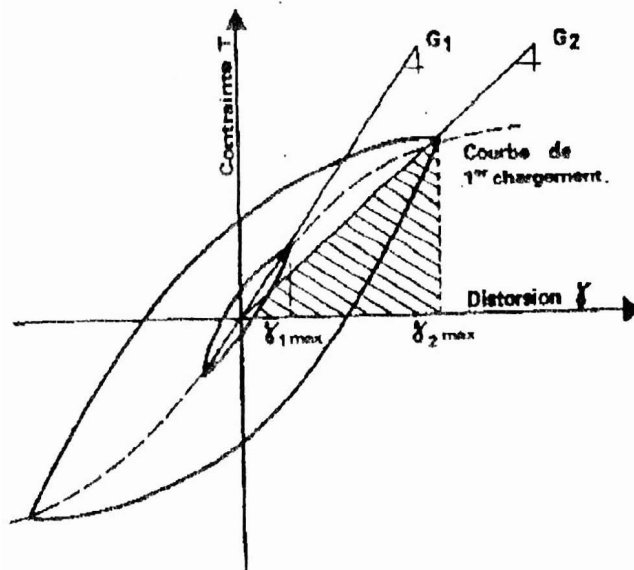


Fig. 2.2. Courbe Effort - Déformation cyclique.

Expérimentalement, il a été montré que l'amplitude de la boucle d'hystérésis ne dépend pas de la vitesse d'application de la sollicitation

La boucle est en fait définie par deux paramètres, qui sont : Le module sécant (G_s) et le coefficient d'amortissement (ξ)

- Le module sécant G_s représente la pente de la droite joignant l'origine à une extrémité.
- Le coefficient d'amortissement ξ représente l'énergie dissipée par le matériau lors d'un cycle et constitue une mesure de l'aire de la boucle

Le module de cisaillement G_s décroît en général avec le niveau de déformation et le coefficient d'amortissement croît avec la déformation (voir. fig. 2.3)

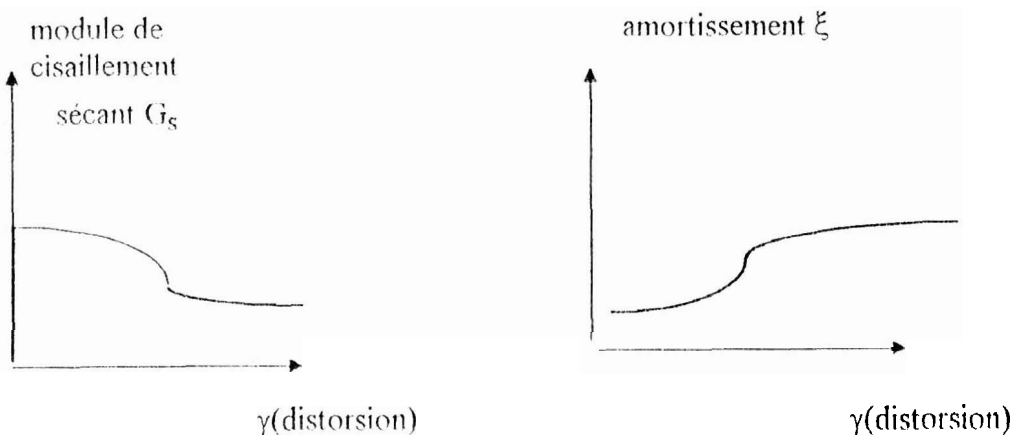


Fig. 2.3. Variation de G_s et ξ en fonction de la déformation cyclique.

La valeur G_{smax} est la pente de la tangente à l'origine à la courbe de premier chargement.

11.3.2. Notions d'amortissement

La boucle d'hystérésis obtenue lors d'un chargement cyclique traduit une dissipation d'énergie dans le matériau. L'amortissement est un paramètre très important dans l'étude des phénomènes vibratoires, en particulier au voisinage de la résonance. C'est grâce à lui qu'un système physique, soumis à des vibrations dont la fréquence est égale à sa fréquence de résonance, permet de maintenir son déplacement à une valeur limitée.

Tout matériau présente un amortissement. Il existe ceux pour lesquels :

- L'énergie dissipée est une fonction de la vitesse de déformation : cas des matériaux viscoélastiques linéaires.
- L'énergie dissipée ne dépend pas de la vitesse de déformation : on dit alors que l'amortissement est hystérétique ; c'est le cas de matériaux caractérisés par des non-linéarités importantes à fort niveau de déformation. Le sol fait partie de cette dernière catégorie où l'amortissement est dû à des déformations plastiques dans les cristaux ou des grains constituant la structure.

La loi de comportement dans ce cas ne fait pas intervenir la notion du temps, si on annule l'effort appliqué, une déformation permanente subsiste dans le matériau.

D'un point de vue rhéologique, le matériau peut être représenté par une série de ressorts et de frotteurs assemblés en série ou en parallèle.

11.3.3. Loi de comportement

Hormis le modèle non-linéaire, la loi de comportement qui permet de représenter au mieux le sol est le modèle viscoélastique linéaire équivalent.

Il s'agit d'utiliser une procédure de linéarisation qui consiste à remplacer les propriétés dissipatives du matériau réel par celles qui lui sont équivalentes dans le modèle viscoélastique linéaire équivalent. L'équivalence est fonction des caractéristiques du matériau et de la sollicitation.

Nous étudierons le cas de la sollicitation harmonique qui constitue la base de beaucoup de problèmes dynamiques.

Dans le modèle viscoélastique, l'énergie dissipée au cours d'un cycle dépend de la fréquence de la sollicitation ; cela n'est pas vrai pour le matériau réel qui est le sol.

Pour une sollicitation harmonique, $\underline{\varepsilon}(t) = \underline{\varepsilon}^0 e^{i\omega t}$, la loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire isotrope représenté par un modèle de Kelvin-Voigt (Fig.2.4) dans le cas unidimensionnel s'écrit :

$$\underline{\sigma} = \lambda^* \left(\text{trace } \underline{\varepsilon}^0 \right) + 2 \mu^* \underline{\varepsilon}^0 \quad (2.2)$$

Où les paramètres A^* et μ^* sont des complexes fonctions de la pulsation ω , avec :

$$\begin{aligned} \lambda^* &= \lambda + i\omega\lambda' \\ \mu^* &= \mu + i\omega\mu' \end{aligned} \quad (2.3)$$

- $\lambda, (\mu=G)$ désignent les constantes d'élasticité (coefficients de Lamé).
- λ', μ' sont des constantes de viscosité.

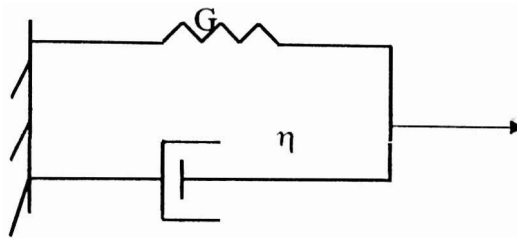


Fig.2.4. Modèle de Kelvin- Voigt

Pour adapter ce modèle au modèle viscoélastique linéaire équivalent, il faut choisir les parties imaginaires de λ et μ qui soient indépendantes de la pulsation ω c'est à dire de la fréquence de la sollicitation pour le cas du chargement cyclique unidimensionnel.

on doit avoir pour le modèle de Kelvin-Voigt :

$$\omega\mu' = \text{cte} \quad (2.4)$$

où le module de cisaillement complexe s'écrit $\mu^* = G$

$$G^* = G \left[1 + i \frac{\omega\mu'}{G} \right] \quad (2.5)$$

$$\eta = \frac{\omega\mu'}{G} \quad (2.6)$$

Donc.

$$G^* = G[1 + i\eta] \quad (2.7)$$

où η désigne le coefficient de perte du matériau qui est indépendant de la fréquence de la sollicitation dans le cas du sol.

Le coefficient η étant défini comme le rapport de l'énergie dissipée D au cours du cycle à 2π fois l'énergie élastique emmagasinée W

$$\eta = \frac{D}{2\pi W} \quad (2.8)$$

W est l'aire du triangle hachuré dans la (figure 2.2)

$$W = \frac{1}{2} G \gamma_m \quad (2. 9)$$

ξ est le pourcentage d'amortissement critique, défini dans le modèle de Kelvin-Voigt par :

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{cp}{2G} \quad (2. 10)$$

où c est la caractéristique de l'amortisseur, G est la caractéristique du ressort et p est la pulsation propre du modèle.

A la résonance la fréquence de la force excitatrice du sol $\frac{\omega}{2\pi}$ est égale à la fréquence du modèle $\frac{cp}{2\pi}$ donc :

$$\xi = \frac{D}{4\pi W} = \frac{\eta}{2} \quad (2. 11)$$

En faisant un rapprochement entre les équations (2.7) et (2.11), on constate que G représente la raideur complexe à la résonance d'un oscillateur simple de raideur G et de pourcentage d'amortissement critique ξ .

Il y a une égalité entre l'énergie dissipée D dans le matériau de raideur G et de coefficient de perte η et celle dissipée à la résonance dans l'oscillateur simple de caractéristiques G et $\xi = \frac{\eta}{2}$. ξ est le pourcentage d'amortissement critique du sol.

En choisissant pour le module G, du modèle linéaire équivalent le module sécant du matériau G_s , on obtient une forme possible de linéarisation du système.

Lysmer (1975) [2] a proposé un module de cisaillement complexe formulé comme suit :

$$G^* = G_s \left(1 - 2\xi^2 + 2i\xi\sqrt{1-\xi^2} \right) = G e^{i\theta} \quad (2. 12)$$

$$\xi = \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\eta}{2} \quad (2. 13)$$

Si G, ξ et cp sont respectivement le module de cisaillement, le pourcentage d'amortissement critique et la pulsation propre de l'oscillateur, ce dernier possède la même réponse en termes d'amplification que le modèle défini par le module complexe de la formule (2.12).

Ainsi l'énergie dissipée par le modèle est :

$$D_{\text{modèle}} = 4\pi\omega\xi \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{1-\xi^2} \quad (2. 14)$$

et celle dissipée par le matériau est :

$$D_{\text{matériau}} = 4\pi\omega\xi \quad (2. 15)$$

W est l'aire du triangle hachuré dans la (figure 2.2)

$$W = \frac{1}{2} G \gamma_m \quad (2.9)$$

ξ est le pourcentage d'amortissement critique, défini dans le modèle de Kelvin-Voigt par :

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{cp}{2G} \quad (2.10)$$

où c est la caractéristique de l'amortisseur, G est la caractéristique du ressort et p est la pulsation propre du modèle.

A la résonance la fréquence de la force excitatrice du sol $\frac{\omega}{2\pi}$ est égale à la fréquence du modèle $\frac{cp}{2\pi}$ donc :

$$\xi = \frac{D}{4\pi W} = \frac{\eta}{2} \quad (2.11)$$

En faisant un rapprochement entre les équations (2.7) et (2.11), on constate que G^* représente la raideur complexe à la résonance d'un oscillateur simple de raideur G et de pourcentage d'amortissement critique ξ .

Il y a une égalité entre l'énergie dissipée D dans le matériau de raideur G et de coefficient de perte η et celle dissipée à la résonance dans l'oscillateur simple de caractéristiques G et $\xi = \frac{\eta}{2}$. ξ est le pourcentage d'amortissement critique du sol.

En choisissant pour le module G, du modèle linéaire équivalent le module sécant du matériau G_s , on obtient une forme possible de linéarisation du système.

Lysmer (1975) [2] a proposé un module de cisaillement complexe formulé comme suit :

$$G^* = G_s \left(1 - 2\xi^2 + 2i\xi\sqrt{1-\xi^2} \right) = G e^{i\theta} \quad (2.12)$$

$$\xi = \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\eta}{2} \quad (2.13)$$

Si G, ξ et cp sont respectivement le module de cisaillement, le pourcentage d'amortissement critique et la pulsation propre de l'oscillateur, ce dernier possède la même réponse en termes d'amplification que le modèle défini par le module complexe de la formule (2.12).

Ainsi l'énergie dissipée par le modèle est :

$$D_{\text{modèle}} = 4\pi\omega\xi \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{1-\xi^2} \quad (2.14)$$

et celle dissipée par le matériau est :

$$D_{\text{matériau}} = 4\pi\omega\xi \quad (2.15)$$

Pour des valeurs de $\xi < 20\%$ l'écart entre les formules (2.14) et (2.15) est inférieure à 6 % ce qui signifie que pour des valeurs faibles de ξ les 2 relations sont équivalentes.

En conclusion, le comportement non linéaire du sol peut être approché à l'aide d'un modèle viscoélastique linéaire équivalent, l'équivalence dépend des caractéristiques du matériau et de la fréquence de sollicitation. Ce dernier a l'avantage d'être un modèle simple qui ne nécessite que la mesure de trois paramètres (module de cisaillement G , module volumétrique exprimé en fonction de λ et μ ainsi que le coefficient de perte η) c'est à dire un paramètre de plus que dans le modèle élastique.

11.4. Caractérisation du mouvement sismique en surface libre.

11.4.1. Définitions.

- **l'épicentre géométrique:** représente la projection verticale du foyer sismique sur la surface libre
- **l'épicentre d'observation:** représente le site où se produit le maximum de dégâts durant un événement sismique. Il n'est pas obligatoirement confondu avec l'épicentre géométrique.
- **La distance focale:** La distance focale d'un bâtiment est la distance qui le sépare du foyer sismique.

distance épiscopentrale: c'est la distance qui sépare un bâtiment de l'épicentre

11.4.2. Durée d'un séisme.

Du fait de son importance dans l'appréciation d'un séisme, certains sismologues ont proposé de définir la durée à partir du diagramme d'Husid. Par définition, si $a(t)$ est l'accélération fonction du temps, T la durée de l'enregistrement, la variation de l'intégrale

$$h(t) = \frac{\int_0^t \left[a(t) \right]^2 dt}{\int_0^T \left[a(t) \right]^2 dt} \quad (2.16)$$

représente le diagramme d'Husid. L'intégrale du dénominateur est une mesure de l'énergie contenue dans l'accélérogramme. On définit alors, la durée d'un séisme comme étant le temps requis pour passer du niveau 5 % d'énergie au niveau 95 %

TRIFUNAC et BRADY [4] montrent que pour une magnitude donnée, la durée de la secousse serait deux fois plus longue sur un site de sol peu consistant que sur un site rocheux.

II.4.3. Magnitude d'un séisme.

Il existe plusieurs définitions de la magnitude, la plus connue est celle de Richter (M_L) qui est exprimée comme suit :

$$M_L = \log_{10} (A_{\max})$$

où (A_{\max}) définit l'amplitude maximale (en microtis) qu'aurait enregistré un sismographe de type Wood-Anderson ($T=0.8s$; $\xi=80\%$) placé à 100 kilomitres de l'épicentre.

La magnitude est un paramètre réel qui permet de quantifier l'énergie libérée par un séisme au niveau de la source. A titre d'exemple, un séisme de magnitude 7.2 libère l'équivalent de 1 Mégatonnes de TNT, soit l'équivalent de 50 bombes d'Hiroshima.

II.4.4. Grandeurs maximales

Dans un accélérogramme on distingue, quatre phases; une phase initiale de (0 à 4 s) dont les accélérations sont faibles, une seconde phase à accélérations fortes, une troisième à accélérations modérées et enfin, une dernière à accélérations très faibles. Ces grandeurs maximales peuvent être soit des accélérations exprimées en g, des vitesses exprimées en cm/s ou alors, des déplacements exprimés en cm.

II.4.5. Intensité d'un séisme

L'intensité caractérise la violence d'un séisme, en l'occurrence les manifestations ressenties par la population ainsi que les dégâts subis par les constructions.

Il existe plusieurs échelles d'intensité parmi elles. on peut citer celle de Mercalli, de Medvedev, de Mercalli modifiée, etc. Elles sont graduées en chiffres romains de I à XII

L'échelle de Mercalli décrit les effets d'un séisme sur l'environnement, les constructions et sur l'homme

L'échelle macroscopique M.S.K est plus précise que celle de Mercalli. puisqu'elle prend en compte dans l'évaluation des dégâts le type de la construction ainsi que le pourcentage des bâtiments affectés

II.4.6. Spectre de réponse

Un spectre de réponse en accélération est une courbe donnant l'accélération maximale en fonction de la fréquence d'un oscillateur simple à un degré de liberté. Cette courbe est importante puisqu'elle permet de faire intervenir la notion de contenu en fréquence du mouvement.

Le spectre de réponse est obtenu en traçant les courbes accélérations - fréquences pour différentes valeurs de l'amortissement. Ce dernier peut être également exprimé en vitesse ou en déplacement.

11.5. Les différents types d'ondes.

11.5.1. Introduction.

Lors d'un séisme, une certaine énergie est libérée dont une partie se propage sous forme d'ondes élastiques. En se dirigeant vers la surface du sol, ces dernières rencontrent des surfaces de discontinuité, des hétérogénéités ou bien une surface libre et sont ainsi partiellement réfléchies et réfractées.

11.5.2. Equations de propagation.

Étant donné un solide élastique, isotrope, homogène, décrivant une surface Γ inscrite dans un domaine Ω et affectée d'un système de coordonnées (x, y, z) . Dans le cas de l'hypothèse des petits déplacements, on dit que le couple $S = [\underline{u}, \underline{\sigma}]$ caractérisé par le champ de déplacement $\underline{u}(x, t)$ et le tenseur de contrainte $\underline{\sigma}(x, t)$ correspondant à une densité volumique de forces $\underline{f}(x, t)$ et une masse volumique ρ , est un état élastodynamique s'il vérifie les trois équations suivantes [5]:

a- Equation d'équilibre

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.16)$$

b- Loi de Hooke

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (2.17)$$

c- Relation déformation - déplacement

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.18)$$

où σ_{ij} est un élément du tenseur de contrainte d'ordre 2, correspondant à la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne ; ε_{ij} un élément du tenseur des déformations ; λ et μ sont les coefficients de Lamé ; δ_{ij} le symbole de Kronecker.

En remplaçant les équations (2.17). (2.18) dans (2.16), on trouve

$$\mu u_{i,j,j} + (\lambda + \mu) u_{j,j,i} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.19)$$

qui se traduit en notation vectorielle par :

$$\mu \nabla^2 \underline{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \bullet \underline{u}) + \rho \underline{f} = \rho \ddot{\underline{u}} \quad (2.20)$$

où \bullet représente le produit scalaire, ∇ l'opérateur gradient et ∇^2 l'opérateur de Laplace

Les conditions initiales sont,

$$\underline{u}(\underline{x}, 0) = \underline{u}_0(\underline{x}) ; \underline{u}(\underline{x}, 0) = V_0(\underline{x}) \quad (2.21)$$

Les conditions aux frontières sur la surface Γ conduisent à la relation donnant le vecteur traction de surface $t^{(n)}$ appliqué sur une facette de normale $\underline{n}(\underline{x})$ en fonction du vecteur déplacement .

$$\underline{t}^{(n)} = \lambda (\underline{\nabla} \bullet \underline{u}) \underline{n} + 2 \mu \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} + \mu \underline{n} \wedge (\underline{\nabla} \wedge \underline{u}) \quad (2.22)$$

où \wedge désigne le produit vectoriel

Etant donné que les trois déplacements sont couplés dans une même équation (2.22), on applique le principe de décomposition vectorielle d'Helmholtz au champ déplacement \underline{u} , de façon à exprimer le champ \underline{u} en termes de dérivées de potentiels scalaire Φ et vectoriel $\underline{\Psi}$ c'est à dire .

$$\underline{u} = \underline{\nabla} \Phi + \underline{\nabla} \wedge \underline{\Psi} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2 \quad \text{et} \quad \underline{\nabla} \bullet \underline{\Psi} = 0 \quad (2.23)$$

Le champ déplacement \underline{u} est la somme d'un champ irrotationnel \underline{u}_1 dérivant d'un potentiel scalaire Φ et d'un champ rotationnel \underline{u}_2 dérivant d'un potentiel vecteur $\underline{\Psi}$.

Dans le cas où les forces de volume sont nulles, l'équation régissant le mouvement sera découpée en deux équations aux dérivées partielles satisfaites par Φ et $\underline{\Psi}$, soient:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (2.24)$$

$$\nabla^2 \underline{\Psi} = \frac{1}{v_s^2} \frac{\partial^2 \underline{\Psi}}{\partial t^2} \quad (2.25)$$

Pour une onde monochromatique de pulsation ω , une solution générale des deux dernières équations est donnée par:

$$\Phi = A \exp \left[\frac{i\omega}{v_p} (l_x x + l_y y + l_z z - v_p t) \right] = A f_p \quad (2.26)$$

$$\underline{\Psi} = \underline{B} \exp \left[\frac{i\omega}{v_s} (m_x x + m_y y + m_z z - v_s t) \right] = \underline{B} f_s \quad (2.27)$$

Ces fonctions vérifient les équations (2.24) et (2.25) dans le cas où:

$$l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1 \quad (2.28)$$

$$m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$$

Aussi la divergence du potentiel est nulle (équation 2.23), ce qui conduit à :

$$\underline{B} \bullet \underline{m} = 0 \quad (2.29)$$

L'expression (2.29) montre que les vecteurs $\underline{\Psi}$ et \underline{B} sont perpendiculaires à \underline{m} .

Dans le cas où elles sont tolites réelles les composantes du vecteur \underline{l} (ou \underline{m}) représentent les cosinus directeurs de la directiotti de propagation d'ondes.

A liti instant donné t_0 , Φ (ou $\underline{\Psi}$) est constant sur tout plan normal à \underline{l} (ou \underline{m}), d'équation $l_x x + l_y y + l_z z - v_p^2 t = \text{cte}$ (ou bien $m_x x + m_y y + m_z z - v_s^2 t = \text{cte}$), et varie sinusoidalement le long de la direction \underline{l} (ou \underline{m})

Les ondes qu'on a défini ici sont des ondes de volume car elles sont les seules à exister dans un milieu infini.

Equation de propagation de l'onde P

En combinant les équations (2.23) et (2.26) on peut écrire :

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_p = \left[\frac{i \omega A}{v_p} f_p \right] \underline{l} \quad (2.30)$$

L'expression (2.30) montre que le déplacement \underline{u}_1 a lieu dans le même sens que la direction de propagation \underline{l} , c'est une onde dite de compression ou onde P, elle est également appelée onde primaire, et se propage à une vitesse moyenne v_p de 7 à 8 kms /s (Figure 2.5) Les ondes P correspondent à un mouvement de dilatation

Equation de propagation de l'onde S

De la même façon, la combinaison des équations (2.23), (2.27) conduit à l'expression :

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_s = \left[\frac{i \omega}{v_s} f_s \right] \underline{m} \wedge \underline{B} \quad (2.31)$$

qui indique que le déplacement \underline{u}_2 a lieu dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

C'est une onde dite de cisaillement ou onde S, appelée également onde secondaire ou transversale et se propage à une vitesse moyenne v_s de 4 à 5 kms /s. Les ondes S caractérisent un mouvement de cisaillement sans variation de volume.

A l'exception du cas où la direction de propagation coïncide avec l'axe (y), c'est à dire $m_x = m_z = 0$ et $m_y = \pm 1$, il est toujours possible de décomposer le mouvement des ondes de cisaillement en un mouvement dans un plan horizontal (x, z), et un mouvement dans un plan vertical (x, y) (Figure 2.6)

Aussi la divergence du potentiel est nulle (équation 2.23), ce qui conduit à :

$$\underline{B} \cdot \underline{m} = 0 \quad (2.29)$$

L'expression (2.29) montre que les vecteurs $\underline{\Psi}$ et \underline{B} sont perpendiculaires à \underline{m} .

Dans le cas où elles sont toutes réelles les composantes du vecteur \underline{l} (ou \underline{m}) représentent les cosinus directeurs de la direction de propagation d'ondes.

A un instant donné t_0 , Φ (ou $\underline{\Psi}$) est constant sur tout plan normal à \underline{l} (ou \underline{m}), d'équation $l_{xx}x + l_{yy}y + l_{zz}z - v_p^2 t = \text{cte}$ (ou bien $m_{xx}x + m_{yy}y + m_{zz}z - v_s^2 t = \text{cte}$), et varie sinusoidalement le long de la direction \underline{l} (ou \underline{m}).

Les ondes qu'on a défini ici sont des ondes de volume car elles sont les seules à exister dans un milieu infini.

Equation de propagation de l'onde P

En combinant les équations (2.23) et (2.26) on peut écrire

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_p = \left[\frac{i\omega A}{v_p} f_p \right] \underline{l} \quad (2.30)$$

L'expression (2.30) montre que le déplacement \underline{u}_1 a lieu dans le même sens que la direction de propagation \underline{l} , c'est une onde dite de compression ou onde P. elle est également appelée onde primaire, et se propage à une vitesse moyenne v_p de 7 à 8 kins /s (Figure 2.5). Les ondes P correspondent à un nouveau de dilatation

Equation de propagation de l'onde S

De la même façon, la combinaison des équations (2.23), (2.27) conduit à l'expression

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_s = \left[\frac{i\omega}{v_s} f_s \right] \underline{m} \wedge \underline{B} \quad (2.31)$$

qui indique que le déplacement \underline{u}_2 a lieu dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

C'est une onde dite de cisaillement ou onde S, appelée également onde secondaire ou traaisvei-sale et se propage à une vitesse moyenne v_s de 4 à 5 kms /s. Les ondes S caractérisent un mouvement de cisaillement sans variation de volume

A l'exception du cas où la direction de propagation coïncide avec l'axe (y) ; c'est à dire $m_x = m_z = 0$ et $m_y = \pm 1$, il est toujours possible de décomposer le mouvement des ondes de cisaillement en un mouvement dans un plan horizontal (x, z), et un inouvement dans un plan vertical (x, y) (Figure 2.6).

Aussi la divergence du potentiel est nulle (équation 2.23), ce qui conduit à :

$$\underline{B} \bullet \underline{m} = 0 \quad (2.29)$$

L'expression (2.29) montre que les vecteurs $\underline{\Psi}$ et \underline{B} sont perpendiculaires à \underline{m} .

Dans le cas où elles sont toutes réelles les composantes du vecteur \underline{l} (ou \underline{m}) représentent les cosinus directeurs de la direction de propagation d'ondes.

A un instant donné t_0 , Φ (ou $\underline{\Psi}$) est constant sur tout plan normal à \underline{l} (ou \underline{m}), d'équation $l_x x + l_y y + l_z z - v_p^2 t = \text{cte}$ (ou bien $m_x x + m_y y + m_z z - v_s^2 t = \text{cte}$). et varie sinusoidalement le long de la direction \underline{l} (ou \underline{m}).

Les ondes qu'on a défini ici sont des ondes de volume car elles sont les seules à exister dans un milieu infini.

Equation de propagation de l'onde P

En combinant les équations (2.23) et (2.26) on peut écrire :

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_p = \left[\frac{i\omega A}{v_p} f_p \right] \underline{l} \quad (2.30)$$

L'expression (2.30) montre que le déplacement \underline{u}_1 a lieu dans le même sens que la direction de propagation \underline{l} , c'est une onde dite de compression ou onde P, elle est également appelée onde primaire, et se propage à une vitesse moyenne v_p de 7 à 8 km/s (Figure 2.5). Les ondes P correspondent à un mouvement de dilatation.

Equation de propagation de l'onde S

De la même façon, la combinaison des équations (2.23), (2.27) conduit à l'expression :

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_s = \left[\frac{i\omega}{v_s} f_s \right] \underline{m} \wedge \underline{B} \quad (2.31)$$

qui indique que le déplacement \underline{u}_2 a lieu dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

C'est une onde dite de cisaillement ou onde S, appelée également onde secondaire ou transversale et se propage à une vitesse moyenne v_s de 4 à 5 km/s. Les ondes S caractérisent un irioiivement de cisaillement sans variation de volume.

A l'exception du cas où la direction de propagation coïncide avec l'axe (y), c'est à dire $m_x = m_z = 0$ et $m_y = \pm 1$, il est toujours possible de décomposer le mouvement des ondes de cisaillement en un mouvement dans un plan horizontal (x, z), et un mouvement dans un plan vertical (x, y) (Figure 2.6)

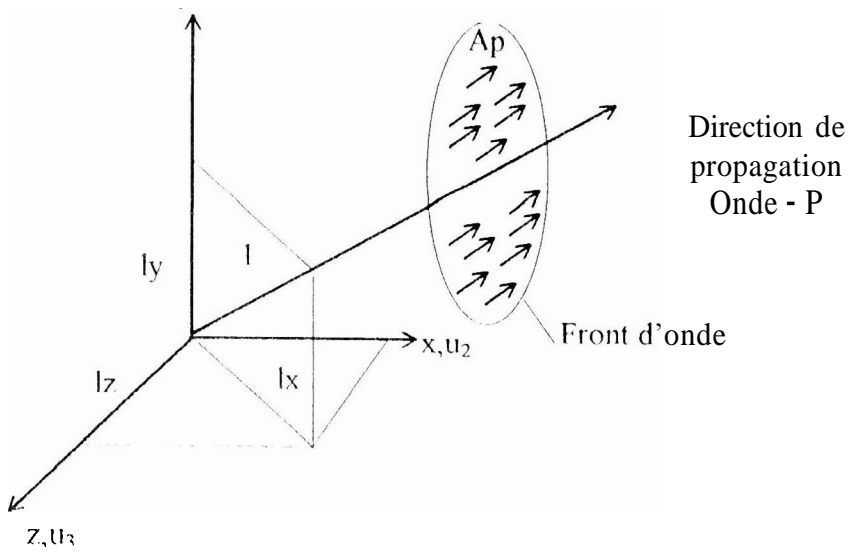


Figure 2.5. Déplacement associé aux ondes P

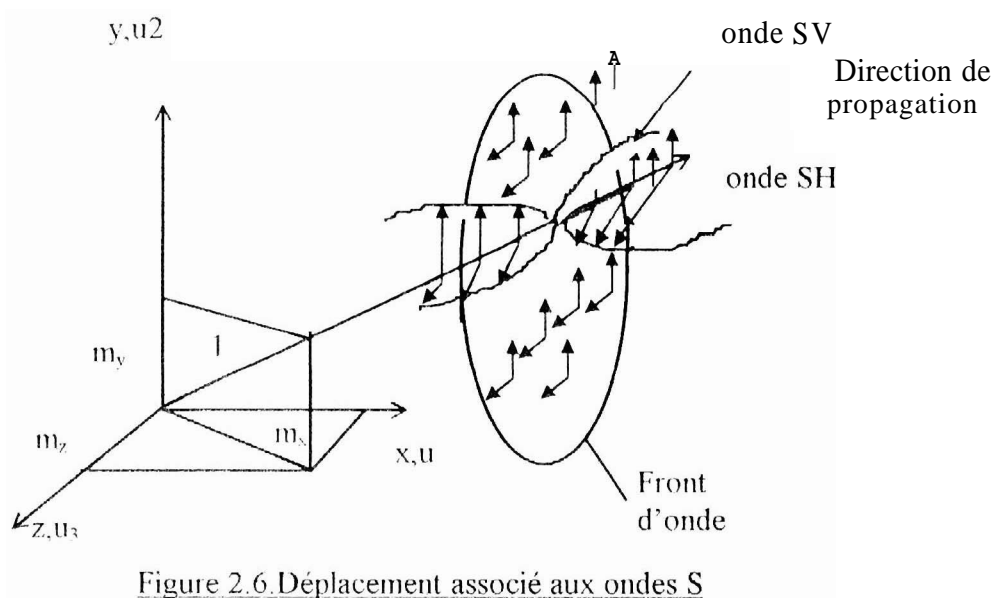


Figure 2.6. Déplacement associé aux ondes S

Les ondes correspondant au mouvement horizontal sont dites SH et celles correspondant au mouvement dans un plan vertical sont dites SV dont les amplitudes sont respectivement A_{sh} et A_{sv} définies comme suit .

$$A_{sh} = \frac{i\omega}{v_s} \frac{b_y}{\sqrt{m_x^2 + m_z^2}} \quad (2.32)$$

$$A_{sv} = \frac{i\omega}{v_s} \frac{m_z b_x - m_x b_z}{\sqrt{m_x^2 + m_z^2}} \quad (2.33)$$

Remarque

La propagation d'ondes sismiques est un problème essentiellement tridimensionnel. En considérant la source comme constituée d'une ligne de faille, et en se plaçant à une certaine distance de celle-ci, le problème devient bidimensionnel. A cet effet, il est très fréquent d'admettre que la propagation des ondes est plane. Dans ce cas, les ondes se propagent parallèlement à un plan (x, y) et le mouvement est indépendant de la coordonnée (z), soit $m_z = l_z = 0$. Par conséquent, le mouvement engendré par les ondes de volume en un point quelconque du massif de sol est exprimé comme suit

$$u_x = -A_{sv} m_y f_s + A_p l_x f_p \quad (2.34)$$

$$u_y = -A_{sv} m_x f_s + A_p l_y f_p \quad \text{où } A_{sv} = \frac{i\omega}{v_p} \quad (2.35)$$

$$u_z = A_{sh} f_s \quad (2.36)$$

L'examen des trois dernières formules montre que dans le cas d'ondes planes, le déplacement suivant l'axe z est découplé des déplacements suivant x et y. Il ne résulte que de la propagation d'ondes SH alors que les déplacements suivant x et y sont fonction des ondes P et SV. Les deux problèmes peuvent être étudiés séparément.

Si une des trois composantes des vecteurs \underline{l} (ou \underline{m}) est imaginaire, les solutions (2.26), (2.27) restent valables. En effet, si l_x et l_y (ou bien m_x et m_y) sont réels et l_z (ou bien m_z) est imaginaire pur; les solutions représentent alors des ondes se propageant dans le plan (x, z) dont l'amplitude croît ou décroît selon le signe de l_z (ou bien m_z) exponentiellement suivant y. Ces ondes sont appelées ondes de surface généralisées. Les ondes de Love correspondront au cas où seules les déformations de cisaillement se produisent; les ondes de Rayleigh sont quant à elles caractérisées par des déformations de cisaillement accompagnées de déformations volumiques.

L'apparition des ondes de surface dépend des conditions aux limites du problème: surface libre, surface de discontinuité,etc.

**REYONSE SISMIQUE D'UN
PROFIL DE SOL
VISCOELASTIQUE SEMI
INFINI STRATIFIE
HORIZONTALLEMENT A UNE
ONDE DE VOLUME.**

11.1. Position du problème.

La connaissance de la réponse sismique d'un profil de sol à une sollicitation sismique constitue l'un des problèmes fondamentaux du génie parasismique. Cette dernière est impérative dans la mesure où les couches constituant ce même profil doivent servir d'assise à d'éventuels ouvrages, qui doivent résister à un quelconque événement sismique.

Cette réponse se caractérise par la connaissance de la fréquence fondamentale de vibration de la couche en surface pour la comparer à celle de l'ouvrage afin d'atténuer le phénomène de résonance

Partant du fait que l'accélération au niveau du substratum rocheux est connue, quelle est donc la valeur de l'accélération sismique (en termes d'accélérogramme ou de spectre de réponse) à prendre en compte dans le calcul sismique de l'ouvrage, c'est à dire quel est l'effet de l'amplification du profil de sol en surface libre ?

La valeur de l'accélération en surface libre étant connue, il est possible de déterminer en l'occurrence, les vitesses, les déplacements, les contraintes, ainsi que les déformations en tout point du sol par conséquent, vérifier la résistance du profil au glissement, au tassement et à la liquéfaction.

11.2. Cas d'une onde de cisaillement verticale

Il s'agit de déterminer la réponse d'un profil de sol à une onde de volume. C'est un problème qui est essentiellement tridimensionnel puisque l'onde se propage dans toutes les directions. En supposant qu'on est placé à une distance suffisamment éloignée de la source, le problème devient alors bidimensionnel.

11.3. Modélisation du sol en milieu continu

Pour pouvoir modéliser le profil de sol en milieu continu, il faut poser les conditions suivantes, à savoir:

L'hypothèse admise en génie parasismique est que le mouvement horizontal résulte de la propagation verticale de l'onde S, et le mouvement vertical de la propagation de l'onde P. Pour la modélisation on suppose que le profil de sol est constitué de N couches horizontales d'épaisseur h_i , de masse volumique ρ_i , de module de cisaillement complexe G_i^* , et de coefficient d'amortissement ξ_i . Figure 3 a

Chaque couche du profil est affectée d'un système d'axes cartésiens plan (x, y) , et est également supposée homogène, isotrope à comportement viscoélastique linéaire.

On admet par ailleurs, que le profil de sol est infini dans la direction x , ce qui implique que toutes les fonctions régissant le profil sont indépendantes des variables x et z .

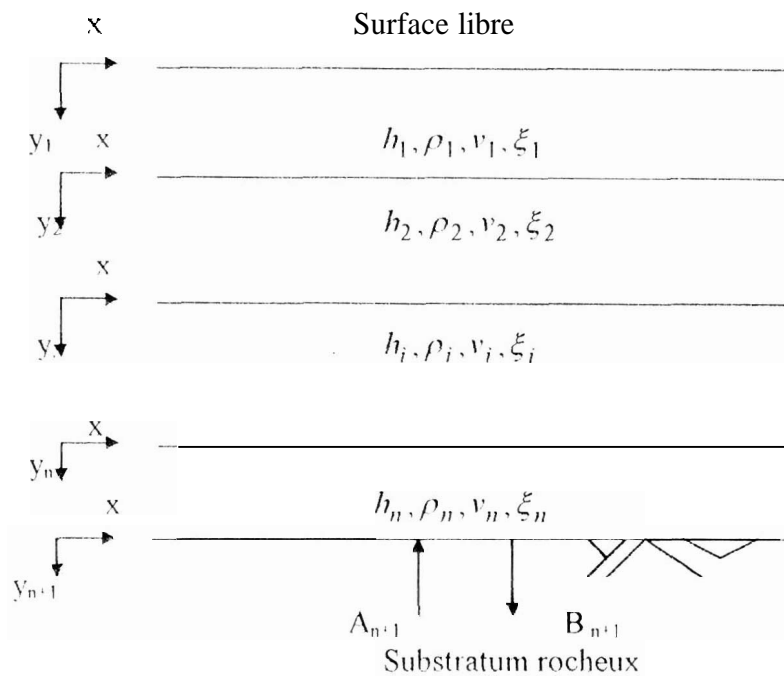


Figure 3.a. Profil de sol soumis à la propagation d'onde S verticale.

Il est admis également que le profil de sol est soumis à la propagation verticale d'ondes de cisaillement, ce qui conduit à un vecteur déplacements possédant une seule composante non nulle

$$\vec{u} = \begin{Bmatrix} u_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

le tenseur des déformations est défini comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \{ u_{i,j} + u_{j,i} \} \quad (3.2)$$

La composante u_x est la seule à être non nulle et est indépendante de x et z ; par conséquent une seule composante du tenseur des déformations est également non nulle : ε_{xy}

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (3.3)$$

Le comportement viscoélastique linéaire équivalent est régi par la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.4)$$

Où λ et μ désignent les coefficients de Lamé.

δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

En portant (34) dans (3.3). on trouve que seule la contrainte de cisaillement σ_{xy} , est non nulle :

$$\sigma_{xy} = G^* \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (3.5)$$

L'équation générale d'équilibre s'écrit alors:

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \gamma_i \quad (3.6)$$

ρf_i est la force de volume dans la direction i (supposée négligeable).

ρ la masse volumique de la couche considérée.

γ_i est l'accélération selon la direction i .

En remplaçant l'équation (3.5) dans (3.6) on trouve :

$$G_i^* \frac{\partial^2 u_{xi}}{\partial y^2} = \rho_i \frac{\partial^2 u_{xi}}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

Si G_i^* est le module de cisaillement complexe de la couche i , $G_i^* = G_i(1 + 2i\xi_i)$

ρ_i est sa masse volumique et u_{xi} son déplacement:

L'équation (3.7) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 u_{xi}}{\partial t^2} - v_i^2 \frac{\partial^2 u_{xi}}{\partial y^2} = 0 \quad (3.8)$$

avec $G_i = \rho_i v_i^2$

où v_i désigne la vitesse de propagation de l'onde de cisaillement dans la couche i .

L'équation (1.8) est une équation aux dérivées partielles du second ordre à coefficients constants. La solution générale de cette dernière peut être obtenue par la méthode de séparation des variables sous la forme :

$$u_{xi}(y,t) = x_i(y) e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

$x_i(y)$ est la déformée modale, ω est la pulsation exprimée en (rad/s)

En portant (3.9) dans (3.8) on obtient

$$\frac{d^2 x_i}{dy^2} + \frac{\omega^2}{v_i^2} x_i = 0 \quad (3.10)$$

L'équation (3.10) est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants

La solution générale de cette équation s'écrit sous la forme :

$$x_i(y) = A_i \cos\left(\frac{\omega}{v_i} y\right) + B_i \sin\left(\frac{\omega}{v_i} y\right) \quad (3.11)$$

L'équation (3.11) est écrite pour chaque couche du profil de sol, les coefficients A_i et B_i s'obtiennent à partir des conditions aux limites suivantes :

- Forme modale normalisée à l'unité en surface libre :

$$x_1(y) = A_1 \cos\left(\frac{\omega}{v_1} y\right) + B_1 \sin\left(\frac{\omega}{v_1} y\right) \quad (3.12)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} x_1(y) = 1 \quad (3.13)$$

$$x_1(0) = 1 \Rightarrow A_1 = 1$$

- Contrainte de cisaillement nulle en surface libre :

$$\lim_{y \rightarrow 0} G_1^* \frac{dx_1}{dy} = 0 \Rightarrow B_1 = 0 \quad (3.14)$$

L'équation (3.12) devient :

$$x_1(y) = \cos\left(\frac{\omega}{v_1} y\right) \quad (3.15)$$

- Continuité de la contrainte de cisaillement entre la couche (i) et (i+1):

$$x_i(y) = A_i \cos\left(\frac{\omega}{v_i} y\right) + B_i \sin\left(\frac{\omega}{v_i} y\right) \quad (3.16)$$

$$x_{i+1}(y) = A_{i+1} \cos\left(\frac{\omega}{v_{i+1}} y\right) + B_{i+1} \sin\left(\frac{\omega}{v_{i+1}} y\right) \quad (3.17)$$

$$\lim_{y \rightarrow h_i} G_i^* \frac{dx_i}{dy} = \lim_{y \rightarrow 0} G_{i+1}^* \frac{dx_{i+1}}{dy} \quad (3.18)$$

L'équation (3.18) conduit à :

$$B_{i+1} = \frac{\rho_i v_i}{\rho_{i+1} v_{i+1}} \left[-A_i \sin\left(\frac{\omega h_i}{v_i}\right) + B_i \cos\left(\frac{\omega h_i}{v_i}\right) \right] \quad (3.19)$$

- Continuité du déplacement entre la couche (i) et (i+1):

$$\lim_{y \rightarrow h_i} x_i(y) = \lim_{y \rightarrow 0} x_{i+1}(y) \quad (3.20)$$

L'équation (3.20) conduit également à :

$$A_{i+1} = A_i \cos\left(\frac{\omega h_i}{v_i}\right) + B_i \sin\left(\frac{\omega h_i}{v_i}\right) \quad (3.21)$$

- Continuité du déplacement entre la couche (n) et la couche (n+1) du rocher

$$x_n(y) = A_n \cos\left(\frac{\omega}{v_n} y\right) + B_n \sin\left(\frac{\omega}{v_n} y\right) \quad (3.22)$$

$$x_{n+1}(y) = A_{n+1} e^{i\frac{\omega}{v_{n+1}} y} + B_{n+1} e^{-i\frac{\omega}{v_{n+1}} y} \quad (3.23)$$

$$\lim_{y \rightarrow h_n} x_n(y) = \lim_{y \rightarrow 0} x_{n+1}(y) \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) nous permet d'écrire

$$A_{n+1} + B_{n+1} = A_n \cos\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) + B_n \sin\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) \quad (3.25)$$

- Continuité de la contrainte de cisaillement entre la couche (n) et (n+1)

$$\lim_{y \rightarrow h_n} G_n^* \frac{dx_n}{dy} = \lim_{y \rightarrow 0} G_{n+1}^* \frac{dx_{n+1}}{dy} \quad (3.26)$$

A partir de l'équation (3.26) on déduit que :

$$A_{n+1} - B_{n+1} = j \frac{\rho_n v_n}{\rho_{n+1} v_{n+1}} \left[-A_n \sin\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) \right] \quad (3.27)$$

1114. Fonction de transfert



On appelle fonction de transfert entre la couche (i) et (j), le rapport de l'amplitude de déplacement de la couche (i) à l'amplitude de déplacement de la couche (j) soit :

$$\left| T_{i,j}(\omega) \right| = \frac{x_i(0)}{x_j(0)} \quad (3.28)$$

On définit également une fonction de transfert entre le point (i) et l'affleurement rocheux (j'), donnée par la formule suivante.

$$\left| T_{i,j'}^*(\omega) \right| = \frac{x_i(0)}{x_{j'}(0)} \quad (3.29)$$

Ce rapport ne dépend que des propriétés des couches traversées. C'est une caractéristique intrinsèque du milieu.

III.5 Fonction d'amplification entre la surface libre et le substratum rocheux

L'amplitude du déplacement au substratum rocheux est donnée par la formule (3.23), où les coefficients A_n , et B_{n+1} désignent les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies.

V_{n+1} représente la vitesse des ondes de cisaillement S dans la couche du substratum rocheux.

La fonction d'amplification entre la couche de base et la surface libre s'écrira dans ce cas

$$\left| T_{1,n+1}^*(\omega) \right| = \frac{1}{A_{n+1} + B_{n+1}} \quad (3.30)$$

où
$$A_{n+1} = A_n \cos\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) + B_n \sin\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right)$$

$$B_{n+1} = i \frac{\rho_n v_n}{\rho_{n+1} v_{n+1}} \left[-A_n \sin\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega h_n}{v_n}\right) \right]$$

Le développement des algorithmes de la transformée de Fourier rapide, a permis de rendre le calcul très efficace numériquement en imposant un nombre de termes en puissance de 2, c-à-d $M = 2^n$. Dans la pratique, cela ne constitue pas une limitation car il est toujours possible d'augmenter la zone de blancs pour satisfaire cette condition. Implicitement, ceci revient à rendre le signal périodique

Le spectre de Fourier de l'excitation à la base est obtenu à partir de l'algorithme de la transformée de Fourier rapide (FFT), le produit de celui-ci par la fonction d'amplification fournit le spectre de Fourier en tout point (j).

$$E_j(\omega) = E_{n+1}(\omega) \cdot \left| T_{j,n+1}^* \right| \quad (3.35)$$

$E_j(\omega)$ désigne le spectre de Fourier au niveau de la couche (j)

$E_{n+1}(\omega)$ est le spectre de Fourier au niveau du substratum rocheux

$\left| T_{j,n+1}^* \right|$ est la fonction d'amplification entre la base et la couche (j).

Le spectre de Fourier en tout point étant connu, il est possible de déterminer l'accélérogramme en tout point (j) et particulièrement à la surface libre du sol en utilisant la transformée de Fourier inverse qui est donnée par la formule suivante :

$$h_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{n-1} H_n e^{\frac{2\pi i k n}{N}} \quad (3.36)$$

Dans cette formule, n est le nombre de points utilisés dans la transformée de Fourier

III.7. Exemples d'application

Le programme élaboré nous a permis d'obtenir les courbes de la fonction d'amplification pour les exemples qui vont suivre, le spectre de Fourier de l'accélération introduite à savoir l'accélérogramme de Pasadena, et enfin l'accélération à n'importe quelle couche i.

Pour valider ces résultats on a tracé les mêmes courbes avec le programme de calcul SHAKE. Les courbes obtenues ont la même allure, les deux logiciels conduisent à des valeurs pratiquement identiques.

Le programme SHAKE [8] est un logiciel de calcul de la réponse sismique d'un profil de sol stratifié horizontalement. Les hypothèses fondamentales de ce dernier sont principalement .

- Le profil de sol étant infini dans la direction horizontale
- Chaque couche de sol est définie par son épaisseur, sa masse volumique, son coefficient d'amortissement et son module de cisaillement.
- La réponse sismique du profil de sol est engendré par la propagation verticale d'ondes de cisaillement
- L'onde d'excitation est introduite sous forme d'accélérogramme.
- La non-linéarité de comportement (variation du module de cisaillement et du coefficient d'amortissement) est prise en compte par un schéma itératif en supposant un comportement linéaire équivalent

L'excitation utilisée dans les exemples de validation est représentée par l'accélérogramme de Pasadena dont la valeur maximale est égale à 0.2 g, avec un pas de temps $\Delta = 0.02s$. La fréquence maximale dans ce cas est donnée par la relation : $f_{max} = 1/2\Delta = 25 \text{ Hz}$

Les courbes de la fonction d'amplification obtenues par les deux logiciels sont données par les figures 3.1 à fig. 3.6. La courbe du spectre de l'excitation introduite est donnée par la figure 3.7. La courbe de l'accélérogramme de Pasadena est donnée par la figure 3.8, et celles des accélérations à la surface sont fournies par les figures 3.9 jusqu'à 3.11.

Exemple 1

Il s'agit d'une couche homogène, d'épaisseur h_1 surmontant un semi espace dont les paramètres mécaniques sont donnés par le tableau 1.

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques du monocouche

Couche	h (m)	ρ (kg/m ³)	ξ (%)	V(m/s)
1	20	2000	(0), (.10)	200
sub-roch		2400		1500

Exemple 2

Nous considérons le cas d'un bicouche surmontant un setiii-espace dont les caractéristiques mécaniques sont fournies par le tableau 2.

Tableau 2. Caractéristiques mécaniques du bicouche

couche	h(m)	ρ (kg/m ³)	ξ (%)	V(m/s)
1	13	2200	(0),(0.04)	700
2	30	2200	(0),(0.03)	780
sub-roch		2400		850

Exemple 3

Dans cet exemple, il est supposé un profil de sol constitué de 11 couches horizontales reposant sur un semi-espace dont les caractéristiques mécaniques sont données par le tableau 3.

Tableau 3. Caractéristiques mécaniques du multicouche.

couche	h(m)	ρ (kg/m ³)	ξ (%)	V(m/s)
1	3	1200	(0),(0.03)	200
2	5	1400	(0),(0.04)	250
3	8	1400	(0),(0.04)	260
4	2	1800	(0),(0.05)	265
5	10	1800	(0),(0.03)	300
6	13	2000	(0),(0.02)	400
7	3	2100	(0),(0.06)	500
8	2	2100	(0),(0.04)	550
9	3	2200	(0),(0.03)	600
10	13	2200	(0),(0.04)	700
11	30	2200	(0),(0.03)	780
sub-roch		2400		850

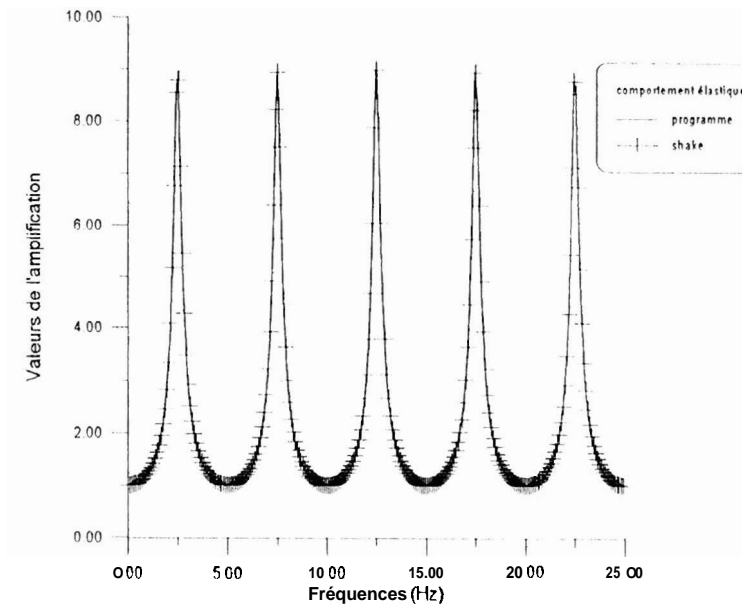


Fig.3.1

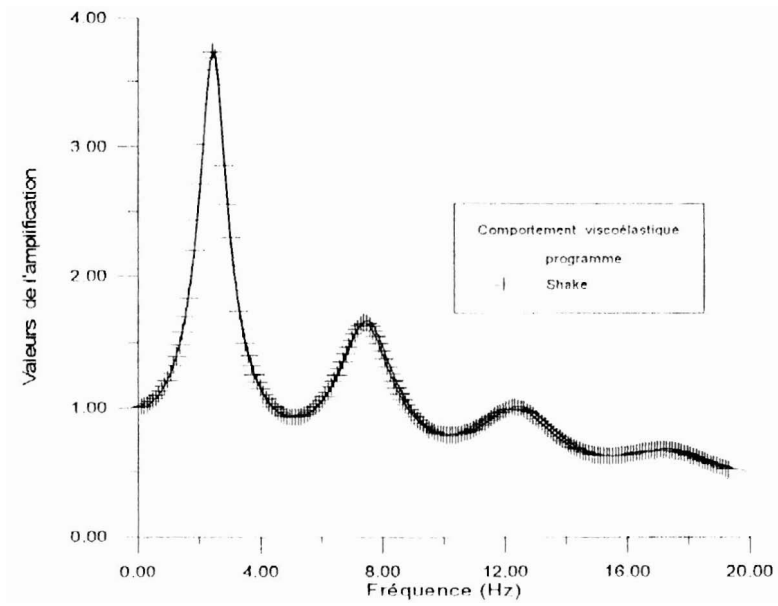


Fig.3.2

Figures 3.1. 3.2 Fonctions d'amplification d'un monocouche

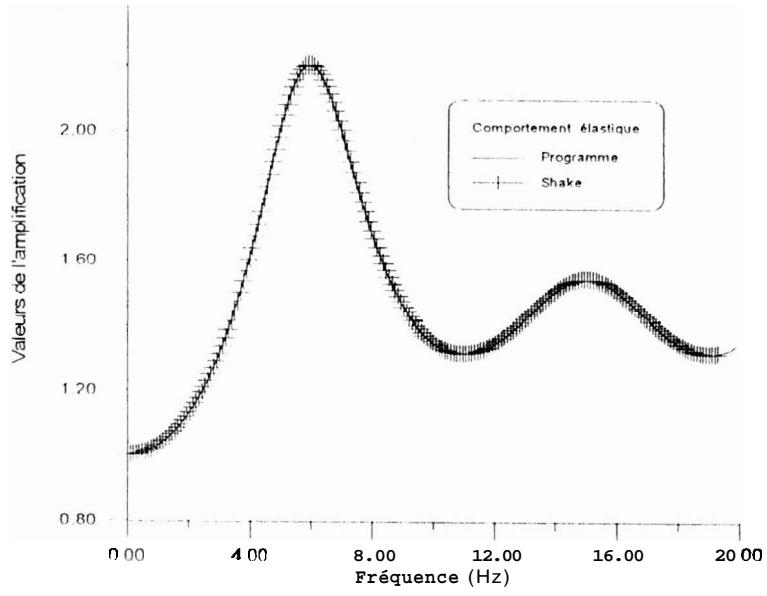


Fig.3.3

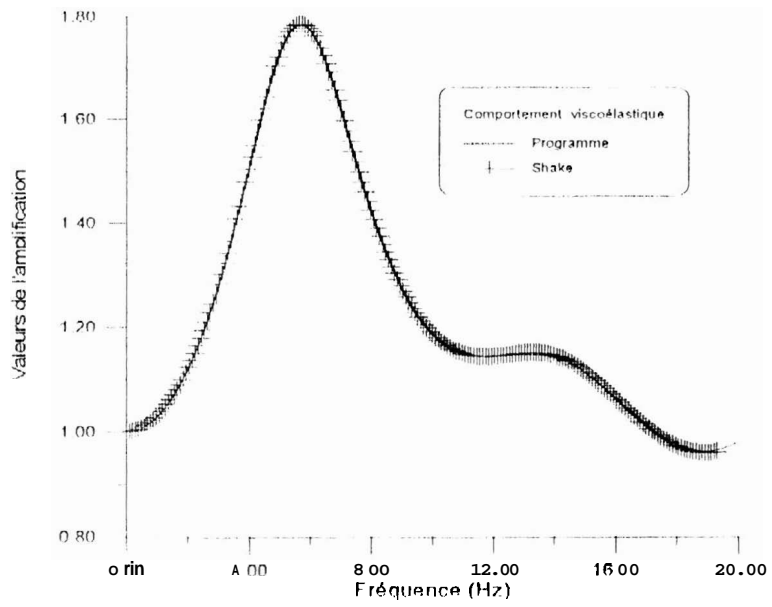


Fig.3.4

Figures 3.3, 3.4 Fonctions d'amplification d'un bicouche

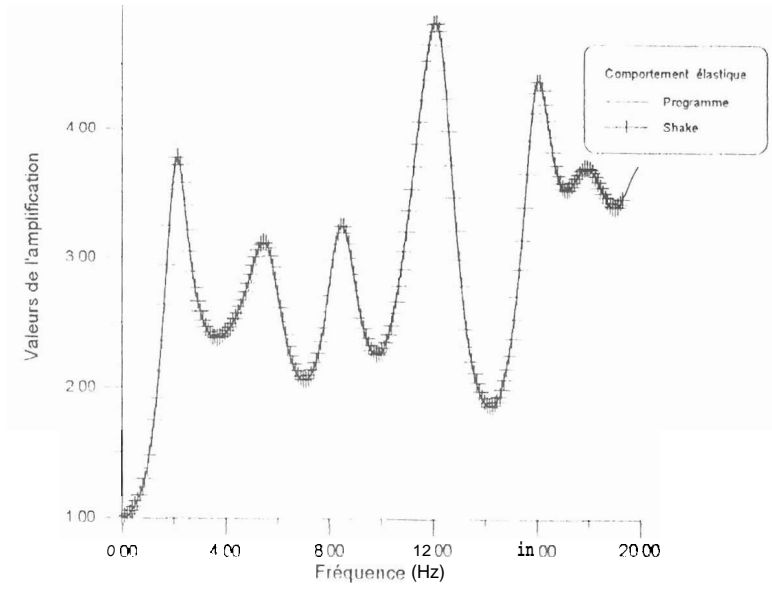


Fig.3.5

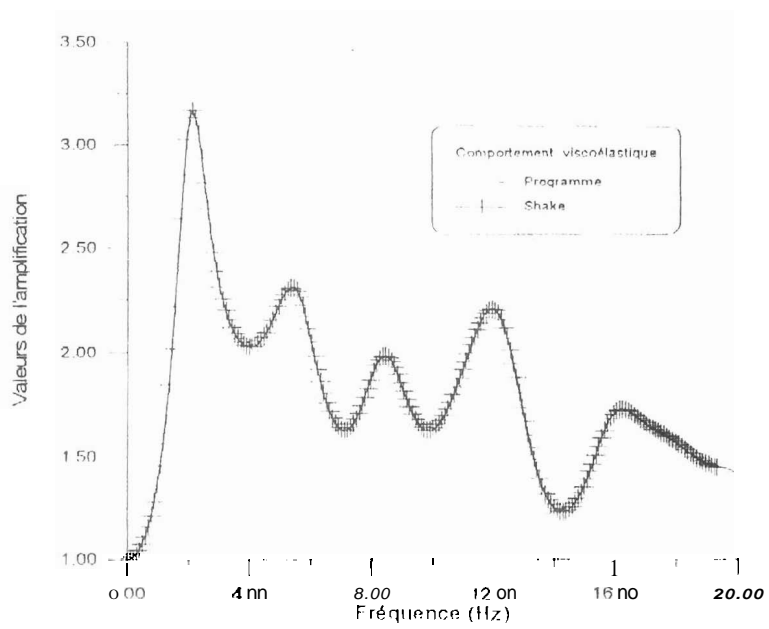


Fig.3.6

Figures 3.5, 3.6 Fonctions d'amplification d'un multicouche

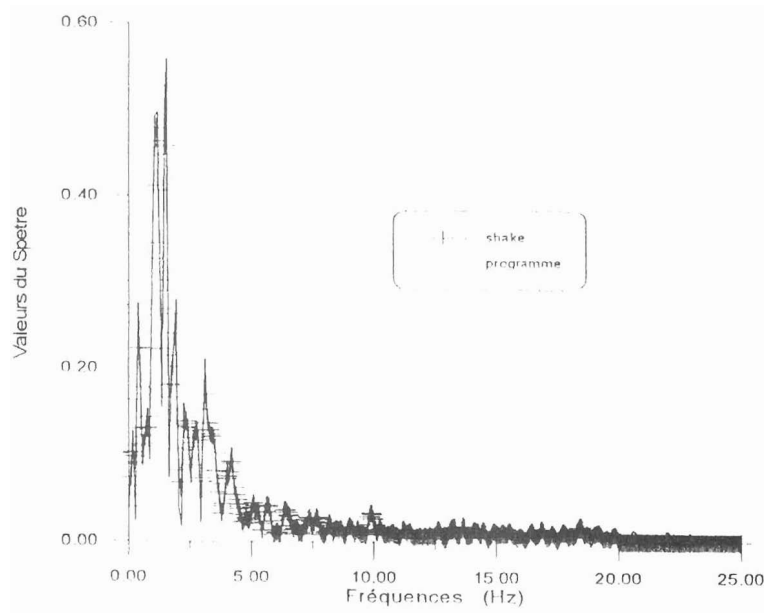


Fig.3.7 Spectre de Fourier de l'excitation sismique.

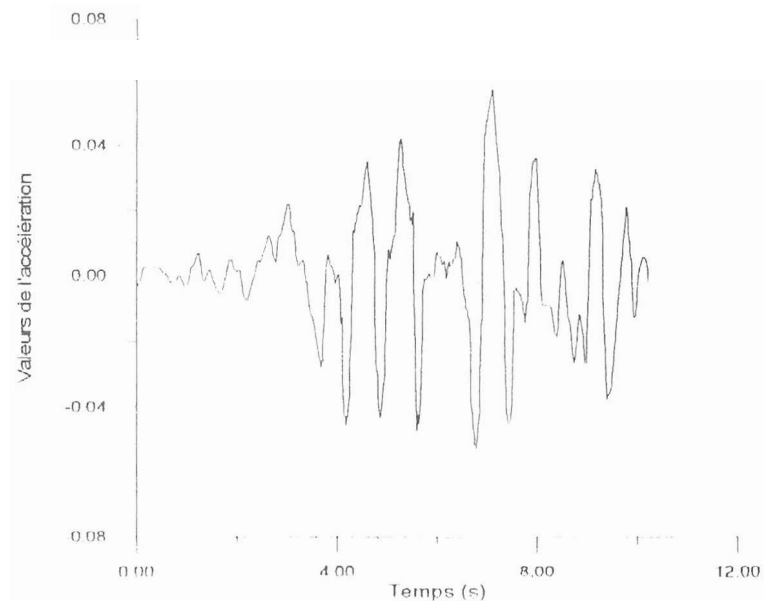


Fig 3.8 Accélérogramme de Pasadena.

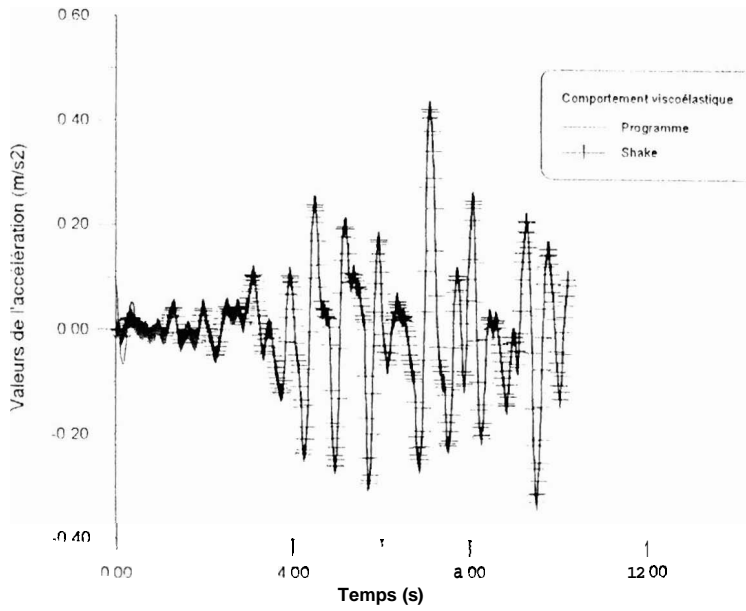
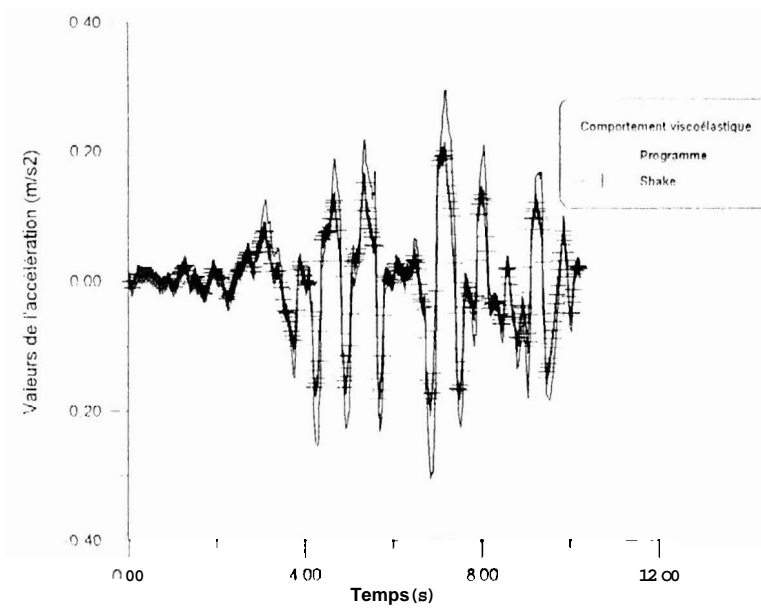


Fig 3.9 Accélération à la surface du sol pour un monocouche.



Fi-, 3 10 Accélération à la surface du sol pour un bicouche.

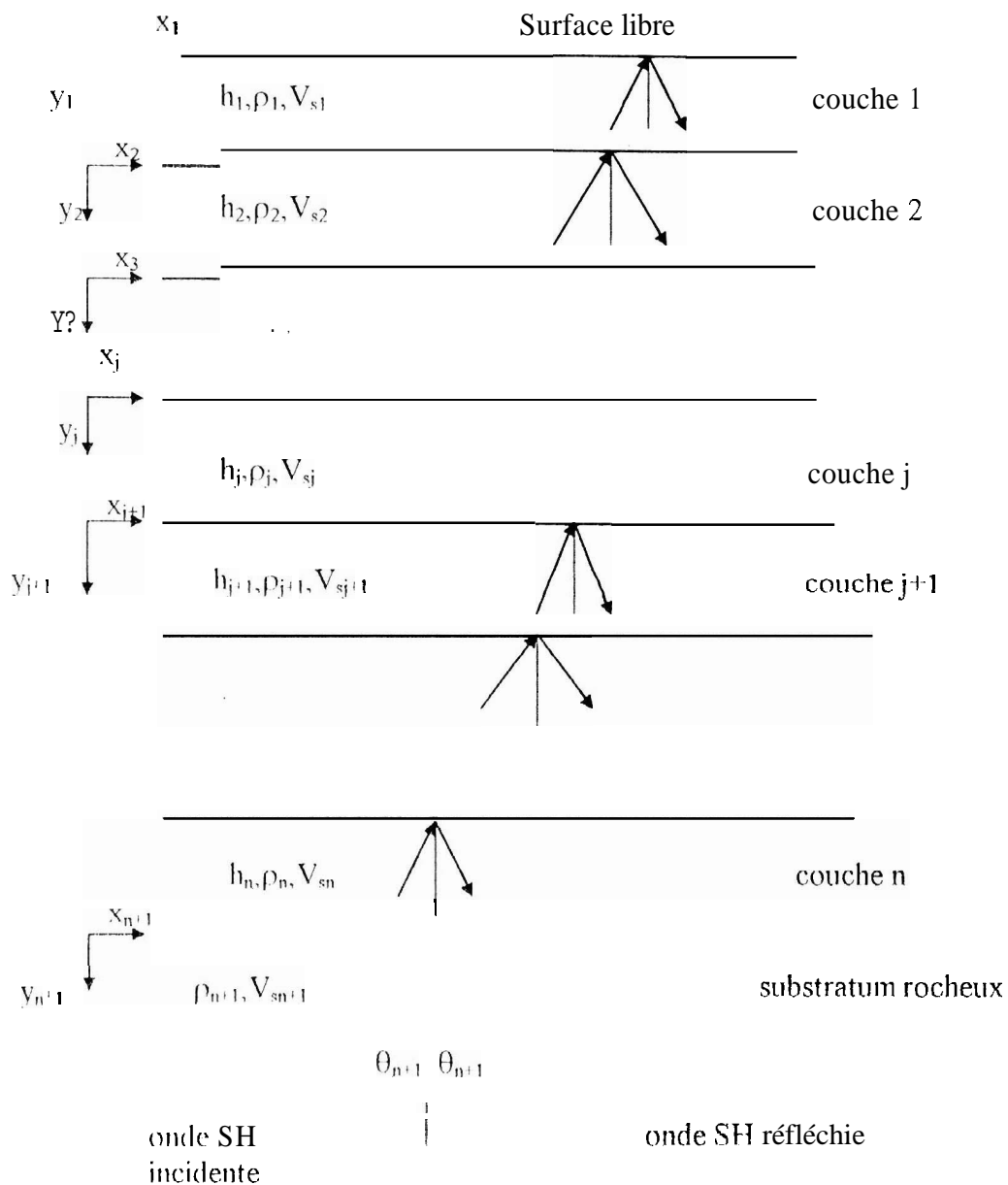


Fig. 3.12. Réflexion et réfraction d'une onde SH dans un multicouche.

Fonction d'amplification pour une onde SH

La fonction de transfert entre la couche (i) et (j) dans ce cas est donnée par la formule:

$$|T_{i,j}| = \frac{a_{i-1}(\omega) + b_{i-1}(\omega)}{a_{j-1}(\omega) + b_{j-1}(\omega)} \quad (3.41)$$

avec

$$\begin{Bmatrix} a_{j+1} \\ b_{j+1} \end{Bmatrix} = [\alpha]_j [H]_j \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

Surface libre

couche 1	$\xi_1 = 0.03, v_{s1} = 200m / s, \rho_1 = 1200kg / m^3$	3 m
couche 2	$\xi_2 = 0.04, v_{s2} = 250m / s, \rho_2 = 1400kg / m^3$	5 m
couche 3	$\xi_3 = 0.04, v_{s3} = 260m / s, \rho_3 = 1400kg / m^3$	8 m
couche 4	$\xi_4 = 0.05, v_{s4} = 265m / s, \rho_4 = 1800kg / m^3$	2 m
couche 5	$\xi_5 = 0.03, v_{s5} = 300m / s, \rho_5 = 1800kg / m^3$	10 m
couche 6	$\xi_6 = 0.02, v_{s6} = 400m / s, \rho_6 = 2000kg / m^3$	13 m
couche 7	$\xi_7 = 0.06, v_{s7} = 500m / s, \rho_7 = 2100kg / m^3$	3 m
couche 8	$\xi_8 = 0.04, v_{s8} = 550m / s, \rho_8 = 2100kg / m^3$	2 m
couche 9	$\xi_9 = 0.03, v_{s9} = 600m / s, \rho_9 = 2200kg / m^3$	3 m
couche 10	$\xi_{10} = 0.04, v_{s10} = 700m / s, \rho_{10} = 2200kg / m^3$	13 m
couche 11	$\xi_{11} = 0.03, v_{s11} = 780m / s, \rho_{11} = 2200kg / m^3$	30 m
Substratum rocheux	$v_{s12} = 850m / s, \rho_{12} = 2400kg / m^3$	

Fig3. 14. Caractéristiques mécaniques du multicouche.

Dans ce qui suit, nous montrons l'influence de l'angle d'incidence d'une onde de cisaillement SH sur l'allure de la fonction de transfert. A cet effet, nous faisons varier ce dernier entre (0° , 15° , 30°).

D'après les courbes (3.15,3.16,3.17,3.18) on s'aperçoit que quand l'angle d'incidence croit, la valeur des pics de la fonction d'amplification s'atténue légèrement aussi bien pour un comportement élastique, que pour un comportement viscoélastique.

En conclusion, nous dirons que l'effet de l'angle d'incidence sur la valeur de la fonction d'amplification dans le cas d'une onde SH est insignifiant, du moins pour l'exemple traité.

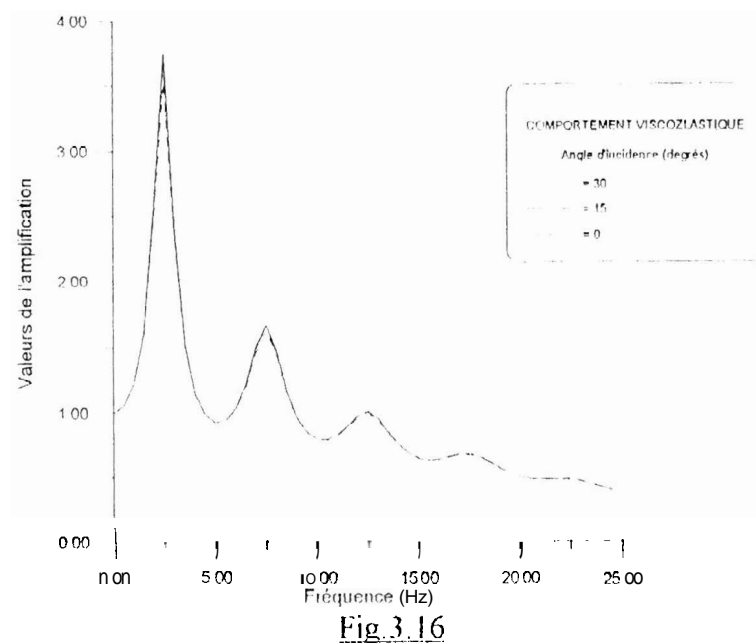
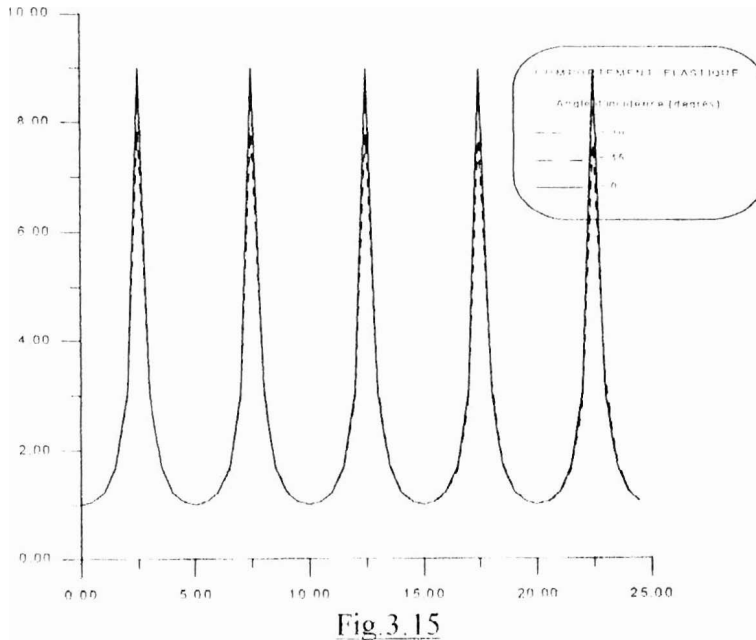


Fig 3.15,3.16. Effet de l'angle d'incidence sur la fonction d'amplification pour une onde SH incidente(monocouche)

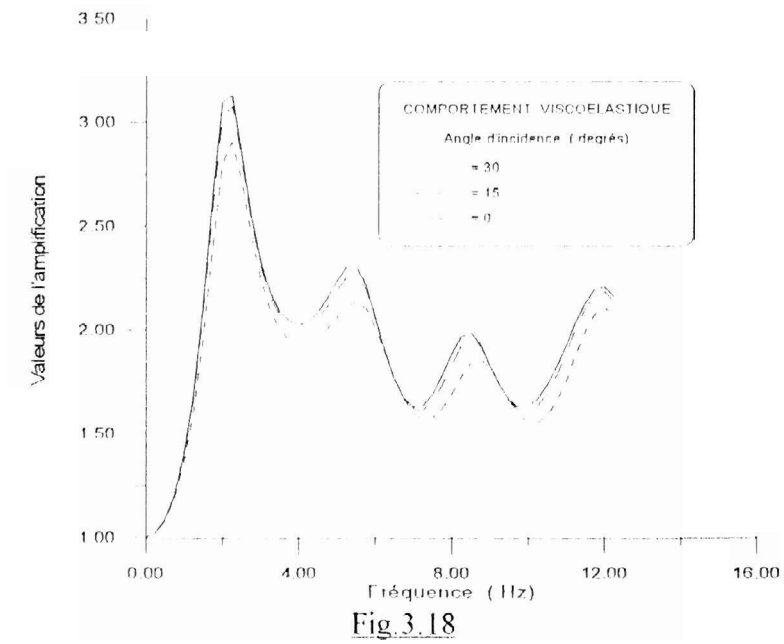
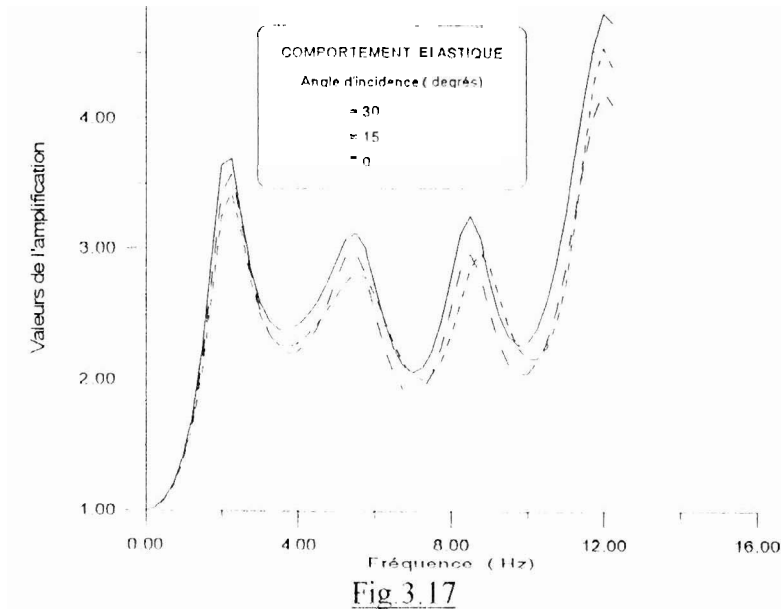


Fig.3.17,3.18, Effet de l'angle d'incidence sur la fonction d'amplification pour une onde SH incidente(multicouche)

III.8.2. Influence de l'angle d'incidence d'une onde SV (ou P)

Etant donnée une onde incidente SV (ou P) générée à la base du profil de sol et orientée avec un angle d'incidence quelconque, soit θ_{n+1} . Sachant que l'onde incidente SV (ou P) génère au cours de sa propagation et en heurtant une interface [9] une onde P réfléchiée et réfractée et une onde SV réfléchiée et réfractée, coiiiime mentionné sur la figure 3 19 Le mécanisme de réflexion et de réfraction dans ce cas, devient très compliqué et difficile à formuler pour un multicouche à cause de la naissance de l'onde P ou SV à travers la réfraction Dans le cadre de cette étude, cette réfraction est négligée

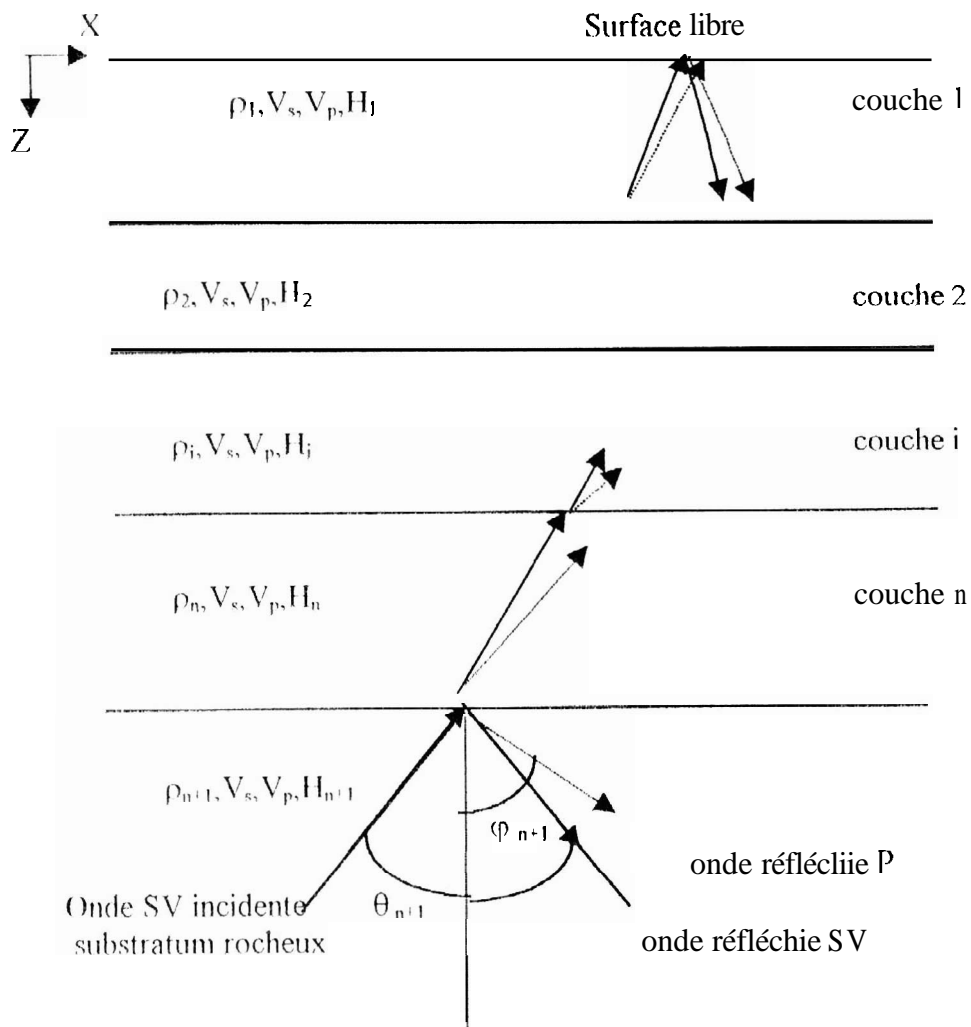


Fig 3 19. Réflexion et réfraction d'une onde SV (ou P) dans un multicouche

Les potentiels de l'onde incidente SV (ou P) dans la couche j sont formulés comme suit :

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 = \left[A_1 e^{ik_{pz}z} + A_2 e^{-ik_{pz}z} \right] e^{-ik_{px}x} \cdot e^{i\omega t} \\ \Psi &= \Psi_1 + \Psi_2 = \left[B_1 e^{ik_{sz}z} + B_2 e^{-ik_{sz}z} \right] e^{-ik_{sx}x} \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.46)$$

où Φ_1, Ψ_1 représentent le potentiel des ondes réfractées, Φ_2, Ψ_2 celui des ondes réfléchies.

Les termes k_p, k_s sont les nombres d'ondes associés respectivement aux ondes P et S et sont donnés par les expressions suivantes:

$$k_p = \frac{\omega}{V_p} \quad (3.47)$$

$$k_s = \frac{\omega}{V_s}$$

Sachant que :

$$k_{px} = k_p \sin \varphi, \quad k_{pz} = k_p \cos \varphi \quad (3.48)$$

$$k_{sx} = k_s \sin \theta, \quad k_{sz} = k_s \cos \theta$$

D'après la loi de SNELL, on peut écrire:

$$k = k_{px} = k_{sx} = k_p \cdot \sin \varphi = k_s \cdot \sin \theta \quad (3.49)$$

Ainsi les potentiels des ondes réfléchies et réfractées s'écriront sous la forme suivante:

$$\Phi = \left[A_1 e^{i k_{pz} z} + A_2 e^{-i k_{pz} z} \right]$$

$$\Psi = \left[B_1 e^{i k_{sz} z} + B_2 e^{-i k_{sz} z} \right] \quad (3.50)$$

Sachant que le déplacement horizontal (dans l'axe X) est donné par la formule suivante:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (3.51)$$

D'après l'équation (3.51), tous calculs faits et après dérivation, on trouve

$$u = -ik(A_1 + A_2) \cos k_{pz} z + k(A_1 - A_2) \sin k_{pz} z - i k_{sz}(B_1 - B_2) \cos k_{sz} z + k_{sz}(B_1 + B_2) \sin k_{sz} z$$

De la même manière, le déplacement vertical (dans l'axe Z) est donné par l'expression qui suit:

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.52)$$

$$w = -i k_{pz} (A_1 - A_2) \cos k_{pz} z - k_{pz} (A_1 + A_2) \sin k_{pz} z - ik (B_1 + B_2) \cos k_{sz} z + k (B_1 - B_2) \sin k_{sz} z$$

Sachant que les cotraitites de cisaillement sont exprimées comme suit:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= \lambda \nabla^2 \Phi + 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial x} \\ \sigma_{zx} &= 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (3.53)$$

On en déduit les déplacements horizontal et vertical ainsi que les contraintes pour la couche j qui s'écrivent sous la forme matricielle suivante:

En posant

$$\begin{aligned} e_1 &= \cos(k_{pz} h_j) & , & & e_2 &= \cos(k_{sz} h_j) \\ f_1 &= \sin(k_{pz} h_j) & , & & f_2 &= \sin(k_{sz} h_j) \\ \alpha &= \rho v_s^2 (k^2 - k_{sz}^2) & , & & \beta &= 2\rho v_s^2 k \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{Bmatrix} u(h_j) \\ w(h_j) \\ \sigma_{zz}(h_j) \\ \sigma_{zx}(h_j) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ik e_1 & k f_1 & ik_{sz} e_2 & k_{sz} f_2 \\ -k_{pz} f_1 & ik_{pz} e_1 & k f_2 & -ik e_2 \\ \alpha e_1 & i\alpha f_1 & \beta k_{sz} e_2 & i\beta k_{sz} f_2 \\ i\beta k_{pz} f_1 & \beta k_{pz} e_1 & -i\alpha f_2 & -\alpha e_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 + A_2 \\ A_1 - A_2 \\ B_1 - B_2 \\ B_1 + B_2 \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

qui peut également s'écrire sous la forme générale qui suit

$$\{X(h_j)\} = [J(h_j)]_j \{Y\}_j \quad (3.56)$$

$\{X(h_j)\}$ le vecteur des déplacements et des contraintes.

$\{Y\}_j$ est le vecteur potentiel

$[J(h_j)]_j$ matrice de propagation qui dépend des caractéristiques de la couche j

La continuité du déplacement entre la couche (j) et (j-1) nous donne:

$$\{X(h_{j-1})\}_{j-1} = \{X(0)\}_j = [J(0)]_j \cdot \{y\}_j \quad \text{pour tout } j=1,2,\dots,n \quad (3.57)$$

A partir de l'équation (3.57) on peut déduire le potentiel $\{y\}_j$ pour la couche j :

$$\{y\}_j = [J(0)]_j^{-1} \{X(h_{j-1})\}_{j-1} \quad \text{pour tout } j=1,2,\dots,n \quad (3.58)$$

Avec :

$$[J(0)]_j' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i\beta & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{i\alpha}{k_{pz}} & 0 & \frac{k}{k_{pz}} \\ -i\alpha & 0 & \frac{k}{k_{sz}} & 0 \\ 0 & i\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Ainsi le vecteur des déplacements et des contraintes pour la couche j sera

$$\{X(h_j)\}_j = [J(h_j)]_j \cdot [J(0)]_j^{-1} \cdot \{X(h_{j-1})\}_{j-1} \quad (3.60)$$

En posant $[\alpha]_j = [J(h_j)]_j \cdot [J(0)]_j^{-1}$, on obtient par récurrence le vecteur des déplacements contraintes de la couche j en fonction de celui de la couche de la surface libre qui s'écrira sous la forme suivante:

$$\{X(h_j)\}_j = [\alpha]_j [\alpha]_{j-1} \dots [\alpha]_1 \{X(0)\}_1 \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.61)$$

$\{X(0)\}_1$ est le vecteur déplacements contraintes à la surface libre, il est égal à :

$$\{X(0)\}_1 = \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

De la même manière que l'équation(3.61), on peut déduire les déplacements de la couche (n+1) en fonction de celui de la couche en surface libre

$$\{X(0)\}_{n+1} = [a]_n [a]_{n-1} \dots [a]_1 \{X(0)\}_1 = [\bar{A}] \{X(0)\}_1 \quad (3.63)$$

D'après l'équations(3.63), on peut déterminer les déplacements de la couche (n) en fonction de ceux de la couche en surface libre.

$$\begin{aligned} u_n &= \bar{A}_{11} u_0 + \bar{A}_{12} w_0 \\ w_n &= \bar{A}_{21} u_0 + \bar{A}_{22} w_0 \end{aligned} \quad (3.64)$$

On remarque que les déplacements sont couplés, ils dépendent des angles d'incidence des ondes P et SV.

Sachant que le vecteur potentiel à la base est donné par l'expression :

$$\{Y\}_{n+1} = \begin{Bmatrix} A_1 + A_2 \\ A_1 - A_2 \\ B_1 - B_2 \\ B_1 + B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_1^{n+1} + A_2^{n+1} \\ A_1^{n+1} - A_2^{n+1} \\ B_1^{n+1} - B_2^{n+1} \\ B_1^{n+1} + B_2^{n+1} \end{Bmatrix} \quad (3.65)$$

Où $A_1^{n+1}, A_2^{n+1}, B_1^{n+1}$ et B_2^{n+1} désignent les amplitudes des potentiels incident et réfléchi au substratum rocheux

Le vecteur potentiel peut également s'écrire sous la forme suivante:

$$\{Y\}_{n+1} = [J(\theta)]_{n+1}^{-1} \{X(h_n)\}_{n+1} = [\bar{B}] \{X(0)\}_1 \quad (3.66)$$

La matrice $[B]$ est donnée par la formule qui suit :

$$[\bar{B}] = [J(\theta)]_{n+1}^{-1} [\bar{A}] \quad (3.67)$$

d'après les équations (3.66),(3.67),on peut écrire

$$\{Y\}_{n+1} = \begin{Bmatrix} A_1^{n+1} + A_2^{n+1} \\ A_1^{n+1} - A_2^{n+1} \\ B_1^{n+1} - B_2^{n+1} \\ B_1^{n+1} + B_2^{n+1} \end{Bmatrix} = [\bar{B}] \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

Etant donnés que

$$\begin{bmatrix} u_p \\ w_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1p}^{n+1} + A_{2p}^{n+1} \\ A_{1p}^{n+1} - A_{2p}^{n+1} \\ -B_{2p}^{n+1} \\ +B_{2p}^{n+1} \end{bmatrix}_{n+1} \quad (3.72)$$

On en déduit les composantes u_p et w_p dont les expressions sont les suivantes:

$$\begin{aligned} u_p &= C_{up}^{n+1} A_{1p}^{n+1} \\ w_p &= C_{wp}^{n+1} A_{1p}^{n+1} \end{aligned} \quad (3.73)$$

Où les termes C_{up} , C_{wp} sont déterminés à partir des propriétés du substratum rocheux et sont donnés par :

$$C_{up} = i \left[\frac{2\beta k_{pz} k_{sz} (\alpha - k\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.74)$$

$$C_{wp} = i \left[\frac{2\alpha k_{pz} (\alpha - k\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.75)$$

Ainsi les fonctions d'amplification horizontale et verticale seront respectivement égales à

$$H_{hp} = \frac{2(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42})}{D_p C_{up}} \quad (3.76)$$

$$H_{vp} = \frac{2(\bar{B}_{31} + \bar{B}_{42})}{D_p C_{wp}} \quad (3.77)$$

Avec

$$D_p = (\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42}) - (\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41})(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22}) \quad (3.78)$$

Etant donnés que

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_p \\ \bar{w}_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1p}^{n+1} & A_{2p}^{n+1} \\ A_{1p}^{n+1} & -A_{2p}^{n+1} \\ \dots & \dots \\ +B_{2p}^{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

On en déduit les composantes \bar{u}_p et \bar{w}_p dont les expressions sont les suivantes:

$$\begin{aligned} \bar{u}_p &= C_{up} A_{1p}^{n+1} \\ \bar{w}_p &= C_{wp} A_{1p}^{n+1} \end{aligned} \quad (3.73)$$

Où les termes C_{up} , C_{wp} sont déterminés à partir des propriétés du substratum rocheux et sont donnés par :

$$C_{up} = \left[\frac{2\beta k_{pz} k_{sz} (\alpha - k\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.74)$$

$$C_{wp} = \left[\frac{2\alpha k_{pz} (\alpha - k\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.75)$$

Ainsi les fonctions d'amplification horizontale et verticale seront respectivement égales à

$$H_{hp} = \frac{2(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42})}{D_p C_{up}} \quad (3.76)$$

$$H_{vp} = \frac{2(\bar{B}_{31} + \bar{B}_{42})}{D_p C_{wp}} \quad (3.77)$$

Avec :

$$D_p = (\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42}) - (\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41})(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22}) \quad (3.78)$$

Fonction d'amplification pour une onde SV

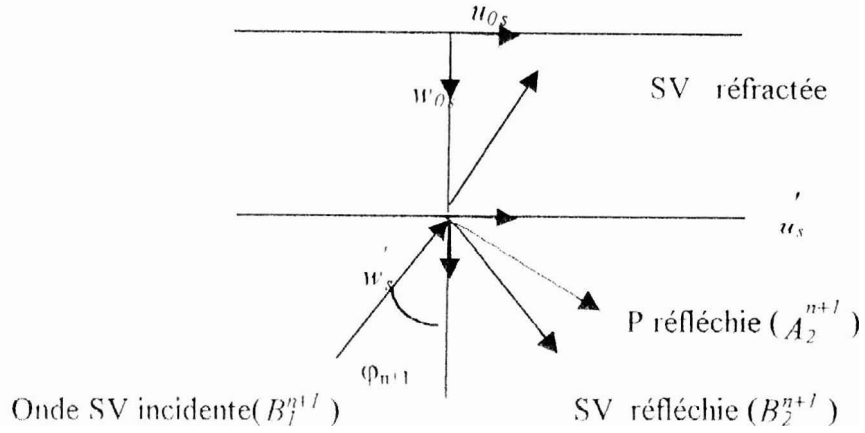


Fig.3.21.Fonction d'amplification dans le cas d'une onde SV incidente.

L'onde SV arrive avec un potentiel (B_1^{n+1}) , une partie de cette dernière sera réfléchi sous forme d'onde SV avec un potentiel (B_2^{n+1}) et d'onde P avec un potentiel (A_2^{n+1}) , une autre partie sera réfractée sous forme d'onde SV dans la couche sus-jacente.

De la même manière que pour l'onde P, on définit les composantes du déplacement à la surface libre par

$$u_{0s} = \frac{2(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22}) B_{1s}^{n+1}}{D_s} \quad (3.79)$$

$$w_{0s} = \frac{2(\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21}) B_{1s}^{n+1}}{D_s}$$

avec:

$$D_s = (\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42}) - (\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41})(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22}) \quad (3.80)$$

Les déplacements associés au substratum rocheux sont

$$u_s = C_{us} B_{1s}^{n+1} \quad (3.81)$$

$$w_s = C_{ws} B_{1s}^{n+1}$$

Où les termes C_{us}^* , C_{ws}^* sont déterminés à partir des propriétés du substratum rocheux et sont donnés par :

$$C_{us}^* = i \left[\frac{-2\alpha k_{sz} (\alpha - k\beta)}{\alpha^2 + \beta^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.82)$$

$$C_{ws}^* = i \left[\frac{2\beta k_{pz} k_{sz} (\alpha - k\beta)}{\alpha^2 + \beta^2 k_{sz} k_{pz}} \right] \quad (3.83)$$

Ainsi les fonctions d'amplification horizontale et verticale seront respectivement données par :

$$H_{hs} = \frac{u_{0s}}{u_s} = \frac{-2(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22})}{D_s C_{us}^*} \quad (3.84)$$

$$H_{vs} = \frac{w_{0s}}{w_s} = \frac{2(\bar{B}_{11} + \bar{B}_{22})}{D_s C_{ws}^*} \quad (3.85)$$

Exemple d'application

Il s'agit d'un monocouche surmontant un espace semi-infini soumis à une propagation inclinée des ondes P et SV, dont les caractéristiques mécaniques sont données par la fig 3.

Dans le but de montrer l'influence de l'angle d'incidence de ces ondes sur la fonction de transfert, on fait varier ce dernier entre (0° - 15° et 30°)

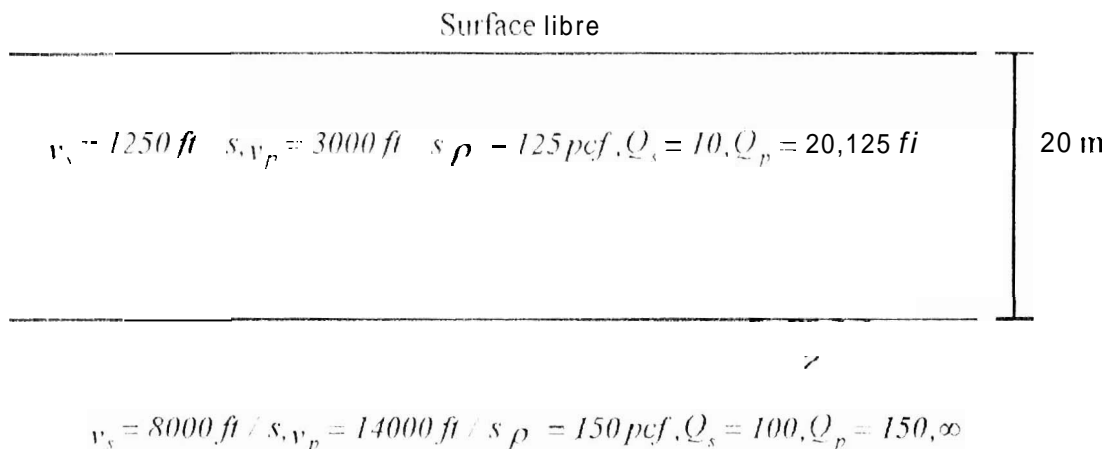


Fig3.22. Caractéristiques mécaniques du monocouche.

Les figures 3.23. à 3.26 donnent respectivement les fonctions d'amplification horizontale et verticale des ondes P et SV. Nous remarquons que la formulation des fonctions de transfert des ondes P et SV regroupe l'effet couplé des deux ondes P et SV.

MODELISATION DISCRETE

DU PROFIL DE SOL

(METHODE DES ELEMENTS FINIS)

IV.1. Introduction

Dans le cas unidimensionnel l'utilisation d'un modèle discret n'est pas indispensable dans la mesure où une solution continue peut être obtenue, néanmoins de tels modèles constituent le seul recours dès que la géométrie du milieu n'est plus régulière, c'est le cas notamment de sites situés au pied d'une colline ou montagne, de vallées, ou dès que l'on veut résoudre des problèmes d'interaction sol-structure. [10]

Plusieurs méthodes numériques pour l'analyse des mouvements d'ondes dans les dépôts de sol à géométrie variable existent. la plus connue est la méthode des éléments finis qui a été développée dans le cadre de ce travail, la méthode d'AKI-LARNER, rapportée dans [25,26] ou méthode des éléments aux frontières (REM). dont le principe consiste à transformer les équations locales décrivant le comportement d'entités physiques à l'intérieur et aux frontières d'un domaine (le déplacement et la traction dans notre cas) liant les fonctions inconnues aux fonctions connues sur la frontière uniquement (réduction de la taille du problème). La résolution de cette équation intégrale nous permet d'avoir les inconnues sur la frontière et à l'intérieur du domaine à travers une simple transformation.

Le développement rapide de la technologie ces dernières années a permis à l'ingénieur de réaliser des projets de plus en plus complexes, onéreux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères.

Autrefois beaucoup de problèmes étaient insurmontables avec les méthodes classiques, ces derniers sont maintenant facilement accessibles avec les méthodes numériques. Une de ces méthodes, est la méthode des éléments finis qui constitue un outil très puissant à la disposition de l'ingénieur.

C'est grâce à l'évolution de l'outil informatique comme moyen de calcul que la méthode des éléments finis s'est répandue, ainsi il est possible de résoudre de manière efficace les équations gouvernantes de problèmes complexes [10].

La méthode des éléments finis met en œuvre la connaissance de trois disciplines de base en l'occurrence

- La mécanique des structures : Elasticité R.D.M pour construire les équations aux dérivées partielles
- Les méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- L'informatique appliquée pour programmer et exécuter les calculs sur ordinateur d'une manière efficace.

En général, tout problème d'ingénieur est représenté par un modèle mathématique, des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus, étant un problème continu il possède une infinité de degré de liberté. A l'exception de cas ayant une géométrie très simple, il est très difficile sinon impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en une seule opération. Pour cela, l'ingénieur est amené à utiliser entre autres une de ces deux méthodes:

- La méthode des différences finies limitée aux problèmes à géométrie simple, ou bien

- La méthode des éléments finis dont l'application est beaucoup plus large. elle s'applique à tout type de problèmes notamment ceux à géométrie complexe.

La méthode des éléments finis consiste à remplacer la résolution d'un problème continu à un nombre infini d'inconnues par celle d'un problème discret équivalent à un nombre fini d'inconnues

La discrétisation se fait sur deux fronts, d'une part, le domaine géométrique est subdivisé en sous domaines à géométrie simple qu'on appelle éléments sur lesquels l'étude peut se faire en une seule opération, d'autre part les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques en utilisant des méthodes de minimisation de l'erreur, telles que les méthodes des résidus pondérés. [11]

La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations global formé par l'assemblage des équations algébriques obtenues pour tous les éléments constituant le domaine.

IV.2. Analyse dynamique par la méthode des éléments finis

IV.2.1. Position du problème.

Etant donné un solide quelconque repéré dans l'espace par un volume Ω , ce dernier est soumis à des forces volumiques \vec{f}_i dans la direction i , le champ déplacement sera noté u_i ,

1) L'équation d'équilibre du solide est donnée par:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \cdot \gamma_i \quad (4.1)$$

2) L'hypothèse des petites déformations est donnée par la formule .

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.2)$$

ε_{ij} est le tenseur des déformations

3) La loi de comportement est donnée par la formule

$$\tau_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \cdot \varepsilon_{kk} \right] \quad (4.3)$$

La transformation T_e définit les coordonnées $\{X\}_i$ de chaque nœud de l'élément réel à partir des coordonnées $\{\xi\}$ du point correspondant de l'élément de référence

A l'aide d'une transformation géométrique appropriée T_e , un élément de référence de forme simple peut se transformer en un ou plusieurs éléments réels de formes plus complexes.

L'expression des fonctions d'interpolation de l'élément de référence ainsi défini sont [10] :

$$\begin{aligned} N1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi - \eta + \xi \cdot \eta) \\ N2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi - \eta - \xi \cdot \eta) \\ N3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi + \eta + \xi \cdot \eta) \\ N4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi + \eta - \xi \cdot \eta) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Comme l'approximation sur l'élément réel est en général compliquée, nous utilisons systématiquement l'approximation sur l'élément de référence.

$$\langle \xi \rangle = \langle N(\xi) \rangle \{U_n\} \quad (4.6)$$

Le champ déplacement $\{U\} \langle u, v \rangle^T$ est approximé comme suit: [11]

$$\begin{aligned} u &= N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \\ v &= N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \end{aligned} \quad (4.7)$$

ou u_1, u_2, u_3, u_4 et v_1, v_2, v_3, v_4 sont les déplacements nodaux (les différents nœuds dans la direction X et Y

La matrice des fonctions d'interpolation pour l'élément isoparamétrique est:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Etant donné que la transformation T_e est bijective, on aura

$$U(x) = \langle N(x) \rangle \{U_n\} \quad (4.9)$$

Comme nous travaillons sur l'élément de référence tolites les expressions qui foitt intervenir les dérivées de U en fonctions de x et y seront calculées en fonction des dérivées de ξ et η grâce à la matrice de transformation dite « matrice jacobienne » doit l'expression est

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (4. 10)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (4. 11)$$

Oii aura sous une forme plus compacte :

$$\{\partial \xi\} = [J] \{\partial x\} \quad (4. 12)$$

$$\{\partial x\} = [J]^{-1} \{\partial \xi\}$$

Où $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}, \frac{\partial N_i}{\partial \eta}$ représentent les dérivées des fonctions d'interpolation par rapport à ξ et η

x_i, y_i ... représentent les cnoi-données de chaque nœud dans l'élément réel.

La géométrie de l'élément réel est définie dans le repère global (X,Y) Chaque coordonnée x et y d'un point de l'élément réel s'écrit en fonction des coidoriiiiées nodales de la manière suivante

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \end{aligned} \quad (4. 13)$$

Le vecteur des déformations est donné par la formule

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (4. 14)$$

D'après l'équation (4. 6) l'équation (4. 14) prendra la forme suivante :

$$\{\varepsilon\} = [L][N]\{u_n\} \quad (4. 15)$$

avec:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4. 16)$$

En désignant par [B] le produit matriciel des deux matrices [L].[N], on obtient la matrice des déformations qui est sous la forme suivante:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4. 17)$$

Le changement de variables permet de passer de l'intégration d'une fonction f sur l'élément réel V_e à une intégration plus simple sur l'élément de référence V_r :

$$\int_{V_e} f(x) dx dy = \int_{V_r} f(x(\xi)). \det(J) d\xi. d\eta \quad (4. 18)$$

IV.2.3. Intégration numérique pour un élément carré

L'intégration par la méthode de Gauss de la fonction f sur un élément de référence carré sera:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi. d\eta = \sum_{i=1}^{i^1} \sum_{j=1}^{i^2} w_i. w_j f(\xi_i, \eta_j). \det[J(\xi_i, \eta_j)] \quad (4. 19)$$

Où ξ_i, η_i sont les positions des points de Gauss.
 w_i, w_j les poids des points de Gauss

IV.2.6. Matrice d'amortissement

La matrice d'amortissement $[C]$ est obtenue par une combinaison linéaire des matrices de masse et de rigidité, c'est l'amortissement dit de Rayleigh donné par la formule suivante [14]:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4.32)$$

Où α et β représentent les coefficients de Rayleigh

IV.2.7. Assemblage des matrices élémentaires

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire les matrices globales $[K]$ et $[M]$ ainsi que le vecteur des sollicitations $\{F\}$ à partir des matrices élémentaires $[K^e]$ et $[M^e]$ et des vecteurs élémentaires $\{F^e\}$. Cette opération est permise grâce aux conditions suivantes

La continuité des déplacements aux nœuds

L'équilibre des forces en chaque nœud i qui se traduit par la somme des forces appliquées à ce nœud est nulle

Les matrices globales $[K]$ et $[M]$ ainsi que le vecteur des sollicitations sont donnés par:

$$\begin{aligned} [K] &= \sum_n [K^e] \\ [M] &= \sum_n [M^e] \\ \{F\} &= \sum_n \{F^e\} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Avec n le nombre d'éléments total

IV.2.8. Introduction des conditions aux limites

Les conditions aux limites peuvent être introduites au moyen de plusieurs méthodes. La méthode la plus utilisée et la plus facile à programmer est celle du « terme diagonal dominant »

Une fois que la matrice $[K]$ est assemblée sans tenir compte des conditions aux limites, chaque relation de déplacement imposé $U_i = U_i$ est introduite en remplaçant K_{ii} par $K_{ii} + \alpha$, α étant un très grand nombre par rapport aux termes K_{ii} .

$$K_{ii} = K_{ii} + \alpha, \quad \alpha = 10^{34} \quad (4.34)$$

Dans la méthode des éléments finis, la matrice de rigidité élémentaire [K] sur l'élément réel Ve s'écrit sous la forme intégrale générale .

$$[K] = \int_{V_e} [B]_{(x,y)}^T [D] [B]_{(x,y)} dV \quad (4. 35)$$

Qui devient sur l'élément de référence Vr :

$$[K] = \int_{V_r} [B(\xi, \eta)]^T [D] [B(\xi, \eta)] \cdot \det(J(\xi, \eta)) \cdot dVr$$

Notons par $[K^*(\xi, \eta)] = \int_r [B(\xi, \eta)]^T [D] [B(\xi, \eta)] \cdot \det(J(\xi, \eta)) \cdot dVr$

Donc l'intégrale sera donnée par

$$[K] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_i w_j [K^*(\xi_i, \eta_j)] \quad (4. 36)$$

Où ξ_i, η_j sont les coordonnées des points de Gauss

w_i, w_j les poids des points de Gauss

[B] est la matrice des déformations donnée par la formule (4. 17)

$[B]^T$ est la matrice transposée de [B]

[D] est la matrice d'élasticité donnée par la formule (4. 25)

$J(\xi, \eta)$ est la matrice jacobienne de l'élément de référence donnée par la formule (4. 10)

De la même façon on trouve pour la matrice de masse élémentaire:

$$[M^*(\xi, \eta)] = \int_r \rho [N(\xi, \eta)]^T [N(\xi, \eta)] \cdot \det(J(\xi, \eta)) \cdot dVr \quad (4. 37)$$

$$[M] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_i w_j [M^*(\xi_i, \eta_j)] \quad (4. 38)$$

Où ρ représente la masse volumique du matériau considéré

La matrice [N] est la matrice des fonctions d'interpolation donnée par la formule (4. 8)

IV.2.9. Propriétés des éléments finis de type déplacement

Complétude.

Un élément fini est dit complet si les fonctions d'interpolation utilisées sont en mesure de représenter [12]

Un déplacement de corps rigide

- Un état de déformation constante, eii d'autres termes l'approximation dans l'élément doit permettre la représentation de n'importe quelle valeur des déformations

Compatibilité.

Physiquement la compatibilité assure la condition de non apparition d'espaces ou de vides entre les éléments lorsque l'assemblage est effectué

On dit qu'un élément fini est compatible lorsque les déplacements au sein des éléments et à travers les limites séparant les éléments sont continus

La continuité est de classe C^0 (déplacement continu) pour les problèmes d'élasticité Elle est de classe C^1 (déplacements et leurs dérivées premières continus) pour les problèmes de flexion.

Convergence.

Dans le cas où les éléments satisferaient les conditions de compatibilité et de complétude, ils remplissent donc la condition de convergence, de ce fait on dit qu'ils sont conformes.

IV.3. Réponse discrète d'un profil de sol

IV.3.1. Introduction.

L'évaluation de la réponse d'un profil de sol à une sollicitation sismique constitue l'un des problèmes fondamentaux du génie parasismique. Comme mentionné précédemment, dans le cas où la géométrie est irrégulière le recours à un modèle discret est inévitable.

Dans un milieu continu la masse est une variable distribuée dans l'espace, les forces d'inertie générées qui s'opposent à l'accélération sont elles aussi distribuées dans l'espace, par conséquent, il est très difficile d'obtenir les valeurs des déplacements en tout point et à tout instant.

La méthode des éléments finis nous permet de concentrer les masses en des points particuliers appelés noeuds, ainsi les forces d'inertie qui en découleront seront elles aussi discrètes.

IV.3.2. Etablissement des équations de mouvement

Il existe essentiellement trois méthodes permettant d'établir les équations de mouvement [13]

a. Principe de d'Alembert.

Le principe stipule que la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces appliquées au système considéré.

$$\vec{F} = m \cdot \ddot{\vec{u}} \quad (4.39)$$

La force \vec{F} peut être de divers types :

- Une force extérieure appliquée \vec{F}^{ext}

Une force élastique \vec{F}^{el} s'opposant au déplacement

Une force d'amortissement visqueux \vec{F}^{ov} s'opposant à la vitesse

b. Principe des travaux virtuels,

Qui stipule que si un système en équilibre sous l'action d'un ensemble de forces est soumis à un déplacement virtuel, le travail total effectué par ces forces est nul.

L'avantage de cette approche est que les travaux sont des grandeurs scalaires qui peuvent s'additionner algébriquement contrairement aux forces qui sont des grandeurs vectorielles.

c. Principe de Hamilton ou principe de variation de l'énergie.

Le mouvement d'un système élastique conservatif entre deux instants t_1 et t_2 s'effectue de telle sorte que la fonctionnelle « action Lagrangienne » [14]

$$I(u_i) = \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} Q dt \quad (4.40)$$

soit stationnaire, c'est à dire

$$\delta \left[\int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} Q dt \right] = 0 \quad (4.41)$$

Où Q est le travail des forces non conservatives agissant sur le système, c'est à dire l'amortissement et toutes les autres charges extérieures arbitraires.

La forme générale des équations de Lagrange est.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right] - \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial Q}{\partial \dot{u}} = 0 \quad (4.42)$$

$$L = T - V \quad (4.43)$$

L : est la fonction Lagrangienne

T : l'énergie cinétique.

V : l'énergie potentielle.

La discrétisation par éléments finis se traduit par :

$$\begin{aligned} \{u\} &= [N] \cdot \{u^e\} \\ \left\{ \dot{u} \right\} &= [N] \cdot \left\{ \dot{u}^e \right\} \\ \left\{ \ddot{u} \right\} &= [N] \cdot \left\{ \ddot{u}^e \right\} \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \dot{u}^e \right\}^T [M] \left\{ \dot{u}^e \right\} \quad (4.45)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ u^e \right\}^T [K] \left\{ u^e \right\} - \left\{ u^e \right\}^T \{F(t)\} \quad (4.46)$$

$$Q = \frac{1}{2} \left\{ \dot{u}^e \right\}^T [C] \left\{ \dot{u}^e \right\} \quad (4.47)$$

La fonction Lagrangienne devient:

$$L = T - V = \frac{1}{2} \left\{ \dot{u}^e \right\}^T [M] \left\{ \dot{u}^e \right\} - \frac{1}{2} \left\{ u^e \right\}^T [K] \left\{ u^e \right\} + \left\{ u^e \right\}^T \{F(t)\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = [M] \left\{ \dot{u}^e \right\} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = -[K] \left\{ u^e \right\} + \{F(t)\} \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} = [C] \left\{ \dot{u}^e \right\} \quad (4.50)$$

Ainsi, l'équation de Lagrange donnée par la formule (4.43) s'écrit

$$[M] \left\{ \ddot{u}^e \right\} + [K] \left\{ u^e \right\} - \{F(t)\} + [C] \left\{ \dot{u}^e \right\} = 0 \quad (4.51)$$

On obtient enfin, l'équation générale de mouvement dynamique :

$$[M] \left\{ \ddot{u} \right\} + [C] \left\{ \dot{u} \right\} + [K] \{u\} = \{F(t)\} \quad (4.52)$$

Où $[M]$, $[K]$ et $[C]$ sont respectivement les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement du système étudié

IV.3.3. Vecteur chargement dynamique

Dans notre cas le chargement dynamique résulte d'une excitation des appuis (exemple: séisme) provoquée par une accélération du sol $a(t)$. Ainsi le chargement sismique appliqué à chaque noeud du milieu discrétisé sera donné par la formule qui suit:

$$\{F(t)\} = -[M] \{E\} a(t) \quad (4.53)$$

$[M]$ est la matrice de masse du milieu discrétisé.

$a(t)$ est l'accélération du sol.

$\{E\}$ est un vecteur contenant les valeurs unité ou zéro.

Les composantes de $\{E\}$ sont égales à l'unité si le séisme est supposé appliqué dans le même sens que le degré de liberté, elles prennent la valeur nulle dans le cas où il lui est perpendiculaire

La vitesse est donnée par l'équation suivante:

$$\{\dot{u}_t\} = \frac{1}{2} [\{u_{t+\Delta t}\} - \{u_{t-\Delta t}\}] \quad (4.55)$$

En portant ces deux équations dans l'équation d'équilibre (4.52), on obtient le système statique équivalent suivant

$$[\bar{K}] \{u(t + \Delta t)\} = \{\bar{F}(t)\} \quad (4.56)$$

$$[\bar{K}] = \frac{I}{\Delta t^2} [M] + \frac{I}{2\Delta t} [C] \quad (4.57)$$

$$\{\bar{F}(t)\} = \{F(t)\} - \left[[K] - \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right] \{u(t)\} - \left[\frac{I}{\Delta t^2} [M] + \frac{I}{2\Delta t} [C] \right] \{u(t - \Delta t)\} \quad (4.58)$$

Ceci revient à résoudre un problème statique équivalent pour chaque incrément de temps.

La stabilité de la solution n'est assurée que pour des $\Delta t < \Delta t_{cr}$ qui est liée à la plus petite période de vibration du système physique étudié. De plus le pas de temps doit être suffisamment petit pour que les erreurs d'approximation soient acceptables.

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{max}} \quad (4.59)$$

ω_{max} est la pulsation maximale du système étudié

b. Approche implicite: (Méthode de Newmark).

Ces méthodes implicites permettent de construire la solution à l'instant « $t + \Delta t$ » à partir des vecteurs connus $\{u_t\}, \{\dot{u}_t\}, \{\ddot{u}_t\}$. Elles utilisent les développements limités suivants [10]:

$$\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} = \left\{ \dot{u}_t \right\} + \Delta t \left[(1-a)\{\ddot{u}_t\} + a\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \right] \quad (4.70)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t \{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t^2}{2} \left[(1-b)\{\ddot{u}_t\} + b\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \right] \quad (4.61)$$

Ainsi l'équation d'équilibre donnée par la formule (4. 52) s'exprimera de la manière suivante:

$$\left[\bar{K} \right] \{u_{t+\Delta t}\} = \{\bar{F}_{t+\Delta t}\} \quad (4. 62)$$

$$\left[\bar{K} \right] = [M] + \Delta t.a[C] + \frac{\Delta t^2}{2} b[K] \quad (4. 63)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{F}_{t+\Delta t}\} = & \frac{\Delta t^2}{2} b \{F_{t+\Delta t}\} + [M] \left[\{u_t\} + \Delta t \{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t^2}{2} (1-b) \{\ddot{u}_t\} \right] \\ & + [C] \left[\Delta t.a \{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t^2}{2} (2a-b) \{\ddot{u}_t\} + \frac{\Delta t^3}{2} (a-b) \{\dddot{u}_t\} \right] \end{aligned} \quad (4. 64)$$

En posant $a = b = \frac{1}{2}$, cette condition suppose que l'accélération est constante sur l'intervalle de temps « t », « t + At », dans ce cas la méthode est **inconditionnellement** stable.

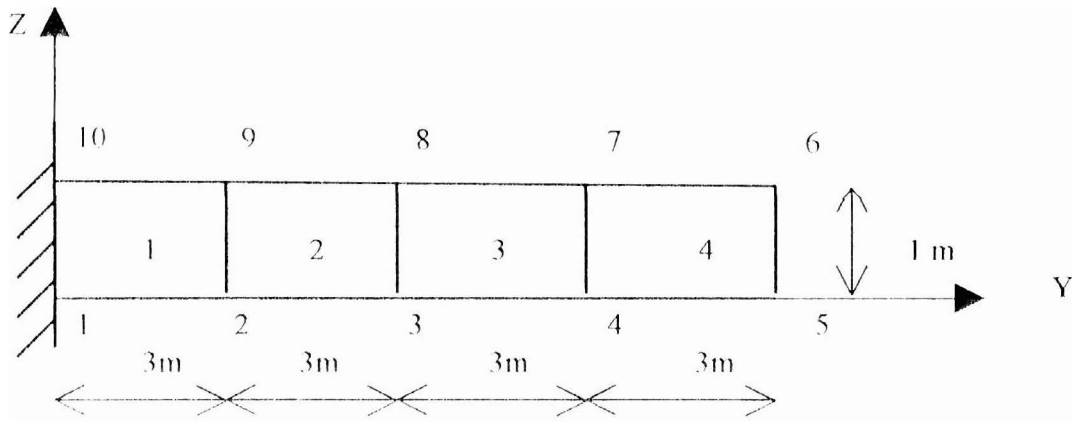
IV.3.5.Dimension des éléments

Divers auteurs tels que Lysmer et Al [29] ont proposé des règles permettant de fixer la dimension maximale des éléments. Si f_{\max} désigne la fréquence maximale que l'on désire représenter avec le modèle, la longueur d'onde associée à f_{\max} est :

$$\lambda = \frac{V_s}{f_{\max}} \quad (4. 65)$$

V_s : est la vitesse des ondes de cisaillement

En supposant que le déplacement à l'intérieur d'un élément varie linéairement, le déplacement associé à cette longueur d'onde sera correctement approché si au moins 3 à 4 points de discrétisation sont retenus pour une demi longueur d'onde.



Les nœuds 1 et 10 sont fixes dans les deux directions, les autres nœuds sont libres.
 La poutre est soumise à l'excitation sismique de Pasadena dont le pas de temps est $\Delta t = 0.02$ s.

Le but est de déterminer les accélérations verticale et horizontale du nœud 5 en appliquant les deux méthodes explicite et implicite pour pouvoir les comparer

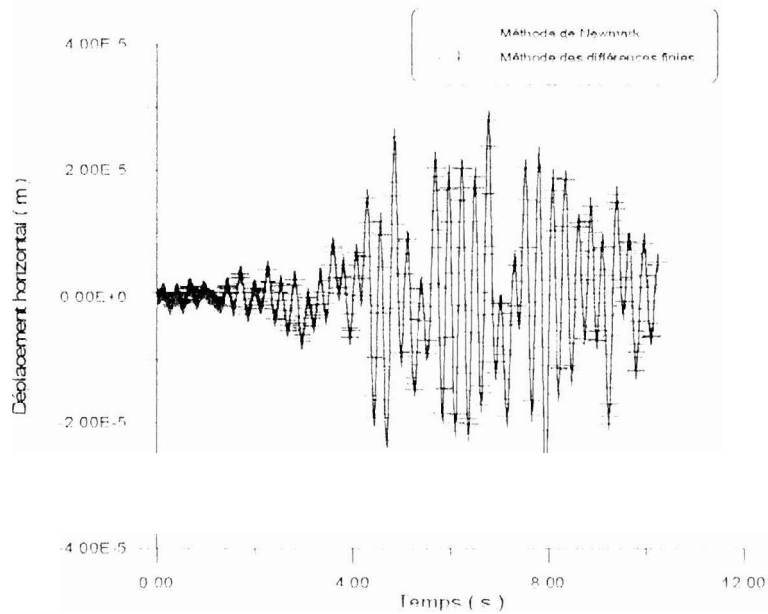


Fig 4 2 Accélération Horizontale du nœud 5

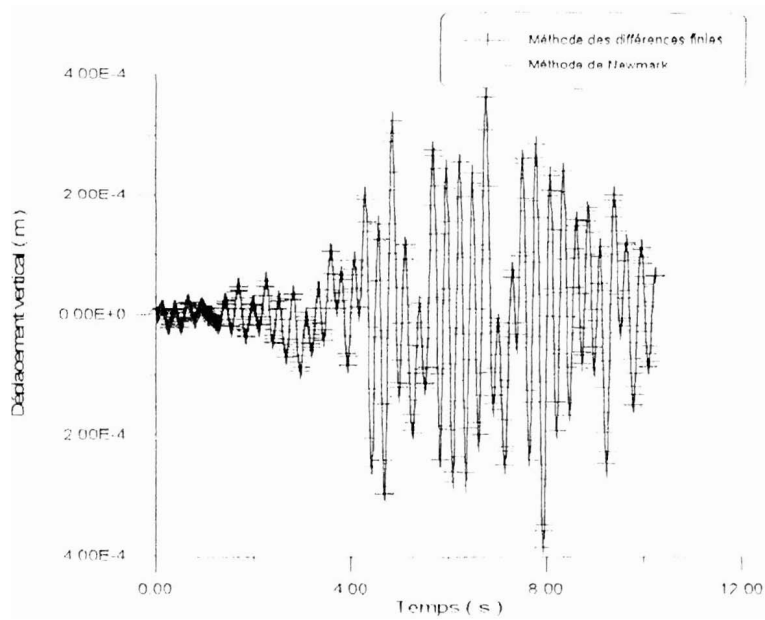


Fig.4.3 Accélération Verticale du nœud 5

Les figures (Fig 4.2) et (Fig.4.3) représentent respectivement les accélérations horizontale et verticale du nœud 5 en fonction du temps dus à l'excitation sismique de Pasadena calculés à partir de la méthode des différences finies centrées et de la méthode de Newmark. On remarque que les deux courbes sont parfaitement confondues, donc les deux méthodes conduisent à un même résultat.

Du fait que la méthode implicite est inconditionnellement stable, il est préférable d'opter pour cette dernière

Pour valider nos résultats on compare les déplacements calculés à partir de notre logiciel, et ceux déterminés à partir du programme SuperSap [17].

Le SuperSap est un logiciel en éléments finis, il permet l'analyse statique et dynamique de tout type de structure, il permet également de résoudre des problèmes de transfert de chaleur.

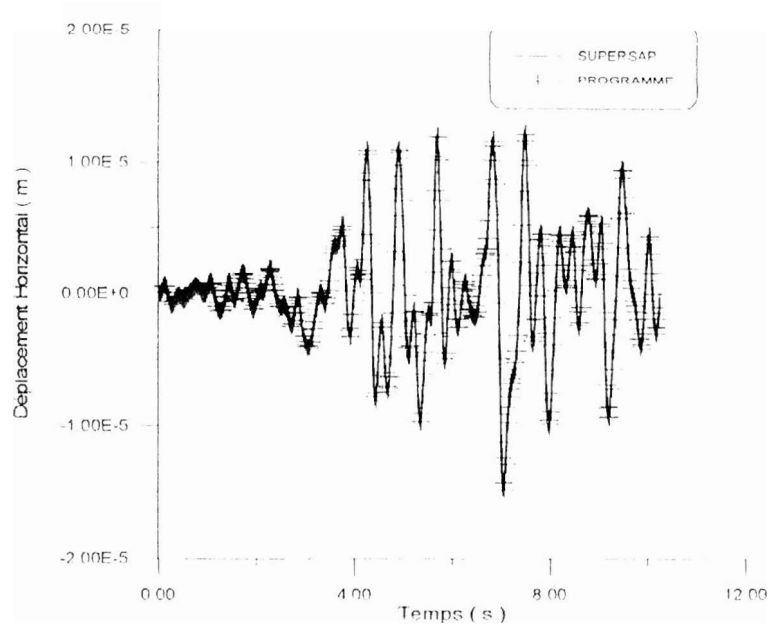


Fig.4.4 Déplacement Horizontal du noeud 5

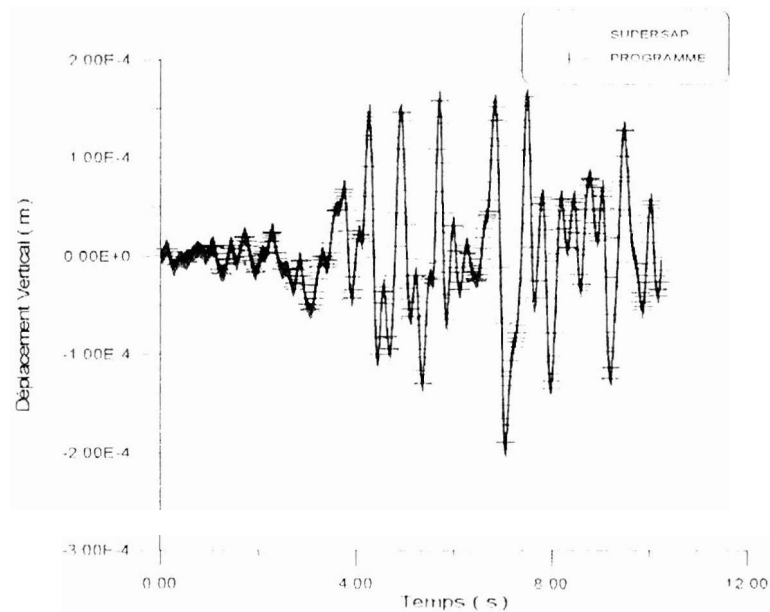


Fig.4.5. Déplacement Vertical du noeud 5.

Les courbes donnant respectivement les déplacements horizontal et vertical du noeud 5 en fonction du temps dus à l'excitation sismique de Pasadena, calculés à partir du logiciel développé et par le SuperSap sont représentées par les (Fig.4.4) et (fig.4.4). Oii reinarque que les deux courbes se superposent .

Exemple 2.

Il s'agit d'un profil de sol constitué par un monocouche de 20 m d'épaisseur dont les caractéristiques mécaniques sont :

- La masse volumique $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$.
- $\nu = 0.25$.
- $V_m = 200 \text{ m/s}$ (vitesse de propagation des ondes dans le profil considéré).

Dans la première partie de notre travail, on a déterminé la réponse sismique du profil de sol cité ci dessus soumis à l'excitation sismique de Pasadena en considérant un modèle unidimensionnel continu, dans cette seconde partie, on détermine cette même réponse par le logiciel développé qui est basé sur la méthode des éléments finis en prenant en compte un modèle bidimensionnel en déformations planes.

L'objectif de cette application est de comparer la réponse dit profil de sol en prenant un modèle unidimensionnel continu et celle donnée par un modèle bidimensionnel discret.

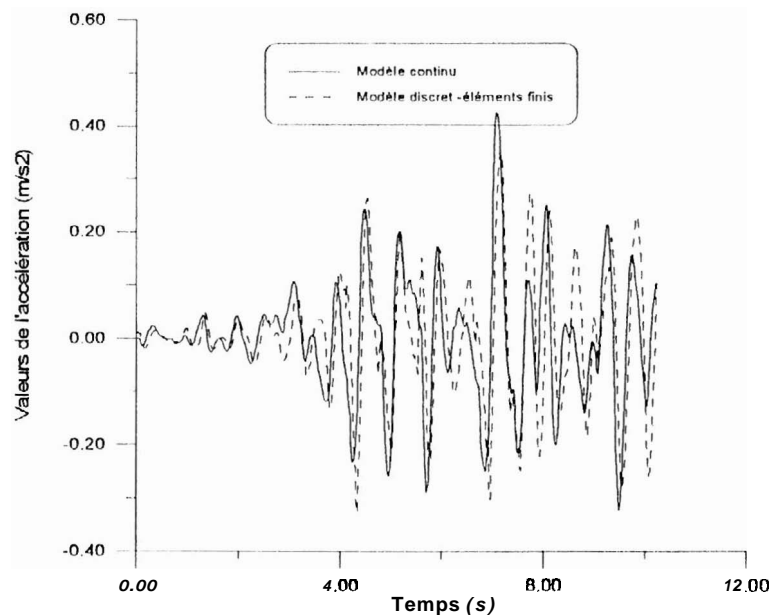


Fig.4.6 Accélération à la surface du sol.

Nous remarquons que la courbe donnant l'accélération en fonction du temps calculée à partir d'un modèle bidimensionnel discret présente la même allure que celle fournie par un modèle unidimensionnel continu. Le problème qui se pose réside dans le fait que plus on s'éloigne du noeud central plus les disparités entre les allures sont prononcées.

Exemple 3 : Cas d'une vallée.

Dans la pratique, il a été constaté qu'un séisme occasionne en surface libre des dégâts sur les structures qui sont beaucoup plus importants dans le cas de sites constitués de couches irrégulières tels que ceux se trouvant au pied d'une montagne que dans le cas de sites à stratification horizontale. En effet à travers les séismes de Skopje en Yougoslavie (1963), de Mexico-City (1985) [25] et de la vallée de Sari Fernando en Californie (1994) [18], il a été déduit que les conséquences désastreuses sur les constructions sont fortement liées aux hétérogénéités latérales des sites. des irrégularités souterraines et de surface sont à l'origine d'accélération élevées.

La figure (4.7) ci dessous est une illustration d'un site à couches irrégulières indiquant les zones touchées par les dégâts.

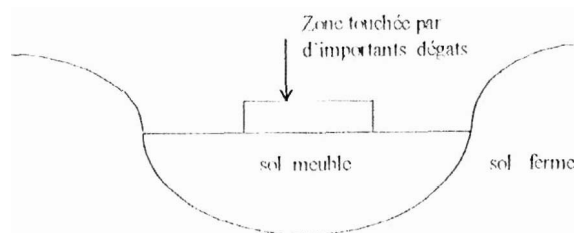


Fig 4.7. Site à couches irrégulières

Un modèle éléments finis a été cotisé. ce dernier est soumis à l'accélération horizontale de Pasadena dont la valeur maximale est égale à 0.2g. Dans le but de déterminer les déplacements horizontal et vertical ainsi que les fonctions d'amplification pour les différents points indiqués sur la figure (4.8) et (4.9).

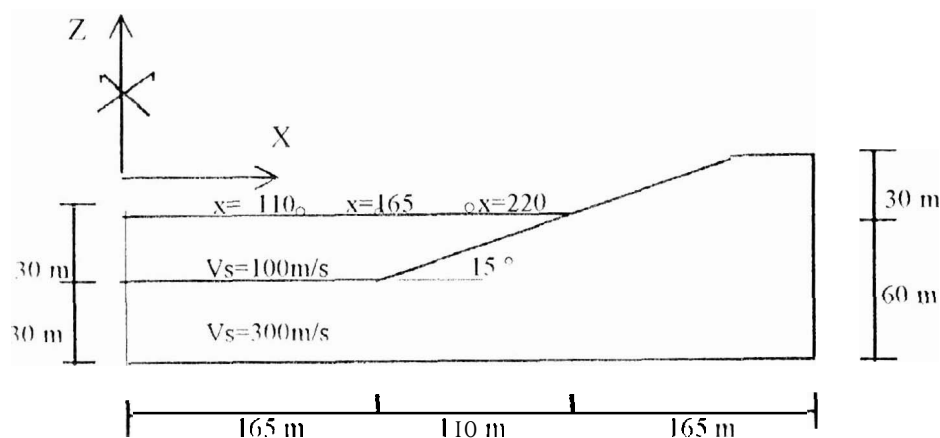
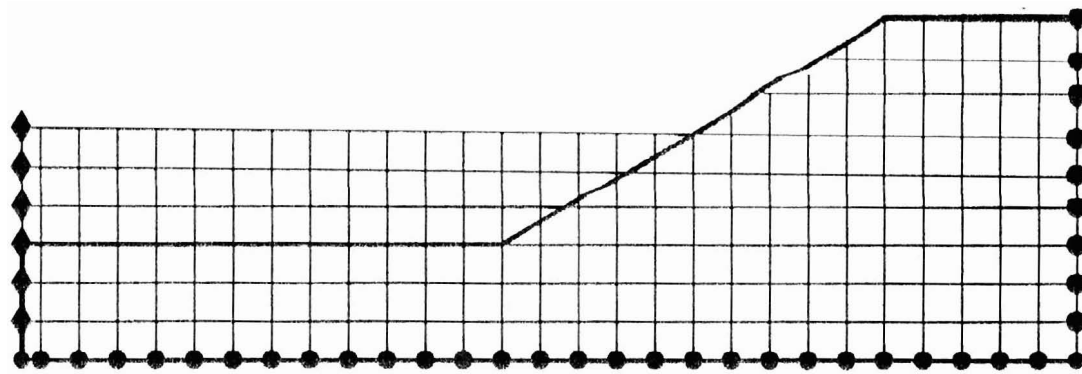


Fig.4.8. Modèle éléments finis représentant la vallée.



● Noeud fixé dans les deux seis.

◆ Noeud fixé dans le sens horizontal et libre dans le seis vertical.

Fig 4.9. Maillage du modèle éléments finis représentant la vallée.

La couche de sol constituée d'alluvions possède les caractéristiques mécaniques suivantes:

- $V_s = 100$ m/s
- $\nu = 0.25$
- $\rho = 1800$ kg/m³.
- $E_s = 1.8 E+7$

(elle constituant la vallée de nature rigide possède les caractéristiques suivantes:

- $V_s = 300$ m/s
- $\nu = 0.25$
- $\rho = 2100$ kg/m³.
- $E_s = 1.89 E+8$

On remarque que le déplacement horizontal ainsi que le déplacement vertical atteignent des valeurs maximales (Fig.4.10 et 4.11) aux points $x=-110$ m et $x=165$ m, points situés respectivement sur la vallée constituée de couches alluvionnaires de nature meuble, et point situé au pied de la montagne qu'au point $x=220$ m se trouvant sur la ligne brisée de la colline dont la nature du sol est plus rigide. Ce qui conduit à dire que le déplacement sur la cote de la montagne ou de la colline est relativement faible par rapport à celui des couches alluvionnaires

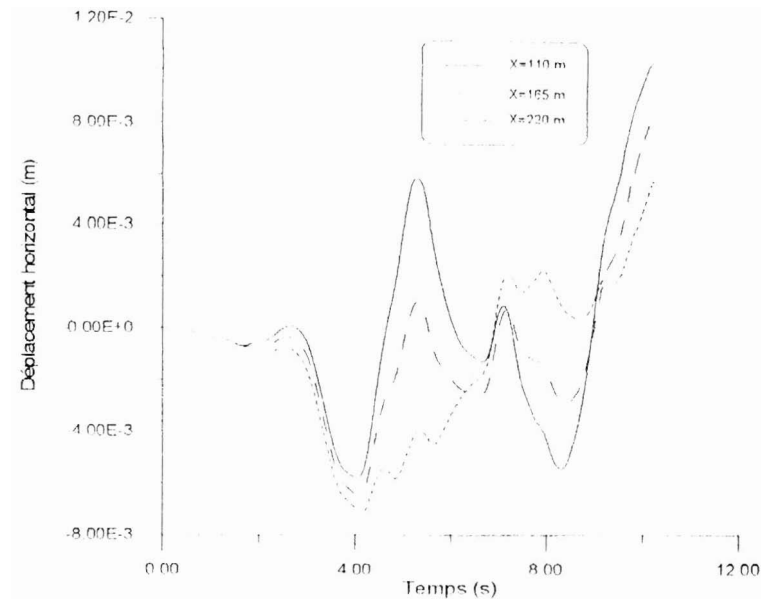


Fig 4 10 déplacement horizontal

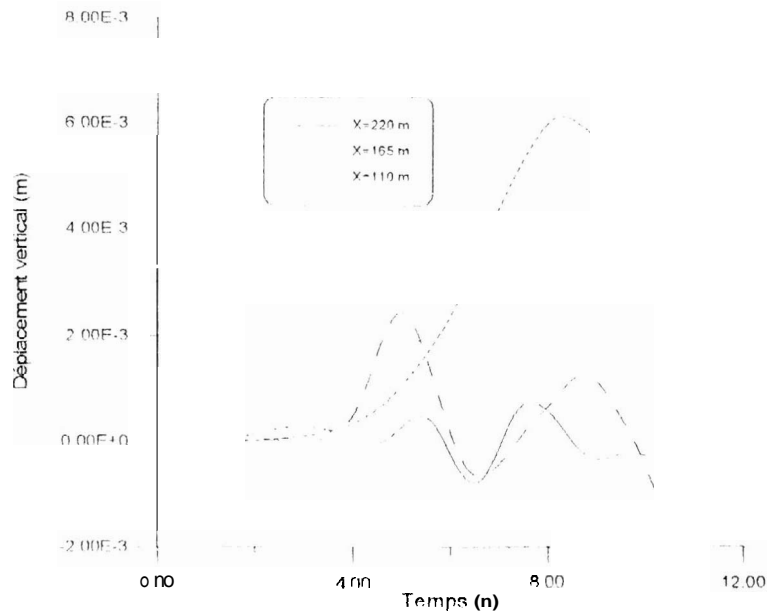


Fig.4.11. déplacement Vertical

On détermine également les fonctions d'amplification définies comme étant le rapport de la transformée de Fourier de l'accélération à la surface libre (aux différents points considérés) à la transformée de Fourier de l'excitation introduite en ces points. Les figures (4.12) à (4.14) donnent les fonctions d'amplification horizontales en tous ces points. On remarque que la fonction d'amplification est plus importante au point $x=110\text{m}$, qu'aux points $x=165\text{m}$ et $x=220\text{m}$, particulièrement entre les fréquences allant de 0 à 5 Hz, qui coïncident avec la bande fréquentielle la plus énergétique du signal, donnée par la courbe du spectre de Fourier de l'excitation introduite (voir Fig. 3.7).

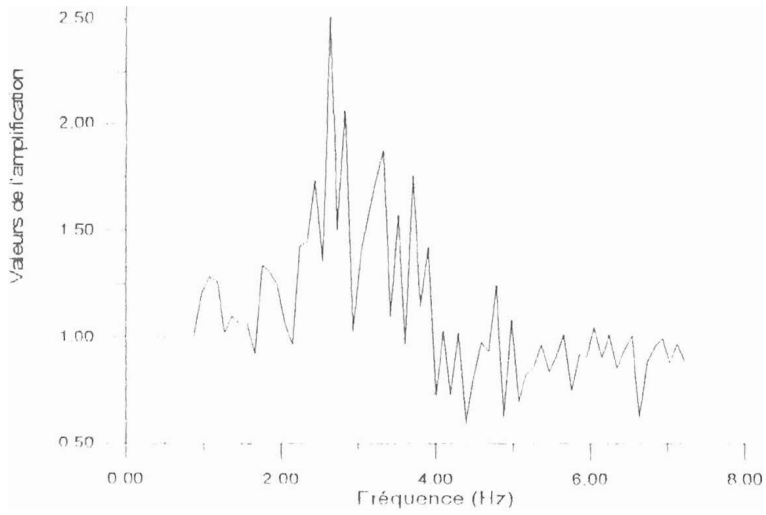


Fig.4.12. Fonction d'amplification au point $x=110m$.

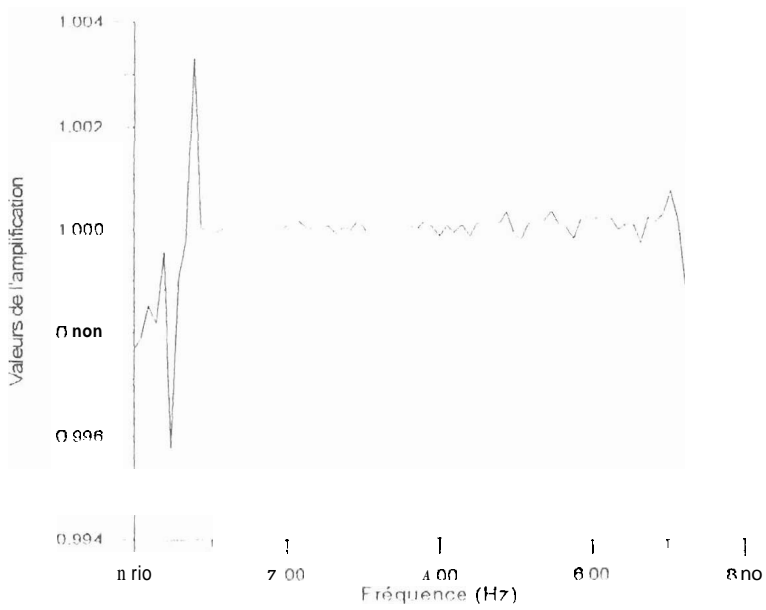


Fig.4.13. Fonction d'amplification au point $x=165m$.

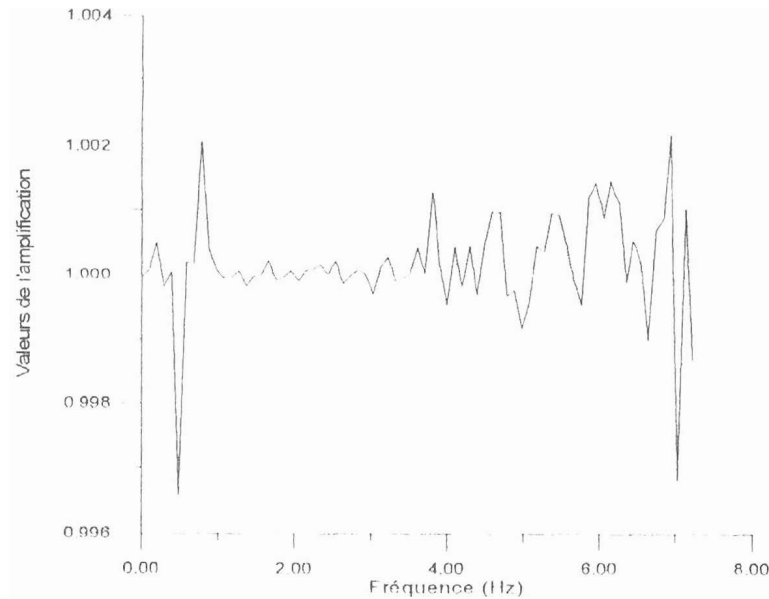


Fig 4. 14. Fonction d'amplification au point $x=220m$.

Afin de déterminer les principaux facteurs intervenant dans l'amplification du mouvement en surface, sachant que dans les calculs deux effets amplifiant le mouvement ont été pris en compte, en l'occurrence:

- l'effet de la différence de rigidité entre les différentes strates constituant le profil de sol
- l'effet de la vibration prédominante due aux multiples réflexions dans les couches du sol.

On considère dans ce cas que le facteur supplémentaire rajouté est celui de l'existence de strates irrégulières de la colline ou inoittagne qui contribue à amplifier davantage le mouvement

Conclusion:

La méthode des éléments finis est un outil très puissant pour l'analyse de problèmes du milieu continu en statique ou en dynamique dans les domaines aussi bien linéaire que non linéaire. Elle s'adapte à des géométries irrégulières et à des matériaux non homogènes. C'est une méthode très pratique, facile à programmer et conduit à des résultats qui sont proches de ceux donnés par le modèle continu.

MODELISATION DISCRETE
DU PROFIL DE SOL
EN INTRODUISANT DES
FRONTIERES ABSORBANTES.

V.11. Introduction.

L'utilisation de la méthode des éléments finis pour résoudre un problème tel que la réponse sismique d'un profil de sol, pose la problématique des limites latérales et inférieure du modèle qui réfléchissent totalement les fronts d'ondes qui les heurtent, par conséquent il est impératif d'adapter le maillage pour éviter que l'onde ne soit réfléchi pendant le laps de temps où on évalue cette réponse. Toutefois, en tronquant le maillage, des dispositifs qu'on appelle frontières de traisiiiiissiori ou frontières absorbantes peuvent être placées et simuler les conditions de contraintes exactes existantes qui sont dues à la partie du maillage tronqué

Plusieurs frontières absorbantes existent, en l'occurrence:

- Les frontières latérales consistantes
- Les frontières latérales élémentaires.
- Les frontières latérales locales.

La frontière inférieure est supposée rigide, elle est représentée par le substratum rocheux

Dans ce qui suit, nous évoquons les différentes frontières qui existent, les frontières consistantes dont la mise en œuvre est complexe sont abordées d'une manière sommaire, quant aux deux autres frontières, notamment les frontières élémentaires et locales, elles sont illustrées respectivement par les exemples de la frontière de SMITH et de la frontière visqueuse standard ou modifiée. Un intérêt particulier est porté à la frontière visqueuse standard dont l'avantage principal réside dans sa facilité d'implantation dans les codes de calculs.

V.2. Frontière consistante.

C'est une frontière qui absorbe tous les types d'ondes, sans aucune réflexion quel que soit leur angle d'incidence. Sa mise en œuvre est complexe, elle utilise une formulation non locale couplant tous les points de la frontière avec des fonctions inconnues en espace et en temps sous une forme intégrale, sauf pour le cas simple de la propagation d'ondes planes. Son domaine d'application est le domaine fréquentiel. Ces frontières ont été développées par LYSMER-WAAS [1972] pour les ondes planes. [2, 28]

V.3. Frontières élémentaires.

Ces frontières sont représentées par une surface le long de laquelle soit le déplacement soit la contrainte sont nuls. Pour s'affranchir des réflexions de la frontière du modèle fini, SMITH [1974] [19] a proposé une frontière absorbante pour tout type d'onde quel que soit son angle d'incidence, qui est constituée par la combinaison de deux conditions; l'une de type DIRICHLET et l'autre de type NEWMAN [20] avec les conditions aux limites fixe et libre respectivement.

On en déduit

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{NEWMAN pour } v) \quad (5.4)$$

Etape 2:

A la frontière le déplacement tangentiel et la contrainte normale sont nuls :

$$\begin{cases} v = 0 \\ \sigma_{xx} = (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (\text{DIRECHLET pour } v) \quad (5.5)$$

On en déduit que :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{NEWMAN pour } u) \quad (5.6)$$

La moyenne des deux solutions constitue la frontière de SMITH.

La frontière de SMITH ainsi établie possède deux inconvénients [20,21] qui sont :

- C'est celui des réflexions internes dans le cas où elles ont lieu, par conséquent l'emplacement de la frontière dépend de la longueur d'onde qui la heurte.
- Comme la moyenne se fait sur tout le domaine d'analyse ceci implique que la linéarité est admise.

Pour surmonter ces deux restrictions, d'autres auteurs notamment ZIENKIEWICZ, AL-KUNAR ont proposé d'utiliser les conditions aux limites suivantes où les vitesses et les contraintes sont constantes le long de toute la frontière, ainsi la frontière prend le nom de frontière de SMITH généralisée.

V.3.2. Frontière de SMITH généralisée.

De la même façon que pour la frontière de SMITH, le problème sera résolu en deux étapes :

Etape 1:

On suppose que les vitesses sont constantes suivant la direction normale et les contraintes tangentielles constantes dans toutes les autres directions .

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{vitesse constante / } Z \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial z} \right) = 0 \quad \text{cisaillement constant / X} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial z} \right) = 0 \quad \text{cisaillement constant / Y} \quad (5.9)$$

Étape 2:

Dans ce cas les vitesses tangentielles sont constantes suivant toutes les directions et les contraintes normales constantes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{vitesse constante / X} \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad \text{vitesse constante / Y} \quad (5.11)$$

Contraintes normales constantes / Z, on aura :

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial z} \right) + 2G \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial z} = 0 \quad (5.12)$$

La moyenne des deux solutions constitue la frontière absorbante de SMITH généralisée.

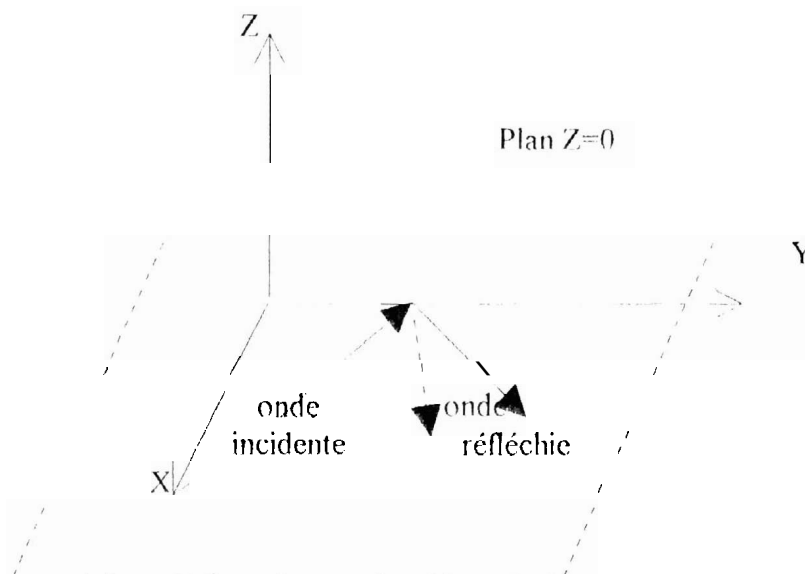


Fig 5.2 Frontière de SMITH généralisée à $z = 0$.

V.4. Frontières locales.

La première frontière locale développée pour les ondes planes est due à LYSMER-KUHLEMEYER [1969] [22], dont le principe consiste à placer des amortisseurs visqueux à l'extérieur de la frontière artificielle pour modéliser le sol qui tend vers l'infini manquant au maillage [19]. Cette frontière est appelée frontière visqueuse standard.

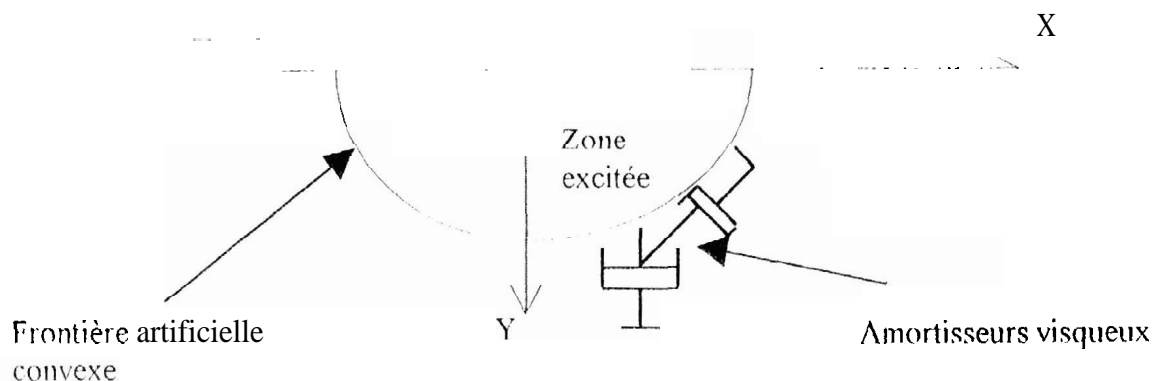


Fig.5.3. Frontière visqueuse de LYSMER et KUHLEMEYER d'un système infini

V.4.1. Frontière visqueuse standard.

Comme mentionné dans les chapitres précédents l'équation de mouvement de l'onde plane dans le cas d'une onde P est donnée par la formule suivante:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5.13)$$

dont la solution est donnée par

$$u = f(x + v_p t) + f_1(x - v_p t) \quad (5.14)$$

f_1 : onde incidente.
 f : onde réfléchie.

En considérant l'onde incidente seulement la vitesse particulière s'écrit sous la forme :

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = -v_p \cdot f_1'(\xi) \Rightarrow f_1'(\xi) = \frac{\dot{u}}{v_p} \quad (5.15)$$

$$\xi = x - v_p t$$

Les contraintes ainsi que les cléfoi-mations seront données par

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = f_1'(\xi) \\ \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = 0 \end{cases} \quad (5.16)$$

$$\begin{cases} \sigma_x = (\lambda + 2G) \cdot \varepsilon_x = (\lambda + 2G) \cdot f_1'(\xi) \\ \sigma_y = \sigma_z = \lambda \cdot f_1'(\xi) \\ \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

oii en déduit la contrainte \mathbf{a} , qui s'écrira sous la forme suivante:

$$\sigma_x = -v_p \cdot \ddot{u} \quad (5.18)$$

Cette dei-nière définit un amortisseur plan suivant la direction normale à la frontière artificielle.

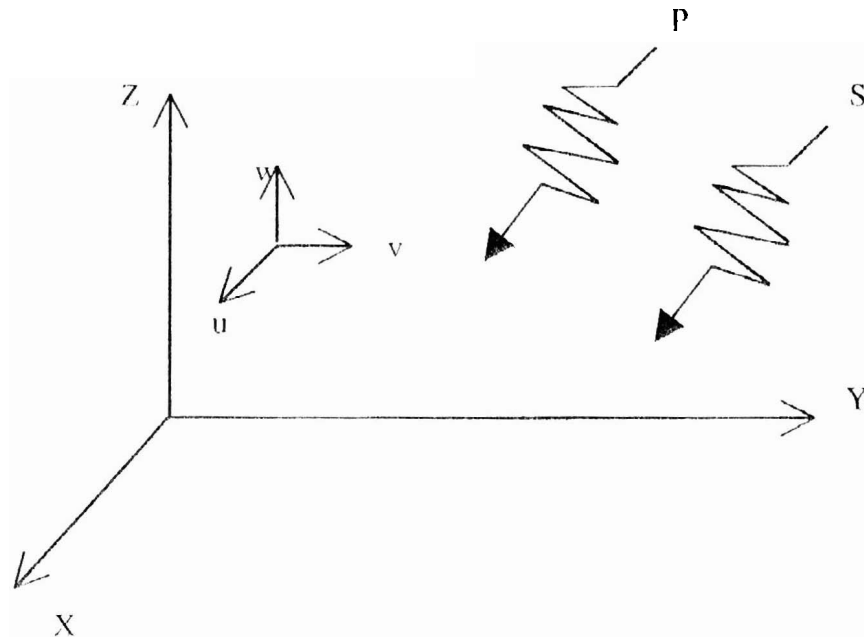


Fig 5.4. ondes planes,propagation selon l'axe X.

De la même façon que pour l'onde P, dans le cas d'une onde de cisaillement S, la vitesse particulière est donnée par l'expression :

$$\dot{v} = \frac{\partial \dot{v}}{\partial \xi} = -v_s g_l(\xi) \quad (5.19)$$

On en déduit ainsi les contraintes normales et tangentielles dont les expressions sont les suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = -\rho v_p \dot{u} \\ \tau_{xy} = \rho v_s \dot{v} \\ \tau_{xz} = -\rho v_s \dot{w} \end{array} \right. \quad (5.20)$$

qui constituent les conditions aux limites de la frontière artificielle

En général les conditions aux limites de contrainte d'une frontière de transmission s'écrivent sous la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = -a\rho v_p \dot{u}_n \\ \tau = -b\rho v_s \dot{u}_t \end{array} \right. \quad (5.21)$$

σ et τ représentent les contraintes normale et tangentielle.
 \dot{u}_n et \dot{u}_t soit les vitesses particulières normale et tangentielle
 ρ représente la masse volumique du milieu considéré.

v_p et v_s sont les vitesses de propagation des ondes P et S.
 a et b sont des constantes adimensionnelles

Dans le cas où $a=b=1$, les auteurs [23] ont montré que 98.5% d'ondes P et 95% d'ondes S sont absorbées avec un coefficient de poisson $\nu=0.25$

V.4.2. Frontière visqueuse modifiée.

Etant données deux ondes planes P et S se propageant suivant la direction des x croissants, les déplacements u et v dans le repère global sont exprimés comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} u = u(x - v_p t) \\ v = v(x - v_s t) \end{array} \right. \quad (5.22)$$

A partir de ce système d'équations (5.22) on peut écrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{I}{v_p} u \\ \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{I}{v_s} v \end{cases} \quad (5.23)$$

Le système d'équations (5.23) représente les dérivées normales des déplacements en fonction des vitesses au niveau de la frontière tronquée. On en déduit les contraintes normale σ_x et tangentielle τ_{xy} dont les expressions sont les suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_x = \rho v_p^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \rho (v_p^2 - 2v_s^2) \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{xy} = \rho v_s^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v_s^2 \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \quad (5.24)$$

En remplaçant le système d'équations (5.23) dans (5.24) on aboutit au système qui suit

$$\begin{cases} \sigma_x = -\rho v_p^2 u + \rho (v_p^2 - 2v_s^2) \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{xy} = -\rho v_s^2 v + \rho v_s^2 \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \quad (5.25)$$

Le système d'équations (5.25) représente la frontière visqueuse modifiée .

Dans le cas où le second terme du système s'annule, cas des ondes purement planes, la frontière représente le cas particulier de la frontière visqueuse standard.

Remarque:

D'autres frontières de transmission locales ne faisant pas l'objet de notre étude existent, parmi elles on citera

- La frontière paraxiale, élaborée par ENGQUIST-MAJDA-CLAYPTON [1977] [23] dont la procédure est basée sur la théorie des opérateurs pseudo-différentiels pour développer des frontières de transmission locales appliquées à la frontière artificielle du modèle de calcul.
- La frontière de transmission locale d'ordre élevé, coignée par COHEN et JENNING en 1983 [23] dont le principe consiste à diviser le modèle éléments finis en deux parties. une partie intérieure et une autre extérieure, traiter la première partie de la même manière que la frontière visqueuse standard, appliquer ensuite les équations paraxiales à la deuxième partie pour construire la frontière absorbante.

$$\begin{cases} p_{11} = \frac{J_{21}}{\sqrt{J_{21}^2 + J_{22}^2}} \\ p_{21} = \frac{J_{22}}{\sqrt{J_{21}^2 + J_{22}^2}} \\ p_{12} = \frac{J_{11}}{\sqrt{J_{11}^2 + J_{12}^2}} \\ p_{22} = \frac{J_{12}}{\sqrt{J_{11}^2 + J_{12}^2}} \end{cases} \quad (5.33)$$

avec J_{ij} les différents termes de la matrice jacobienne
Où sait que

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \quad (5.34)$$

u et v sont les déplacements dans le repère global. $[N]$ est la matrice des fonctions d'interpolation

L'expression de l'énergie devient alors

$$\delta W = \sum \delta W^e = \sum \int_S \{\delta \bar{U}\}^T \{\sigma\} ds = \sum \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \int_S [N]^T [P]^T [D][P][N] ds \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \quad (5.35)$$

En posant la force d'amortissement égale à l'expression qui suit

$$\{F\} = \int [N]^T [P]^T [D][P][N] ds \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \quad (5.36)$$

Ainsi la matrice d'amortissement consistante prendra la forme qui suit

$$[C] = \int_S [N]^T [P]^T [D][P][N] ds \quad (5.37)$$

Où

$$ds = \sqrt{J_{11}^2 + J_{12}^2} d\xi \quad -1 \leq \xi \leq +1 \quad (5.38)$$

V.5.1. Matrice d'amortissement concentrée.

Des matrices d'amortissement diagonales peuvent être obtenues, en utilisant des procédures simples pour concentrer l'amortissement visqueux aux nœuds de la frontière de l'élément.

Où les termes L_c et V_m sont donnés par les expressions suivantes:

$$V_m = \frac{V_P + V_S}{2} \quad L_c = \min(\Delta x, \Delta y) \quad (5.44)$$

$$\Delta t = \alpha \cdot \frac{T_{min}}{\pi} \quad \alpha = \frac{l}{4} \quad (5.45)$$

T_{min} représente la plus petite période de vibration du système

V.5.3 Exemple d'application

Il s'agit toujours du même profil de sol constitué par une motiocouche de 20 m d'épaisseur dont les caractéristiques mécaniques sont :

La triasse volumique $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$.

$\nu = 0.25$.

$V_m = 200 \text{ m/s}$ (vitesse de propagation des ondes dans le profil considéré)

Dans la première partie de notre travail, on a déterminé la réponse sismique du profil de sol cité ci-dessus soumis à l'excitation sismique de Pasadena en considérant un modèle unidimensionnel continu, on a également déterminé dans la seconde partie cette même réponse en considérant un modèle discret en éléments finis. nous avons vu que dans le modèle éléments finis plus on s'éloigne du nœud central plus les disparités entre les allures du modèle continu et discret sont prononcées

Dans cette troisième étape, on suppose l'existence de frontières absorbantes aux limites latérales du modèle éléments finis tronqué considéré dans les calculs.

L'objectif est de comparer la réponse du profil de sol en utilisant des frontières absorbantes à celle donnée par un maillage large et un maillage simple

On remarque (Fig 5.6) que la réponse donnée par un maillage large est en très bon accord avec celle donnée par un maillage avec frontières absorbantes, par contre celle donnée par un modèle réduit sans frontières présente un léger désaccord qui est dû aux réflexions parasites qui ont eu le temps de perturber la solution dans le domaine d'analyse.

**VALIDATION
EXPÉRIMENTALE
DU MODÈLE CONTINU.**

VI.2. Evaluation des modes propres de vibration de la couche de sol.

L'expression analytique permettant de déterminer les modes propres de vibration est donnée par la référence [24]

Sachant que V est la vitesse de propagation des ondes de cisaillement variable avec la profondeur, soit V_s sa valeur à une profondeur h du substratum; on a

$$V = V_s \left(\frac{z}{h} \right)^{p/2} \quad (6.1)$$

La vitesse V_s est également donnée par l'expression [24]:

$$\begin{aligned} V_s &= 135 h^{0.25} (m) && \text{pour } h < 14m \\ V_s &= 150 h^{0.25} (m) && \text{pour } h > 14m \end{aligned} \quad (6.2)$$

Les fréquences propres de vibration sont données par [24]

$$f_1 = \frac{V_s (2-p)}{4\pi h} \rho_1 \quad (6.3)$$

Où ρ_1 représente un zéro de la fonction de Bessel d'ordre $(p-1)/(2-p)$.

$$J_{\frac{p-1}{2-p}}(\rho_1) = 0 \quad (6.4)$$

De (6.1) et (6.2) on en déduit : $p=0.5$
 $(p-1)/(2-p)=-1/3$

Les zéros de l'équation de Bessel sont ainsi $\rho_1=1.866, \rho_2=4.988, \rho_3=8.124$

Les équations (6.3) et (6.4) nous permettent de déterminer les fréquences propres de la couche de sol en retenant $h=18m$, dont les valeurs sont approximées à:

$$f_1=3.44 \text{ hz}, \quad f_2=9.20 \text{ hz}, \quad f_3=14.98 \text{ hz}$$

Ces évaluations préalables approchées permettront de valider les résultats numériques obtenus plus loin et d'expliquer les raisons de certaines difficultés d'interprétation des résultats

VI.3. Calcul numérique par un modèle unidimensionnel continu.

Les faibles niveaux des magnitudes et des accélérations obtenus en surface par les 218 enregistrements laissent présager un comportement quasi élastique des sols surmontant le substratum. Par conséquent le modèle numérique à considérer est un modèle de comportement de type viscoélastique, à amortissement indépendant de la fréquence . Le module de cisaillement s'écrit sous forme complexe:

$$G^* = G(1 + 2i\beta) \quad (6.5)$$

Où G est le module élastique calculé à partir des vitesses données sur la (fig.6.1)

$$G = \rho V^2 \quad (6.6)$$

et β est le pourcentage d'amortissement critique variant d'une couche à une autre dont les valeurs sont données par la (Fig.6.1).

Les calculs sont réalisés avec le programme développé dans la première partie qui permet la résolution de l'équation de propagation des ondes SH dans un milieu stratifié horizontalement. Dans ce cas le problème est résolu dans le domaine fréquentiel et les variables temporelles sont obtenues par la transformée de Fourier inverse

De manière à tenir compte d'une incidence non verticale des ondes SH dans le substratum , une recoinposition du mouvement sismique à 22m de profondeur a été établie, afin de déterminer la composante horizontale située dans le plan théorique des ondes SH, (plan perpendiculaire à la direction de propagation entre le foyer et le site d'enregistrement) ce mouvement a été imposé à la base de la colonne de sol surmontant un substratum élastique semi-infini, le mouvement résultant a été calculé aux profondeurs des différents capteurs, c'est à dire, 0m, 6m, 15m et 22m.

Le but est de comparer les fonctions de transfert calculées à celles enregistrées. Ces dernières sont définies comme étant le rapport des transformées de Fourier du mouvement (calculé ou enregistré) à la profondeur z à la transformée de Fourier du mouvement enregistré à 22m de profondeur.

Pour mettre en évidence les difficultés trouvées lors du traitement des enregistrements, on prendra dans notre cas , l'exemple de l'événement sismique qui a eu lieu le 8/12/1989 dont la magnitude est de 2.5, son épicerne est localisé à 15 kilomètres du puits des capteurs avec un azimut de 249°.

Comme mentionné précédemment, l'accélérogramme à 22m a été réorienté dans le plan théorique des ondes SFT, après traitement on obtient l'histogramme donné par la (fig.6.2).

Ces évaluations préalables approchées permettront de valider les résultats numériques obtenus plus loin et d'expliquer les raisons de certaines difficultés d'interprétation des résultats.

VI.3. Calcul numérique par un modèle unidimensionnel continu.

Les faibles niveaux des magnitudes et des accélérations obtenus en surface par les 218 enregistrements laissent présager un comportement quasi élastique des sols surmontant le substratum. Par conséquent le modèle numérique à considérer est un modèle de comportement de type viscoélastique, à amortissement indépendant de la fréquence . Le module de cisaillement s'écrit sous forme complexe:

$$\bar{G} = G(1 + 2i\beta) \quad (6. 5)$$

Le spectre de Fourier de cette accélération est donné par la (fig.6.3), on constate que ce spectre est plat au delà de 100 hz.

La figure 6.2 fait clairement apparaître l'arrivée des ondes P à 5 secondes environ, et l'arrivée d'un train d'ondes plus énergétique (ondes S) vers 7 secondes. Le premier train d'ondes correspondant aux ondes P a un contenu en fréquence centré autour de 16 hz, quant au second qui est beaucoup plus énergétique a un spectre à plus large bande centré autour de 14 hz. Au delà de 8s, le signal est plus délicat à analyser, avec une multitude d'ondes diverses moins énergétiques dont le contenu en fréquence est centré autour de 6 hz et 16 hz.

Le contenu fréquentiel de l'ensemble des événements enregistrés est à peu près identique car les sources sismiques sont proches du site d'enregistrement, seul un séisme de forte magnitude serait susceptible de générer des signaux à basse fréquence, au voisinage de la fréquence propre du premier mode de vibration de la couche de sol.

Un calcul du diagramme d'Husid de l'accélérogramme considéré montre qu'entre le temps 0 s et le temps $t = 9.1$ s, 90% de l'énergie est injectée dans la couche de sol.

V1.4. Evaluation des fonctions de transfert à partir des transformées de Fourier.

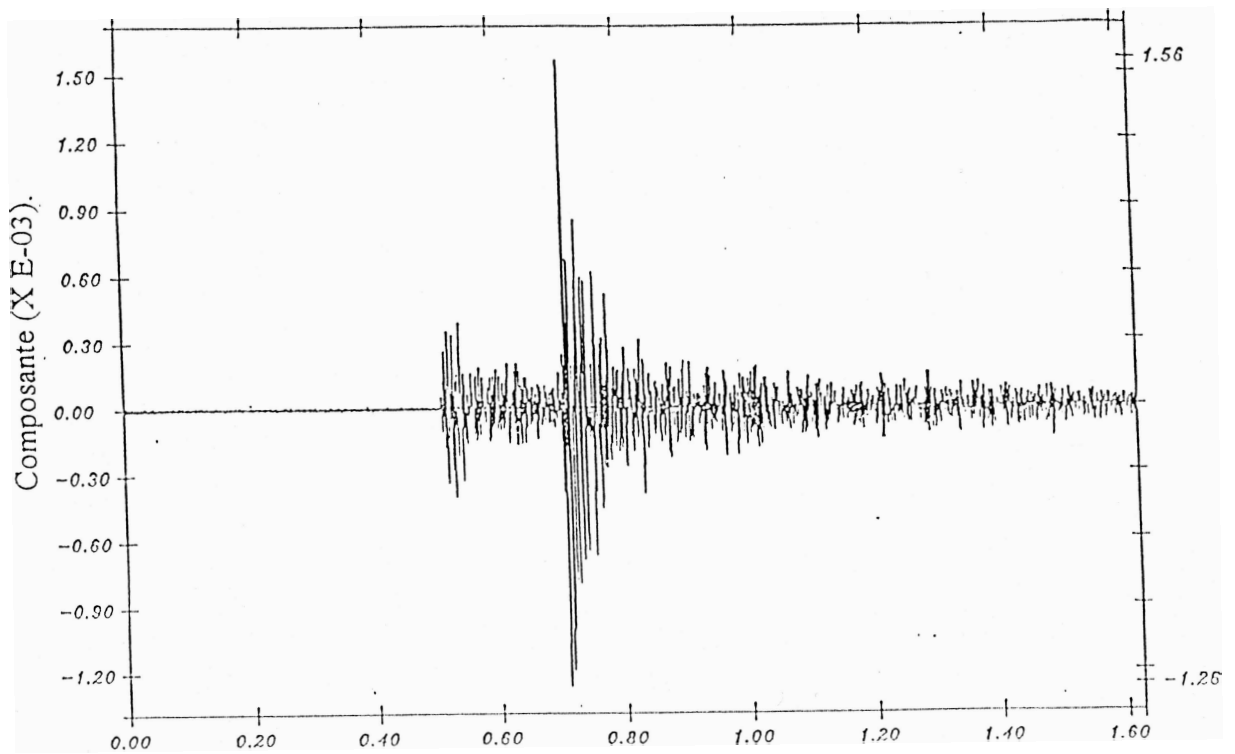
L'accélération considérée dans les calculs des fonctions de transfert est celle donnée par l'événement sismique du 8/12/1989, les caractéristiques mécanique du profil de sol utilisé sont celles données par la figure 6.2. Les fonctions de transfert sont évaluées à partir du rapport des transformées de Fourier de l'accélération calculée à la profondeur z à la transformée de Fourier de l'accélération générée au rocher situé à 22 m de profondeur.

Les fonctions de transfert calculées à partir des mouvements enregistrés et du mouvement calculé en surface sont comparées sur la figure 6.4. Les deux fonctions de transfert sont proches l'une de l'autre, faisant en particulier bien ressortir les fréquences propres de vibration de la couche de sol à 3 hz et 8.4 hz

Si l'on tient compte de l'incidence du signal sismique dans le rocher, qui pour cet événement a été évalué à 25° , la comparaison est légèrement plus favorable (figure 6.5) essentiellement au niveau des amplitudes des pics. Cependant dans la suite de l'étude, on retiendra systématiquement une incidence nulle (incidence verticale) des ondes sismiques, car la comparaison entre les figures 6.4 et 6.5 montre que le travail supplémentaire nécessité par la détermination de l'incidence n'est pas justifié dans la pratique.

De façon générale, la détermination des fonctions de transfert à partir des transformées de Fourier des événements calculé et enregistré, se heurte à des difficultés d'ordre numérique.

En effet, comme on le remarque sur la figure 6.3 l'énergie injectée au niveau des fréquences des deux premiers modes de vibration de la couche est faible, ce qui ne permet pas de faire ressortir clairement ces modes à partir des mouvements enregistrés. En ce qui concerne les



Composante (X E+01).

Fig 6.2. Accélérogramme au lit rocheux.

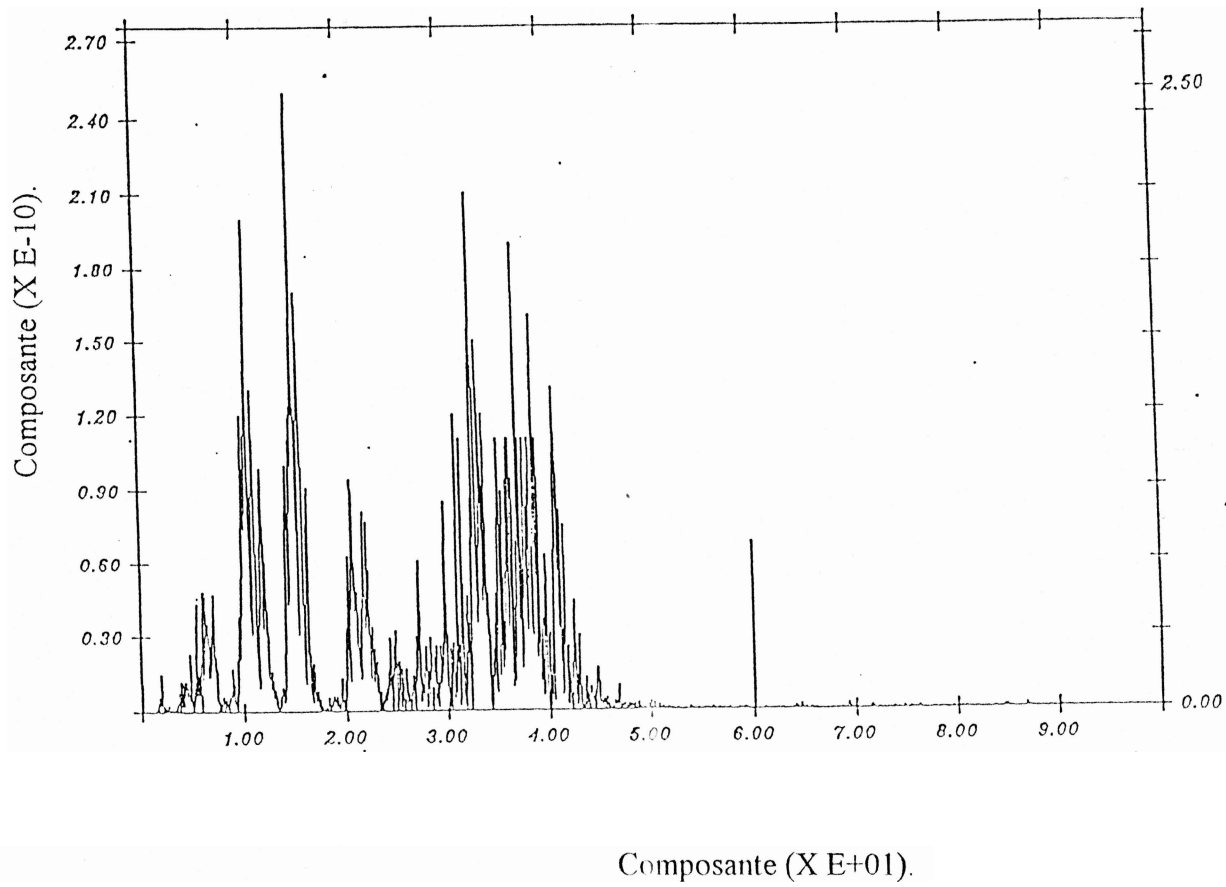
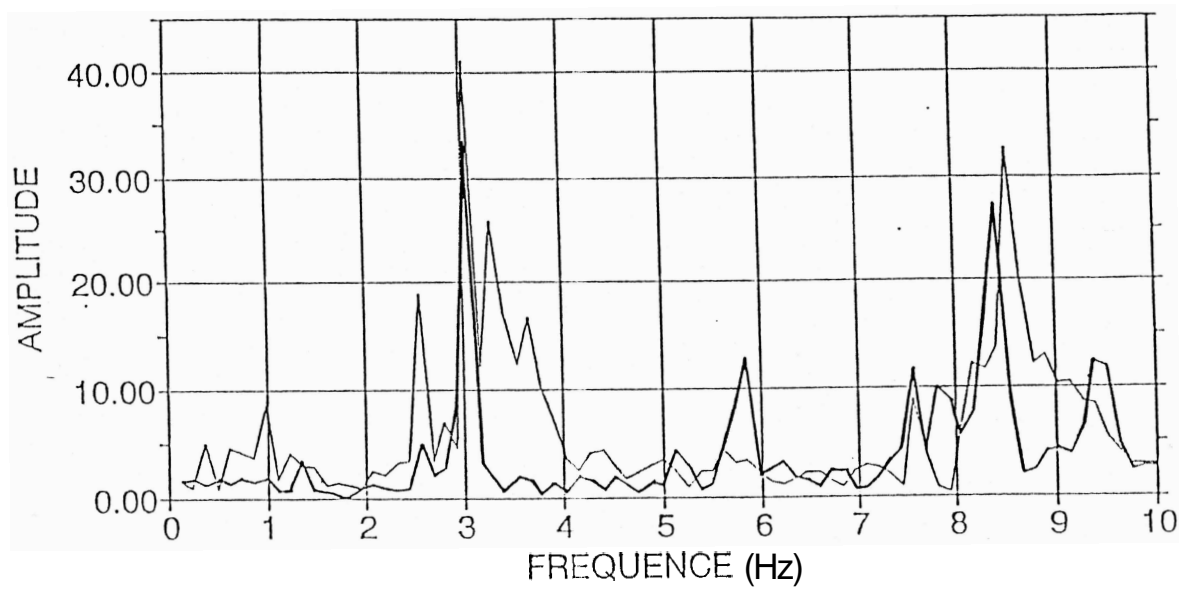
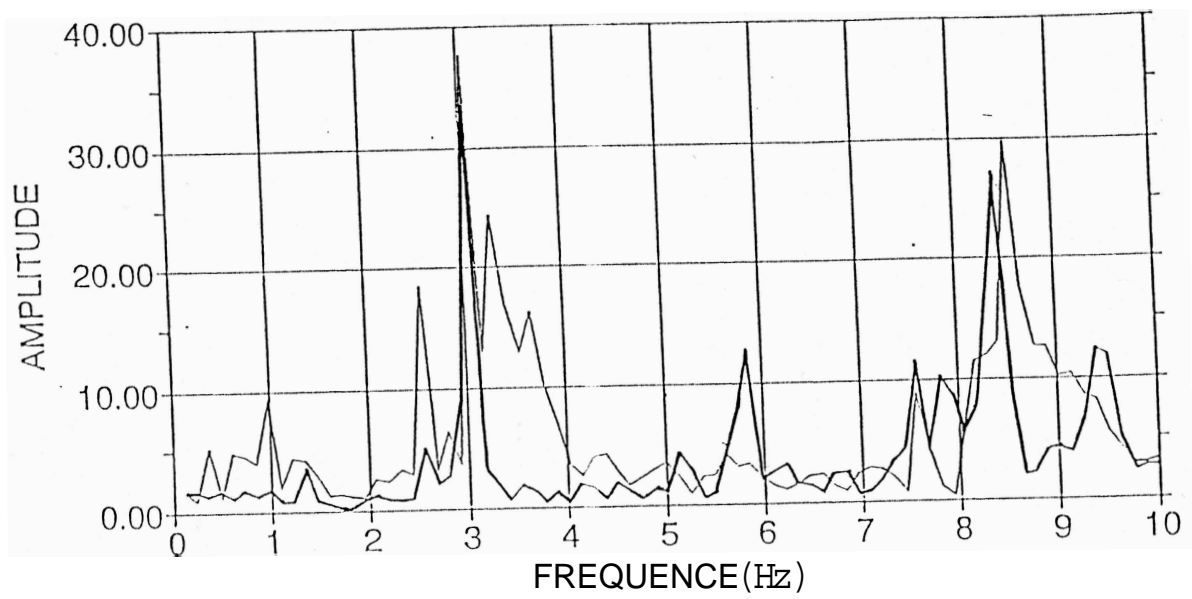


Fig 6.3. Spectre de Fourier de l'accélération



Mesure
 Calcul

Fig 6.4. Fonction d'amplification entre 0 et 22m.



— Mesure — Calcul

Fig 6.5. Fonction d'amplification entre 0 et 22m [avec une incidence de 25°].

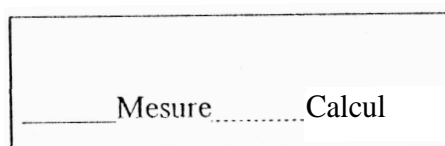
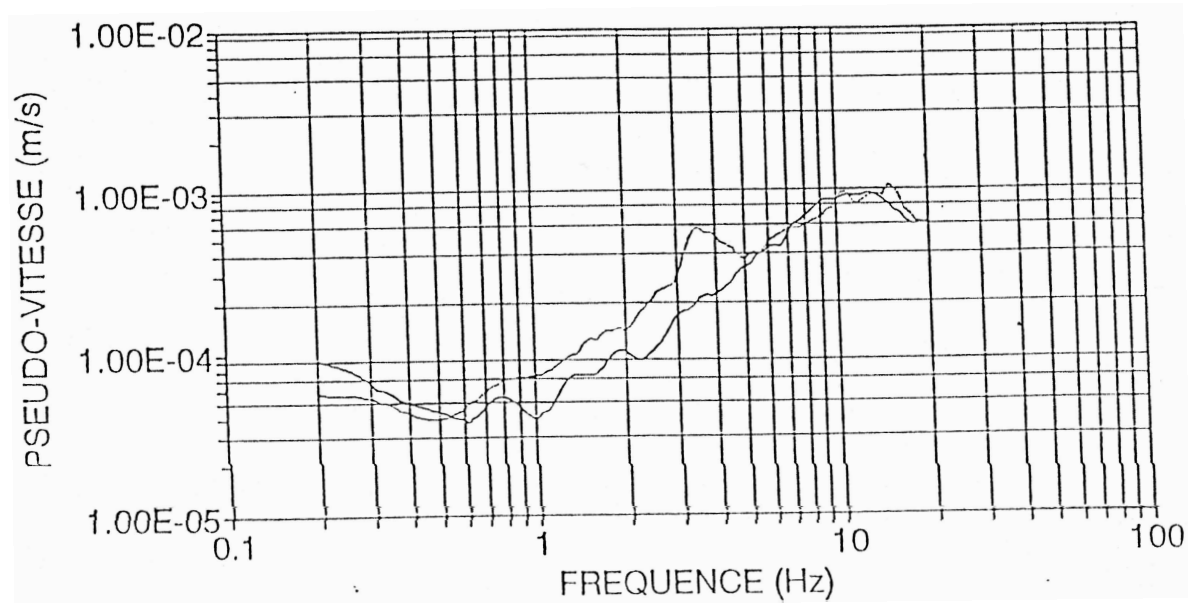


Fig 6.6. Spectre de réponse en surface.

**CONCLUSIONS
GENERALES ET
RECOMMANDATIONS**

Pour valider le modèle continu, il a été constaté que la détermination des fonctions de transfert à partir des transformées de Fourier brutes se heurtent à des instabilités d'ordre numérique dans le cas de milieux faiblement amortis, l'utilisation de cette dernière n'est donc pas un outil très adapté dans le but de valider les caractéristiques du sol, c'est le spectre de réponse d'oscillateur qui est semble être l'outil le plus adapté.

RECOMRSANDATIONS

- Etendre le cas continu traité au cas continu non linéaire, en prenant en compte une loi de comportement linéaire équivalente.
- Etendre le cas linéaire discret au cas discret avec une loi de comportement non linéaire.
- Utiliser des frontières consistantes pour réduire le maillage éléments finis, dans ce cas les calculs se feront dans le domaine fréquentiel, ainsi la matrice d'amortissement n'est plus nécessaire, elle se réduit à un coefficient en utilisant le principe de correspondance.
- Résoudre les problèmes d'interaction Sol-Structure.

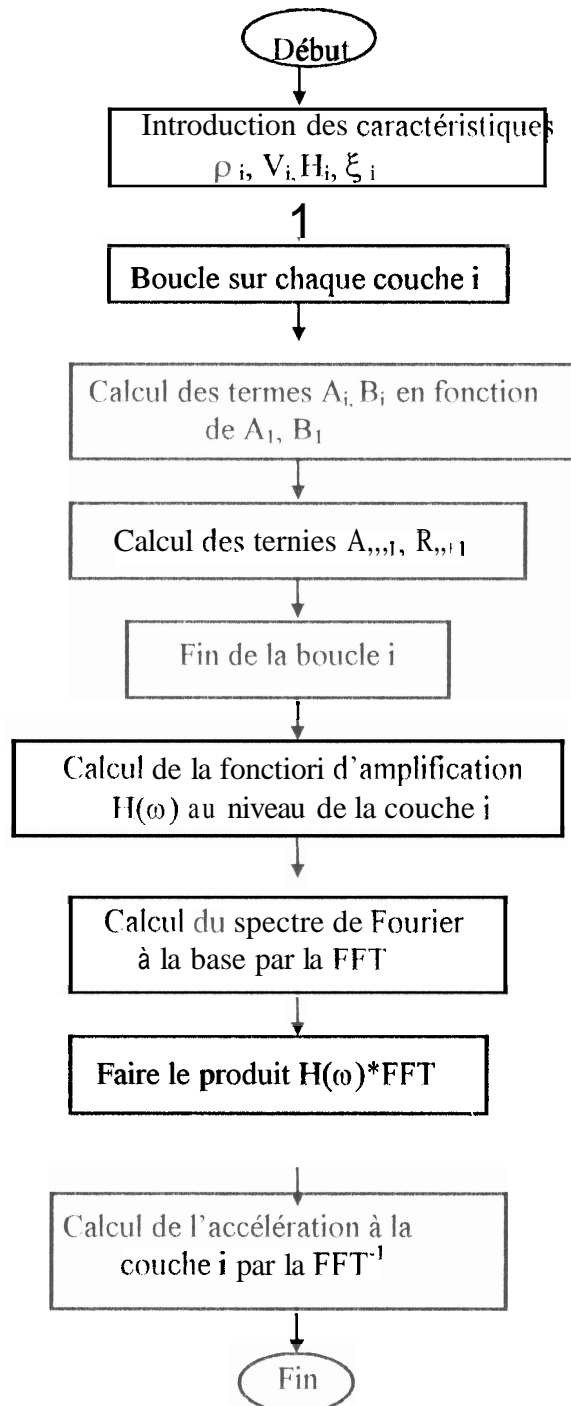
ANNEXES

ANNEXE A

EVALUATION DE LA RÉPONSE SISMIQUE POUR UN MODÈLE CONTINU UNIDIMENSIONNEL

L'organigramme qui suit permet le calcul de la fonction de transfert entre n'importe quelle couche du profil et l'affleurement rocheux, il calcule également le spectre de Fourier de la sollicitation introduite en utilisant la FFT il calcule aussi l'accélération au niveau de n'importe quelle couche en se servant de la FFT inverse

Organigramme du programme



ANNEXE B

EVALUATION DE LA REPONSE SISMIQUE POUR UN MODELE DISCRET BIDIMENSIONNEL

Algorithme de calcul de la réponse sismique.

Le milieu étant modélisé en maillage éléments finis. (Dans notre cas on utilise un élément quadrilatéral à 4 nœuds). Un algorithme de calcul de la réponse sismique de problèmes en déformations planes a été développé, il comprend les différentes étapes suivantes:

1) Introduction des données du problème en l'occurrence:

- Le nombre de noeuds total du milieu discrétisé.
- Le nombre d'éléments total utilisé.
- Les coordonnées de chaque noeud numéroté au préalable.
- Les connectivités de chaque élément.
- Le nombre de matériaux constituant le milieu.
- Le nombre de noeuds fixes.
- Les caractéristiques mécaniques du milieu, notamment le module de Young (E) et le coefficient de poisson (ν)
- Les degrés de liberté soumis à la charge sismique.
- Les conditions aux limites données par la formule (3. 34).

2) Calcul de la matrice de rigidité élémentaire:

La matrice de rigidité élémentaire donnée par la formule (3. 35) est évaluée en utilisant l'intégration numérique (3. 36) en prenant 2X2 points de Gauss.

Les matrices de déformations $[B]$ (eq^o 3. 17) et d'élasticité $[D]$ (eq^o 3, 25) ainsi que le déterminant du jacobien sont stockés dans des routines auxquelles on fait appel en cas de besoin.

3) Calcul de la matrice de masse élémentaire:

De la même façon que pour la matrice de rigidité, la matrice de masse est calculée numériquement en utilisant 2X2 points de Gauss. (eq^o 3. 38)

La matrice des fonctions d'interpolation $[N]$ (eq^o 3. 5) relatives à notre élément est stockée dans une routine à laquelle on fait également appel en cas de nécessité.

4) Formation des matrices de rigidité et de masse globales.

La routine notée « ASSEMBL » permet d'assembler toutes les matrices de rigidité et de masse élémentaires en tenant compte des connectivités de chaque élément.

5) Formation de la matrice d'amortissement:

L'équation (3. 32) nous permet d'évaluer la matrice d'amortissement de Rayleigh où α et β sont des coefficients arbitraires.

6) Lecture du nombre de points de l'accélérogramme, des valeurs de ce dernier ainsi que de son pas de temps « Δt » .

7) Formation du vecteur chargement dynamique donné par l'équation (3. 53) pour tout instant « t » et chaque degré de liberté « j ».

8) Résolution de l'équation dynamique par la méthode des différences finies centrées.

- $U(t = t_0), \dot{U}(t = t_0)$ sont connus. L'équation d'équilibre (3. 52) nous permet de calculer $\ddot{U}(t = t_0)$ pour chaque degré de liberté « j »
- La matrice de rigidité équivalente est donnée par l'équation (3. 57)
- Le vecteur second membre équivalent pour tout instant « t » et pour chaque degré de liberté « j » est évalué à partir de l'équation (3. 58)
- L'accélération et la vitesse pour tout instant « t » et pour chaque degré de liberté « j » sont données respectivement par les équations (3. 54) et (3. 55).

Pour résoudre le système équivalent (3. 56) on utilise la méthode d'élimination de Gauss [16], on obtient ainsi les déplacements pour chaque degré de liberté « j » et à tout instant « t ».

9) Résolution de l'équation dynamique par la méthode implicite de « NEWMARK »

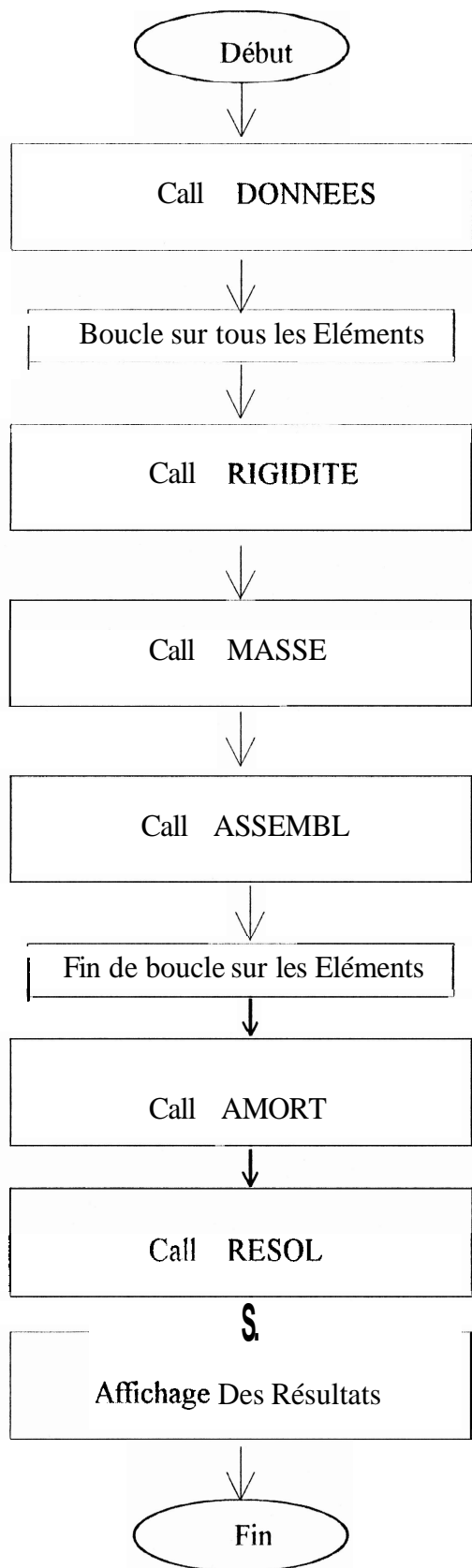
De la même façon que dans le cas d'un schéma explicite,

- étant donné que $U(t = t_0), \dot{U}(t = t_0)$ sont connus, l'équation d'équilibre (3. 52) nous permet de calculer $\ddot{U}(t = t_0)$ pour chaque degré de liberté « j ».
- La matrice de rigidité équivalente est évaluée à partir de la formule (3. 63)
- Le vecteur second membre équivalent pour tout instant « $t + \Delta t$ » et pour chaque degré de liberté « j » est évalué à partir de l'équation (3. 64)
- La vitesse et le déplacement pour tout instant « $t + \Delta t$ » et pour chaque degré de liberté « j » sont également évalués respectivement à partir des équations (3. 60) et (3. 61).

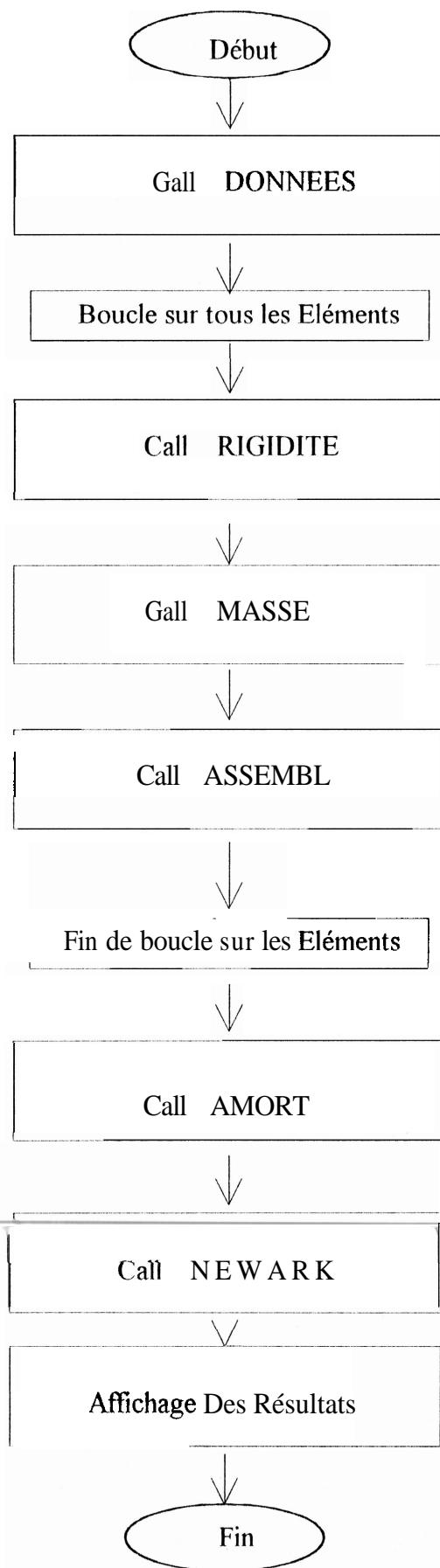
La résolution du système équivalent (3. 62) en utilisant la méthode de Cholesky [16] nous permet d'obtenir tous les déplacements pour chaque degré de liberté « j » et à tout instant « $t + \Delta t$ » .

En exploitant cet algorithme un programme de calcul de la réponse sismique écrit en langage Fortran a été développé, l'organigramme de ce dernier est donné ci dessous.

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPAL.
Résolution par la méthode des différences finies centrées



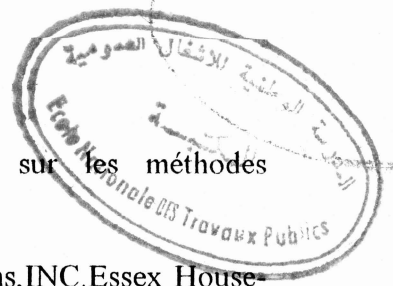
Résolution par la méthode de Newmark



BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE.

1. A. YELLES CHAUCHE. "Sismicité en Algérie et Tectonique des plaques" Algérie Équipement . Revue technique de l'école nationale des travaux publics, n° 7, janvier 1993
2. A PECKER. "Dynamique des sols". Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 1984 .
3. H. AFRA . Séminaire de dynamique des sols , C.G.S , septembre 1995 .
4. M.D. TRIFUNAC, A.G. BRADY "A Study on the duration of strong earthquake motion " . BSSA, Vol.65, n° 3, June 1975.
5. M. HADID . Identification des différents types d'ondes , Séminaire C.G.S ,1995.
6. W.H. PRESS, B.P. FLANNERY, S.A. TENKOLSKY, W.T. VETTERLING. "Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing", FORTRAN (Version), CAMBRIDGE University press, 1992 .
7. N. Kacimi, A. BENSMINA. "Contribution à la modélisation numérique de la réponse sismique d'un profil de sol multicouche". P.F.E , université de Blida ,promotion 1996 .
8. SHAKE : « A Computer Program for Earthquake Response Analysis Of Horizontally Layered Sites ». By P.B. SCHNABEL, J. LYSMER and H.B. SEED, EERC 72-12, Décembre 1972.
9. F. E. RICHART, R. D. WOODS, J. R. HALL « Vibration of Soils and Foundations » ; Prentice Hall. 1970.
10. G.DHATT,G.TOUZOT. «Une présentation de la méthode des éléments finis » Deuxième édition , Maloine S.A, Paris, 1984.
11. A. KHENNANE. « Méthode des éléments finis, Enoncé des principes de base ». Office des publications universitaires 1997.
12. M.K.BERRAH, Cours de M.E.F, Ière Année Post-Graduation .E.N.T.P 1994 -1995.
13. G.WARZEE. « Méthode des éléments finis» Presses universitaires de BRUXELLES. 3ème édition 1989-1990.
14. R.W.CLOUGH, J PENZIEN .« Dynamique des structures ».(Tome 1. Principes Fondamentaux) Copyright 1980- PLURALIS.
15. H.AFRA.Cours de D.D.S, Iere Année Post-Graduation .E.N.T.P 1994 -1995.



16. J.C VAISSIERE, J.P NOUGIER. « Programmes et exercices sur les méthodes numériques » MASSON, Paris Milan Barcelone Bonn 1991.
17. « Software User Guide For SUPERSAP » Algor Interactive Systems, INC. Essex House- L3- Essex Square- Pittsburgh, pa. 15206, June 30, 1985.
18. T. SUZUKI; M. HAKUNO. "A finite element analysis on ground amplification of irregular layers" Proceeding of the Fifth International Conference on Seismic Zonation. October 17-18-19, 1995. Nice, France, Volume 1, Ouest Editions-Presses Académiques.
19. W. SMITH. A non Reflecting Plane Boundary for Wave Propagation Problems. Jour. Comp-phys, vol 15, 1974
20. J.P. WOLF "Soil-Structure Interaction Analysis in Time Domain". Prentice Hall 1988.
21. E. KAUSEL. "Local Transmitting Boundaries". Jour. Eng. mech Vol 18 n° 6, 1988.
22. J. LYSMER, R.L. KUHLEMEYER. "Finite Dynamic Modèle for Infinite Media". Jour. Eng. mech div, ASCE, Vol. 95, 1969.
23. A. NOUR. « Simulation numérique du champ lointain dans l'interaction dynamique sol-structure par les frontières de transmission » Thèse de Magister, USTHB 1997.
24. A. PECKER. "Validation of Small Strain Properties from Recorded Weak Seismic Motions". Soil dyn and earthquake eng, Vol 14 n°6, 1995.
25. Y. AIMENE. "Investigation du phénomène de propagation d'ondes sismiques dans les vallées rectangulaires". Thèse de Magister, ENP 1998.
26. O. SAHA. "Investigation numérique de la réponse sismique déterministe et stochastique des fondations tridimensionnelles". Thèse de Magister, ENP 1997.
27. M. HADID. "Investigation numérique de la réponse sismique déterministe et stochastique des fondations bidimensionnelles". Thèse de Magister, ENP 1995.
28. V. DAVIDOVICI. "Génie Parasismique". Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, 1985.
29. J. LYSMER, T. UKADA, C.F. TSAI, H.B. SEED. "Flush. A computer program for approximate 3D analysis of soil structure. Interaction problems". Earthquake Eng, Research Centre. University of California, Berkeley, Report 75-30, 1975.
30. N. MEZOUER. "Analyse sismique par la méthode des éléments finis des structures soumises à des excitations d'appuis multiples". Thèse de Magister, ENP 1997.