

# MODELISATION DU COUPLAGE GONFLEMENT-CONSOLIDATION DES ARGILES COMPACTEES

**M. HAMAMI**

MaîtreAssistant, Chargé de cours,  
Institut des Mines, Centre Universitaire de Tébessa

**M. SID**

MaîtreAssistant, Chargé de cours,  
Institut des Mines, Centre Universitaire de Tébessa

## Résumé

La modélisation proposée, dans cet article, comporte de nombreuses originalités, notamment l'écoulement de l'eau dans un espace poral inter-agrégats avec une loi d'écoulement seuil et le couplage gonflement-consolidation. Le but de ce développement est de montrer la faisabilité d'une telle modélisation qui comportera, dans le cas d'une approximation par éléments finis, cinq variables nodales  $W1$ ,  $W2$ ,  $W3$  (déplacements),  $u$  (pression interstitielle) et  $Sr$  (degré de saturation).

**Mots clés :** argile • modélisation • gonflement • consolidation • écoulement de l'eau • darcy.

## 1 INTRODUCTION

Le gonflement est un phénomène qui intéresse plusieurs disciplines et principalement l'agriculture, les travaux au tunnelier à boue, l'ensemble des techniques de soutènement hydraulique par bentonite etc...

L'écoulement de l'eau dans les argiles est régie par deux phénomènes qui sont attachés aux mécanismes liés à l'humidification-gonflement et au drainage. Dans la phase d'humidification d'une argile, l'eau circule dans l'espace poral-agrégats par diffusion. Le mécanisme moteur de ce phénomène diffusif est la charge capillaire traduite par la remontée d'eau sous forme du pF. En revanche, dans le cas d'un drainage ou d'un écoulement forcé, l'eau circule dans l'espace poral intra-agrégats. L'élément moteur de cet écoulement est le gradient de pression ou de charge hydraulique en notant que compte tenu de l'espace poral faible pour les argiles fortement compactées, l'eau devra être décrite par un fluide de Bingham.

Modéliser le gonflement d'une argile nécessite deux étapes :

- la première étape c'est la détermination du champ du potentiel matriciel ou compte tenu d'une relation biunivoque  $Sr$  (pF) le champ du degré de saturation,
- la seconde étape, la pression de gonflement ou la déformation volumique de gonflement sera déterminée à partir du modèle rhéologique.

## 2 MODELISATION DU GONFLEMENT ET DE LA CONSOLIDATION

Nous allons examiner les différentes équations qui gouvernent la phase solide et la phase fluide et pour cela nous nous placerons dans le cadre de l'homogénéisation.

### Phase solide

La densité moyenne sèche  $\rho_s$  est définie à partir de la densité des constituants solides  $\gamma_s$  :

$$\rho_s = (1 - n) \cdot \gamma_s \quad n : \text{porosité}$$

La vitesse moyenne homogénéisée  $V_s$  est définie à partir de la vitesse des constituants solides  $U_s$  :

$$\vec{V}_s = (1-n) \cdot \vec{U}_s$$

La conservation de la masse s'écrit :

$$M_s = 0$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \cdot \vec{U}_s) = 0$$

avec  $\gamma_s = \text{cst}$  l'équation, ci-dessus, peut s'écrire :

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}_s) = 0 \quad (1)$$

### Phase fluide

la densité moyenne du fluide  $\rho_f$  est déterminée à partir de la densité de l'eau et le degré de saturation  $S_r$  :

$$\rho_f = n \cdot \gamma_f$$

avec

$$\gamma_f = S_r \cdot \gamma_w$$

La vitesse apparente du fluide homogénéisé :

$$\vec{V}_f = n \cdot \vec{U}_f$$

La conservation de la masse du fluide homogénéisé s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \vec{U}_f) = 0$$

avec  $\gamma_w = \text{cst}$  l'équation, ci-dessus, peut s'écrire :

$$\frac{\partial(n \cdot S_r)}{\partial t} + \text{div}(S_r \cdot \vec{V}_f) = 0 \quad (2)$$

La combinaison entre les équations (1) et (2) nous permet d'écrire :

$$\text{div}(S_r \cdot \vec{U}_s) + \text{div}(S_r \cdot n(\vec{U}_f - \vec{U}_s)) + n \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

La vitesse de Darcy  $V_D$  est défini par :

$$\vec{V}_D = n \cdot (\vec{U}_f - \vec{U}_s) \quad (4)$$

En introduisant (4) dans l'équation (3) on obtient :

$$\text{div}(S_r \cdot \vec{U}_s) + \text{div}(S_r \cdot \vec{V}_D) + n \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

L'élimination de  $U_s$  entre les équations (5) et (1) permet de définir l'équation de continuité :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \cdot \text{div} \vec{V}_D + \frac{\partial S_r}{\partial t} \cdot \frac{n}{S_r} \cdot (1-n) = 0 \quad (6)$$

Cette équation de continuité peut être examinée dans le cas particulier où  $V_s = 0$ . Elle peut être utilisée pour interpréter les essais de gonflement à volume constant, puisque

la vitesse de la phase solide est faible voire négligeable. Par ailleurs, une telle expression peut, par développement en série de Fourier, définir des approximations du champ de saturation et obtenir la pression de gonflement.

Examinons, maintenant, la relation de continuité (6) dans les deux cas : sol saturé et Sol non saturé.

### 2.1 Sol Saturé $S_r = 1, \partial S_r / \partial t = 0$

Dans ce cas l'équation (6) est simplifiée :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \cdot \text{div} \vec{V}_D = 0$$

ou

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \text{div} \vec{V}_D = 0$$

(7)

L'utilisation de la relation de Darcy, avec un gradient critique  $\beta_0$  nous permet d'écrire :

$$\vec{V}_D = -\frac{K}{\gamma_w} \cdot (\nabla u - i \beta_0)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{1}{\gamma_w} \cdot \text{div}(K \cdot (\nabla u - i \beta_0)) = 0 \quad (8)$$

### 2.2 Sol non saturé

L'équation de continuité (6) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \text{div} \vec{V}_D + \frac{\partial S_r}{\partial t} \cdot \frac{n}{S_r} = 0$$

Dans le cas d'un sol partiellement saturé, on utilisera la propriété de biunivocité entre la pression interstitielle ( $u$ ) et le degré de saturation ( $S_r$ ). On peut alors écrire la relation de Darcy sous la forme :

$$\vec{V}_D = -\frac{K}{\gamma_w} \cdot \nabla u \quad \text{avec} \quad \nabla u = \frac{\partial u}{\partial S_r} \cdot \nabla S_r$$

Soit

$$\vec{V} = -\frac{D}{\gamma_w} \cdot \nabla S_r \quad \text{avec} \quad D = K \cdot \frac{\partial u}{\partial S_r}$$

d'où

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{1}{\gamma_w} \cdot \text{div}(D \cdot \nabla S_r) + \frac{\partial S_r}{\partial t} \cdot \frac{n}{S_r} = 0 \quad (9)$$

### 3 HYPOTHESES PHYSIQUES NECESSAIRES

\* Pour écrire les équations d'équilibre en négligeant les termes d'inertie, on est amené, pour obtenir un nombre d'équations égal au nombre d'inconnus, à formuler certaines hypothèses.

#### 3.1 Sol saturé

Dans ce cas, on suppose que le gonflement est négligeable devant les phénomènes de surpression interstitielles. Il est à signaler que cette hypothèse est correcte pour les matériaux où il y a net découplage entre gonflement et consolidation. Les observations montrent que c'est bien le cas des argiles compactées pour lesquelles les pores sont nettement dissociés (1.5  $\mu\text{m}$  porosité inter-agrégats, 0.1  $\mu\text{m}$  porosité intra-agrégats). Compte tenu de cette remarque, on peut considérer que c'est la contrainte effective qui gouverne la déformation :

$$\{\sigma'\} = \{\sigma\} - u.\{a\}$$

En considérant les deux types de forces aux limites  $b_s$  force sur la phase solide et  $b_f$  force sur la phase fluide, ainsi que les opérateurs  $[\partial]$ ,  $\{a\}$  et le vecteur contrainte  $\{\sigma\}$  :

$$[\partial] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}, \sigma_{xy})^T$$

$$\{a\} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)^T$$

L'équation d'équilibre peut s'écrire sous la forme suivante :

$$[\partial].\{\sigma'\} + [\partial].\{a\}.u = \frac{1}{1+c}.\{b_s\} + \frac{e}{1+c}.\{b_f\} \quad (10)$$

La relation de comportement liant les contraintes effectives et la déformation a pour expression :

$$\{\sigma'\} = [C].\{\varepsilon\}$$

où

$$\{\varepsilon\} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{xy})^T$$

et

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda+2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

où  $\lambda$  est la constante de Lamé et  $G$  le module de cisaillement. Ils peuvent être exprimés en fonction de  $E$  et  $\nu$ .

$$\{\varepsilon\} = [\partial]^T.\{W\}$$

avec  $\{W\}$  le vecteur déplacement et  $[\partial]^T$  la transposée de  $[\partial]$ . L'équation (10) peut alors s'écrire :

$$[\partial].[C].[\partial]^T.\{W\} + [\partial].\{a\}.u = \frac{1}{1+c}.\{b_s\} + \frac{e}{1+c}.\{b_f\} \quad (11)$$

En utilisant l'opérateur  $\{\nabla\}^T = (\partial/\partial x \ \partial/\partial y \ \partial/\partial z)$  on peut écrire l'équation de continuité (8) sous la forme :

$$\{\nabla\}.\frac{\partial}{\partial t}.\{W\} - \frac{1}{\gamma_w}.\{\nabla\}^T.[K].(\{\nabla\}.u - \{a\}.\beta_0) = 0 \quad (12)$$

avec

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix}$$

$[K]$  étant la matrice perméabilité

#### 3.2 Sol non saturé

Dans ce cas, compte tenu du découplage postulé, la pression interstitielle dans l'espace poral inter-agrégats peut être considérée comme négligeable et dans ce cas  $u = 0$ . La pression interstitielle va être remplacée par le degré de saturation et la relation de comportement, liant les contraintes, les déformations et le degré de saturation, s'écrit :

$$\{\sigma'\} = [c].\{\varepsilon\} - [C].\{a\}.S_r.\beta_0$$

On peut alors écrire l'équation d'équilibre :

$$[\partial].[C].[\partial]^T.\{W\} - \beta_0.[\partial].[C].\{a\}.S_r = \frac{1}{1+c}.\{b_s\} \quad (13)$$

L'équation de continuité (9), en utilisant l'opérateur  $\nabla$ , peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \{\nabla\}^T \cdot \frac{\partial}{\partial t} \{W\} - \frac{1}{\gamma_w} \cdot \{\nabla\}^T \cdot [D] \cdot \{\nabla\} \cdot S_r \\ + \frac{n}{S_r} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

L'utilisation d'une telle modélisation dans une simulation numérique par la méthode des éléments finis, ne va pas sans poser certains problèmes. En effet, si l'on veut passer d'une phase d'humidification avec un matériau partiellement saturé gonflant à une phase de consolidation sur un sol saturé, on est contraint de changer de modélisation. Etant par ailleurs dans un problème de champ, ce qui implique que certaines parties du domaine sont dans la phase de gonflement alors que d'autres sont en phase de consolidation, c'est une situation qui risque de se produire surtout dans le cas d'utilisation de l'argile comme une barrière étanche. Ainsi la formulation proposée n'est pas utilisable numériquement et il convient donc de proposer une formulation globale permettant de passer de l'humidification à la consolidation. Il faut aussi signaler le manque de référence sur ce sujet, hormis des études expérimentales sur les sols partiellement saturés et les modélisations numériques sur les écoulements en milieu non saturé. Profitant de l'expérience acquise sur la première modélisation, nous avons repris la formulation pour l'étendre au cas général.

#### 4 MODELISATION GLOBALE DU GONFLEMENT ET DE LA CONSOLIDATION

Deux types d'écoulements (Figure 1) pouvaient prendre naissance dans les argiles compactées :

- l'un lié à l'espace poral inter-agrégats et pouvant être par darcy avec seuil,
- l'autre attaché à l'espace poral intra-agrégats et pouvant être décrit par une relation de diffusion.

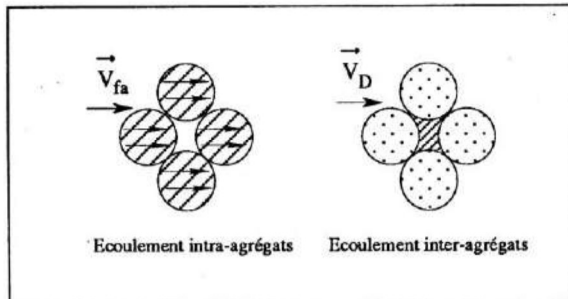


Figure 1 : Schématisation des deux types d'écoulements dans une argile.

#### 4.1 Equation de Continuité

Nous allons utiliser les mêmes techniques d'homogénéisation que dans les paragraphes précédents.

**Phase solide :**

Nous retrouvons la relation (1) :

**Phase fluide:**

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}((1-n) \cdot \vec{U}_s) = 0 \quad (1)$$

On peut considérer que dans l'équation de conservation de la masse fluide, il nous faut rajouter la contribution de la vitesse d'écoulement de l'eau intra-agrégats, soit :

$$\frac{\partial(n \cdot S_r)}{\partial t} + \text{div}(S_r \cdot \vec{V}_f + S_r \cdot \vec{V}_{fa}) = 0 \quad (15)$$

avec  $V_{fa}$  vitesse d'écoulement dans la phase intra-agrégats. En éliminant  $n$  entre les équations (1) et (15) on obtient :

$$\begin{aligned} \text{div}(S_r \cdot n \cdot (\vec{U}_f - \vec{U}_s)) + \text{div}(S_r \cdot \vec{U}_s) + \\ \text{div}(S_r \cdot \vec{V}_{fa}) + n \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

En utilisant la relation de Darcy  $V_D = n \cdot (U_f - U_s)$  et en injectant l'expression de  $V_s$  obtenu dans (1), l'équation (16) deviendra :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \cdot (\text{div}(\vec{V}_D) + \text{div}(\vec{V}_{fa}) + \frac{\partial S_r}{\partial t} \cdot \frac{n}{S_r}) = 0$$

ou

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}_D) + \text{div}(\vec{V}_{fa}) + \frac{\partial S_r}{\partial t} \cdot \frac{n}{S_r} = 0 \quad (17)$$

Rappelons que les vitesses d'écoulements de l'eau inter-agrégats et intra-agrégats sont définies par :

En utilisant l'opérateur  $\{\nabla\}$ , le vecteur déplacement

$$\vec{V}_D = -\frac{K}{\gamma_w} \cdot (\nabla \vec{u} - i \beta_0) \quad \text{et} \quad \vec{V}_{fa} = -\frac{D}{\gamma_w} \cdot \nabla S_r$$

$\{W\}$  et les vitesses d'écoulement on peut écrire l'équation de continuité (17) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \{\nabla\}^T \frac{\partial}{\partial t} \{W\} - \frac{1}{\gamma_w} \{\nabla\}^T \cdot [K] \cdot (\{\nabla\} \cdot u - \{a\} \beta_0) \\ & - \frac{1}{\gamma_w} \{\nabla\}^T [D] \cdot \{\nabla\} \cdot S_r - \frac{n}{S_r} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

#### 4.2 Equation d'équilibre

L'équation d'équilibre s'écrit sous la forme générale en négligeant les phénomènes d'inertie :

$$[\partial] \cdot \{\sigma\} = \frac{1}{1+e} \cdot \{b_s\} + \frac{c}{1+e} \cdot \{b_r\} \quad (19)$$

En considérant par ailleurs que le concept des contraintes effectives est toujours applicable :

$$\{\sigma'\} = \{\sigma\} - u \cdot \{a\} \quad (20)$$

En revanche aux contraintes effectives, il convient de prendre en compte la contribution du gonflement volumique du matériau :

$$\{\sigma'\} = [\dot{C}] \cdot \{\varepsilon\} - [C] \cdot \{a\} S_r \cdot \beta_0 \quad (21)$$

En remplaçant les équations (21), (20), dans (19), l'équation d'équilibre peut s'écrire :

$$\begin{aligned} & [\partial] \cdot [C] \cdot [\partial]^T \cdot \{W\} - \beta_0 \cdot [\partial] \cdot [C] \cdot \{a\} S_r \\ & + [\partial] \cdot \{a\} \cdot u = \frac{1}{1+e} \cdot \{b_s\} + \frac{c}{1+e} \cdot \{b_r\} \end{aligned} \quad (22)$$

#### 5 CONCLUSION

La construction d'une telle formulation globale de gonflement-consolidation est un travail substantiel res-

tant à faire pour l'intégrer dans un code de calcul par élément finis. Il est à noter aussi que cette formulation devra être étendue à une formulation incrémentale pour tenir compte du comportement élasto-plastique de l'argile. Ceci nous semble que ce sera le point de passage obligé pour dimensionner correctement les ouvrages utilisant les argiles comme une barrière étanche.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Angulo & J.P Gaudet : "Hydrodynamique des sols partiellement saturés". G.R.E.C.O, pp. 218-226, 1987.
- [2] J. Biarez, J.M Fleureau & M.I. Zerhouni : "Variation de volumes des sols argileux lors des cycles de drainage-humidification". Revue Franç. Geotech. n°41, pp.64-69, 1988.
- [3] J. Biarez & P. Hicher : "Simplified hypotheses on mechanical properties equally applicable to sands and clay". Workshop NFS-CNRS, Cleveland.
- [4] BU-Xuan Wang & Zao Hong Fang : "Water absorption and measurement of the mass diffusivity in porous media". Int. Jor. Heat Mass Trans., Vol 31 n°2, pp.251-257, 1987.
- [5] P. Delage & T. Vicol : "Compressibilité et perméabilité du limon de Jossigny". G.R.E.C.O, pp.227-240, 1987.
- [6] M. Hamami : "Contribution à l'étude hydro-mécanique des argiles compactées. Application au stockage des déchets nucléaires". Thèse de D.E.A, Ecole Supérieure d'Energies et de Matériaux, Orléans, France, 1988.
- [7] G. Kassif & A. Ben-Shalom : "Experimental relationship between suction and swell potential". Geotech., London, Vol. 21 n°3, pp.245-255, 1971
- [8] J. Paceveau : "Etude microscopique et macroscopique du gonflement des argiles". Thèse de Doctorat, Grenoble France, 1980.