



MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Matériaux et Structures

Analyse tridimensionnelle par élément finis des structures de chaussée reposant sur des sols supports de rigidités spatialement variables

Préparé par

Ali Haimoud Chouaib Yassine

Ingénieur d'état en Génie Civil Diplômé de l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP)

Soutenu publiquement le : 01/07/2015 devant le Jury composé de :

Président :	M. BENSAIBI	Professeur	ENSTP
Directeur de mémoire :	B. TILIOUINE	Professeur	ENP
Examineur :	M. HAMMOUTENE	Professeur	ENP
Examineur :	M. HADID	Professeur	ENSTP
Examineur :	M. TAKI	MCA	ENSTP

Année universitaire 2014/2015

ملخص :

في هذه المذكرة تم اقتراح طريقة قائمة على طرق احصائية من نوع Monte-Carlo مهجنة مع نموذج Burrmister للأوساط المتجانسة المتعددة الطبقات ثم مع نموذج عناصر محدودة ثلاثية الأبعاد من أجل ايضاح تأثير تقلب صلابة الأرض في توقع مدة حياة الطريق. هذه الطريقة تسمح من أجل احتمال انهيار معين مسبقا توقع مدة الحياة التعرجية للطريق وفقا لأي قانون تصميم من النمط الميكانيكي التجريبي. وأخيرا هذه الطريقة تسمح بتوقع احتمال خطر الانهيار التعرجي لطرق في الخدمة .

كلمات البحث : أرضيات الطرقات ، عناصر محدودة ثلاثية الأبعاد ، التباين المكاني ، الصلابة .

Résumé :

Dans ce mémoire on propose une méthodologie basée sur la simulation statistique de type Monte-Carlo combinée avec un modèle de Burmister multicouches puis un modèle d'élément finis tri dimensionnel dans le but d'illustrer l'effet de la variabilité de la rigidité du sol sur l'estimation de la durée de vie de la chaussée. Cette méthodologie permet d'estimer à une probabilité donnée (un facteur de risque vis-à-vis de l'orniérage), la durée de vie d'orniérage de la chaussée selon des fonctions de performance données (paramétrable à n'importe quel code de démarche mécanistique-empirique)., enfin, cette méthodologie permet aussi d'estimer le risque d'orniérage pour les chaussées déjà en service.

Mots clés : Chaussées, sols support, éléments finis 3d, variabilité spatiale, durée de vie d'orniérage.

Abstract :

In this work , we proposed a methodology based on Monte-Carlo simulations combined with a Burmister layered model then with a 3 dimensional finite elements model in order to quantify the effect of the soil stiffness variability in the pavement life time estimation . this methodology permit to estimate, with a given failure probability (risk factor against rutting), the pavement rutting lifetime according a chosen distress model functions (which is customizable to every design mechanistic-empirical code)

Finally this methodology permits also the estimation of the rutting risk of existing pavement.

Keywords : pavements, subgrades, 3d finite elements , spatial variability, rutting lifetime

Remerciements

Je remercie mon directeur de mémoire Mr. B. TILIOUINE, Professeur à l'ENP et Directeur du Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique de Structures (LGSDS), pour l'attention qu'il a porté à ce travail. Ses orientations et conseils m'ont soutenu tout au long la durée de ce travail.

Mes remerciements s'adressent à Mr M. BENSAIBI, Professeur et directeur de l'ENSTP, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance.

Je remercie également Mr M. HAMMOUTENE Professeur à l'ENP, Mr M. HADID Professeur à l'ENSTP, Mr M. TAKI Maître de conférences A à l'ENSTP pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu manifester à l'égard de ce travail, en acceptant d'examiner ce mémoire de magister et de faire partie du jury.

Je remercie toute personne qui a contribué à l'élaboration de ce travail.

شكر خاص خالص لكل من بن سلامة بوعلام و علي بن عاشور على الدعم المادي و
المعنوي طيلة مدة إنجاز هذه المذكرة.

Introduction générale	1
Objectif du travail	2
Plan général	3
Chapitre 1 : Généralités sur les chaussées et de dimensionnement	5
1.1 Introduction.....	5
1.2 Définition et composition.....	5
1.3 les types de structures des chaussées.....	6
1.4 les modes de dégradation des chaussées.....	9
1.4.1 Les dégradations de déformation	9
1.4.2 Les dégradations par fissures.....	11
1.5 Facteurs influençant les chaussées souples.....	11
1.5.1 Matériaux.....	11
1.5.2 Climat.....	12
1.5.3 Le trafic.....	12
1.6 Méthodes de dimensionnement des structures de chaussées.....	13
1.6.1 L'approche empirique.....	13
1.6.2 Méthodes purement mécanistiques.....	14
1.6.3 Méthodes mécanistiques-empiriques.....	16
Modèle de charge.....	18
Modèle de Calcul.....	18
Les Modèles d'élément finis.....	20
Réponses critiques pour Chaussées Flexibles et Prédiction de vie.....	21
Chapitre 2 : Généralités sur les notions de statistique utilisée	25
2.1 Introduction.....	25
2.2 Chaussées et variabilités.....	25
2.3 Définitions de base.....	26
2.4 Fonction de densité et fonction de répartition.....	27
2.4.1 Loi de probabilité Empirique.....	27
2.4.2 Lois de probabilité théoriques usuels.....	28
2.5 L'estimation statistique.....	33
2.5.1 Qualités d'un estimateur.....	34
2.5.2 Estimateurs Connus.....	34
2.6 les tests d'hypothèses utilisés.....	36
2.7 La méthode Monte-Carlo.....	38
Chapitre 3 : Description générale de la méthode des éléments finis	43
3.1 Introduction.....	43
3.2 Les grandes lignes de la méthode des éléments finis.....	43
3.3 Les équations gouvernant le comportement d'un corps élastique.....	45
3.4 Formulation variationnelle du problème.....	48
3.5 Discrétisation du problème.....	49
Chapitre 4 : Traitement statistique des variables d'entrée	52
4.1 Introduction.....	52
4.2 La rigidité du sol support.....	52
4.3 Les tests pour la détermination de la distribution la plus adéquat pour les rigidités des sols support.....	53
4.4 Estimation des caractéristiques statistiques des rigidités des sols.....	55

Chapitre 05 : Etude statistique de l'effet de la variabilité de rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée souple.....	62
5.1 Introduction.....	62
5.2 Démarche suivie.....	62
5.3 Nombre des simulations.....	64
5.4 Effets de la variabilité de rigidité du sol support sur la réponse et la durée de vie d'une structure de chaussée souple.....	67
5.5 Traitement statistique des résultats.....	74
Chapitre 06 : Etude de l'effet de la variabilité spatiale de rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée souple.....	76
6.1 Introduction.....	76
6.2 Validation du modèle d'éléments finis.....	76
6.3 Démarche suivie.....	78
6.4 Nombre des simulations.....	81
6.5 Effets de la variabilité spatiale de rigidité du sol support sur la réponse et la durée de vie d'une structure de chaussée souple.....	84
6.6 Traitement statistique des résultats.....	94
6.7 Calcul des risques sur les durées de vie d'orniérage d'une chaussée.....	95
Conclusions générales	98
Perspectives et travaux futures.....	100
Références	102
Annexes (Résultat d'ajustement des modules d'élasticité aux lois).....	105

Liste des Figures :

Figure 1.1 : Coupe type d'une structure de chaussée.....	6
Figure 1.2 : Coupe d'une structure de chaussée souple.....	7
Figure 1.3 : Coupe d'une structure de chaussée bitumineuse épaisse.....	7
Figure 1.4 : Coupe d'une structure de chaussée à assise traitée aux liants hydrauliques..	8
Figure 1.5 : Coupe d'une structure de chaussée mixte.....	8
Figure 1.6 : Coupe d'une structure de chaussée inverse.....	9
Figure 1.7 : Exemple de chaussée atteinte d'orniérage.....	10
Figure 1.8 : Types d'ornières dans une chaussée bitumineuse.....	11
Figure 1.9 : Exemple de chaussée atteinte la fissuration par fatigue du béton bitumineux....	11
Figure 1.10 : Schéma de la méthode mécanistique pure (incrémental).....	16
Figure 1.11 : Schéma de la méthode mécanistique-empirique.....	18
Figure 1.12 : les réponses critiques pour une structure de chaussée.....	22
Figure 2.1 : fonction de densité et de répartition de probabilité d'une variable aléatoire uniforme.....	29
Figure 2.2 : fonction de densité et de répartition de probabilité d'une variable aléatoire normale.....	31
Figure 2.3 : fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire log-normale.....	32
Figure 2.4 : Méthode de transformation inverse.....	42
Figure 3.1 : Contraintes agissantes sur un corps infinitésimal	46
Figure 3.1 : élément finis utilisé.....	49
Figure 4.1 : Comparaison des P-valeurs à la loi normale et la loi log-normale pour les 6 sites.....	55
Figure 4.2 : Comparaison du coefficient d'ajustement à la loi normale et la loi log-normale pour les 6 sites.....	58
Figure 4.3 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des donné à la loi normale de paramètre estimé par M.VS et R.NL	60
Figure 4.4 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des donné à la loi log-normale de paramètre estimé par M.VS et R.NL.....	60
Figure 4.5 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des donné à la loi normale et à la loi log-normale de paramètre estimé par R.NL	61
Figure 5.1 Courbe de convergence de la moyenne des déformations max du sol support	65
Figure 5.2 Courbe de convergence de la écart-types des déformations max du sol support ...	65
Figure 5.3 Courbe de convergence de la moyenne des déformations max a la couche du béton bitumineux.....	66

Figure 5.4	<i>Courbe de convergence de l'écart-type des déformations max à la couche du béton.....</i>	66
Figure 5.5	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=45%.....</i>	68
Figure 5.6	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%.....</i>	68
Figure 5.7	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=15%.....</i>	69
Figure 5.8	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=45%.....</i>	69
Figure 5.9	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%.....</i>	70
Figure 5.10	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=15%.....</i>	70
Figure 5.11	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=45%.....</i>	71
Figure 5.12	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%.....</i>	72
Figure 5.13	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=15%.....</i>	72
Figure 5.14	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=45%.....</i>	73
Figure 5.15	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%.....</i>	73
Figure 5.16	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=15%.....</i>	74
Figure 6.1	<i>Vue globale et détaillé du maillage d'éléments finis choisi pour les simulations... </i>	78
Figure 6.2	<i>Illustration des structures analysées dans chaque simulation Monte-Carlo ... </i>	80
Figure 6.3	<i>Courbe de convergence des moyennes et des écart-types des déformations max du sol support.....</i>	82
Figure 6.4	<i>Courbe de convergence des moyennes et des écart-types des déformations max de la couche de BB.....</i>	83
Figure 6.5	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%....</i>	84
Figure 6.6	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé</i>	

	<i>avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%....</i>	85
Figure 6.7	<i>Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%....</i>	85
Figure 6.8	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%....</i>	86
Figure 6.9	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%....</i>	86
Figure 6.10	<i>Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%....</i>	87
Figure 6. 11	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%....</i>	88
Figure 6.12	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%....</i>	89
Figure 6.13	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%....</i>	89
Figure 6.14	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%....</i>	90
Figure 6.15	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%....</i>	90
Figure 6.16	<i>Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%....</i>	91
Figure 6.17	<i>comparaison des moyennes des déformations de compression max du sol support calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support</i>	92
Figure 6.18	<i>comparaison des coefficients de variation des déformations de compression max du sol support calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support.....</i>	93
Figure 6.19	<i>Comparaison des Moyennes des durées de vie selon le catalogue calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support.....</i>	93
Figure 6.20	<i>Comparaison des coefficients de variation des durées de vie selon le catalogue calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support.....</i>	94
Figure 6.21	<i>Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 15%.....</i>	96
Figure 6.22	<i>Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 30%.....</i>	96
Figure 6.23	<i>Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 45%.....</i>	97

Liste des Tableaux :

Tableau 1.1 <i>résumé des modèle de calcul analytique</i>	20
Tableau 2.1 <i>Résumé de variabilité dans les paramètres d'entrée de dimensionnement</i>	26
Tableau 4.1 <i>Modules d'élasticités mesurées des 6 sites</i>	52
Tableau 4.2 <i>Classification des sites selon le catalogue algérien de dimensionnement des chaussées neuves</i>	53
Tableau 4.3 <i>Classification en moyenne des sites selon le catalogue algérien de dimensionnement des chaussées neuves</i>	53
Tableau 4.4 <i>résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk des rigidités des sols support pour les 6 sites</i>	54
Tableau 4.5 <i>résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk des logarithme des rigidités des sols support pour les 6 sites</i>	54
Tableau 4.6 <i>Formule des estimateurs maximum vraisemblance pour la loi normale et log-normale</i>	56
Tableau 4.7 <i>paramètres des distributions normale et log-normale selon MVS des rigidités des sites</i>	56
Tableau 4.8 <i>paramètres de la loi normale estimé par régressions non-linéaire des diffèrent sites</i>	57
Tableau 4.9 <i>paramètres de la loi log-normale estimé par régressions non-linéaire des différents sites</i>	57
Tableau 4.10 <i>P-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données (rigidité de site) a une loi normale de paramètres estimés par M.VS et R.NL</i>	59
Tableau 4.11 <i>P-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données (rigidité de site) a une loi log-normale de paramètres estimés par M.VS et R.NL</i>	59
Tableau 5.1 <i>Structure de chaussée type</i>	64
Tableau 5.2 <i>Structure de chaussée type</i>	67
Tableau 5.3 <i>réponse déterministe de la structure de chaussée</i>	67
Tableau 5.4 <i>réponse (en termes de déformations) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité suivant une loi log-normal</i>	71
Tableau 5.5 <i>réponse (en nombre d'E.S.E calculé selon le catalogue et AI) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité suivant une loi log-normal</i>	74
Tableau 5.6 <i>résultats d'ajustement des réponses (déformations et durée de vie) à la distribution normale et log-normale</i>	75

Tableau 6.1 résultats de validation du modèle d'élément finis.....	78
Tableau 6.2 réponse (en termes de déformations) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité spatialement variable suivant une loi log-normal.....	87
Tableau 6.3 réponse (en nombre d'E.S.E calculé selon le catalogue et AI) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité spatialement variable suivant une loi log-normal	91
Tableau 6.4 résultats d'ajustement des réponses (déformations et durée de vie) des chaussées reposants sur des sols support de rigidité spatialement variable à la distribution normale et log-normale.....	95

Introduction générale :

Le développement des infrastructures routières revêt un caractère économique et stratégique important. En Algérie, le réseau national, à l'instar de nombreux réseaux routiers dans le monde, est constitué principalement de structures de chaussées souples.

Des statistiques récentes révèlent que pratiquement seule la moitié du réseau routier national revêtu présente un état relativement satisfaisant. La nécessité de remédier aux insuffisances structurelles de ce réseau d'une part, et l'importance de la route en tant que mode de transport dominant d'autre part, soulignent le degré d'urgence qu'il convient d'accorder au développement des méthodes modernes de caractérisation des matériaux locaux et d'analyse du comportement des structures de chaussées [1].

Après quelques années de la fin du projet national de construction de l'autoroute est-ouest en Algérie, plusieurs tronçons n'étaient pas serviables que pour une durée qui ne dépasse pas la moitié de leurs durées de vie prédites par les maîtres d'ouvrages. Des experts retournent ça à la non-conformité des réalisations aux normes nationales (y compris le catalogue Algérien de dimensionnement des chaussées neuves), mais le grand nombre des tronçons défectueux permet de dire que la non-conformité des travaux aux normes n'est pas la seule cause, mais aussi le dimensionnement fait par les bureaux d'études conformément au catalogue et la prédiction des durées de vie n'était pas suffisamment exacte.

Les méthodes de dimensionnement peuvent être classées en 3 catégories :

- Méthodes de dimensionnement purement empiriques.
- Méthodes de dimensionnement purement mécanistiques (incrémentales).
- Méthodes de dimensionnement mécanistique-empiriques.

Le catalogue Algérien de dimensionnement des chaussées neuves utilise la méthode de dimensionnement mécanistiques empiriques [2]. Comme les modèles de calcul proposés par le catalogue Algérien sont suffisamment exacts, l'erreur ne peut agir pratiquement que dans l'estimation des paramètres de dimensionnement (inputs) ou dans les équations permettant de calculer les critères de dimensionnement limites.

Les paramètres d'entrée au modèle sont :

- Les épaisseurs des couches que sont technologiquement plus en plus maîtrisées.

- Le trafic ; qu'avec des enquête périodique est raisonnablement estimé à une variabilité prés
- Les valeurs liées à la rigidité des matériaux constituant la structure de la chaussée. [3]

Les paramètres expriment la rigidité des couches sont les modules d'élasticité (de Young E) et les coefficients de Poisson des couche. Comme les coefficients de Poisson sont très peut influençant à la réponse mécanique de la structure de chaussées (sauf si ils sont proches des valeurs présentant des singularités, ce que n'est pas le cas avec les matériaux de construction des chaussées), l'attention va systématiquement aux module d'élasticité (ou de rigidité) des matériaux constituent la structure de chaussées.

Les Matériaux de construction des chaussées peuvent être divisés en matériaux traités et des matériaux non-traités. Les matériaux traités que soit en bitume comme le béton bitumineux, les graves bitumes, les sables-bitumes ... ou traités avec liants hydrauliques tel que le béton de ciment et les graves ciment, ont des rigidités et des caractéristiques presque parfaitement contrôlées et surtout avec l'avancement des méthodes de formulation des bétons.

Par contre, les matériaux non-traités comme les graves non-traités et sols naturels constituent une contrainte pour les maitres d'ouvrages qu'on ne peut pas contrôler ni même de caractériser ou d'estimer d'une manière suffisamment exacte, et alors l'estimation des durées de vie des chaussées construites sur ces matériaux.

Objectif du Travail :

Comme expliqué précédemment, les sols supports des chaussées sont considérées comme des contraintes de site, qu'on ne peut pas choisir. L'influence de la valeur de rigidité du sol support sur la durée de vie de la chaussée est apparente dans n'importe quel modèle mécanique de chaussée (voir par exemple les équations d'Odemark pour system tri-couches [4]).

La variabilité spatiale de la rigidité des sols support est un caractère presque naturel et prend des valeurs d'écart allant jusqu' 20-45% de la moyenne,[5] ce qui est statistiquement très grand.

Cette grande variabilité du module d'élasticité du sol support, et sa grande influence sur les critères de dimensionnement, vont engendrer des grandes dispersions dans l'estimation de la durée de vie d'une chaussée souple, ce qui rend très nécessaire de

faire une étude statistique pour la prise en compte de cette variabilité de la rigidité du sol support.

Dans ce mémoire on propose une méthodologie basée sur la simulation statistique de type Monte-Carlo combinée avec un modèle de Burmister multicouches, puis un modèle d'éléments finis tri dimensionnel dans le but de :

- 1- Illustrer l'effet de la variabilité de la rigidité du sol sur l'estimation de la durée de vie de la chaussée.
- 2- Décrire une méthodologie à suivre qui permet d'estimer à une probabilité donnée (un facteur de risque vis-à-vis l'orniérage) la durée de vie d'orniérage de la chaussée selon des fonctions performance donnée (paramétrable à n'importe quel code de démarche mécanistique-empirique).
- 3- Cette méthodologie permet aussi d'estimer le risque d'orniérage pour les chaussées déjà en service.

Plan Général :

Pour permettre la présentation du travail, ce mémoire est divisé en 2 parties contenant 6 chapitres et une conclusion générale.

La 1^{ère} partie constitue une revue bibliographique, et contient un bagage théorique qui serait nécessaire pour la 2^{ème} partie, le 1^{er} chapitre contient des notions générales sur les chaussées comme il présente leurs différentes méthodes de dimensionnement et particulièrement la méthode de dimensionnement mécanistique-empiriques utilisée par plusieurs codes internationaux (notamment le catalogue algérien de dimensionnement des chaussées neuves). Le 2^{ème} chapitre présente tous les notions de la statistiques utilisés par la suite (calcul de probabilité, les lois de distribution (normal et log-normal ...), estimation (inférence), test d'hypothèses, simulations statistiques de Monte-Carlo). Le chapitre 3 est consacré à la présentation de la méthode des éléments finis.

Dans la 2^{ème} partie, les méthodes déjà exposées sont combinées pour obtenir les résultats visés dans l'objectif. Dans le chapitre 4 on expose la méthode et les résultats de traitements de données réels (des mesures de rigidité) d'un échantillon des sols support tiré de la littérature, passant par leur classification, choix de distribution, estimation des paramètres ...ainsi que le choix adéquat du générateur des nombres aléatoires.

Dans le chapitre qui suit, on fait une étude statistique sur l'effet de la variation non-spatiale du module de rigidité du sol support sur les critères de dimensionnement de la chaussée.

Dans le 6^{ème} chapitre on passe à l'étude de variabilité spatiale de la rigidité du sol support ou on commence par l'établissement d'un modèle mécanique de calcul basé sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle. Après validation de ce modèle, on explique comment combiner la MEF à la méthode de simulation Monte-Carlo, puis on présente les résultats de simulation sur une structure de chaussée type avec les traitements de données nécessaires.

Après un traitement adéquat on peut voir les risques pris lors du dimensionnement pour des sols présentant une variabilité de rigidité et comparer ces résultats avec les résultats du chapitre 05. En terminant ce mémoire par des conclusions générales et des perspectives.

Chapitre 1 : Généralités sur les chaussées et méthode de dimensionnement.

1.1 Introduction :

Ce chapitre a pour but de donner des généralités sur les chaussées ainsi que leurs types de dégradation, et facteurs influençant sur leurs dégradations. Puis on passe à la présentation des méthodes de dimensionnement en mettant l'accent sur les méthodes de dimensionnement mécanistiques-empiriques.

1.2 Définition et composition:

Une chaussée routière se présente comme une structure composite réalisée par empilements successifs de couches de matériaux granulaires, le tout reposant sur un sol support (Figure 1.1).

Vis-à-vis de la description adoptée par la méthode de dimensionnement Française, établie par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) et le Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA), on associe à chacune des couches une fonction.

Le sol support : est généralement surmonté d'une couche de forme pour former un ensemble appelé plate-forme support de chaussée. Cette dernière sert, comme son nom l'indique, de support au corps de chaussée. Pendant la phase de travaux, la couche de forme a pour rôle d'assurer une qualité de nivellement permettant la circulation des engins pour la réalisation du corps de chaussée. Vis-à-vis du fonctionnement mécanique de la chaussée, la couche de forme permet d'augmenter la capacité portante de la plate-forme support de chaussée.

Les couches d'assise : sont généralement constituées d'une couche de fondation surmontée d'une couche de base. Elles apportent à la structure de chaussée l'essentiel de sa rigidité et répartissent (par diffusion latérale) les sollicitations, induites par le trafic, sur la plate-forme support afin de maintenir les déformations à ce niveau dans les limites admissibles.

La couche de surface : est formée d'une couche de roulement surmontant éventuellement une couche de liaison intermédiaire. La couche de roulement assure la fonction d'étanchéité des couches d'assise vis-à-vis des infiltrations d'eau ; et à travers ses caractéristiques de surface, elle garantit la sécurité et le confort des usagers [1,6].

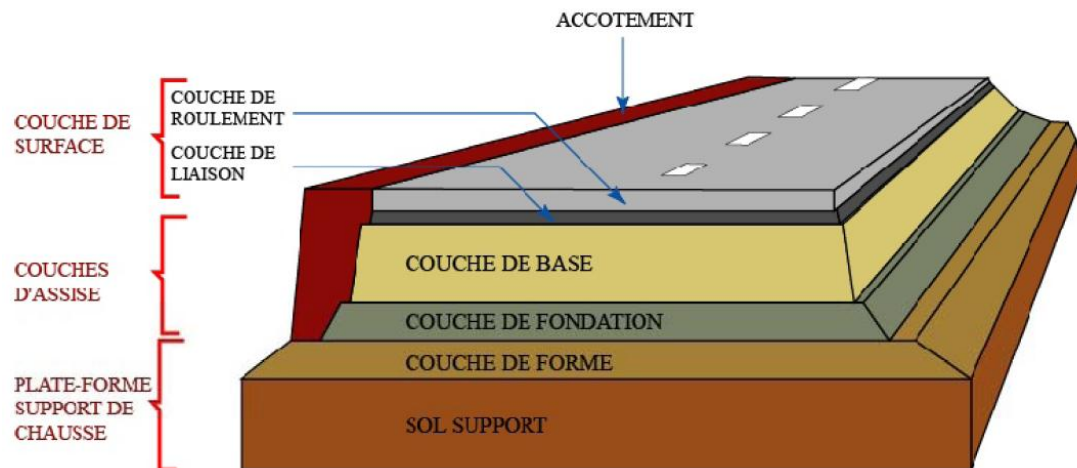


Figure 1.1 Coupe type d'une structure de chaussée

1.3 les types de structures des chaussées

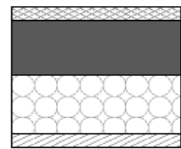
Il existe une grande diversité de chaussées. Ainsi, le choix d'un type de chaussée peut être fonction de la durée de vie de la route, Des sollicitations auxquelles la chaussée sera soumise après mise en service, et/ou le coût de réalisation. Il paraît utile de faire la distinction entre les différentes natures des structures de chaussées que l'on peut classer en deux principaux groupes:

- Les assises non traitées constituées de matériaux à granulométrie continue appelés graves.
- Les assises traitées pour lesquelles la granulométrie des matériaux est également continue mais dans lesquelles pour améliorer la stabilité et la résistance mécanique, on ajoute un liant soit hydraulique, soit hydrocarboné.

Selon le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) on peut distinguer plusieurs types de structures de chaussée. Une présentation sommaire des principales structures types est donnée ci-dessous [1,6,7].

- Chaussées souples

Ces structures comportent une couverture bitumineuse relativement mince (inférieure à 15cm), parfois réduite à un enduit pour les chaussées à très faible trafic, reposant sur une ou plusieurs couches de matériaux granulaires non traités. L'épaisseur globale de la chaussée est généralement comprise entre 30 et 60 cm.



Chaussées souples:

1. Couche de surface de matériaux bitumineux
2. Matériaux bitumineux d'assise (< 15 cm)
3. Matériaux granulaires non traités (20 à 50 cm)
4. Plate-forme support

Figure 1.2 Coupe d'une structure de chaussée souple

- Chaussées bitumineuse épaisses

Ces structures se composent d'une couche de roulement bitumineuse sur un corps de chaussée en matériaux traités aux liants hydrocarbonés, fait d'une ou deux couches (base et fondation). L'épaisseur des couches d'assise est le plus souvent comprise entre 15 et 40 cm.

La rigidité et la résistance en traction des couches d'assise en matériaux bitumineux permettent de diffuser en les atténuant fortement les contraintes verticales transmises au sol. La qualité des interfaces a une grande importance pour ce type de chaussée ; en effet : si les couches bitumineuses sont liées, les allongements maximaux se produisent à la base de la couche liée à la plus profonde ; par contre, lorsqu'elles sont décollées, chaque couche se retrouve sollicitée en traction, provoquant la ruine prématuré de la structure.



Chaussées bitumineuses épaisses:

1. Couche de surface de matériaux bitumineux
2. Matériaux bitumineux d'assise (de 15 à 40 cm)
3. Plate-forme support

Figure 1.3 Coupe d'une structure de chaussée bitumineuse épaisse

- Chaussées à assise traitée aux liants hydrauliques

Ces structures sont qualifiées couramment de "semi-rigides". Elles comportent une couche de surface bitumineuse sur une assise en matériaux traités aux

liants hydrauliques disposés en une ou deux couches (base et fondation) dont l'épaisseur totale est de l'ordre de 20 à 50 cm.

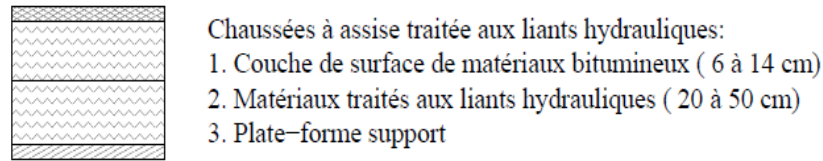


Figure 1.4 Coupe d'une structure de chaussée à assise traitée aux liants hydrauliques

- Chaussées en béton de ciment

Ces structures comportent une couche de béton de ciment de 15 à 40 cm d'épaisseur qui sert de couche de roulement éventuellement recouverte d'une couche mince en matériaux bitumineux. La couche de béton repose soit sur une couche de fondation (en matériaux traités aux liants hydrauliques ou en béton de ciment), soit sur une couche drainante en grave non traitée, soit sur une couche d'enrobé reposant elle-même sur une couche de forme traitée aux liants hydrauliques.

La dalle de béton peut être continue avec un renforcement longitudinal (béton armé continu), ou discontinue avec ou sans élément de liaison aux joints.

- Chaussées à structure mixte

Ces structures comportent une couche de roulement et une couche de base en matériaux bitumineux (épaisseur de la base : 10 à 20 cm) sur une couche de fondation en matériaux traités aux liants hydrauliques (20 à 40 cm). Les structures qualifiées de mixtes sont telles que le rapport de l'épaisseur de matériaux bitumineux à l'épaisseur totale de chaussée soit de l'ordre de 1/2.

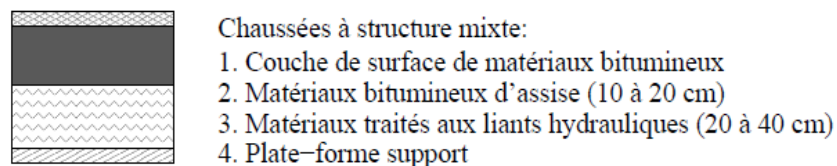
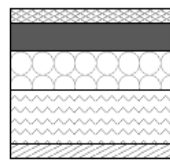


Figure 1.5 Coupe d'une structure de chaussée mixte

- Chaussées à structure inverse

Ces structures sont formées de couches bitumineuses, d'une quinzaine de centimètres d'épaisseur totale, sur une couche de grave non traitée (environ 12

cm) reposant elle-même sur une couche de fondation en matériaux traités aux liants hydrauliques. L'épaisseur totale atteint 60 à 80 cm.



Chaussées à structure inverse:

1. Couche de surface de matériaux bitumineux
2. Matériaux bitumineux d'assise (10 à 20 cm)
3. Matériaux granulaires non traités (~ 12 cm)
4. Matériaux traités aux liants hydrauliques (20 à 40 cm)
5. Plate-forme support

Figure 1.6 Coupe d'une structure de chaussée inverse

Dans la suite de notre travail on va s'intéresser seulement aux structures de chaussées souples.

1.4 les modes de dégradation des chaussées

Les dégradations des chaussées peuvent être divisées en quatre familles :

- les arrachements
- les mouvements de matériaux
- les dégradations de déformations
- les fissures.

Les deux premières familles reflètent la qualité de la couche de surface. Les deux dernières familles concernent la détérioration mécanique de la structure, et sont donc des objets d'application de notre étude. [3,8,9]

1.4.1 Les dégradations de déformation

L'ornièrre est une dégradation longitudinale dans les traces du pneu, Les dégradations de déformation sont en général celles qui donnent des déformations visibles en surface, comme les phénomènes irréversibles suivants : l'ornièrre (cf. figure 1.7), l'affaissement, le gonflement ...

Ces dégradations ont plusieurs raisons, parmi lesquelles nous pouvons citer le sous-dimensionnement ou une mauvaise qualité de l'assise entraînant des contraintes verticales excessives à la surface du sol support ou des couches non traitées ; une réduction de portance du sol support par défaut de drainage ; un drainage ou assainissement localement défectueux ; un retrait hydrique du sol support

Elle s'intensifie à température élevée. La sensibilité de chaussées bitumineuses à

L'orniérage dépend des caractéristiques des chaussées, de la teneur et du type de liant, du type et de la granulométrie des granulats et de l'humidité des couches inférieures



Figure 1.7 Exemple de chaussée atteinte d'orniérage

On distingue trois types d'ornières

Les ornières d'usure, dues à la perte progressive des particules de granulats de la couche de surface, ce type d'orniérage est causé par la combinaison des facteurs d'environnement et de trafic.

Les ornières structurelles qui sont dues à la déformation verticale permanente dans les couches inférieures ; elles affectent toute la structure de chaussée. C'est ce type d'orniérage que les codes prennent en considération dans le dimensionnement.

Les ornières d'instabilité dues au déplacement latéral des matériaux dans la couche de l'enrobé bitumineux.

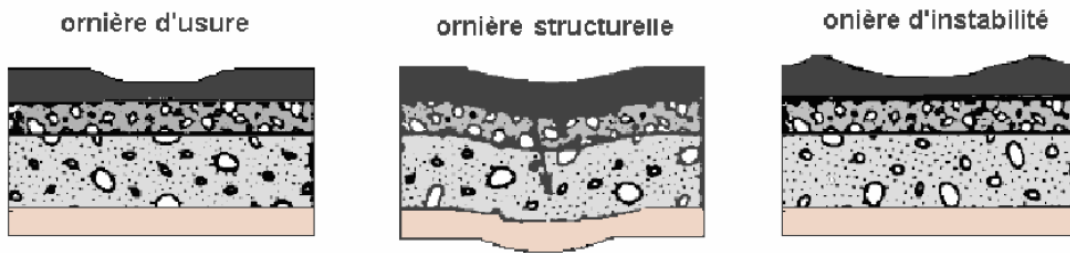


Figure 1.8 Types d'ornières dans une chaussée bitumineuse

1.4.2 Les dégradations par fissures

Avec le problème de l'orniérage, les fissures sont considérées comme un des plus grands modes de dégradation des chaussées. En effet leur présence associée ou non à l'eau met en danger la durabilité à terme de la structure sous le passage répété de véhicules lourds.



Figure 1.9 Exemple de chaussée atteinte la fissuration par fatigue du béton bitumineux

1.5 Facteurs influençant les chaussées souples

1.5.1 Matériaux :

Les différents matériaux constitutifs des diverses couches d'une chaussées doivent présenter des caractéristiques mécaniques leur permettant de résister aux différentes sollicitations que subit la chaussée durant sa vie de service.

Ces matériaux peuvent être classés en général en deux types :

- matériaux traités (cas des matériaux bitumineux, grave-ciment, etc...)
- matériaux non-traités (graves non-traitées et sols)

Ces deux types de matériaux sont complexes : leur comportement est en général hétérogène, anisotrope, non-linéaire, et leurs propriétés dépendent parfois du temps, de la température, de leurs états hydriques, etc... Ceci montre la difficulté de l'étude rhéologique de ces matériaux, plus particulièrement pour la loi de comportement reliant les déformations aux contraintes.

1.5.2 Climat

Le climat est un facteur très important qui influe sur la durée de vie d'une chaussée, il agit de 3 manières différentes :

- 1- la température élevée modifie les caractéristiques de rigidité des matériaux bitumineux (qui sont des matériaux viscoélastiques) en leur diminuant la rigidité, dans ce cas la totalité de la charge du trafic est subie par les couches de base et le sol support, ce qui accélère l'orniérage de la chaussée.
- 2- La pluviométrie affecte directement (en cas d'absence d'un système de drainage) l'état hydrique des matériaux non-traités qu'en cas de leur sensibilité à l'eau (teneur en fines élevée) perd leur performances mécaniques ce qui accélère la fin de vie de la chaussée
- 3- Le cycle gel-dégel dans les pays de basse température ce qui nécessite dans le dimensionnement une vérification vis-à-vis du gel-dégel.[6]

La prise en compte du climat lors de dimensionnement est généralement à travers les caractéristiques des matériaux dépendantes de la température et de la pluviométrie.

1.5.3 Le trafic

La dégradation d'une chaussée est principalement due aux effets agressifs d'interaction du trafic et de l'environnement.

les charges du trafic, principalement ceux des camions lourds, causent des déformations/contraintes à structures de chaussée, dont les effets s'accumulent avec le temps, ayant pour résultat la détérioration de la chaussée, telle que la déformation plastique en bétons bitumineux ou la fatigue des bétons Portland. Par conséquent, les

données de charge de la circulation de camion sont une entrée essentielle au processus d'analyse et de conception de la chaussée.

Des charges de la circulation de camion et leur impact sur les chaussées sont mesurés en termes de [3] :

- Nombre de d'essieux du trafic
- Configuration de ces essieux
- leur magnitude de charge

1.6 Méthodes de dimensionnement des structures de chaussées

Sous l'effet des sollicitations externes (environnementales, conditions de chargements, etc.), les structures de chaussées sont soumises à des phénomènes complexes (mécaniques, thermiques, physiques et chimiques) qui apparaissent souvent de manière couplée.

Le but de dimensionnement des chaussées est de concevoir une structure capable de supporter un trafic pour une durée de vie fixée. Plusieurs approches ont été développées à cet effet, à savoir : l'approche empirique et l'approche théorique [6,10].

Devant la complexité des problèmes observés, les méthodes de dimensionnement développées étaient basées sur des règles empiriques tirées de l'observation du comportement en service des structures de chaussée ou de sections expérimentales. Cette méthode présente des limites qui sont d'autant plus visibles que de nouveaux types de structures et des matériaux plus performants se développent et que le trafic est en constante augmentation. Un développement de méthodes de dimensionnement plus rationnelles apparaît donc nécessaire. Cette nécessité a conduit au développement et à l'application dès les années 1970 de la méthode rationnelle française, et plus récemment, le développement aux Etats-Unis dans le cadre du programme SHRP (*Strategic Highway Research Program* 1988-1993, poursuivi après 1996), de la méthode « Superpave » et la mise en place du guide de dimensionnement AASHTO 2002.

1.6.1 L'approche empirique

Les méthodes empiriques de dimensionnement font appel exclusivement à des expériences comparant le comportement à long terme de diverses structures pour différentes conditions climatiques et de trafic. Des essais en vraie grandeur apportent également de nombreuses informations nécessaires pour la mise en place des règles empiriques de dimensionnement.

Dans cette approche, on observe le comportement sous trafic des chaussées réelles ou expérimentales. La démarche peut être décrite comme suit : on se fixe d'abord un

critère pour définir la fin de la vie d'une chaussée et on détermine, en utilisant ce critère, la durée de vie des sections observées. Sur cette population de sections expérimentales, on établit, en général par des méthodes statistiques de régression multiple, des relations entre cette durée de vie et les caractéristiques géométriques des structures (épaisseurs des couches) ainsi que les propriétés mécaniques des matériaux, ou bien entre la durée de vie et une mesure globale des propriétés mécaniques de la structure de chaussée et du sol de fondation.

Cette approche purement empirique présente un certain nombre d'inconvénients :

- pour connaître, par une telle voie, l'influence de paramètres nombreux comme les épaisseurs des différentes couches et les propriétés mécaniques des matériaux, il faut un nombre important de sections expérimentales et le coût est très élevé. C'est surtout la question de l'épaisseur des couches de chaussées qui est abordée par une telle méthode ;
- le temps de réponse est très long car il n'y a pas d'effet d'accélération du trafic, et les extrapolations sont hasardeuses ;
- enfin, les relations obtenues par cette voie d'analyse statistique par régression ne s'appliquent qu'aux matériaux étudiés, qu'aux conditions d'environnement de l'expérimentation, et qu'aux sols supports rencontrés, l'impossibilité de généraliser.

Un exemple très connue de l'établissement des lois empirique est celle de l'AASHTO (American Association of State Highway Officials) les essais réalisés par cette association de 1957 à 1961 ont comporté l'étude de 240 sections de chaussées souples, de 271 sections de chaussées rigides et d'une cinquantaine de sections de chaussées souples avec couche de base stabilisée [10].

Chacune des sections a reçu l'application d'environ 1 million de charges roulantes, ce qui a permis notamment:

- De fixer des lois d'équivalence entre les charges de poids différents,
- de relier statistiquement les déflexions à la structure de la chaussée,
- de définir un indice de qualité de service des chaussées et d'étudier ses variations avec le trafic, en relation avec la structure de la chaussée.

1.6.2 Méthodes purement mécanistiques

Au niveau européen, un projet de fonctionnement pour une méthode incrémentale a été proposé, défini dans le schéma ci-dessous. Cette méthode envisage d'étudier l'évolution d'une chaussée dans le temps (t) en cumulant l'effet, exprimé en termes de dommage (D), de chacune des sollicitations induites par les charges de trafic.

Une telle méthode doit permettre de limiter, voire de supprimer, l'importance des données empiriques dans le domaine du dimensionnement des chaussées routières. Cette démarche prévoit de tenir compte de l'effet d'une sollicitation non seulement sur l'état de la chaussée (géométrie), mais également sur l'évolution des propriétés des matériaux en fonction du dommage subi. Elle doit également intégrer l'effet des variations de température et les données réelles de trafic sans avoir recours à la notion de trafic équivalent.

La mise en place d'une telle méthode s'avère cependant très complexe à cause des nombreuses interactions entre les phénomènes pris en compte. Ainsi, pour chaque nouvelle charge de trafic agissant à l'instant t , il s'agit de déterminer un supplément de dommage en tenant compte non seulement de l'influence des conditions climatiques que les propriétés des matériaux à cet instant t , mais également des dommages déjà subis par la structure. La difficulté réside également dans le très grand nombre de données (trafic, climat, lien entre les deux, etc) souvent difficilement disponibles.

Des études récentes (2003) ont montré qu'il était possible d'introduire dans les méthodes mécaniques empiriques des notions de variabilités des facteurs intervenant dans le dimensionnement des chaussées. Il s'agit d'un premier progrès [20].

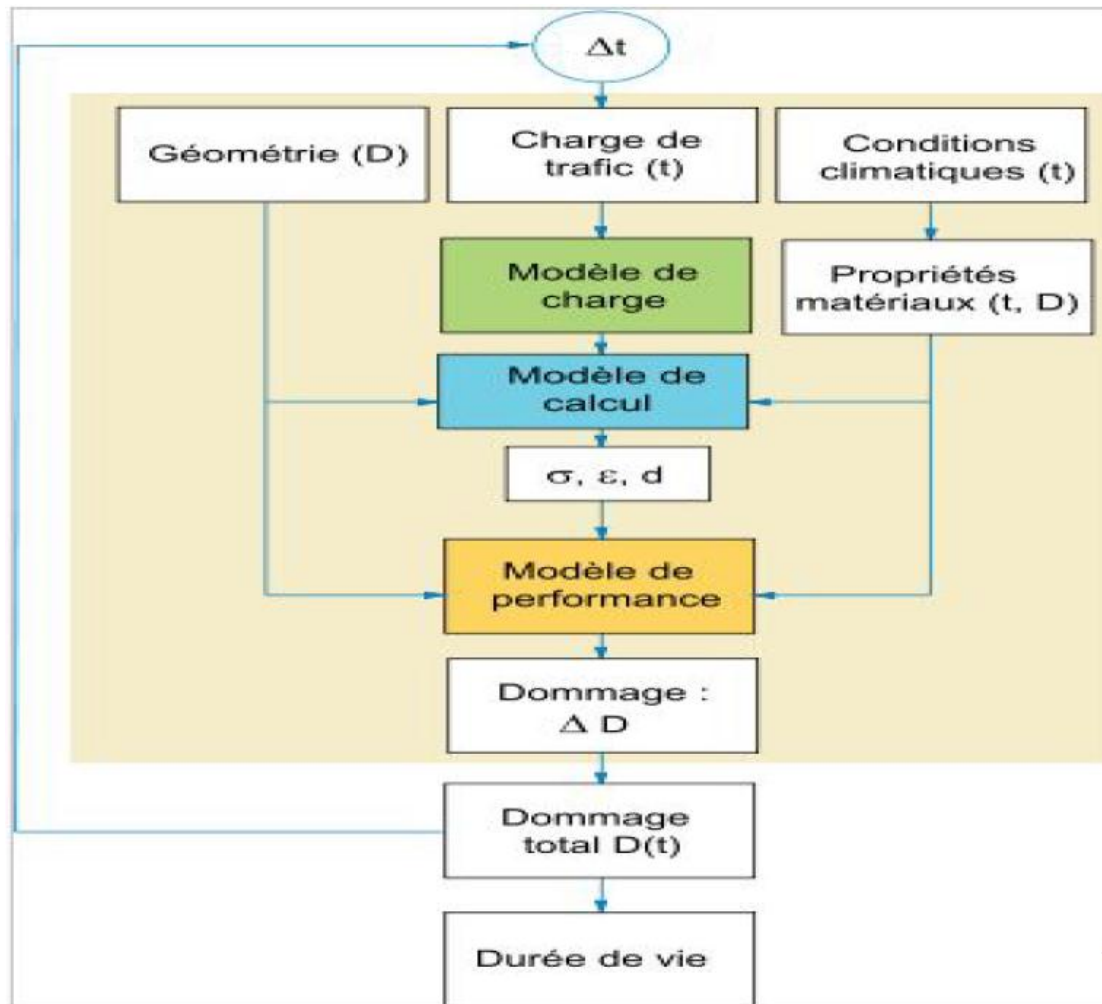


Figure 1.10 Schéma de la méthode mécanistique pure (incrémental)

1.6.3 Méthodes mécanistiques-empiriques

Dans cette approche, il faut établir un modèle de chaussée reproduisant le plus près possible le fonctionnement mécanique de la structure. A l'aide de ce modèle, on détermine les sollicitations que subissent les matériaux de chaussées et le sol-support sous l'effet du trafic. Ces sollicitations sont ensuite comparées aux sollicitations admissibles. Il s'agit donc d'une approche utilisant une branche particulière de la mécanique des milieux continus, dite « Mécanique des chaussées ».

Une première partie du modèle a pour but de déterminer les contraintes et les déformations dans les matériaux de chaussées et le sol-support, cela se fait à l'aide de modèles mathématiques, ou numérique qui ont fait de gros progrès au cours de ces dernières années avec le développement des moyens de calculs. Cependant, ces programmes ont peut-être trop attiré l'attention car ils ne constituent pas la partie la

plus difficile et la plus importante du dimensionnement. La modélisation du comportement des matériaux de chaussée et du sol-support pose actuellement bien plus de problèmes, de même que celle des sollicitations mécaniques et des conditions d'environnement.

La vérification mécanique porte en fait sur deux points:

- Une vérification vis-à-vis de la rupture par fatigue: on vérifie que la rupture par fatigue ne se produit pas avant la fin de la durée de vie souhaitée pour la chaussée, ou encore que, si la rupture par fatigue dans une couche donnée se produit, elle ne se manifesterait pas en surface avant la fin de cette durée de vie.
- Une vérification vis-à-vis des déformations permanentes à la surface de la chaussée, on vérifie que les déformations permanentes dans les matériaux de chaussées qui peuvent en présenter (matériaux non liés ou à liants hydrocarbonés) et dans le sol-support, ne conduisent pas à l'apparition en surface de déformations excessives, produisant des ornières ou des défauts d'uni inacceptables.

Ces méthodes (mécanistique-empiriques) font partiellement appel à une approche analytique qui est complétée par des données empiriques. Il y a en général deux étapes :

- Détermination des sollicitations dans une superstructure sous l'effet d'une charge définie de trafic
- Mise en relation de ces sollicitations avec certaines dégradations des chaussées.

Le principe de fonctionnement des méthodes de dimensionnement mécanistiques-empiriques est défini dans le schéma (1.10) [1,3,6,8,9,10].

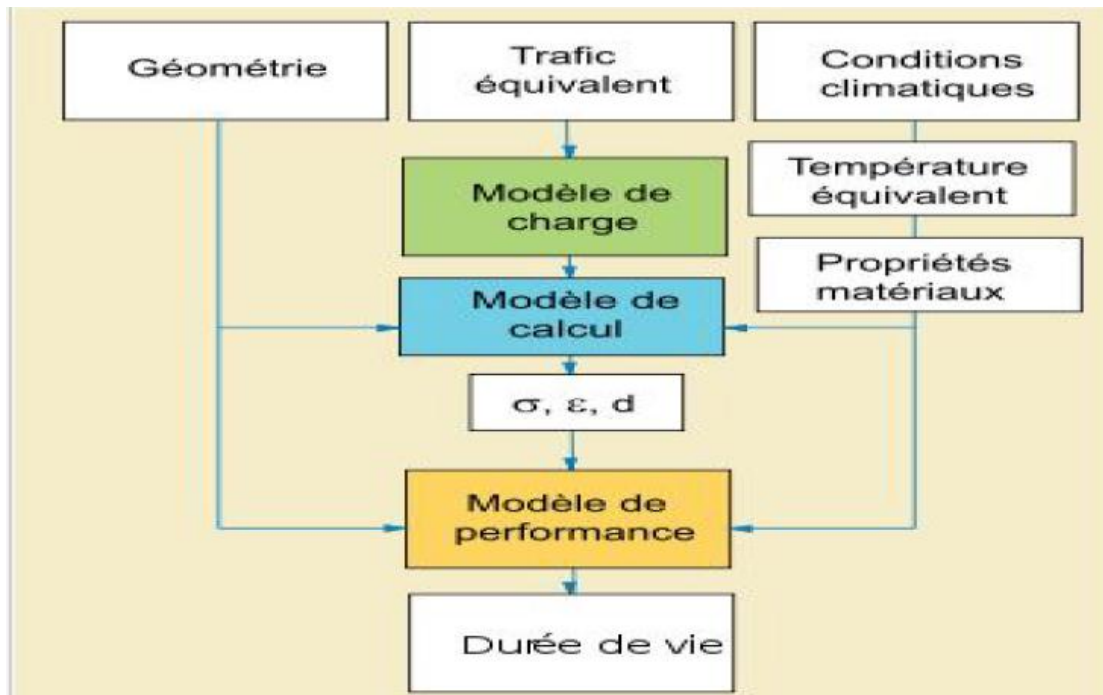


Figure 1.11 Schéma de la méthode mécanistique-empirique

Modèle de charge

Le modèle de charge est au centre du processus. Il consiste à donner une image aussi réaliste que possible de la charge induite par une roue dans une chaussée routière.

Le trafic qui intervient le plus dans la détérioration des structures de chaussée étant celui des poids lourds, c'est ce trafic qui doit être caractérisé, à la fois par le nombre de poids lourds qui passeront sur la chaussée pendant sa durée de dimensionnement, et par leur agressivité.

Tout modèle de charge s'appuie sur une charge à l'essieu de référence dont la valeur varie avec les pays : 13 t pour la France et l'Algérie 8.16 t pour la suisse (venant de l'essai AASHO), 10 t pour les Pays-Bas. La tendance générale actuelle en Europe va vers l'utilisation d'un essieu de 11,5 t qui correspond à la limite légale de charge d'un essieu simple moteur admise par l'Union Européenne [1].

Modèle de Calcul

Les modèles de calcul permettent de définir les contraintes et déformations qui apparaissent au sein d'une chaussée, sous l'effet d'une charge et dans des conditions bien définies. Ils nécessitent la définition de paramètres pour décrire la structure

(géométrie et lois de comportement) et les conditions de chargement (intensité de la charge, pression de contact, etc.). Ils fournissent des résultats théoriques correspondant aux hypothèses retenues pour la modélisation. Par souci de simplicité, la plupart des méthodes de calcul de la réponse mécanique de la chaussée sont basées sur des hypothèses simplificatrices :

- Charge idéalisée (généralement verticale, uniforme et circulaire)
- Comportement linéaire élastique des matériaux
- Couches constituées de matériaux homogènes et isotropes.

Le tableau (1.1) récapitule les modèles de calcul analytique les plus connus triée par ordre chronologique [1,10].

	Boussinesq(1885)	Westergaard (1929)	Hogg(1938)	Burmister(1943)	Jeuffroy(1955)
Hypothèses	<p>1/Massif élastique linéaire semi-finis isotrope homogène (E,v)</p> <p>2/Charge sous forme de disque de rayon r exerçant une pression uniforme q_0</p> $\sigma_z = q_0 \cdot \left[1 - \frac{(z/r)^3}{(1 + (z/r)^2)^{3/2}} \right]$	<p>1/ la chaussée est une plaque mince (E,v) posée sur un assemblage de ressorts de rigidité k</p> <p>2/ Charge sous forme de disque de rayon r exerçant une pression uniforme q_0</p>	<p>1/La chaussée est une plaque mince plane infinie horizontalement posée (E_1, ν_1) sur massif de Boussinesq (E_2, ν_1).</p> <p>2/Charge sous forme de disque (r, q_0)</p>	<p>1/ la chaussée est une structure multicouche linéaire élastique (pas de plaques) avec interfaces soit collées ou non, chaque couches est d'épaisseur finis sauf la dernière couche semi-fini</p> <p>2/charge sous forme de disque (r, q_0)</p>	<p>1/ la chaussées est une plaque mince sur un modèle de Burmister</p> <p>2/ charge sous form de disque (r, q_0)</p>
Schémas					

Tableau 1.1 *résumé des modèle de calcul analytique*

Les Modèles d'élément finis :

Le développement des méthodes numériques et en particulier la méthode des éléments finis, a permis d'envisager l'utilisation de modèles encore plus réaliste. On peut ainsi prendre en compte la non-linéarité des matériaux, les conditions complexes de contact entre les différentes couches, conditions complexes de chargement (forme de charge, les efforts horizontaux), viscoélasticité de la couche bitumineuse, les charges dynamique, modélisation élasto-plastique. Les modèles élément finis nous ont donné la possibilité de la modélisation tridimensionnelle des structure de chaussé, ce qui nous a permis d'utiliser des modèles des charges plus en plus complexe, d'introduire l'anisotropie dans les couches, de tenir compte de la variabilité spatiale des propriétés des couches de la chaussées (comme est le cas dans notre travail (voir chapitre 6)), de calculer l'agressivité des jumelages en cas de non linéarité de certaines couches...

De nos jours plusieurs codes de calcul sont utilisés dans le dimensionnement et l'analyse des structures de chaussées, on peut citer par exemple [1] :

- Le programme NOEL 8 de l'université de Nantes –France.
- Le code de calcul FENLAP de l'université de Nottingham – Angleterre
- Le programme DIANA de l'université de Delft – Hollande
- Le programme Mich-Pave de l'université Michigan aux Etats-unis
- Le programme PANCH développée au laboratoire de génie sismique et dynamique des structures LGSDS à l'école nationale polytechnique d'Algérie
- En plus des logiciel d'élément à utilisation générale (plaxis , Abaqus , Ansys , ...)

Réponses critiques pour Chaussées Flexibles et Prédiction de vie

Pour plusieurs années, la méthode "mécanistique-empirique" a été appliquée largement dans la conception des chaussées souples. Cette méthode de conception est basée sur la mécanique des matériaux qui relie une entrée, tel qu'une charge de la roue, à une sortie ou réponse de chaussée, telle que contrainte ou déformation. Cette approche consiste en deux parties; calculer la réponse des matériaux de chaussée au chargement appliqué et prédire la performance (durée de vie) de la chaussée depuis sa réponse.

Kerkhoven et Dormon (1953) en premier ont suggérés l'usage de la déformation de compression verticale sur la surface du sol support comme un critère de l'échec pour réduire la déformation permanente du sol support, qui est, la raison principale de l'orniérage du sol support.

Après, Saal et Pell (1960) ont recommandés l'usage de la déformation de tension horizontale au fond de la couche du béton bitumineux pour minimiser la fatigue par fissuration qui limite la vie de la fatigue de la chaussée.

Dans la figure (1.11), ces deux types de réponses critiques d'un système multicouche d'une chaussée souple sont montrés.

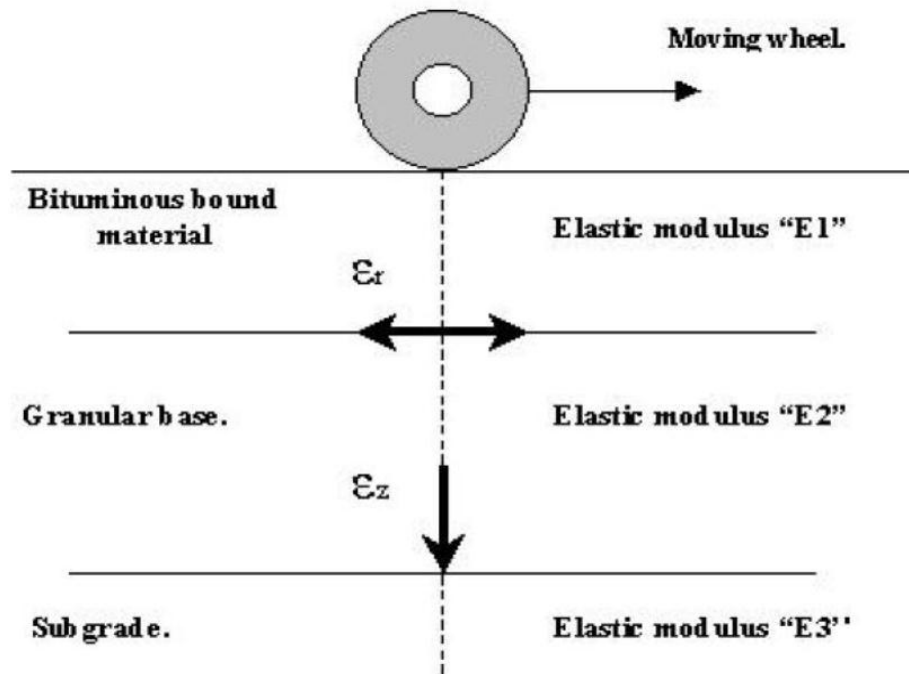


Figure 1.12 les réponses critiques pour une structure de chaussée

Deux mécanismes de l'échec structurels principaux pour les chaussées flexibles que sont la fatigue qui fissure la couche du béton bitumineux, et la déformation permanente du sol support (orniérage) est aussi montré dans la figure.

L'usage de la déformation de compression vertical pour contrôler la déformation permanente est basé sur le fait que les déformations plastiques sont proportionnelles aux déformations élastiques dans le matériau de chaussée et leurs nombre de répétition (courbe de Whooler). Pour cette raison, en limitant les déformations élastiques sur le sol support, les déformations élastiques dans les autres composants de la chaussée au-dessus du sol support seront aussi contrôlées, d'où, la magnitude de déformation permanente sur la surface de chaussée sera contrôlée dans son tour [1].

Ces deux critères ont été adoptés par plusieurs codes Shell Petroleum International et Asphalt-Institute, université de Nottingham... dans leurs méthodes mécanistiques empiriques de conception ou le critère d'échec pour la fatigue des couches traitées aux matériaux bitumineux est exprimés généralement sous forme :

$$N_f = f_1 \times (\varepsilon_t)^{-f_2} \times (E_1)^{-f_3} \quad (1.1)$$

Ou N_f est le nombre admissible des répétitions de la charge pour prévenir de la fissuration par fatigue. ε_t est la déformation de traction au fond de la couche

bitumineuse. E_1 est le module d'élasticité de couche bitumée. f_1, f_2, f_3 et sont constantes déterminées des tests de fatigue du laboratoire donnés par [31,33]:

Asphalt Institut : $f_1 = 0.0796$

$f_2 = 3.291$

$f_3 = 0.854$

Shell Oil : $f_1 = 0.0685$

$f_2 = 5.671$

$f_3 = 2.363$

Une vérification vis-à-vis de l'orniérage est à faire :

$$N_d = f_4 \times \varepsilon_z^{-f_5} \quad (1.2)$$

Où N_d est le nombre de cycles de chargement avant la rupture par cumul des déformations plastiques, ε_d représente la déformation verticale au sommet du sol support, et f_4, f_5 sont des paramètres liée au sol.

Asphalt Institut : $f_4 = 1.365 \times 10^{-9}$

$f_5 = 4.477$

Shell Oil : $f_4 = 0.615$

$f_5 = 4.0$

d'autres codes de dimensionnement préfèrent de donner les équations précédentes sous une forme qui limite les critères de dimensionnement par des valeurs dites admissibles comme il est le cas du catalogue Algérien de dimensionnement et la méthode française [LCPC-SETRA] ou on contrôle la fissuration par fatigue par limitation de la déformation de tension maximale dans les couches traitées au bitume par une équation sous la forme suivante [1] :

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon_6(\theta_{eq}, f) \times \left(\frac{TCEI}{10^6}\right)^6 \times k_\theta \times k_r \times k_c \quad (1.3)$$

Ou :

ε_t : la déformation horizontale à la base de la couche.

$\varepsilon_6(\theta_{eq}, f)$: la déformation à appliquer pour provoquer une rupture du matériau à 10^6 cycles.

TCEi : le trafic en nombre cumulé d'essieux équivalents de 13 tonnes sur la durée de vie considérée.

k_θ : Facteur lié à la température

k_r : Facteur lié au risque et aux dispersions

k_c : Facteur lié au calage des résultats du modèle de calcul avec le comportement observé sur chaussées.

Pour contrôler l'orniérage (déformation permanente des couches en matériaux non liés) la méthode française (LCPC-SETRA) propose cette formule qui limite la déformation verticale au sommet du sol support

$$\varepsilon_z \leq A. (TCEi)^{-0.235} \quad (1.4)$$

A est un paramètre pris égal à 0.016 pour les faibles trafics et à 0.012 dans le cas contraire.

Le catalogue Algérien de dimensionnement des chaussées neuves utilise la formule suivante :

$$\varepsilon_z \leq 22. 10^{-3}. (TCEi)^{-0.235} \quad (1.5)$$

En écrivant les équations (1.4) et (1.5) sous la forme de l'équation (1.2) on obtient pour la norme française [1,2,6,7]:

$$f_5 = 4.5045$$

$$f_4 = 8.1367 \times 10^{-9} \text{ pour } (T < T3) \text{ faible trafic}$$

$$f_4 = 2.2267 \times 10^{-9} \text{ cas contraire}$$

Pour le catalogue Algérien de dimensionnement des chaussées neuves l'équation (1.5) s'écrit sous la forme (1.2) avec :

$$f_4 = 8.840554236 \times 10^{-8}$$

$$f_5 = 4,2553$$

Chapitre 2 : Généralités sur les notions de statistique utilisée.

2.1 Introduction :

Le but de ce chapitre est de donner une description des notions de la statistique et de probabilités utilisé dans la suite du document. On commence par illustrer le caractère aléatoire des entrées d'un modèle de calcul de chaussées généralement, puis en présentera brièvement la notion de variable aléatoire et des fonctions de distribution de loi de probabilité usuelle, après on donne un aperçu sur la théorie d'estimation (inférence) statistique et les tests d'hypothèses utilisées par la suite.

En terminera ce chapitre par illustrer des techniques de simulation statistiques en insistant sur la méthode de simulation de Monte-Carlo utilisée par la suite.

2.2 Chaussées et variabilités

Lors de dimensionnement d'une chaussées souple par une méthode mécanistique-empirique, le projeteur (ou l'ingénieur) a à entrer plusieurs paramètres dans son modèle de calcul, dont plusieurs d'entre elles sont connues (estimés) à priori tel que la rigidité du sol support, sa valeur de coefficient de Poisson, nombre et caractéristiques du trafic..., et d'autres sont connue ou estimée après la réalisation de la chaussées tel que la rigidité des matériaux de chaussées (sol-support exclu), l'épaisseur des couches, le nombre et le poids et la configuration du trafic ...

D'autres incertitudes que leurs effets apparaissent dans l'estimation de durée de vie de la chaussée exprimée en nombre d'essieux standard qui résultent du caractère aléatoire présent dans les courbes expriment la fatigue du matériau en fonction du nombre de répétition de charge et de leurs intensités (courbe de Wöhler). Ces incertitudes sont parfois prises en compte dans les codes de dimensionnements comme il est le cas du catalogue Algérien et la méthode française LCPC-SETRA pour la prise en compte de l'effet des incertitude liée à l'estimation de la courbe de Wöhler d'après des données de mesures dispersées sur la fatigue du béton bitumineux.

Cet effet apparait dans un facteur dit de risque calculé à une probabilité de risque dépendante de la classe du trafic définie dans le règlement.

Les paramètres d'entrées présentent des variabilités différentes, on constate dans le tableau 2.1 que la variabilité dans l'estimation du trafic est la plus forte, après, celle liée aux caractéristiques mécaniques et épaisseurs des matériaux de chaussées et notamment du sol support

Entré de Modèle	Coefficient de variation(%)
Trafic annuel en ES	42
Epaisseur du béton bitumineux	3-12
Module d'élasticité du béton bitumineux	10-40
Module d'élasticité des couches de base	5-60
Module d'élasticité des couches de fondation	5-60
Module d'élasticité des couches du sol support	20-45

Tableau 2.1 *Résumé de variabilité dans les paramètres d'entrée de dimensionnement* [5]

2.3 Définitions de base [11,12]

Plusieurs sources sont inhérentes dans la conception des structures. Les paramètres de chargement, rigidité, capacité de la structure ne sont pas des quantités déterministes, mais elles sont des variables aléatoire, et ainsi la sécurité absolue ne peut pas être atteinte, par conséquent les structures doivent être conçue pour servir leurs fonctions avec une probabilité de défaillance.

Le concept d'espace d'évènement peut être bien montré par considération d'une expérience, pour notre cas l'expérience est la mesure du module d'élasticité d'un sol support d'une chaussée. Pour cette expérience, le résultat est imprédictible.

Toutes les valeurs possibles des résultats d'expériences constituent *l'espace fondamental* noté S, dans notre cas c'est R^+ (l'ensemble des réels positifs). La combinaison de 1 ou plusieurs résultats possible peut être défini comme *évènement*, c'est un sous-ensemble de l'espace fondamental.

Les travaux de Kolmogorov ont permis d'axiomiser les probabilités par la définition d'une fonction P sur S à valeur $\in [0 1]$ tel que :

- $P(S)=1$
- $P(\emptyset)=0$

- Pour chaque évènement A , $0 \leq P(A) \leq 1$
- Si A_1, A_2, \dots, A_n est une suite d'évènement qui s'exclut mutuellement
 $(\forall i \leq n, A_i \cap (\bigcup_{j \neq i} A_j) = \emptyset)$ alors $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

Si l'ensemble S est dénombrable on parle de variable aléatoire discrète, sinon la variable aléatoire est continue

Des valeurs très utilisées en statistiques sont citées ci-dessus :

- L'espérance mathématique $E(X) = \sum_i P(X = x_i) \times x_i$. Elle est aussi appelée moment du 1^{er} ordre.
- La variance ou moment centré d'ordre 2 ou le carré de l'écart type
 $E[(E(X)-X)^2] = \text{Var}(X) = \sigma^2 = \sum_i P(X = x_i) \times (x_i - E(X))^2$
- En général, le moment d'ordre k la quantité $E[(E(X)-X)^k] = \sum_i P(X = x_i) \times (x_i - E(X))^k$.

2.4 fonction de densité et fonction de répartition[11,12]

Une fonction de masse de probabilité définie pour une variable aléatoire discrète est définie par $p_X(x) = P(X = x)$. La fonction de répartition de probabilité est définie pour les deux cas de variable aléatoire continue et discrète par $F_X(x) = P(X \leq x)$.

La fonction de densité de probabilité pour une variable aléatoire continue est définie par $f_X(x) = \frac{\delta F_X(x)}{\delta x}$.

Voici quelques propriétés par définition :

- 1- $F_X(x)$ est positive non-décroissante à valeur comprise entre 0 et 1
- 2- Si $x_1 < x_2$ alors $F_X(x_1) < F_X(x_2)$
- 3- $F_X(\min(S)) = 0$
- 4- $F_X(\max(S)) = 1$
- 5- $P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) \cdot dx$

2.4.1 Loi de probabilité Empirique

On appelle $F_X^*(x)$ la proportion des X_i inférieures à x. Pour toute valeur de x, $F^*(x)$ est une variable aléatoire définissant la fonction de répartition empirique de l'échantillon. C'est une fonction en escalier de sauts égaux à $1/n$ si toutes les valeurs

observées sont distinctes .Si les valeurs de l'échantillon sont ordonnées par valeurs croissantes, alors :

$$\begin{array}{ll} x < x_1 & F_X^*(x) = 0 \\ x_{i-1} \leq x \leq x_i & F_X^*(x) = \frac{i-1}{n} \\ x_n \leq x & F_X^*(x) = 1 \end{array}$$

Pour calculer les valeurs de la fonction de répartition empirique d'un échantillon, différentes formules d'approximation peuvent être utilisées. Parmi les plus connues, on peut citer [11] :

- L'approximation de Haazen (1930) $F_X^*(x) = \frac{i-0.5}{n}$
- L'approximation de Weibull (1939) $F_X^*(x) = \frac{i}{n+1}$
- L'approximation de Chegodayev (1955) $F_X^*(x) = \frac{i-0.3}{n+0.4}$
- L'approximation de Tukey (1962) $F_X^*(x) = \frac{i-1/3}{n+1/3}$

L'approximation de Chegodayev est la meilleure formule d'approximation, l'erreur maximale est inférieure à 1% quelle que soit la taille n de l'échantillon et elle diminue lorsque le rang i se rapproche de n/2.

2.4.2 Lois de Probabilité théoriques usuels

Il existe une infinité de loi de probabilité, car a toute fois qu'on a une fonction à valeurs entre 0 et 1, croissante ... on peut construire une nouvelle loi de probabilité.

Dans la suite du travail on va utiliser 3 lois de distribution de probabilité :

1- Loi uniforme

Une variable aléatoire réelle X, suit une loi uniforme sur l'intervalle [a, b], si sa loi de probabilité admet une densité f égale à :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Sa fonction de répartition :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

Moments :

$$E(X) = \frac{b+a}{2}$$

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

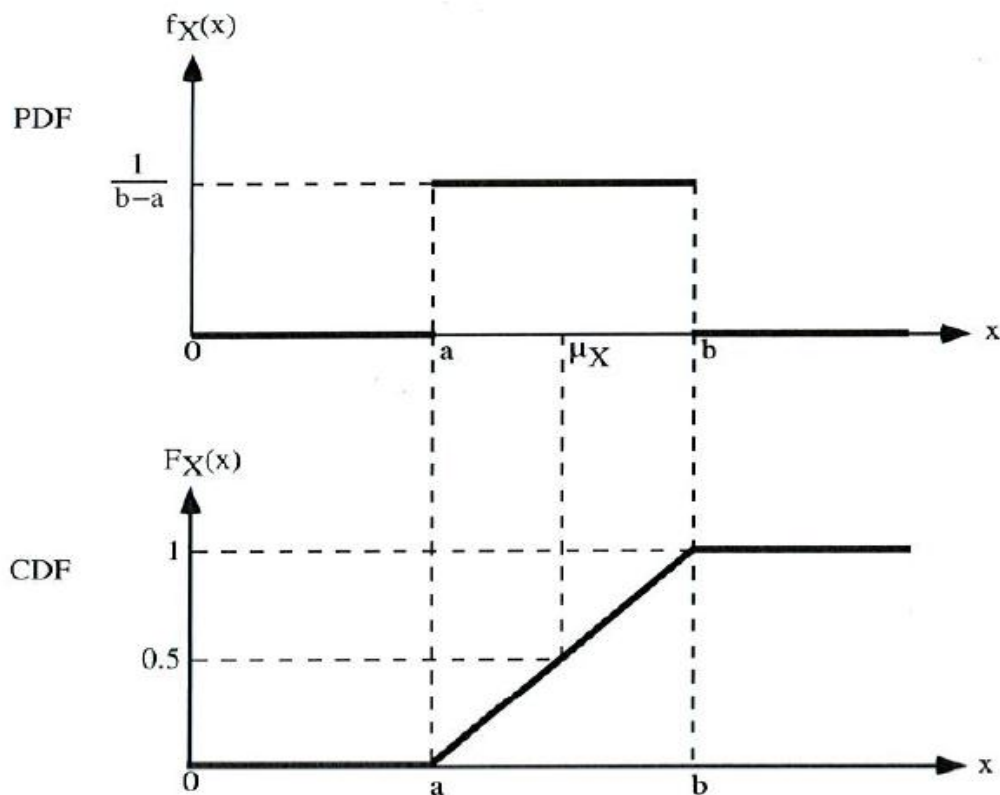


Figure 2.1 : fonction de densité et de répartition de probabilité d'une variable aléatoire uniforme

Propriété et domaine d'utilisation :

- La loi uniforme sur $[a, b]$ traduit l'hypothèse d'équirépartition, ou répartition indifférente, sur $[a, b]$. Les tables, concernant ce type de répartition, sont les tables de nombres au hasard
- par sa fonction de répartition, de toute variable aléatoire réelle continue, est une variable aléatoire réelle suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$. Cette propriété est utilisée, pour simuler ou engendrer, des échantillons de la loi de la variable aléatoire X
- La somme de deux variables aléatoires, indépendantes ou non, suivant une loi uniforme sur $[a, b]$, ne suit pas une loi uniforme sur $[a, b]$.

2- Loi de Laplace-Gauss ou loi normale

Une variable aléatoire réelle X , prenant ses valeurs dans \mathbb{R} , suit une loi de Laplace-Gauss ou loi normale, de paramètres m et σ , si sa densité de probabilité est donnée par :

$$f_X(x) = \frac{e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Cette loi est notée, en général $N(m, \sigma)$. On dit indifféremment qu'une variable suivant une telle loi est une variable normale ou gaussienne.

Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F_X(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \cdot dx$$

Cette intégrale n'ayant pas d'expression mathématique simple, des tables donnent les valeurs de la fonction de répartition.

Moment :

$$E(X) = m$$

$$Var(X) = \sigma^2$$

- Les moments centrés d'ordre impair sont tous nuls (propriété de symétrie de la densité).
- Les moments centrés d'ordre $2k$ pair ont pour valeurs :

$$\sigma_{2k} = 1 \times 3 \times \dots \times (2k - 1) \times \sigma^{2k} = \frac{(2k)!}{2^k k!} \sigma^{2k}$$

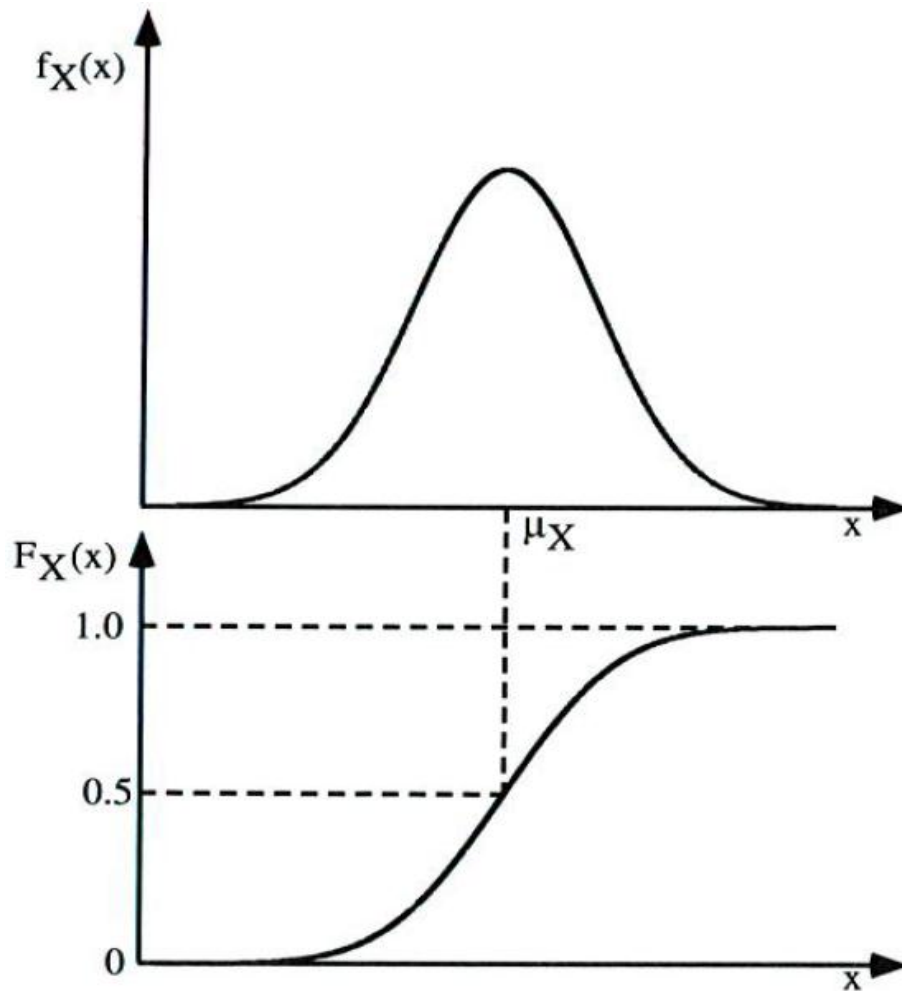


Figure 2.2 : fonction de densité et de répartition de probabilité d'une variable aléatoire normale

Propriétés et domaine d'application :

- La loi de probabilité de la somme de 2 V.A indépendantes suivant des lois de probabilité $N(m_1, \sigma_1)$ et $N(m_2, \sigma_2)$ est un V.A normale de moyenne $m_1 + m_2$ et de variance $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$
- La loi normale est une des lois de probabilité la plus utilisée. Elle dépend de deux paramètres, la moyenne m , paramètre de position, et l'écart-type σ , paramètre mesurant la dispersion de la variable aléatoire autour de sa moyenne.
- Elle s'applique à de nombreux phénomènes, en physique, en économie (erreurs de mesure). De plus, elle est la forme limite de nombreuses distributions discrètes.

- Elle représente la loi de distribution d'une variable aléatoire X dépendant d'un grand nombre de facteurs agissant sous forme additive, chacun ayant une variance faible par rapport à la variance résultante.
- Elle peut représenter la fin de vie des dispositifs subissant un phénomène de vieillissement, usure, corrosion...

3- Loi log-normal ou loi de Galton

Une variable aléatoire réelle X, prenant ses valeurs dans \mathbb{R}^+ , suit une loi de log-normal ou loi de Galton, de paramètres m et σ , si son logarithme népérien $\ln(X) \rightarrow N(m, \sigma)$ suit densité de probabilité normale de paramètres m et σ . Sa fonction de densité de probabilité peut s'écrire

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-m)^2}{2\sigma^2}} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Moments :

$$E(X) = e^{\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$$

$$Var(X) = e^{\sigma^2 - 1} \times e^{(2m + \sigma^2)}$$

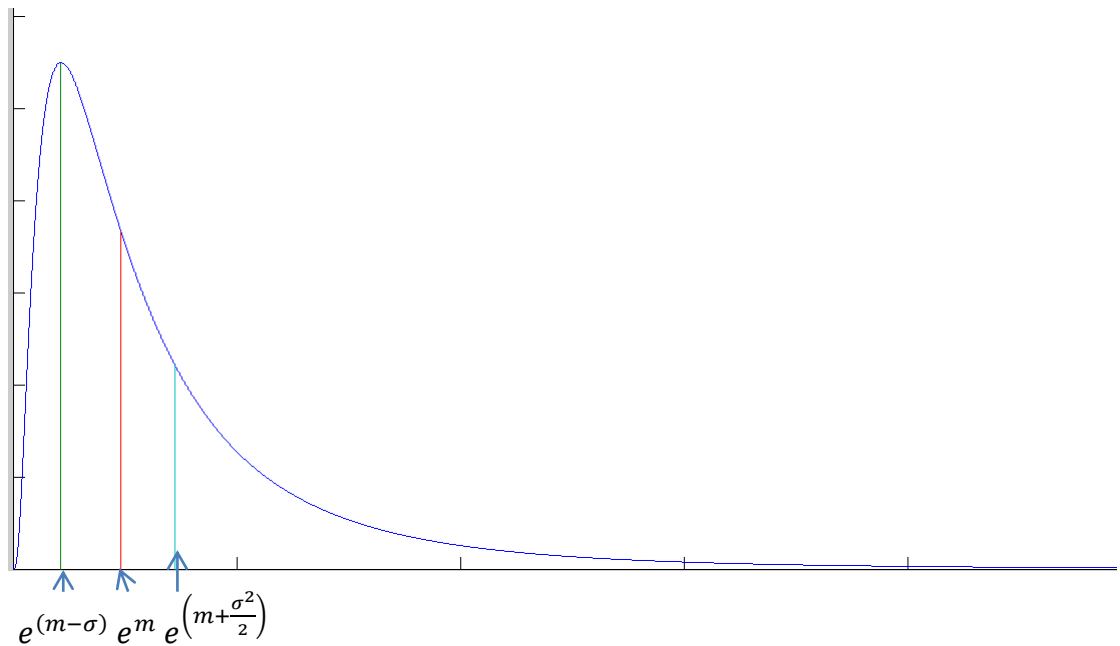


Figure 2.3 : fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire log-normale

Propriétés et domaine d'application

- Le produit de n variables aléatoires indépendantes suivant une loi log-normale suit une loi log-normale.
- La loi log-normale représente la loi d'une grandeur résultant de l'influence d'un grand nombre de facteurs aléatoires et indépendants agissant sous forme multiplicative. Elle est fréquemment utilisée en fiabilité car la variable aléatoire X est positive et grâce au paramètre de forme σ , elle peut avoir des représentations très variées.

2.5 L'estimation statistique [11,12,13]

Un aspect important de l'inférence statistique consiste à obtenir des estimations fiables des caractéristiques d'une population à partir d'un échantillon extrait de cette population. C'est un problème de décision concernant des paramètres tels que :

- l'espérance mathématique notée m ou μ (pour un caractère mesurable),
- la variance ou l'écart-type notée σ ,
- La proportion p (pour un caractère dénombrable).

Comme un échantillon ne peut donner qu'une information partielle sur la population, les estimations ainsi obtenues seront inévitablement entachées d'erreurs que l'on doit minimiser autant que possible. En résumé : Estimer un paramètre, c'est donner une valeur approchée de ce paramètre, à partir des résultats obtenus sur un échantillon aléatoire extrait de la population.

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité $f(x; \Theta)$ dépend d'un paramètre Θ .

$X = (X_1, \dots, X_n)$ est un échantillon de taille n de cette variable (variable parente).

Une statistique est une fonction mesurable $T(X)$ des variables aléatoires X_i . On note, en général, $\hat{\theta}_n(X)$, ou plus simplement, $\hat{\theta}$ l'estimateur du paramètre θ .

Un estimateur est une statistique qui a des propriétés bien définies. Une suite T_n de statistiques, $T_n = \varphi(X_n)$, est appelée estimateur du paramètre θ si T_n tend θ quand n tend vers l'infini. Une fois l'échantillon effectivement réalisé, l'estimateur prend une valeur numérique, appelée estimation ponctuelle du paramètre θ par la statistique T .

2.5.1 Qualités d'un estimateur

Les principales qualités d'un estimateur sont :

- La convergence d'un estimateur :

Un estimateur est convergent si sa distribution tend à se concentrer autour de la valeur inconnue du paramètre θ quand la taille n de l'échantillon tend vers l'infini. Pour un paramètre donné, on peut trouver différents estimateurs convergents, mais en général, ils convergent avec des vitesses différentes.

- L'estimateur est biaisé ou non :

La quantité $E(T) - \theta$ est le biais de l'estimateur.

Un estimateur est sans biais si $E(T) = \theta$.

Un estimateur est biaisé si $E(T) \neq \theta$.

Un estimateur est asymptotiquement sans biais si $E(T) \rightarrow \theta$, quand la taille n de l'échantillon tend vers l'infini.

Un estimateur biaisé donne des estimations qui peuvent s'écarter systématiquement de la valeur à estimer ; il est donc moins satisfaisant qu'un estimateur sans biais. Cependant, l'absence de biais n'est pas une garantie absolue de « bon estimateur ». Il faut aussi tenir compte de sa variance

- Précision d'un estimateur :

La précision d'un estimateur est mesurée par l'erreur quadratique moyenne :

$$E[(T - \theta)^2]$$

Pour rendre l'erreur quadratique moyenne la plus petite possible, il faut que :

– $E(T) = \theta$, donc choisir un estimateur sans biais,

– $\text{Var}(T)$ soit petite.

Parmi les estimateurs sans biais, on choisira donc celui qui a la variance la plus petite, cette propriété traduit l'efficacité de l'estimateur.

2.5.2 Estimateurs Connus [11,12,14]:

- La méthode des moments :

C'est la méthode la plus naturelle, L'idée de base est d'estimer une espérance mathématique par une moyenne empirique, une variance par une variance empirique, etc...

Si le paramètre à estimer est l'espérance de la loi des X_i , alors on peut l'estimer par la moyenne empirique de l'échantillon. Autrement dit, si $\theta = E(X)$, alors l'estimateur de θ par la méthode des moments (EMM) est $\widehat{\theta}_n = \bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Pour la variance la statistique $S^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2$ est un estimateur biaisé de biais $\frac{\sigma^2}{n}$ c'est pour ça on préfère travailler avec estimateur de variance non biaisée $S^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$. C'est cette méthode qu'on va travailler avec dans la suite de ce document, au moins comme une valeur initiale pour la méthode des régressions non-linéaires.

- La méthode maximum vraisemblance :

Dans cette méthode, nous supposons que les données sont venues d'une certaine distribution fondamentale qui contient un paramètre β qui est la valeur inconnue. La probabilité d'obtenir les données observées avec la distribution donnée est le produit des différentes densités :

$$L(X, \beta) = f_{\beta}(X_1) f_{\beta}(X_2) \dots f_{\beta}(X_N) .$$

La valeur de β qui maximise $L(\beta)$ est la meilleure évaluation dans le sens de maximiser la probabilité. Dans la pratique, il est plus facile de traiter le logarithme de la fonction de probabilité de ressemblance (qui a le même emplacement que la fonction de probabilité de ressemblance elle-même)

$$\frac{\delta \text{Log} (L(X, \theta))}{\delta \theta} = 0$$

- L'estimation par régression (Moindre Carrée)

Parfois, il est possible de linéariser la fonction de répartition cumulative par transformation et puis exécuter une régression multiple pour déterminer les valeurs des paramètres. Après calcul des F_i^* on calcul leur transformées et donc on peut conclure les paramètres de la distribution d'après les paramètres de la droite de régression (pente, et valeur à 0) que sont des formules dépendantes des paramètres de distribution et de la nature de la transformation.

Nous devrions noter que linéarisant la distribution cumulative on transformera également la limite d'erreur. Des erreurs normalement distribuées seront transformées en quelque chose autre qu'un de distribution normale. Cependant, la distribution des erreurs est rarement connue, mais la majorité des livres de statistiques exposants les régressions supposent la normalité des résidus.

Pour ce problème, et avec l'avancement des méthodes numériques et les outils de calcul informatiques on utilise souvent les méthodes de régressions non-linéaires directes aux problèmes (voir [3]).

2.6 les tests d'hypothèses utilisés [11,13,15,16]

La théorie des tests consiste à formuler des hypothèses particulières sur les paramètres ou sur les lois qui interviennent dans les problèmes étudiés, puis à apporter un jugement sur ces hypothèses. Ce jugement est basé d'une part, sur les résultats obtenus sur un ou plusieurs échantillons extraits de la population concernée et d'autre part, sur l'acceptation d'un certain risque dans la prise de décision.

Les tests peuvent être classés en différentes catégories :

- tests sur une hypothèse relative à la valeur particulière d'un ou plusieurs paramètre(s) ou tests paramétriques
- tests de conformité de deux distributions ou tests d'ajustement entre une distribution théorique et une distribution expérimentale
- tests de comparaison de deux populations (comparaison des moyennes, des variances...)
- tests d'indépendance de deux caractères quantitatifs ou qualitatifs.

Les tests qu'on va utiliser par la suite sont les tests de conformité ou les tests d'ajustement

Un test d'ajustement permet de juger si une hypothèse concernant une loi de probabilité, c'est-à-dire une loi théorique est compatible avec la réalisation d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire X .

Pour mettre en œuvre un test d'ajustement, il faut :

- prélever un échantillon suffisamment important de la population étudiée,

- classer les observations par ordre croissant dans le cas d'une variable aléatoire discrète, les répartir en classes (par ordre croissant) pour une variable aléatoire continue, d'égale amplitude ou d'égale probabilité,
- définir une variable de décision D permettant de mesurer les écarts entre la distribution théorique F et la distribution empirique F^* de l'échantillon.

Pour vérifier la concordance des deux distributions, on doit :

- définir les hypothèses H_0 et H_1 ,
 H_0 : les observations suivent une distribution théorique spécifiée $F = F_0$,
 H_1 : les observations ne suivent pas la distribution théorique spécifiée $F \neq F_0$.
- accepter un risque de première espèce α de refuser l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie,
- calculer la valeur d de la variable de décision D (à partir des valeurs données par l'échantillon),
- énoncer une règle de décision :
 On rejette l'hypothèse H_0 si la valeur calculée d est supérieure à une valeur d_0 n'ayant qu'une probabilité α d'être dépassée par la variable D ,
 Sinon, on garde l'hypothèse H_0 et on considère que la distribution théorique spécifiée peut décrire le phénomène étudié, c'est-à-dire $F = F_0$.

Assertion

La valeur- p ou le degré de significativité donne le risque qu'on prend à choisir H_1 plutôt que H_0 . si la p -value est supérieure à α conserve H_0 et on rejette sinon.

- Test d'adéquation du chi-deux (Pearson) :

Le test du chi-deux utilise des propriétés de la loi multinomiale. Deux cas sont à distinguer :

- la fonction de répartition F est entièrement spécifiée, en particulier, les paramètres sont connus,
- on connaît seulement la forme de la loi de distribution, les paramètres de la fonction de répartition F sont estimés à partir d'un échantillon.

Si X la variable aléatoire parente, de fonction de répartition F . On considère une partition du domaine de définition en r intervalles $I_1 \dots I_r$ d'égale étendue ou non.

Pour chaque intervalle I_i , on considère l'ensemble E_i tel que :

$$E_i = \{\omega : X(\omega) \in I_i\} \quad np_i = \Pr(E_i)$$

p_i est égal à la fréquence (absolue) théorique espérée dans la classe I_i que l'on compare à la fréquence observée N_i dans cette même classe I_i .

$$D^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$$

D^2 suit une loi χ^2 de $(r-1)$ degrés de liberté pour le 1^{er} cas et $(r-1-nb)$ paramètres estimé depuis l'échantillon)

- Le test de Kolmogorov-Smirnov

Dans ce test tout est comme définit précédemment, la variable de décision est la variable aléatoire définit par

$$D_n = \text{Sup}(|F^*(x_i) - F(x_i)|)$$

Kolmogorov et Glivenko ont démontré que la fonction $K_n(y)$ définis par :

$$K_n(y) = \Pr(\sqrt{n}D_n < y)$$

Converge quand n tend vers l'infini vers une fonction $K(y)$:

$$K(y) = 0 \quad \text{si } y \leq 0$$

$$K(y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \times e^{(-2 \times k^2 \times y^2)} \quad \text{si } y > 0$$

Les valeurs de $K(y)$ peuvent être trouvées dans des tables

- Le test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk est conçu spécialement pour étudier la normalité d'une variable aléatoire continue. C'est le test le plus puissant pour tester la normalité

d'une distribution. Les hypothèses sont : H_0 : elle suit une loi normale et H_1 : elle ne suit pas une loi normale. La statistique de test est

$$W = \frac{T^2}{\hat{\sigma}^2}$$

Ou :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{et} \quad T^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n/2} a_i (X_{(n-i+1)} - X_{(i)})^2 \right]^2$$

Les a_i sont des coefficients présents dans la table de Shapiro-Wilk que l'on trouve dans la plupart des recueils de tables statistiques.

Plusieurs auteurs concluent que le test Shapiro-Wilk a la meilleure puissance pour un niveau de signifiante donné parmi les tests de normalité voir [30] .

2.7 La méthode Monte-Carlo [5,12,14,15,17]

Plusieurs techniques de simulation ont été développées pour établir la distribution de la variable de réaction d'un system selon les caractéristiques probabilistes de la variable aléatoire d'entrée.

Considérons chaque réalisation de toutes les variables aléatoires d'entré dans le problème produit un ensemble de nombres qui indique une réalisation du problème lui-même. Résolvant le problème de manière déterministe pour chaque réalisation est connu comme cycle simulation. L'utilisation de beaucoup de cycles de simulation donne les caractéristiques probabilistes globales du problème, en particulier quand le nombre de cycles, N , tend à l'infini. La section suivante récapitule le procédé pour la technique de simulation de Monte Carlo.

La simulation de Monte Carlo est l'une des techniques employées couramment dans la l'analyse de fiabilité. La méthode de Monte Carlo est souvent appliquée dans les situations suivantes :

- Pour résoudre les problèmes complexes pour lesquels les solutions de forme « fermé » sont impossibles ou extrêmement difficiles pour obtenir. Par exemple, des problèmes probabilistes concernant les modèles d'élément fini compliqués peuvent être résolus par la simulation de Monte Carlo à condition que la

puissance du calculateur soit assurée et l'information d'entrée demandée soit connue [5,12].

- Pour résoudre des problèmes complexes qui peuvent être résolus (au moins approximativement) dans la forme « fermée » seulement si beaucoup de simplification sont effectuées. L'utilisation de la simulation de Monte Carlo permet au problème « original » d'être résolu sans ces prétentions ayant pour avoir des résultats plus réalistes.

La technique de simulation de Monte Carlo se compose de 5 étapes essentielles:

- 1- Formulation du problème en terme de tous les variables aléatoires d'entrée
- 2- Quantification des caractéristiques probabilistes de toutes les variables aléatoires d'entrée en termes de leurs fonctions de densité de probabilité et paramètres correspondants.
- 3- Génération des valeurs pour les variables aléatoire d'entrés selon leurs distribution, paramètres...
- 4- Evaluation du problème d'une manière déterministe pour chaque réalisation des variables aléatoires d'entrés.
- 5- Extraction des informations probabilistes depuis les N simulation déterministe

Le cœur de la technique est l'étape 3 que se compose à son tour de 2 étapes :

- La génération de nombres aléatoires suivants une loi uniforme [0 1]
- Le passage de la loi uniforme à la loi désirée

Chacune de ces 2 étapes se fait de plusieurs manières :

Les méthodes les plus connue pour la génération des nombres pseudo-aléatoire (source de hasard) sont :

- Générateurs linéaires congruenciel
Sont des algorithmes largement utilisé, ils reposent sur une simple formule de récurrence

$$X_{n+1} = (a \times X_n + c) \text{ modulo } m$$

La période de ce générateur est au maximum de m , c'est-à-dire qu'elle est relativement courte puisque m est souvent choisi de manière à être de l'ordre de la longueur des mots sur l'ordinateur (par exemple : 2^{32}).

Plusieurs auteurs suggèrent des valeurs de a , c , m , par exemple l'implémentation de la fonction `rand()` de la librairie standard est faite avec $a=1103515245$, $c=12345$, $m=2^{32}$. Mais cette méthode reste non-recommandée[18]

- Générateur de Mersenne-Twister [19]

C'est un générateur de nombres pseudo-aléatoires particulièrement réputé pour sa qualité. L'algorithme est basé sur un TGSFR (un type particulier de registre à décalage à rétroaction). Il existe plusieurs variantes, la plus répandue étant MT 19937, il présente les propriétés suivantes :

- sa période est de $2^{19937}-1$.
- il est uniformément distribué sur un grand nombre de dimensions.
- il est plus rapide que la plupart des autres générateurs (sauf les plus médiocres statistiquement).
- il est aléatoire, et passe les tests d'aléatoire (randomness).

Mersenne Twister est le générateur de nombre aléatoires par défaut en Python, Ruby, R, PHP et MATLAB. Il est également disponible en C++ depuis la version 2011 du standard.

Pour le passage de la loi uniforme à la loi désiré (dans ce qui suit loi log normal) on utilise plusieurs techniques, parmi celles [17,11] :

- Transformation inverse :

Si on peut inverser la fonction de répartition de probabilité $F_X(x)$, alors elle est facile de produire de un échantillon de fonction de densité de probabilité $f(x)$. L'algorithme pour cette technique est comme suit :

- 1- générer $U \sim U(0,1)$.
- 2- Calculer $X=F^{-1}(U)$

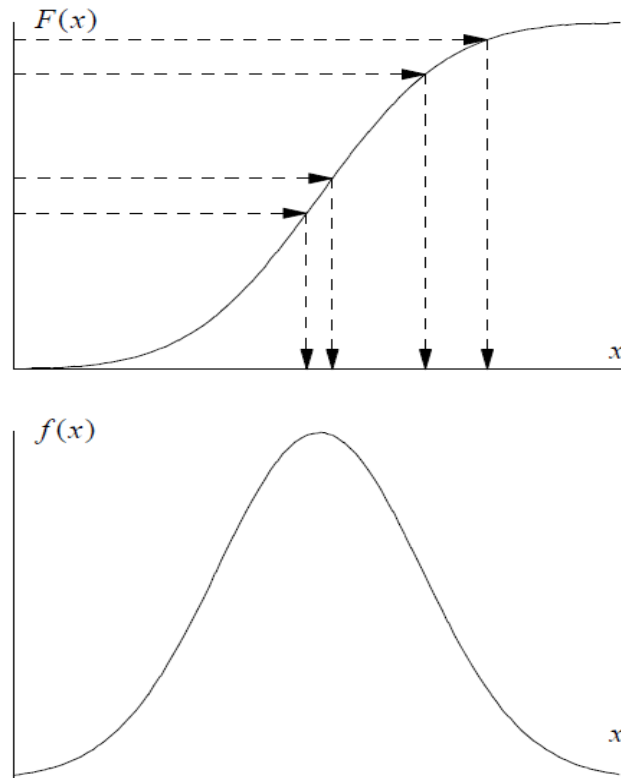


Figure 2.4 Méthode de transformation inverse

- Méthode de Box-Muller :

Cette méthode est utilisée seulement pour une loi normale (ou pour ses dérivés comme la loi log-normale), cette méthode utilise le résultat suivant :

Si U et V sont deux V.A indépendantes et suivent des lois uniformes sur [0 1] alors

$$X = (-2\ln U)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi V)$$

$$Y = (-2\ln U)^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi V)$$

X et Y sont 2 V.A normales centrées réduites indépendantes.

Pour simuler des variables aléatoires de loi dérivée d'une loi normale on effectue les changements requis (on applique la fonction exponentielle pour loi log-normal).

Chapitre 3 : Description générale de la méthode des éléments finis.

3.1 Introduction :

Les problèmes de mécanique de chaussées sont en réalité très complexe à modéliser car pour simuler le comportement réelle de la structure de chaussées il faut tenir compte par exemple de la viscoélasticité des couches bitumineuse, la plasticité du sol support, la non-linéarité des différents couche, l'anisotropie des matériaux ...

Cependant plusieurs règlements de dimensionnement de chaussées proposent en générale l'utilisation d'un modèle mécanique élastique linéaire isotrope multicouche supposé homogène dans chaque couche. Dans ce mémoire on garde toute ces hypothèses sauf la dernière ou modélise le sol comme étant hétérogène. Le but de ce chapitre est de décrire la méthode des éléments finis appliquée au problème d'élasticité linéaire isotrope.

3.2 Les grandes lignes de la méthode des éléments finis [20]

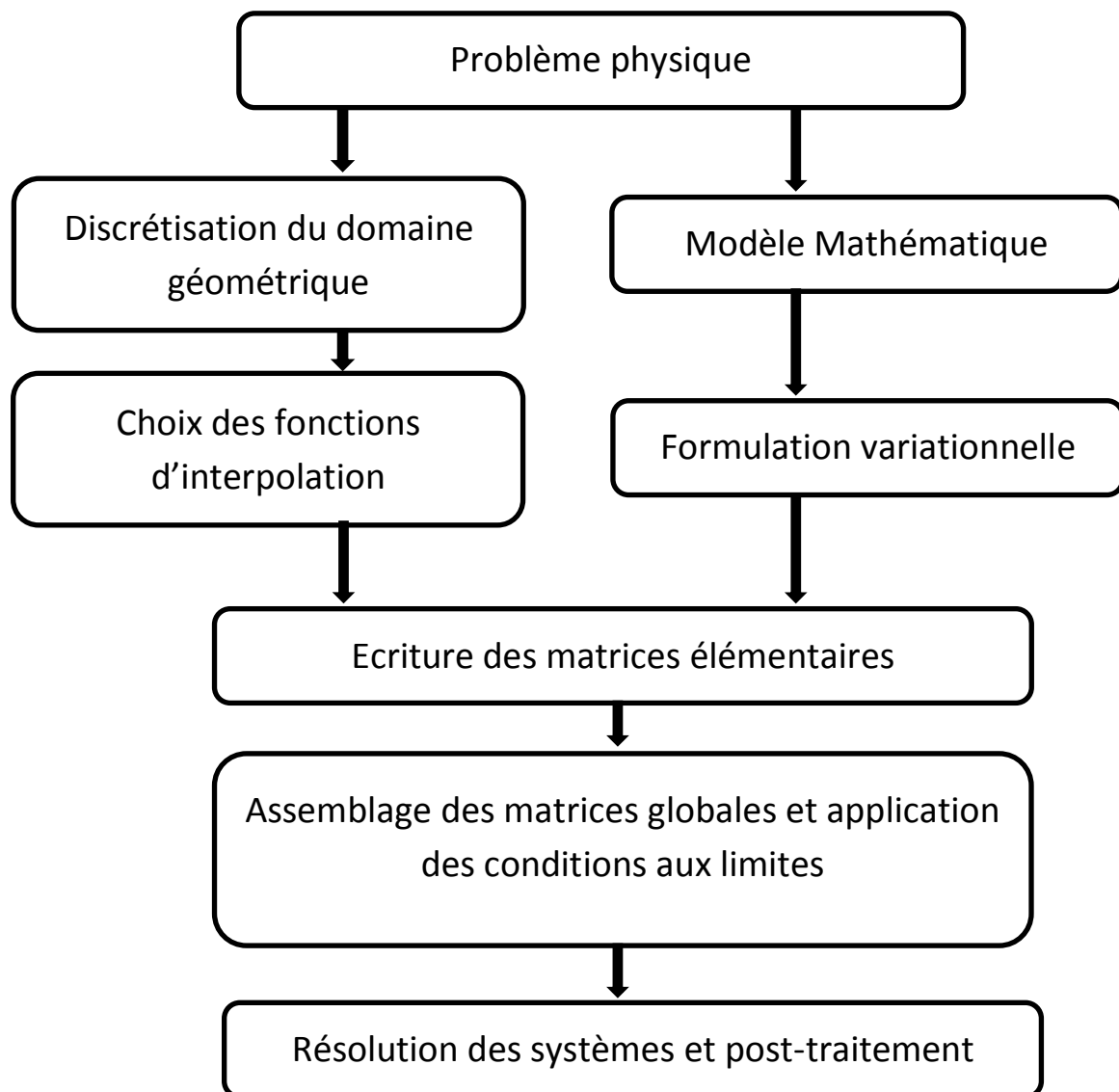
Pour analyser un phénomène naturel en générale ou un problème d'ingénierie en particulier, on est souvent amené à développer un modèle mathématique pouvant décrire d'une manière aussi fiable que possible le problème en question. Le développement d'un modèle mathématique s'appuie généralement sur quelques postulats de base et plusieurs hypothèses simplificatrices pour aboutir à des équations gouvernantes qui sont souvent des équations différentielles auxquelles sont ajoutées des conditions aux limites. Exemple, la théorie d'élasticité s'appuient sur le postula fondamental de l'existence d'un champ de contrainte qui vérifie les équations générales d'élasticité, linéaire, isotrope, que sont obtenues avec des hypothèses de petites déformations, d'homogénéité et d'isotropie des matériaux ainsi que la linéarité des relations liants les contraintes et les déformations...

La résolution analytique d'équations différentielles pose parfois des difficultés insurmontables, et une solution exacte décrivant bien le problème étudié n'est pas toujours facile à trouver. Le recours aux modèles physiques et à la simulation expérimentale pour la recherche d'une solution analogue à la solution recherchée peut

s'avérer coûteux en temps et en moyens. Cependant, avec les progrès enregistrés dans le domaine de l'informatique et les performances des ordinateurs de plus en plus grandes, il est devenu possible de résoudre des systèmes d'équations différentielles très complexes. Plusieurs techniques de résolution numérique ont été ainsi développées et appliquées avec succès pour avoir des solutions satisfaisantes à des problèmes d'ingénierie très variés.

La méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes. L'un des avantages majeurs de cette méthode est le fait qu'elle offre la possibilité de développer un programme permettant de résoudre, avec peu de modifications, plusieurs types de problèmes. En particulier, toute forme complexe d'un domaine géométrique où un problème est bien posé avec toutes les conditions aux limites, peut être facilement traitée par la méthode des éléments finis. Cette méthode consiste à diviser le domaine physique à traiter en plusieurs sous domaines appelés éléments finis à dimensions non infinitésimales. La solution recherchée est remplacée dans chaque élément par une approximation avec des polynômes simples et le domaine peut ensuite être reconstitué avec l'assemblage de tous les éléments.

Dans ce paragraphe, nous essayerons de présenter d'une manière simplifiée, les étapes d'application de la méthode des éléments finis et les outils nécessaires à sa mise en œuvre. La résolution d'un problème physique par éléments finis suit grosso modo les étapes suivantes



3.3 les équations gouvernant le comportement d'un corps élastique [20,21]

Un point matériel est un élément infinitésimal d'un corps solide élastique. Les contraintes agissantes dans ce point peuvent être représentées par un tenseur des

$$\text{contraintes } \sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

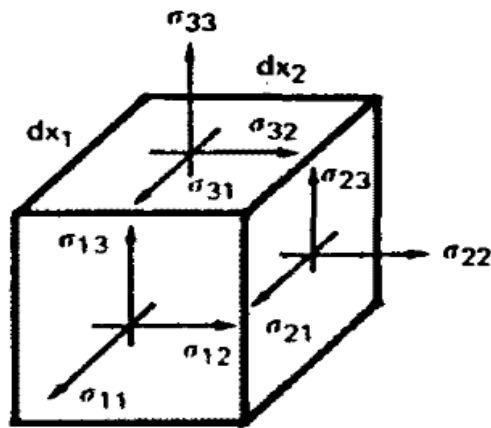


Figure 3.1 : Contraintes agissantes sur un corps infinitésimal

Trois composantes de contraintes normales σ_{11} , σ_{22} et σ_{33} et six composantes de contraintes tangentielles σ_{12} , σ_{21} , σ_{13} , σ_{31} , σ_{32} et σ_{23} .

Pour satisfaire l'équilibre de l'élément on doit avoir via les équations d'équilibre des moments :

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31} \text{ et } \sigma_{32} = \sigma_{23}.$$

Il en résulte six composantes indépendantes de contraintes en un point.

- Equations d'équilibre

Si un élément infinitésimal d'un corps solide est soumis à des forces de surface, alors pour qu'il y ait un équilibre, on doit satisfaire à

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + b_1 = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} + b_2 = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + b_3 = 0 \end{cases}$$

En écriture matriciel

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0$$

Dans notre problème de mécanique de chaussées, le poids propre des couches de la structure de chaussées est souvent n'est pas pris en compte dans le calcul des chaussées. L'équation d'équilibre s'écrit comme : $\nabla \cdot \sigma = 0$

- Equation de relation entre déplacement déformation [20,21,23,24,25]

- **déformations directes:**

La déformation directe dans une direction donnée est définie comme étant le rapport de la variation de longueur par la longueur, d'une fibre originalement orientée dans cette direction. Trois composantes indépendantes de déformation directe (normale) $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \\ \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \\ \varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{cases}$$

- **déformation de cisaillement :**

La déformation de cisaillement est définie comme étant la variation de l'angle droit formé par deux axes. Elle est associée à deux directions orthogonales. Trois composantes de déformation de cisaillement $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ sont définies en chaque point

$$\begin{cases} \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \\ \varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases}$$

Il est à noter que :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} \quad , \quad \varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} \quad , \quad \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32}$$

Il est plus compact d'écrire le tenseur des déformations $\varepsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \cdot (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$

- Equation de relation entre déformation et contrainte [21,24,25]

Un élément infinitésimal, sous l'action d'une contrainte σ_{11} se déforme dans la direction 1 de la quantité $\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E}$ et dans les directions 2 et 3, elle se déforme de la quantité $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\nu \frac{\sigma_{11}}{E}$ ou ν est le coefficient de Poisson, il est constant dans la plupart des matériaux .

Dans le cas d'un corps tridimensionnel élastique linéaire isotrope, l'équation de comportement de Hooke généralisé peut s'écrire sous cette forme

$$\sigma = \lambda \cdot (\nabla \cdot u)I_3 + 2\mu \cdot \varepsilon(u)$$

Ou : $\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, et $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ sont les coefficients de Lamé

On peut écrire cette équation sous la forme

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{22} \\ \gamma_{33} \\ 2\gamma_{12} \\ 2\gamma_{23} \\ 2\gamma_{13} \end{bmatrix}$$

3.4 Formulation variationnelle du problème [21,24,25, 26]

Le problème que nous allons traiter est un problème d'élasticité linéaire dans un milieu de rigidité (Module d'élasticité E) variable spatialement E (X).

Pour résoudre ce problème il suffit de trouver la variable $u(X)$ tel que :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma(u) = 0 & \text{dans le domaine } \Omega \\ \sigma(u) \cdot n = f(x) & \text{sur la frontière } \Gamma_1 \\ U = g(x) & \text{sur la frontière } \Gamma_2 \end{cases}$$

Ou Γ est la frontière du domaine Ω et tel que Γ_1 et Γ_2 sont complémentaire $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$.

- Si la 2^{ème} condition n'existe pas ($\Gamma = \Gamma_2$) le problème est dit de Dirichlet
- Si la 3^{ème} condition n'existe pas ($\Gamma = \Gamma_1$) le problème est dit de Neumann

Dans notre cas $g(x) = 0$ sur la frontière Γ_2 ce qui simplifie la formulation variationnelle du problème

Soit l'équation d'équilibre $\nabla \cdot \sigma(U) = 0$, multiplions de part et d'autre par une fonction vectorielle w et intégrons sur le domaine Ω . L'équation devient :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \sigma(u) \cdot dv = 0 .$$

Utilisons le théorème de divergence on aura :

$$\int_{\Omega} \sigma(u) : \nabla w \cdot dv - \int_{\Gamma_1} (\sigma(u) \cdot n) \cdot w \cdot ds = 0$$

Puisque le tenseur σ est symétrique $\sigma(u) : \nabla w = \sigma(u) : \varepsilon(w)$.

Remplaçons σ par sa valeur dans le 2^{ème} membre, et on lui exprime en fonction de u dans le 1^{er} membre on obtient :

$$\int_{\Omega} \lambda(x) \cdot (\nabla \cdot u)(\nabla \cdot w) + 2\mu(x) \cdot \varepsilon(u) : \varepsilon(w) \cdot dv = \int_{\Gamma_1} (\sigma \cdot n) \cdot w \cdot ds$$

3.5 Discrétisation du problème

Après avoir formulé notre problème d'élasticité statique linéaire, on entre maintenant à la phase de la discrétisation. Tous le travail qu'on a fait jusqu'à maintenant est analytique (pas d'approximation). C'est ici ou on va calculer une solution approchée par la méthode des éléments finis. La 1^{ère} étape consiste à discrétiser le domaine spatiale en des volumes Ω_i . Cette tâche est effectuée en utilisant le Gmsh [27].

Gmsh est un logiciel gratuit et open source de maillage automatique des domaines 1D, 2D et 3D. La géométrie des domaines peuvent être dessiné directement dans le logiciel ou décrite dans des fichiers ASCII .geo selon un langage très proche du C++. Le logiciel permet de spécifier la densité du maillage par zone , et aussi l'utilisation de plusieurs algorithmes de génération de maillage (Delaunay (2D,3D) , frontal (2D,3D) ,...) qui divisent les domaines 2D en triangles et les domaines 3D en tétraèdres. Le logiciel permet aussi l'optimisation de la numérotation des nœuds et des éléments de façon que la matrice de rigidité soit plus proche d'une matrice diagonale ce qui réduit le temps de résolution des systèmes d'équations. Enfin les formats d'entrée – sortie du logiciel couvrent la majorité des formats connue et utilisé surtout dans le monde open source tel que (abaqus , medit , vtk ...).

Une fois le domaine est discrétisé en des sous-domaines ou élément (dans notre cas des tétraèdres), la fonction vectorielle $u(x)$ est approximée dans chaque élément par une combinaison de fonctions de Lagrange d'ordre 2. Ce type d'élément- combiné avec un maillage adéquat - assure une très bonne estimation des déplacements ainsi que les déformations et les contraintes.

Pour faciliter l'intégration et la manipulation des fonctions d'interpolation, on introduit la notion d'élément de référence par faire le changement de variable [21,24,25,28]

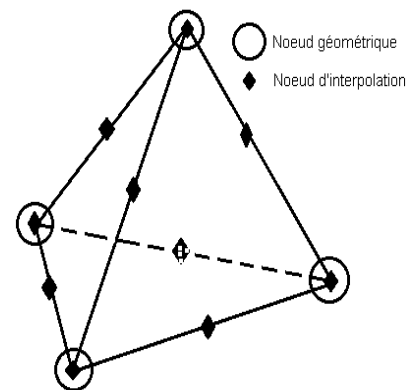


Figure 3.1 : élément finis utilisé

$$x^T = \langle \bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3, \bar{N}_4 \rangle \cdot \begin{pmatrix} x1_1 & x2_1 & x3_1 \\ x1_2 & x2_2 & x3_2 \\ x1_3 & x2_3 & x3_3 \\ x1_4 & x2_4 & x3_4 \end{pmatrix} \\ \langle \bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3, \bar{N}_4 \rangle = \langle (1 - \xi - \eta - \zeta), \xi, \eta, \zeta \rangle$$

La variable nodale (vecteur déplacement) est approximé par des polynômes d'ordre 2 dans chaque élément.

$$u = \langle N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9, N_{10} \rangle \cdot \begin{pmatrix} u1_1 & u2_1 & u3_1 \\ u1_2 & u2_2 & u3_2 \\ u1_3 & u2_3 & u3_3 \\ u1_4 & u2_4 & u3_4 \\ u1_5 & u2_5 & u3_5 \\ u1_6 & u2_6 & u3_6 \\ u1_7 & u2_7 & u3_7 \\ u1_8 & u2_8 & u3_8 \\ u1_9 & u2_9 & u3_9 \\ u1_{10} & u2_{10} & u3_{10} \end{pmatrix}$$

$$N_1 = -\lambda(1 - 2\lambda) ; N_2 = 4\lambda \xi ; N_3 = -\xi((1 - 2\xi)); N_4 = 4\eta\xi ; N_5 = -\eta(1 - 2\eta)$$

$$N_6 = 4\lambda\eta ; N_7 = 4\lambda \zeta ; N_8 = 4\xi\zeta ; N_9 = 4\eta\zeta ; N_{10} = -\zeta(1 - 2\zeta)$$

Ou $\lambda = 1 - \xi - \eta - \zeta$

Et x_i sont les coordonnées des nœuds géométrique, et u_i sont les déplacements nodaux.

La construction de la matrice de rigidité se fait par l'évaluation de l'intégrale

$$K = \int_{\Omega} \lambda(x) \cdot (\nabla \cdot u)(\nabla \cdot w) + 2\mu(x) \cdot \varepsilon(u) : \varepsilon(w)$$

Il est clair que cette forme est bilinéaire symétrique, alors la matrice K est aussi symétrique. La matrice K est creuse comme la plupart des matrices d'éléments finis et avec la propriété de symétrie elle permet l'utilisation des structures de donnée de stockage très réduites en terme de mémoire, et aussi elle permet l'utilisation des algorithmes de résolution des systèmes linéaire plus performant tel que l'algorithme du gradient conjugué (GC) ce qui permet la réduction importante du temps de calcul.

L'évaluation de l'intégrale se fait numériquement en utilisant des quadratures de gauss à 4 point qui donne une valeur exacte pour des polynômes d'ordre 2.

$$\int_{\Omega_{\text{elementaire}}} f(x) dx = \sum_{i=1}^4 w_i f(x_i)$$

Ou les coordonnées des x_i et le w_i sont données par

	Coordonnées dans l'élément de référence	Poids
	{a,a,a}	Volume d'élément /4
$a = \frac{5 - \sqrt{5}}{20}$ $b = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{20}$	{a,a,b}	Volume d'élément /4
	{a,b,a}	Volume d'élément /4
	{b,a,a}	Volume d'élément /4

Il faut noter aussi que les coefficients de Lamé sont variables d'un point à un autre, alors, lors de l'intégration de Gauss, ces coefficients prennent 4 valeurs différentes dans un même élément.

En ce qui concerne le second membre, l'évaluation du vecteur f se fait par l'évaluation de $\int_{\Gamma_1} (\sigma \cdot n) \cdot w \cdot ds$ numériquement par la quadrature de Gauss de 3 points sur un triangle qui donne des résultats exacts pour un polynôme d'ordre 2.

Les x_i et leurs poids sont données par

Coordonnées dans l'élément de référence	Poids
{1/2,1/2}	Surface du triangle /3
{1/2,0}	Surface du triangle /3
{0,1/2}	Surface du triangle /3

Chapitre 04 : Traitement statistique des variables d'entrée.

4.1 Introduction :

Le but de ce chapitre est de bien connaître les propriétés statistiques des variables d'entrée à un modèle de calcul mécanistiques. La variable d'entrée à laquelle on s'intéresse est le module de rigidité du sol support. D'après les mesures et avec les méthodes statistiques exposées précédemment on peut bien les caractériser que soit en type de la loi de probabilité, ou les caractéristiques de la loi choisie

4.2 la rigidité du sol support

La rigidité du sol support est un facteur déterminant dans l'analyse de la chaussée, comme preuve, les méthodes de dimensionnement empiriques tenaient compte seulement d'un nombre restreint de paramètres (trafic, la rigidité du sol support exprimé en CBR). Cette importance du module de rigidité dans le dimensionnement nous pousse à donner une bonne caractérisation statistique pour une bonne estimation de leur effet.

Dans ce qui suit un tableau de mesure de rigidité de 6 sites différents, ou 9 essais sont effectué sur chaque site. Ces valeurs tirées [29] sont exprimé en MPa.

Site 01	Site 02	Site 03	Site 04	Site 05	Site 06
16,56	26,22	64,86	28,29	47,61	29,67
24,15	24,84	92,46	33,81	34,5	29,67
25,53	32,43	44,16	35,19	44,16	28,98
25,53	26,91	86,25	91,77	43,47	39,33
53,82	37,95	77,97	90,39	28,29	40,02
34,5	28,98	77,97	97,98	22,08	40,71
97,29	20,01	59,34	70,38	28,29	31,74
74,52	23,46	55,2	91,77	53,82	31,74
71,07	19,32	61,41	97,98	34,5	30,36

Tableau 4.1 *Modules d'élasticités mesurées des 6 sites [29]*

On voit que le même site peut être classé selon le catalogue algérien en plusieurs classes

Site 01	Site 02	Site 03	Site 04	Site 05	Site 06
S4-S2	S4-S3	S3-S2	S3-S2	S4-S2	S3

Tableau 4.2 *Classification des sites selon le catalogue algérien de dimensionnement des chaussées neuves*

En valeur moyenne les sites peuvent être classés comme suit :

Site 01	Site 02	Site 03	Site 04	Site 05	Site 06
S2	S3	S2	S2	S3	S3

Tableau 4.3 *Classification en moyenne des sites selon le catalogue algérien de dimensionnement des chaussées neuves*

On voit que ces résultats d'essais, malgré le nombre très restreint de sites examinés et le nombre petit d'essai le un site couvre la majorité des classes du catalogue 3/5. Donc les résultats qu'on obtient avec, peuvent être généralisés sur les autres classes surtout que les résultats qu'on cherche sont des résultats qualitatifs (loi de distribution adéquate).

4.3 les tests pour la détermination de la distribution la plus adéquat pour les rigidités des sols support

Dans ce qui suit, 2 types de loi de probabilités vont être utilisés pour modéliser la variabilité des rigidités des sols que sont : loi normale et loi log-normale.

Pour s'assurer de l'hypothèse de la normalité ou la log-normalité de la rigidité du sol support on effectue des tests statistiques. Dans le chapitre 2 on a exposé 3 tests. Mais le test du chi-deux et de de Kolmogorov-Smirnov demandent en avance la connaissance des paramètres de la loi. Ces paramètres sont à leur tour estimés de plusieurs méthodes. Ces causes avec la puissance de test de Shapiro-Wilk [30] nous poussent à l'utilisation de ce test (Shapiro-Wilk) pour la détermination de la distribution la plus adéquate à nos échantillons.

Le test de Shapiro-Wilk permet de vérifier d'après un échantillon la normalité de la population depuis laquelle notre échantillon est tiré. Si on fixe

H0= l'hypothèse de normalité de l'échantillon.

H1= l'hypothèse alternative

α = le risque pris = 5%

Le tableau suivant présente les résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk obtenue sur les différents sites :

Site	La valeur P	L'hypothèse à choisir
01	0.1855	H0
02	0.7321	H0
03	0.8535	H0
04	0.01361	H1
05	0.7862	H0
06	0.01195	H1

Tableau 4.4 résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk des rigidités des sols support pour les 6 sites

Pour vérifier la log-normalité on procède la même procédure mais avec le logarithme népérien de nos mesures. Le tableau suivant présente les résultats des tests de normalité de Sapiro-Wilk sur les logarithmes népérien des mesures de rigidité des différents sites.

Site	La valeur P	L'hypothèse à choisir
01	0.4466	H0
02	0.9237	H0
03	0.8176	H0
04	0.007962	H1
05	0.7478	H0
06	0.01684	H1

Tableau 4.5 résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk des logarithme des rigidités des sols support pour les 6 sites

Le présent graph permet d'illustrer la comparaison entre les résultats de test de normalité de rigidité et de leurs log-normalité

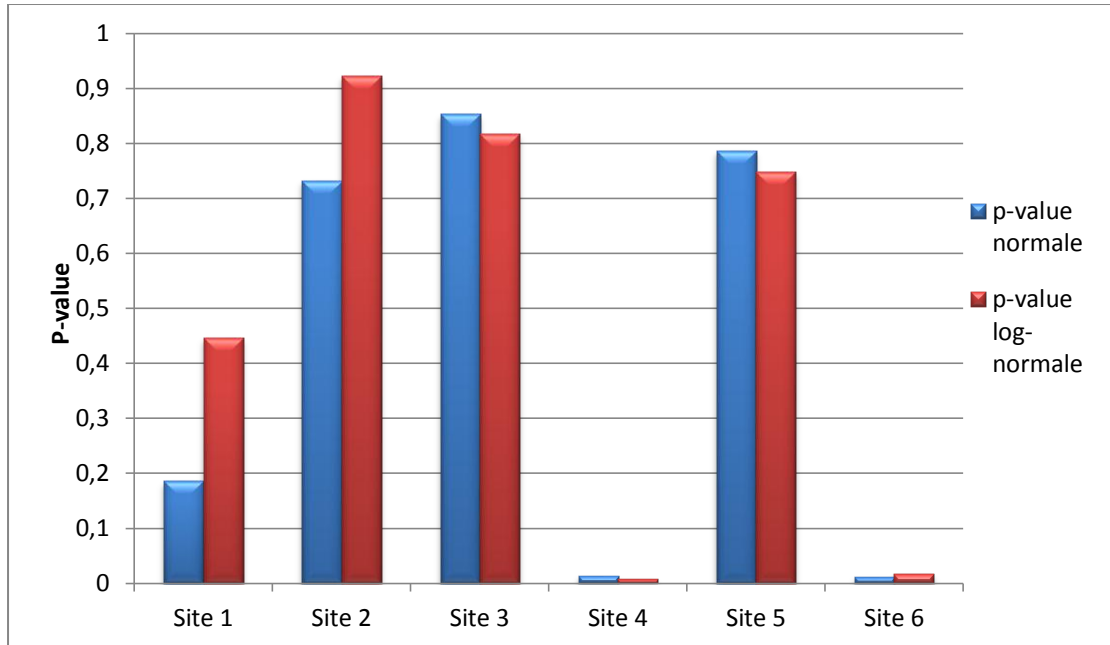


Figure 4.1 : Comparaison des P-valeurs à la loi normale et la loi log-normale pour les 6 sites

Après sommation des P-valeur des 6 sites pour les 2 distributions on trouve 2,960502 pour la log-normale et 2,58286 pour la normale. On peut conclure que la distribution log-normale est la plus adéquate pour la modélisation des rigidités des sites

4.4 Estimation des caractéristiques statistiques des rigidités des sols

Après avoir déterminé la distribution la plus adéquat, il faut maintenant chercher les paramètres de la loi. L'estimation des paramètres se fait de plusieurs manières, dans ce qui suit en fait le choix entre 2 méthodes

- Estimation par la méthode de la maximum vraisemblance [42]

Si l'estimation de la moyenne et de la variance sont données par

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \qquad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Loi	Normale		Log-Normale	
Paramètre	m	σ	m	σ
formule	$m = \bar{X}$	$\sigma = \sqrt{S^2}$	$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(X_i)$	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m - \log(X_i))^2}$

Tableau 4.6 Formule des estimateurs maximum vraisemblance pour la loi normale et log-normale

Le tableau suivant donne les valeurs des paramètres de la loi normale et log normale pour les différents sites en (Pa) :

Loi	Normale		Log-Normale	
Paramètre	m	σ	m	σ
Site 1	4.6997e+007	2.8371e+007	17.4988	0.6177
Site 2	26680000	5.8954e+006	17.0784	0.2162
Site 3	6.8847e+007	1.5749e+007	18.0231	0.2367
Site 4	70840000	2.9967e+007	17.9700	0.5223
Site 5	3.7413e+007	1.0452e+007	17.4011	0.2907
Site 6	33580000	4.9276e+006	17.3203	0.1418

Tableau 4.7 paramètres des distributions normale et log-normale selon MVS des rigidités des sites

- Estimation par méthode de régression non-linéaire

Dans cette méthode on cherche les paramètres qui minimisent la quantité

$$\sum_{i=1}^n (F^*(x_i) - F(m, \sigma, x_i))^2$$

Ou $F^*(x_i)$ est la fonction de réparation empirique avec L'approximation de Chegodayev (1955)

$$F_X^*(x) = \frac{i-0.3}{n+0.4}$$

Et $F(m, \sigma, x)$ est la fonction de répartition théorique de paramètres m et σ . F est

donné par $F(m, \sigma, x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} .dt$ pour une loi normal et

$$F(m, \sigma, x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{(\ln(t)-m)^2}{2\sigma^2}}}{t} dt \text{ pour la loi log-normale}$$

La régression non linéaire, comme toutes les méthodes non-linéaires a un problème de convergence, pour éviter la divergence il faut entrer une bonne solution initiale. Les paramètres estimés par la méthode de maximum vraisemblances constitue des très bonnes valeurs initiales.

Le tableau qui suit présente les paramètres de la loi normale ajusté aux résultats d'essai de 9 sites

Loi Normale					
Site	m	σ	R^2	SSE	SSE (MV)
01	44906080	3420911	0.9183	0.0555	0.0765
02	26168280	5784314	0.9809	0.0130	0.0193
03	6.8641e+007	1.8632e+007	0.9694	0.0208	0.0311
04	7.296e+007	3.919e+007	0.8499	0.1019	0.1398
05	3.7276e+007	1.2527e+007	0.9661	0.0230	0.0353
06	3.3141e+007	6.4221e+006	0.8336	0.113	0.1548

Tableau 4.8 paramètres de la loi normale estimé par régressions non-linéaire des différents sites

Le tableau qui suit présente les paramètres de la loi log-normale ajusté aux résultats d'essai de 9 sites

Loi log-Normale					
Site	m	σ	R^2	SSE	SSE (MV)
01	17.4870	0.7726	0.9479	0.0354	0.0566
02	17.0736	0.2281	0.9854	0.0099	0.0110
03	18.0303	0.2694	0.9714	0.0194	0.0258
04	18.0095	0.6932	0.8157	0.1252	0.1676
05	17.4107	0.3415	0.9598	0.0239	0.0342
06	17.3074	0.1825	0.8490	0.1026	0.1415

Tableau 4.9 paramètres de la loi log-normale estimé par régressions non-linéaire des différents sites

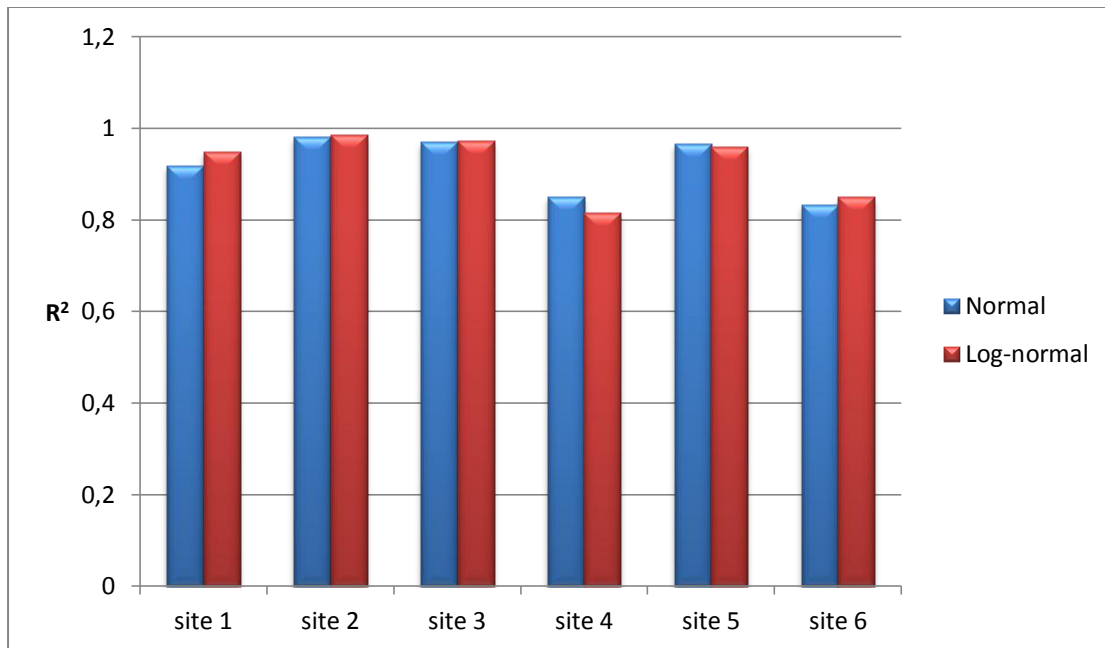


Figure 4.2 : Comparaison du coefficient d'ajustement à la loi normale et la loi log-normale pour les 6 sites

On remarque qu'après sommation des coefficients d'ajustements des 6 sites pour les 2 distributions on trouve 5,5292 pour la log-normale et 5,5182 pour la normale. Ce qui confirme les résultats obtenue par le test de Shapiro-Wilk.

Donc, pour l'estimation des paramètres des lois on a utilisé 2 estimateurs :

- estimateur de maximum vraisemblance
- estimateur par régression non-linéaire

Et pour choisir entre les paramètres de distributions estimées par les 2 estimateurs on effectue le test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données aux différentes distributions avec les différentes valeurs estimées de leurs paramètres.

Le tableau suivant présente les résultats des tests de conformité des mesures à une loi normale de paramètres estimés par maximum vraisemblance et par régression non-linéaire

Site	P-value / M.vraisemblance	P-value / régressions nl
01	0.6695	0.7806
02	0.9674	0.9977
03	0.9400	0.9877
04	0.3302	0.4902
05	0.9342	0.9796
06	0.2806	0.5048

Tableau 4.10 *P-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données (rigidité de site) a une loi normale de paramètres estimés par M.VS et R.NL*

Le tableau suivant présente les résultats des tests de conformité des mesures à une loi log-normale de paramètres estimés par maximum vraisemblance et par régression non-linaire

Site	P-value / vraisemblance	P-value / régressions nl
01	0.7589	0.9571
02	0.9987	0.9991
03	0.8870	0.9777
04	0.3096	0.3782
05	0.8700	0.9811
06	0.3358	0.5659

Tableau 4.11 *P-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données (rigidité de site) a une loi log-normale de paramètres estimés par M.VS et R.NL*

L'histogramme suivant donne une comparaison entre les valeurs p de test de conformité de Kolmogorov-Smirnov pour une loi normale à paramètres estimés de plusieurs manières (par la M.V.S et R.NL):

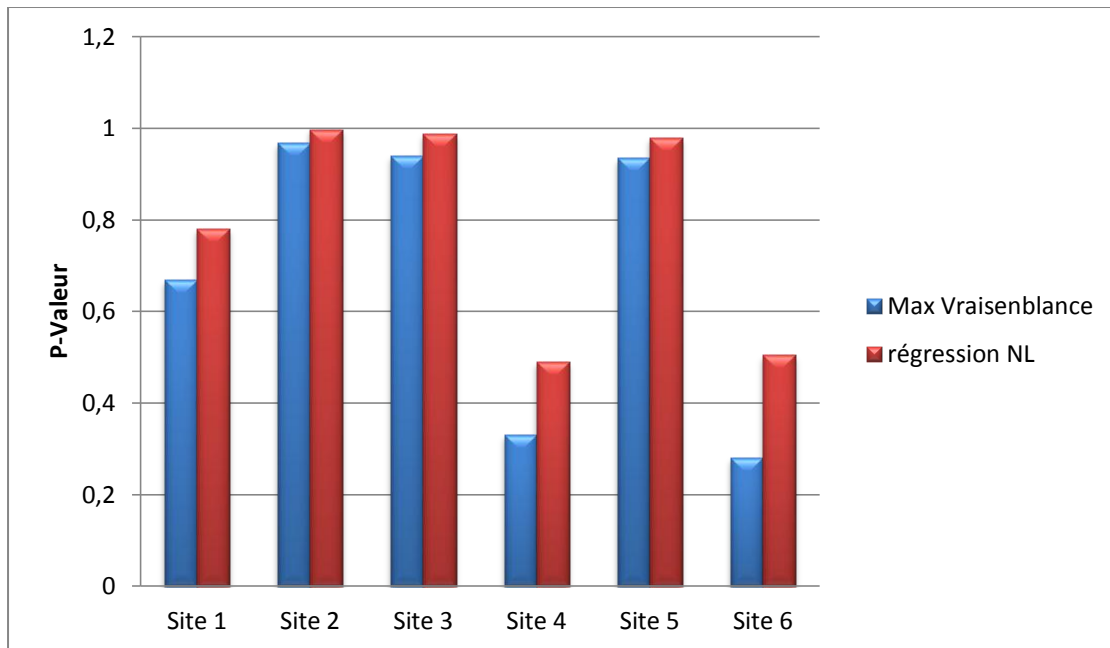


Figure 4.3 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données à la loi normale de paramètre estimé par M.VS et R.NL

L'histogramme suivant donne une comparaison entre les valeurs p de test de conformité de Kolmogorov-Smirnov pour une loi log-normale à paramètres estimés de plusieurs manières (par la M.V.S et R.NL) :

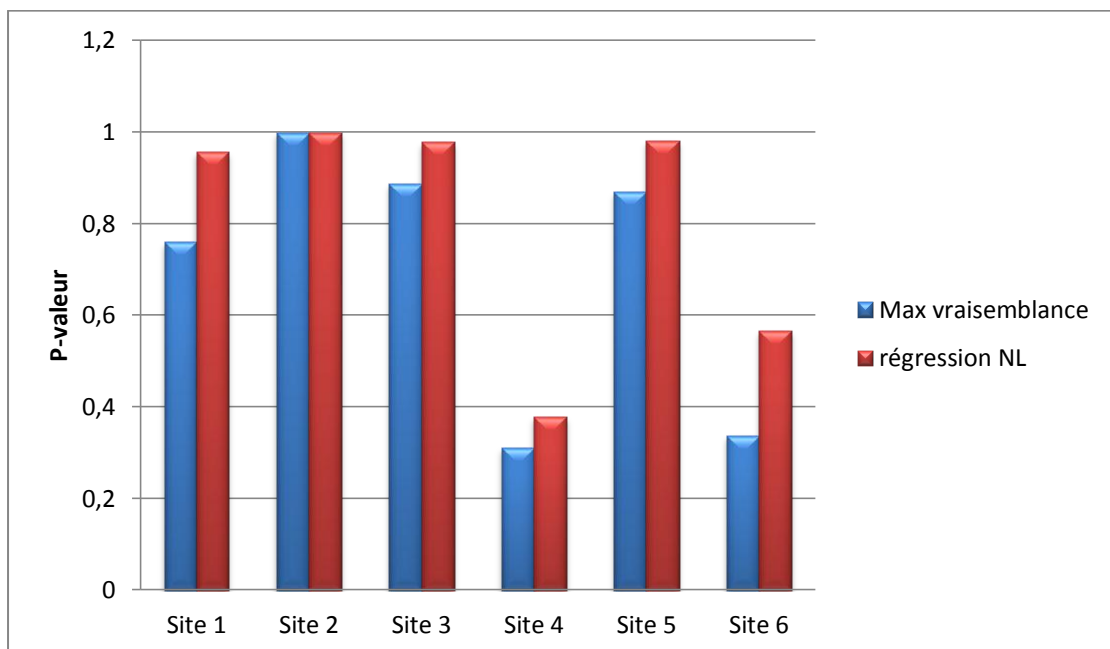


Figure 4.4 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données à la loi log-normale de paramètre estimé par M.VS et R.NL

On remarque bien d'après les graphes 4.3 et 4.4 que l'adéquation (P-valeur) est forte quel que soit la loi de distribution si on utilise la régression non-linéaire pour l'estimation des paramètres des lois. Alors on peut conclure que l'estimation des paramètres par régression non-linéaire est meilleure que par maximum vraisemblance

On illustre maintenant un histogramme qui permet la comparaison entre les résultats de conformité des mesures aux lois normale et log-normale avec des paramètres de lois estimés par régression (moindre carrés) non-linéaire

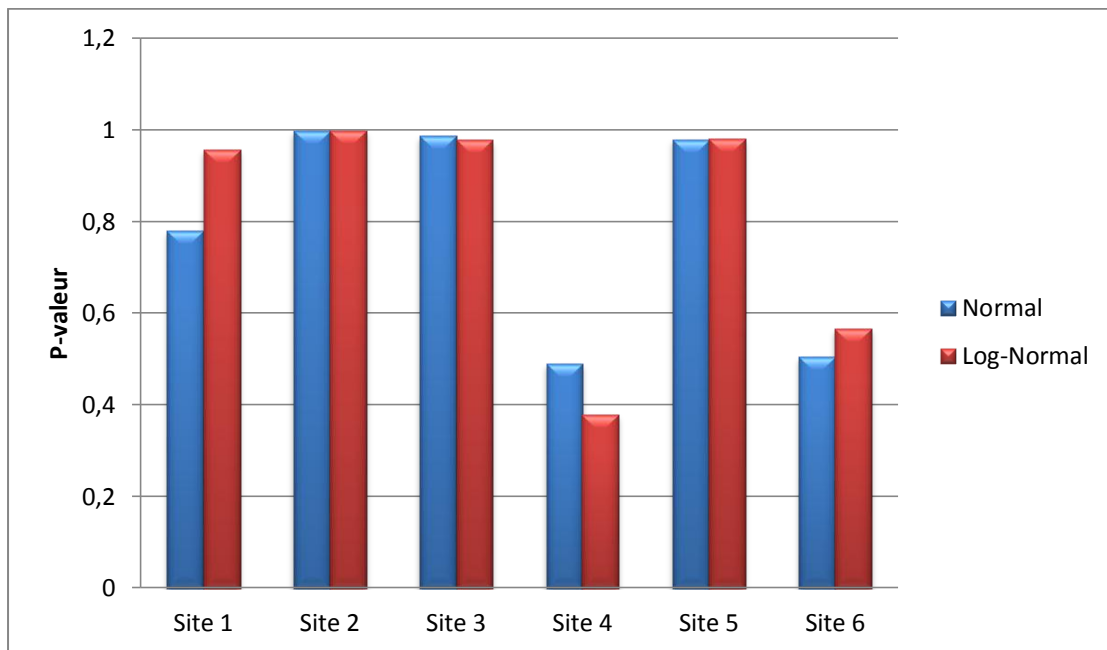


Figure 4.5 : Comparaison des P-valeurs du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité des données à la loi normale et à la loi log-normale de paramètres estimés par R.NL

Après comparaison des sommes des valeurs p du test de Kolmogorov-Smirnov de conformité à une distribution normale de paramètres estimés par régression non-linéaire et celle d'une distribution log-normale ($4,7406 < 4,8591$), on confirme que la distribution log-normale est plus adéquate à la modélisation des rigidités des sols que la distribution normale.

Chapitre 05 : Etude statistique de l'effet de la variabilité de rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée souple.

5.1 Introduction :

La rigidité du sol support joue un rôle important dans la réponse d'une structure de chaussée, ce facteur présente une grande variabilité ce qui veut dire la réponse (la durée de vie) d'une chaussée va aussi avoir une grande variabilité.

Dans ce mémoire on essaiera de traiter ce problème de la relation entre la variabilité du sol support et la variabilité de réponse de la structure de chaussée, et pour faire ça on utilise 2 approches :

- 1- Étude statistique de l'effet de la variabilité (n'est pas pris variable spatialement) de l'entrée (rigidité du sol support) sur la réponse de la chaussée (sortie) par la méthode de Monte-Carlo
- 2- Etude de l'effet de la variabilité spatiale de la rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée souple

Dans le présent chapitre on présentera la 1^{ère} approche alors que la 2^{ème} approche fait l'objet du 6^{ème} chapitre.

5.2 Démarche suivie :

Après la détermination des paramètres statistiques de l'entrée (rigidité du sol support) on veut étudier leurs effets sur la réponse d'une structure de chaussées. Notre but est de quantifier au maximum l'incertitude sur la réponse, ce qui veut dire aussi l'incertitude sur la durée de vie de la chaussée en fonction des incertitudes mesurées de l'entrée. Pour quantifier la variabilité sur la sortie, plusieurs méthodes sont fréquemment utilisées par exemple :

- Hyper cube Latin.
- Méthode de Rosenblueth 2K+1
- La méthode de Monte-Carlo

Malgré que la méthode de Monte-Carlo est la plus coûteuse entre ces méthode en terme d'utilisation des ressources de calcul (temps de calcul + mémoire), mais elle

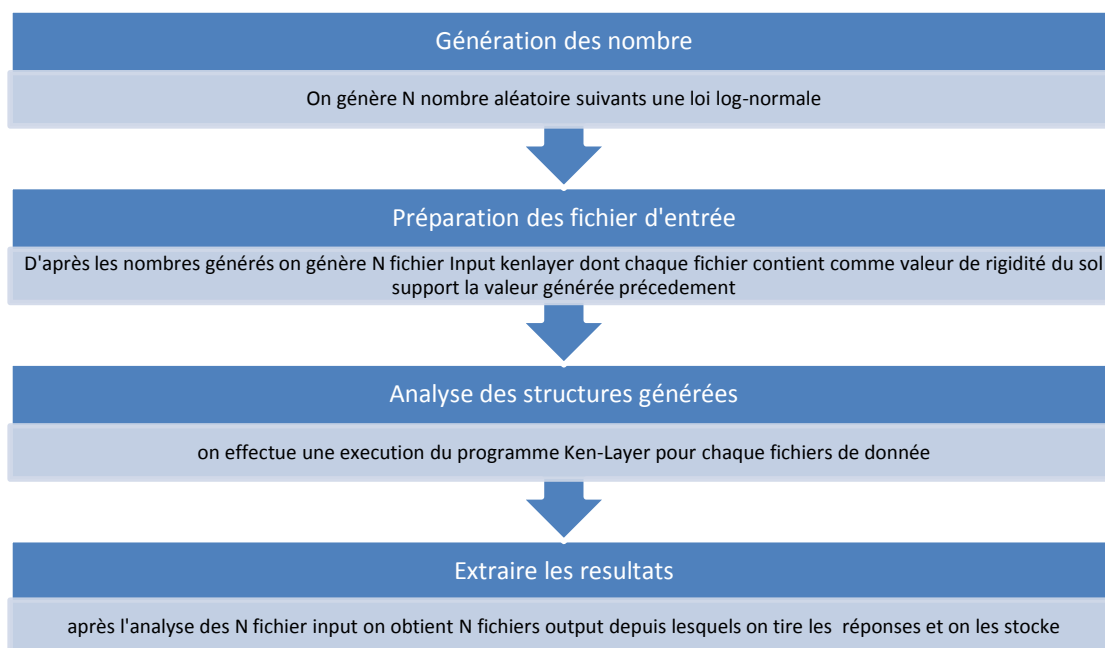
permet de tirer le maximum d'information possible sur la variabilité des sorties en fonction des incertitudes dans les entrées allant jusqu'à connaître sa distribution.

Les démarches à suivre de cette méthode (Monte-Carlo) en générale sont exposées dans le 2^{ème} chapitre. Nous exposons ici directement l'application de cette méthode à notre problème [5,12]:

- 1- Variable aléatoire d'entrée est la rigidité du sol support
- 2- Les paramètres de la V.A ainsi que la structure exemple sont présentés dans le tableau 5.1
- 3- Génération d'un nombre très grand de valeurs N pour la variable aléatoire d'entrée supposée de distribution log-normale.
 - moteur de génération de nombre est basé sur l'algorithme de Mersenne-Twister
 - le passage de la loi uniforme à la loi log-normale se fait par implicitement avec la template classe `lognormal_distribution<double>` présente dans le fichier en-tête `<random>` de la bibliothèque standard du langage C++ supportant la norme C++11(ou dit extended C++).
- 4- Evaluation automatique du problème d'une manière déterministe à chaque réalisation de la variable aléatoire d'entrée (module de rigidité du sol support). Cette évaluation est faite avec le logiciel informatique KenLayer qu'on présentera après.
- 5- On tire les informations statistiques de la sortie (reposes critiques de la structures de chaussées puis les durées de vie) par
 - Estimation des paramètres
 - Vérification de conformité aux distributions théorique usuelles

L'analyse des structures se fait à l'aide de programme informatique Ken-Layer qui un logiciel développé à Université de Kentucky et utilisé pour la solution d'un système élastique multicouches sous une région circulaire chargée. Le principe du calcul de ce logiciel est basé sur la théorie de Brumister d'un system multicouches élastique, Les solutions sont superposées pour les chargements multiples comme double roues (essieu) ou double tandem. Dans son dimension présente, il peut être appliqué à un maximum de 19 couches avec sortie à 25 coordonnées radiales différentes et 19 coordonnées verticales différentes, ou un total de 475 points [8,10]

Le travail fait peut être englobé dans l'organigramme suivant



5.3 Nombre des simulations

La méthode Monte-Carlo converge vers la bonne solution théoriquement si le nombre de simulation N tend vers l'infini ce qui est impossible technologiquement. C'est pour ça on se contente d'utiliser la méthode avec un nombre de simulations finis très grand pour lequel les résultats estimés se stabilise même si on simule plus

Pour choisir N , on simule pour 10 échantillon, chaque échantillon contient N valeurs simulés, puis on calcul les moyennes et les écarts-types entre les moyennes des 10 échantillons on a obtenue pour la structures suivante

Couche	Epaisseur (Cm)	Module d'élasticité (MPa)	Coeff - Poisson
Béton bitumineux	12	4000	0.25
Couche de Base(GNT)	20	500	0.35
Couche de fondation(GNT)	42	312	0.35
Sol support	-	Variable	0.35

Tableau 5.1 *Structure de chaussée type*

La rigidité du sol support étant une variable aléatoire log-normale qui donne une moyenne de 125MPa et un coefficient de variation de 30% (écart type de 37.5MPa)

Les couches de base et de fondation sont constituées de graves non traitées, leurs modules de rigidité sont calculés selon le catalogue de dimensionnement des chaussées neuves.

Cette structure subit un chargement circulaire de rayon de 17.5 Cm et d'une pression statique uniforme de 675KPa.

Les résultats de simulations en fonction de N sont illustrés dans les figures suivantes :

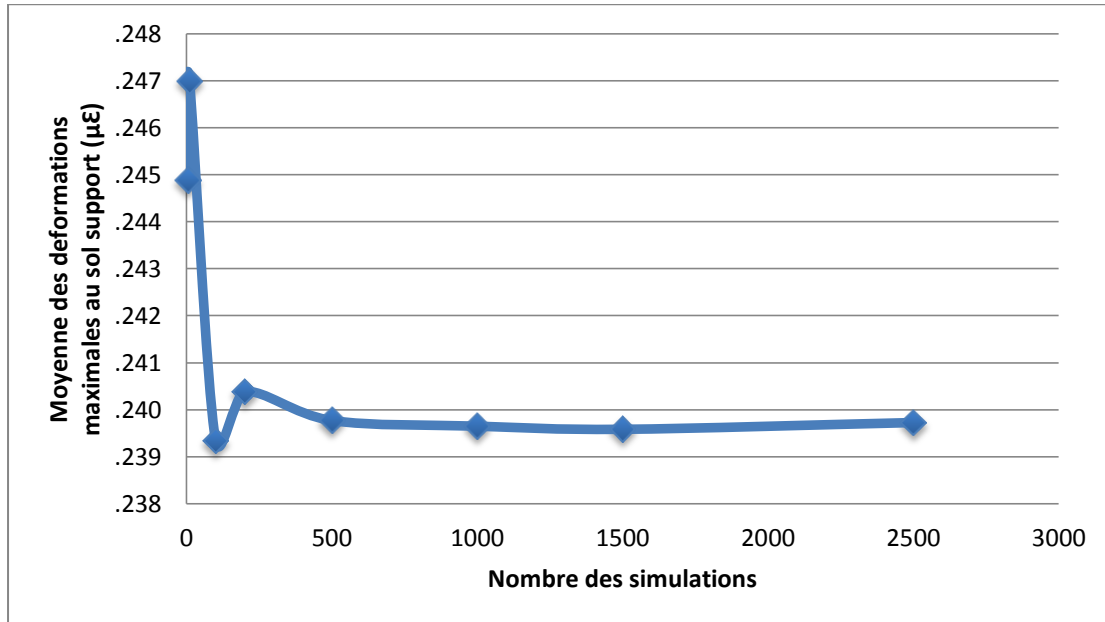


Figure 5.1 *Courbe de convergence de la moyenne des déformations max du sol support*

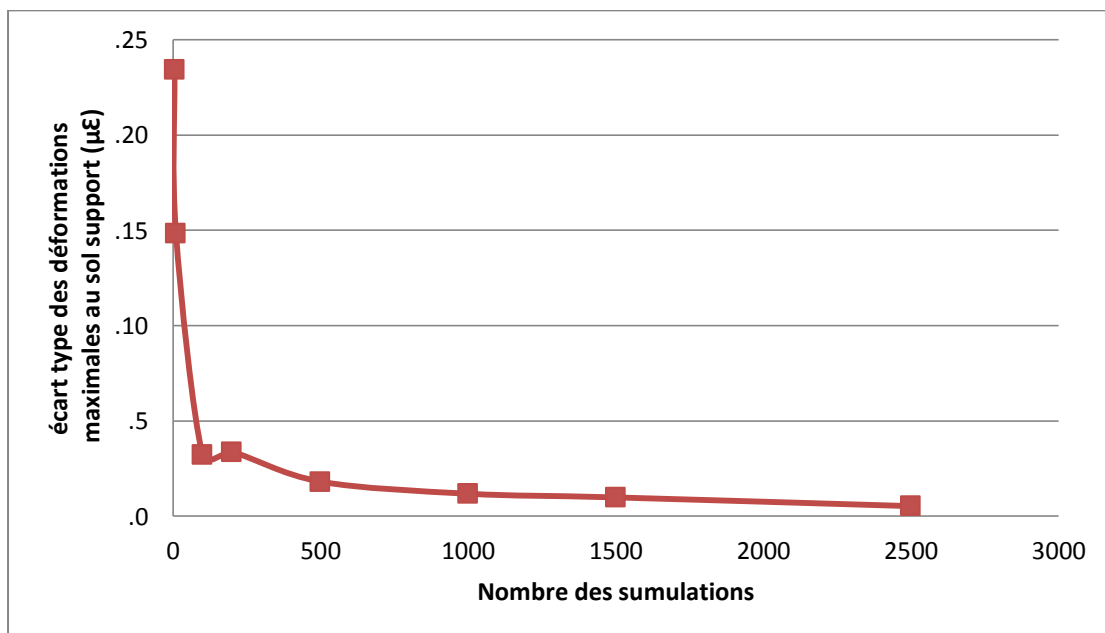


Figure 5.2 Courbe de convergence de la écart-types des déformations max du sol support

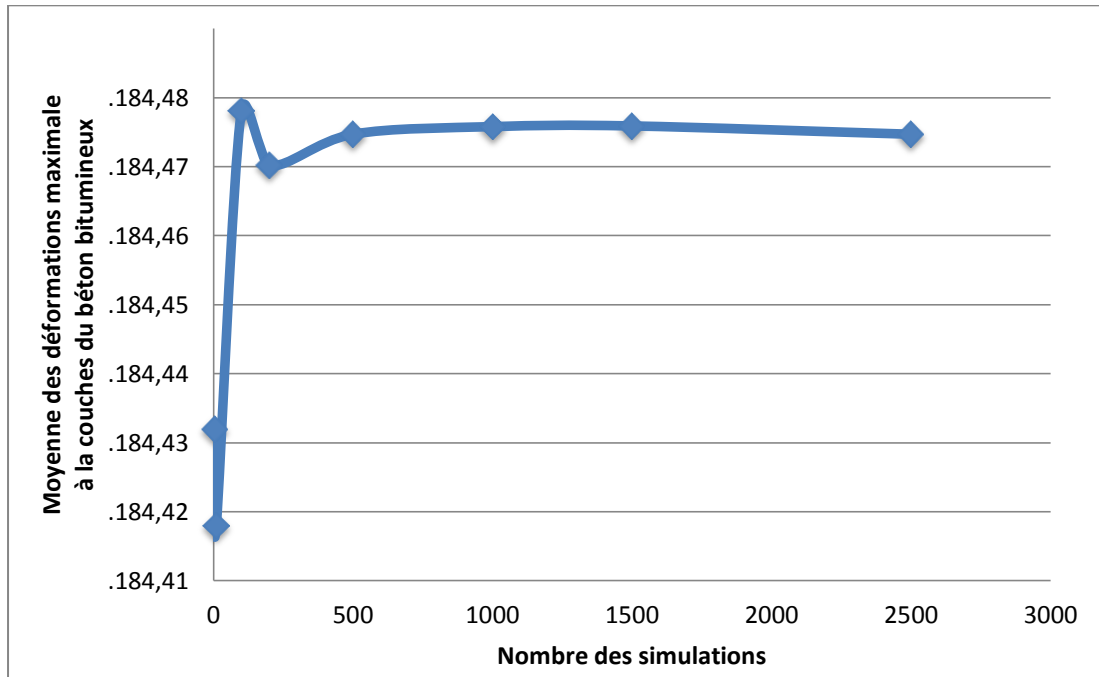


Figure 5.3 Courbe de convergence de la moyenne des déformations max a la couche du béton bitumineux

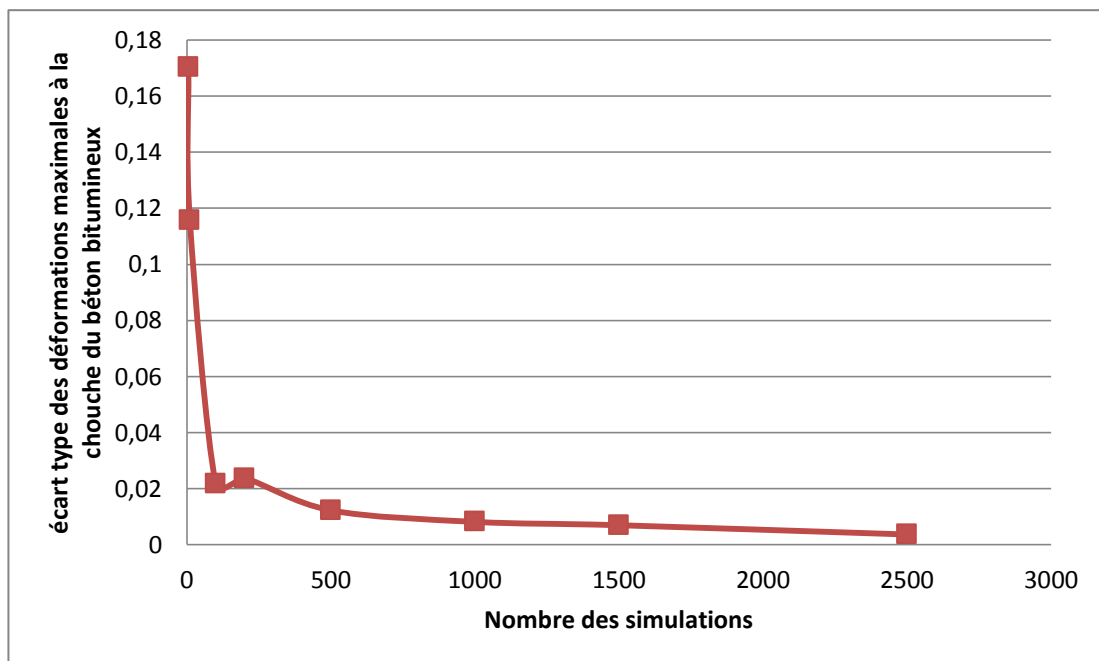


Figure 5.4 Courbe de convergence de l'écart-type des déformations max à la couche du béton

On remarque qu'après 500 simulations toutes les moyennes se stabilisent approximativement alors que les écart-type ne se stabilisent qu'à peu près 1000 simulation.

Dans la suite de ce chapitre on continue à travailler avec 1500 simulation pour avoir des résultats précis même avec des coefficients de variations plus élevés.

5.4 Effets de la variabilité de rigidité du sol support sur la réponse et la durée de vie d'une structure de chaussée souple

Afin de d'illustrer l'effet de variabilité du module d'élasticité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée et sur sa durée de vie, On considère la structure de chaussées suivante

Couche	Epaisseur (Cm)	Module d'élasticité (MPa)	Coeff - Poisson
Béton bitumineux	12	4000	0.25
Couche de Base	20	500	0.35
Couche de fondation	42	312	0.35
Sol support	-	125	0.35

Tableau 5.2 Structure de chaussée type

Cette structure subit un chargement circulaire de rayon de 17.5 Cm et d'une pression statique uniforme de 675KPa.

Sa réponse est

Critère de dimensionnement	Valeur
$\epsilon_t (10^{-6})$	233.5
$\epsilon_z (10^{-6})$	184.5

Tableau 5.3 réponse déterministe de la structure de chaussée décrit en 5.2

Maintenant on effectue les démarches précédemment expliqué pour la même structure de chaussées à un sol de module d'élasticité log-normalement variable.

On prend comme moyenne pour la rigidité du sol support 125 MPa et on prend 3 valeurs de coefficient de variation 15%, 30% et 45 %. Si on suit la démarche précédemment cité avec un nombre de simulation de 1500 simulation pour chaque coefficient de variation on obtient les résultats suivants

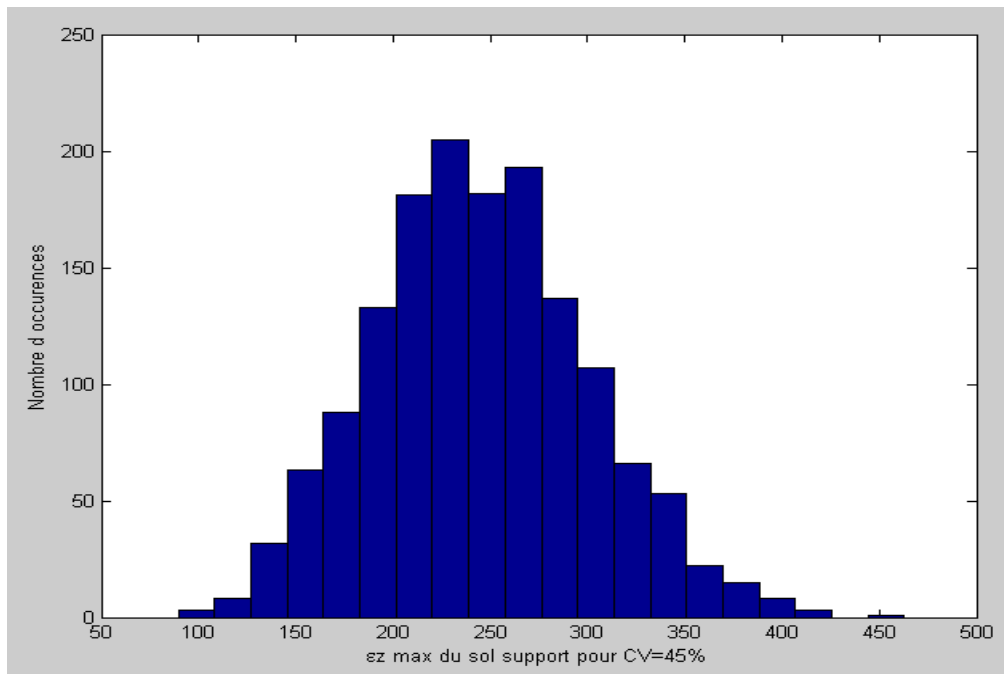


Figure 5.5 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=45%*

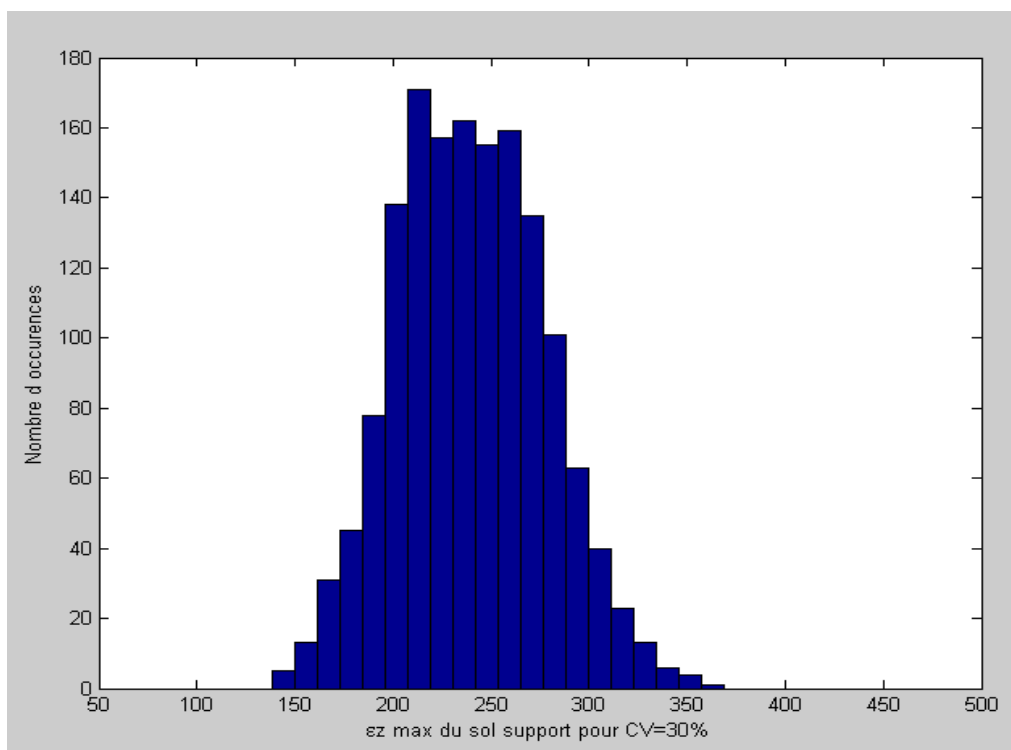


Figure 5.6 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=30%*

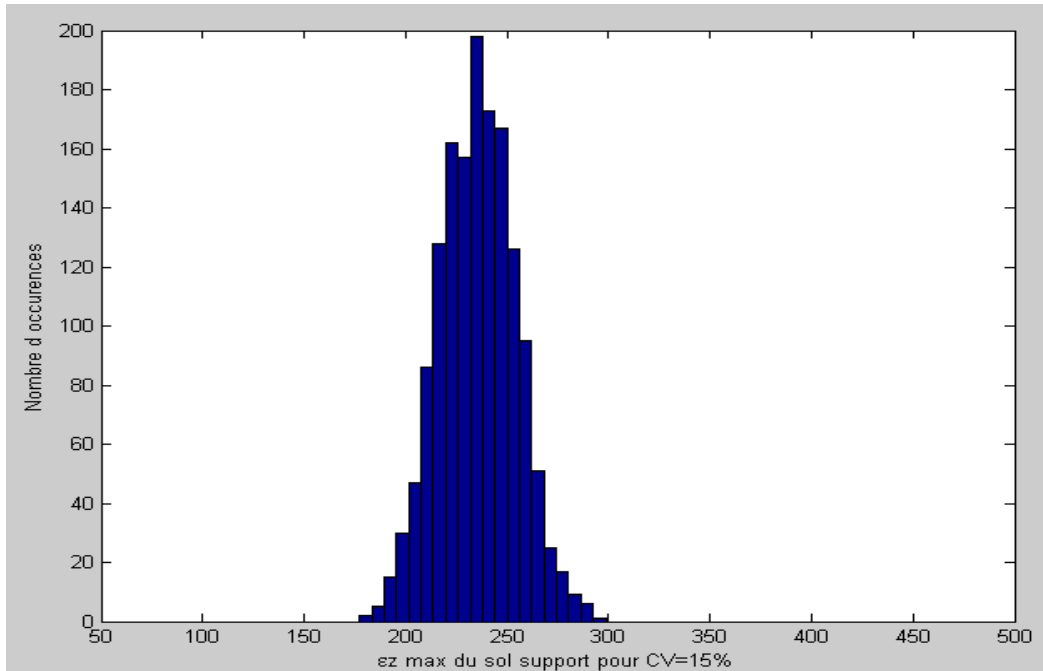


Figure 5.7 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=15%*

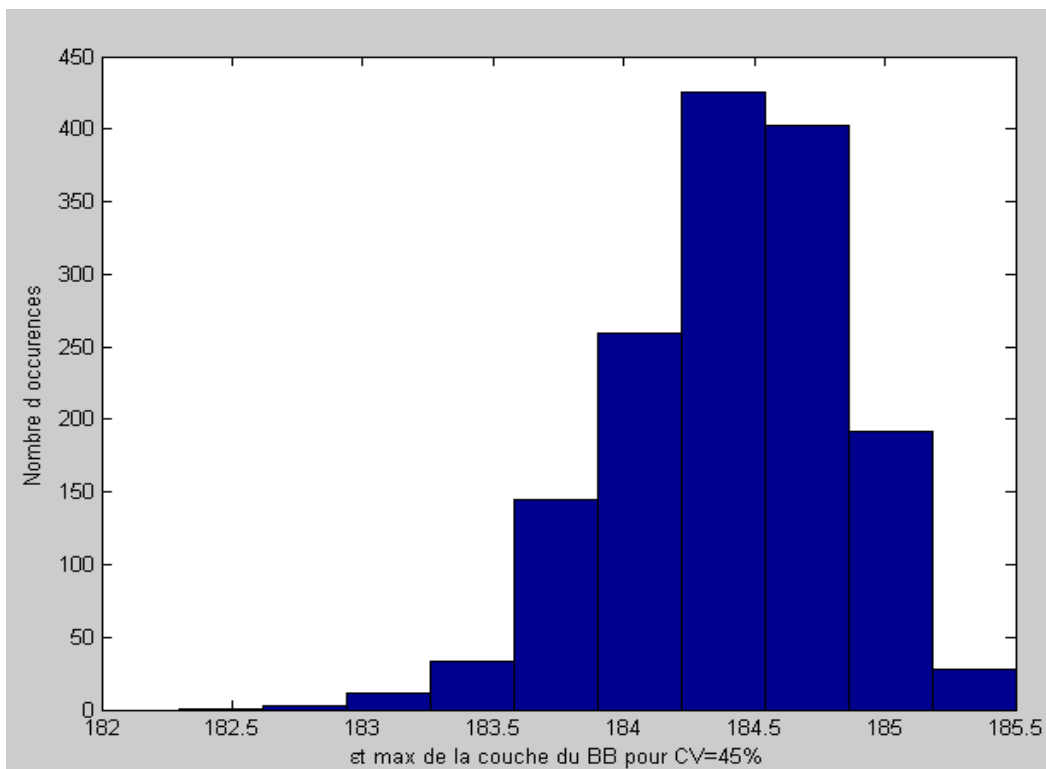


Figure 5.8 *Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=45%*

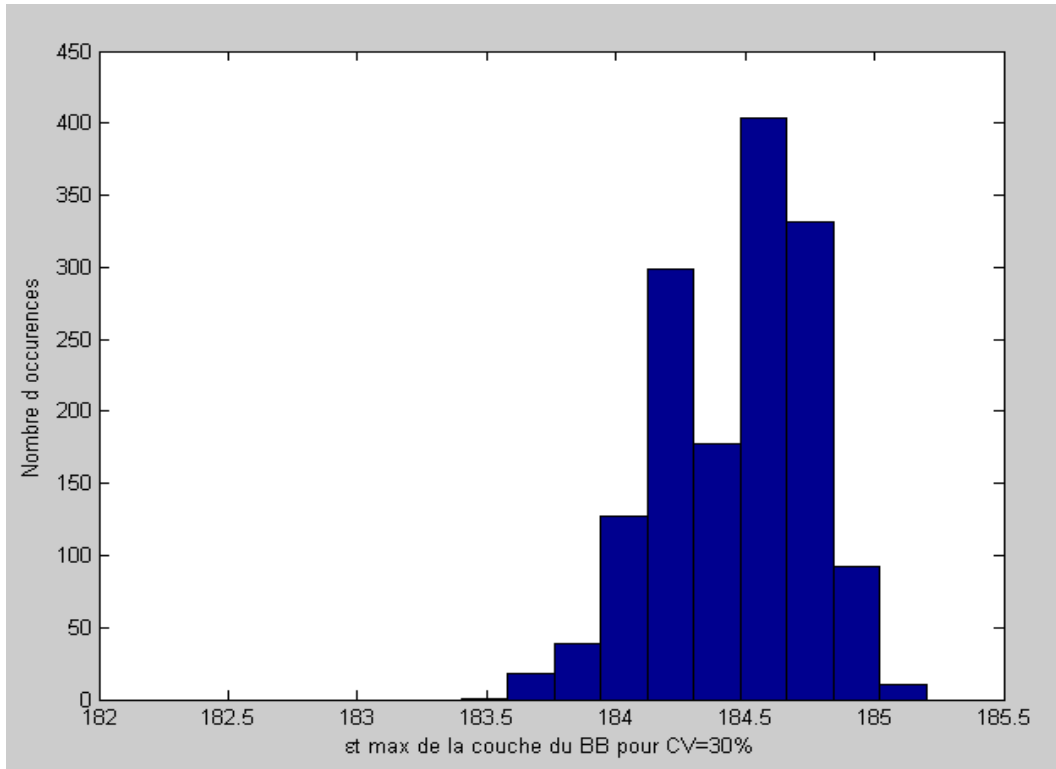


Figure 5.9 *Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=30%*

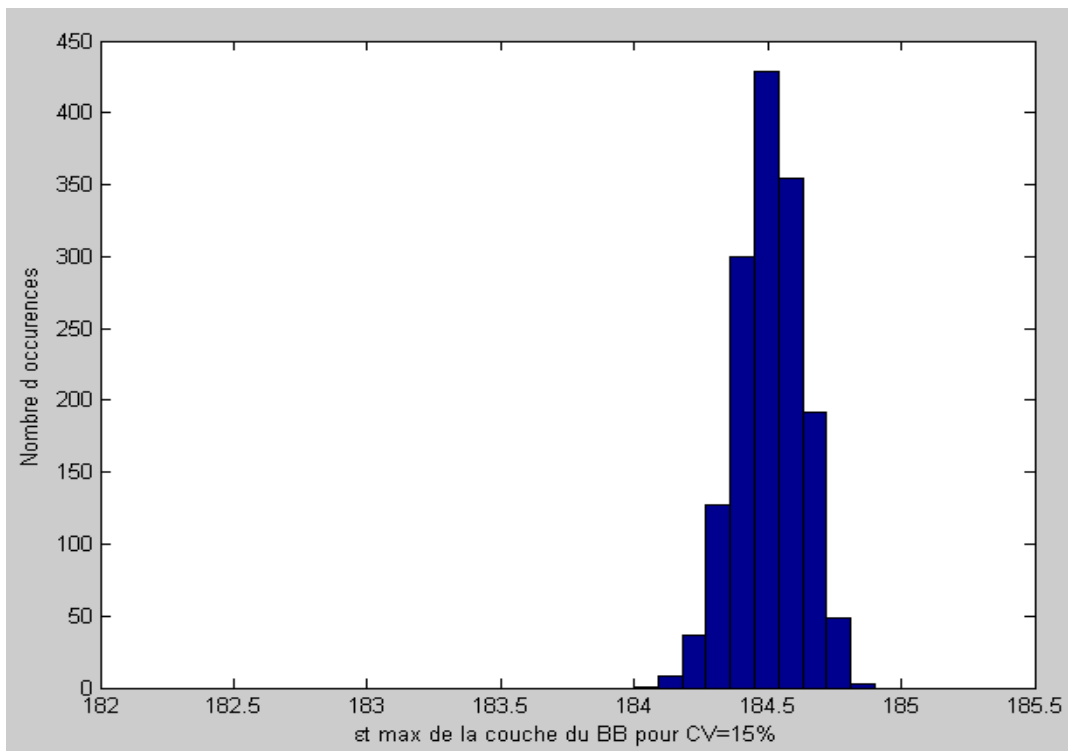


Figure 5.10 *Distribution de la déformation de traction maximale au béton bitumineux de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=15%*

Le tableau qui suit résume les résultats

Problème	Éc sol(μ strain) MOY	Éc sol COV(%)	Ét BB (μ strain) MOY	Ét BB COV(%)
déterministe	233.5	/	184.5	/
COV=15%	235.4268	7.9783	184.5130	0.0751
COV=30%	239.9197	15.6739	184.4724	0.1506
COV=45%	244.9049	22.6040	184.4211	0.2303

Tableau 5.4 réponse (en termes de déformations) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité suivant une loi log-normal

On constate d'après ces résultats que plus l'incertitude dans le sol support est grande plus l'incertitude sur réponse de la chaussées est plus en plus grande.

La 2^{ème} remarque qu'on peut tirer est que la variabilité dans la déformation de traction de la couche bitumineuse n'est pas significative c'est pour ça on va s'intéresser après qu'a la durée de vie d'orniérage

Pour le calcul de la durée de vie d'orniérage estimée on utilise l'équation (1.2) avec les paramètres d'Asphalt Institute et du catalogue algérien de dimensionnement des chaussées.

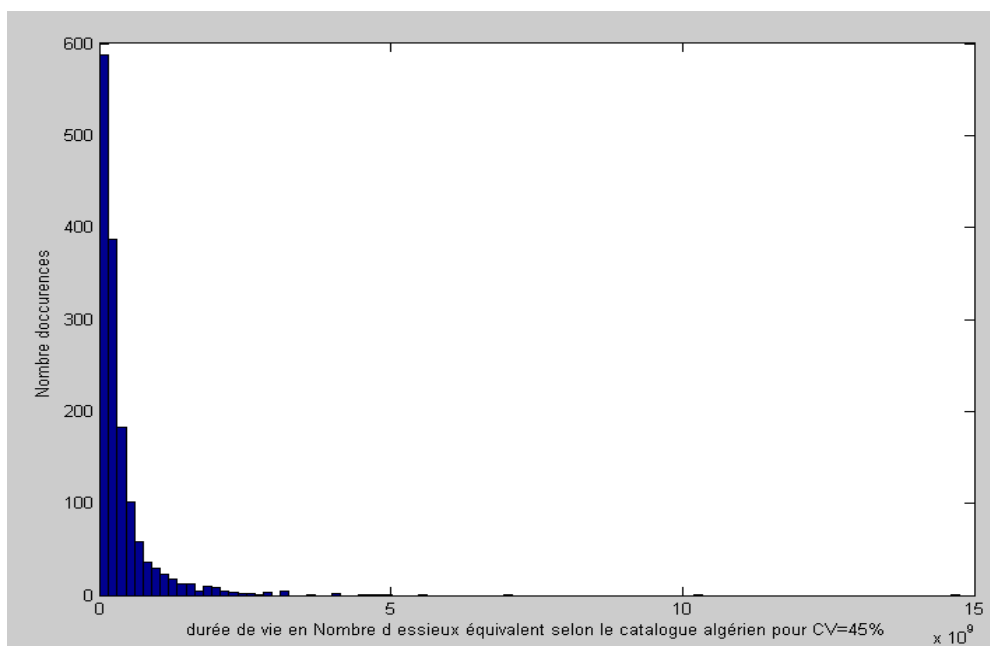


Figure 5.11 Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=45%

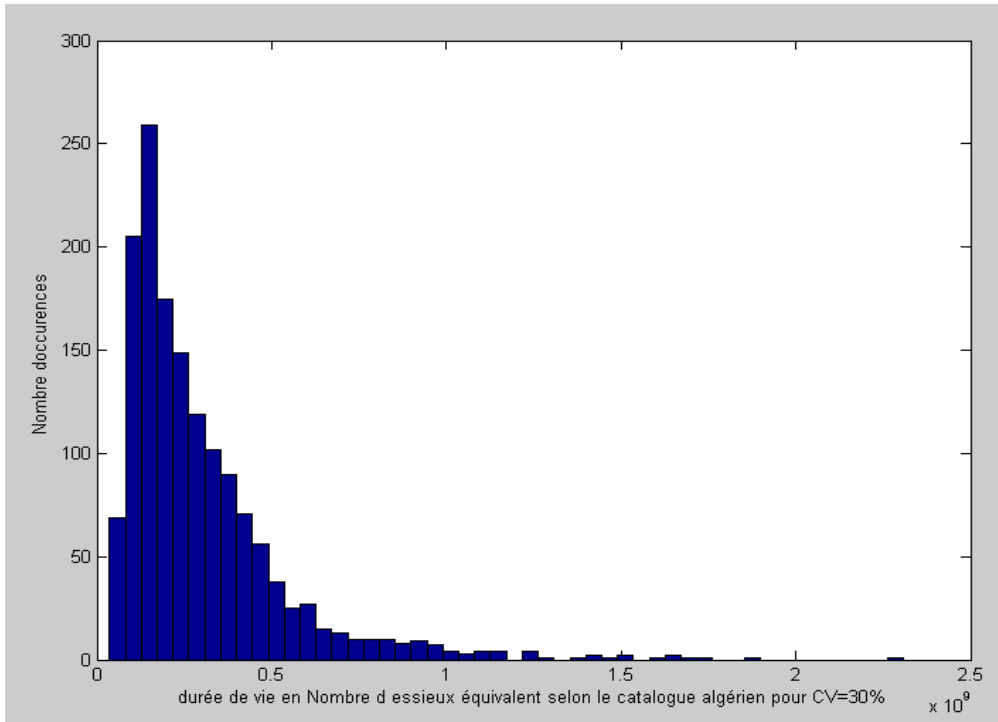


Figure 5.12 *Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%*

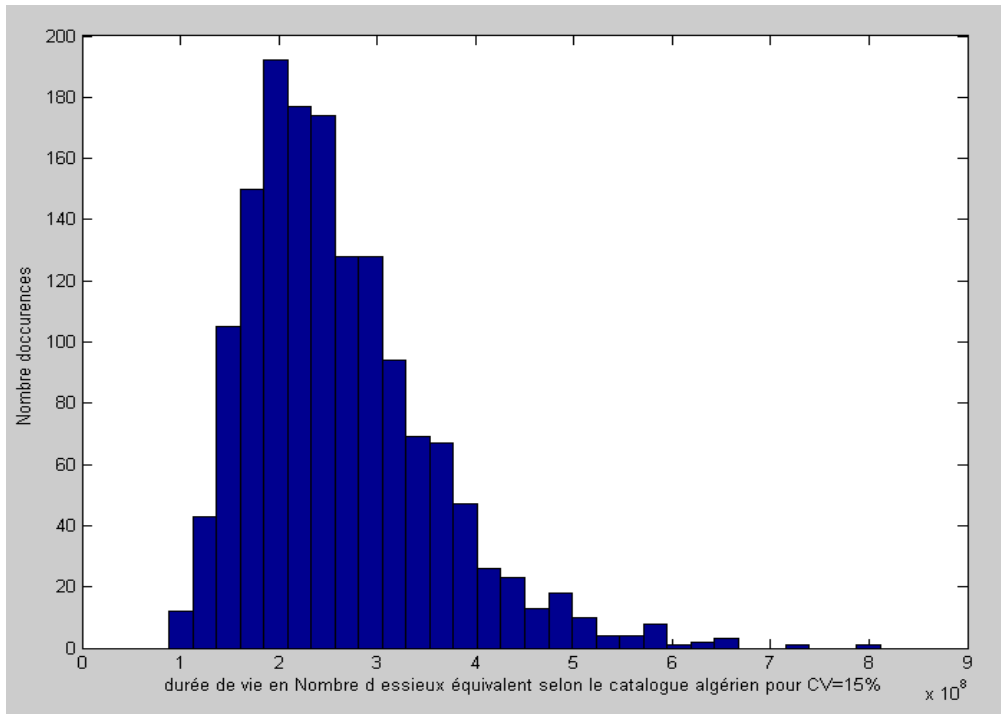


Figure 5.13 *Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=15%*

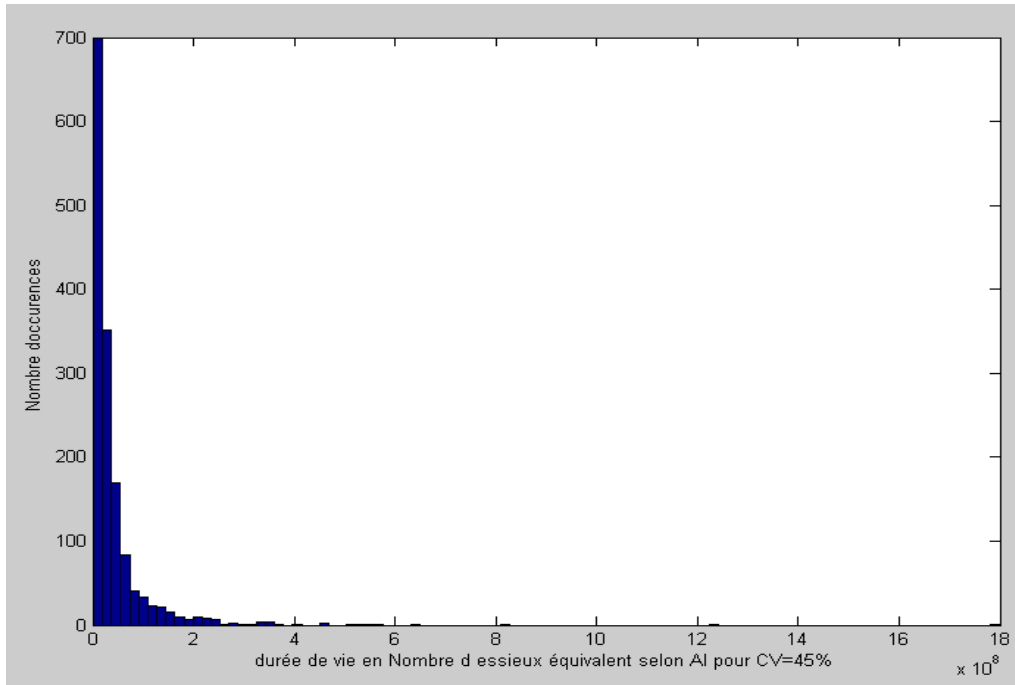


Figure 5.14 *Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=45%*

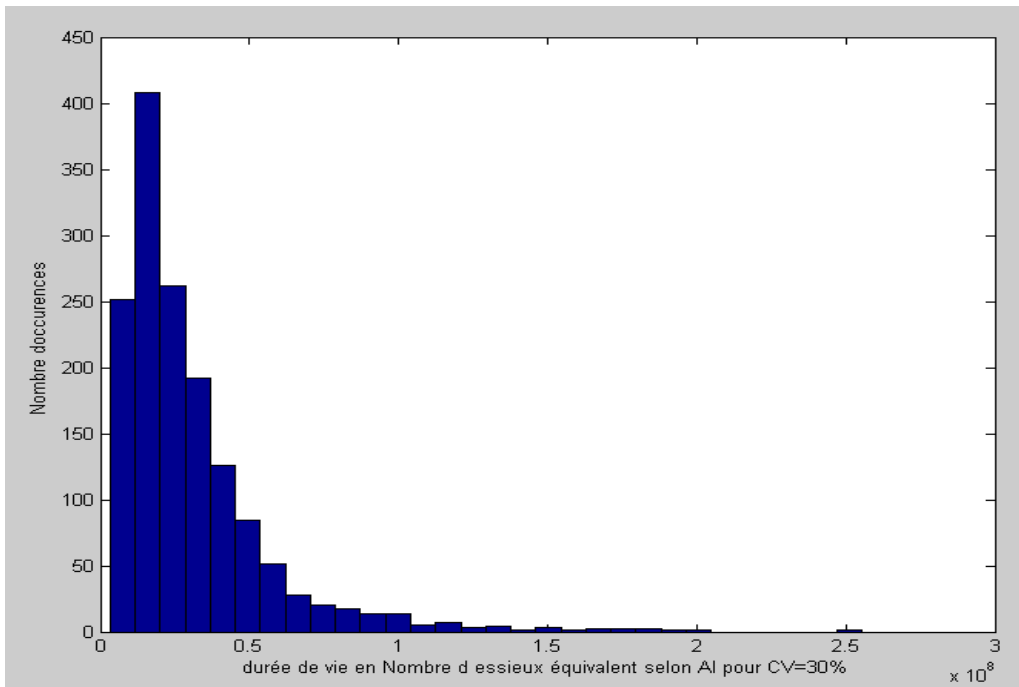


Figure 5.15 *Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussé avec un module de rigidité de sol de CV=30%*

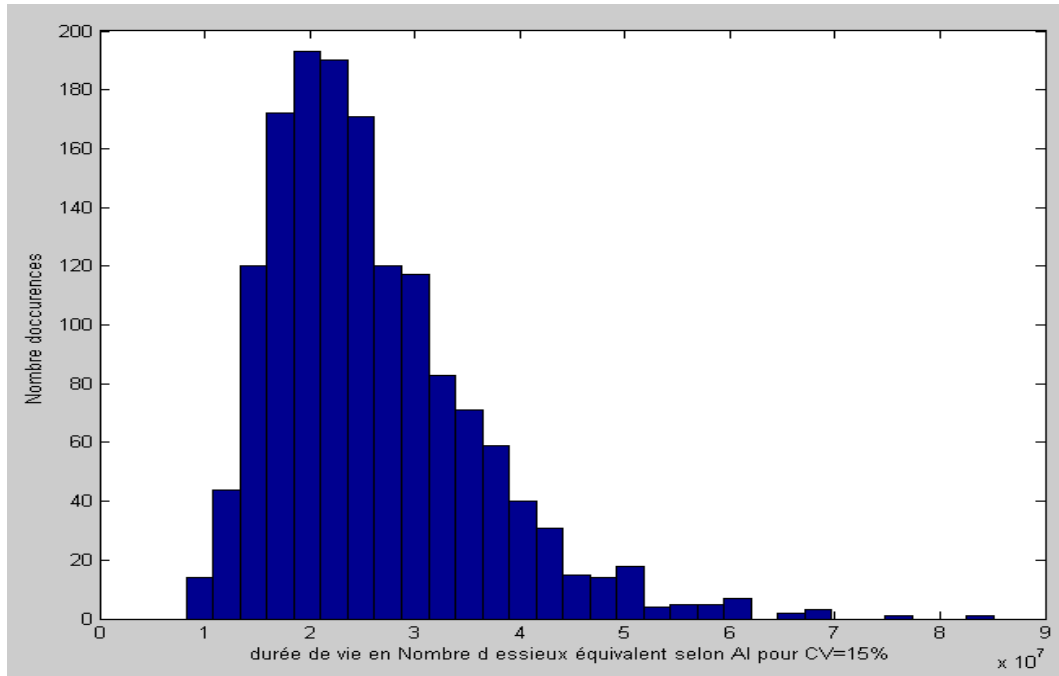


Figure 5.16 Distribution de la durée de vie calculé selon A.I de la chaussée avec un module de rigidité de sol de CV=15%

Ce tableau résume les résultats exprimés en durées de vie en nombre d'essieux standards équivalents :

Problème	Moyenne Nr Catalogue(10^6 ESE)	COV Nr Catalogue (%)	Moyenne Nr AI (10^6 ESE)	COV Nr AI (%)
Déterministe	251.48	/	24.79	/
CV=15%	261.17	35.97	25.88	38.0
CV=30%	300.02	80.24	30.25	85.6
CV=45%	407.82	176.54	42.74	195.74

Tableau 5.5 réponse (en nombre d'E.S.E calculé selon le catalogue et AI) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité suivant une loi log-normal

5.5 Traitement statistique des résultats

Afin de bien exploiter ces résultats et aller vers une estimation probabiliste des durées de vie d'ornièrage des chaussées, il faut qu'on fasse un traitement statistique pour :

- Déterminer la loi de probabilité la plus conforme aux résultats
- Estimation des paramètres de la loi de probabilité à laquelle obéissent les résultats si les résultats suivent une loi donnée.

Pour la détermination de la loi que suivent les résultats ainsi que l'estimation de ses paramètres on effectue des régressions non-linéaires par rapport à la loi normale et la

loi log-normale et on constate leurs coefficients d'ajustements pour déduire la distribution à choisir. On effectue ce travail pour les déformations de compression max du sol support puis pour les durées de vies d'orniérage.

Résultats	Loi normal			Loi log-normal		
	m	σ	R^2	m	σ	R^2
ϵ_c CV=15%	235.3	19.06	0.9998	5.46	0.08112	0.9993
ϵ_c CV=30%	239.1	38.97	0.9988	5.472	0.1635	0.9987
ϵ_c CV=45%	243.5	55.58	0.9996	5.486	0.23	0.9982
N_r catalogue CV=15%	249.2 ^{e6}	83.8 ^{e6}	0.9887	19.31	0.3452	0.9993
N_r catalogue CV=30%	250.9 ^{e6}	159.2 ^{e6}	0.9678	19.26	0.6959	0.9987
N_r catalogue CV=45%	246.7 ^{e6}	200.1 ^{e6}	0.9414	19.2	0.9787	0.9982
N_r AI CV=15%	24.5 ^{e6}	8.7 ^{e6}	0.9878	17	0.3632	0.9993
N_r AI CV=30%	24.8 ^{e6}	16.4 ^{e6}	0.9652	16.94	0.7322	0.9987
N_r AI CV=45%	24.4 ^{e6}	20.5 ^{e6}	0.9374	16.88	1.03	0.9982

Tableau 5.6 résultats d'ajustement des réponses (déformations et durée de vie) à la distribution normale et log-normale

On voit clairement que les déformations de compression suivent une loi normale par contre les durées de vie suivent une loi log-normale

Chapitre 06 : Etude de l'effet de la variabilité spatiale de rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée souple.

6.1 Introduction :

La rigidité du sol support présente une grande variabilité, elle joue un rôle important dans la réponse d'une structure de chaussée.

Dans le chapitre précédant on a essayé de traiter le problème de la relation entre la variabilité du sol support et la variabilité de réponse de la structure de chaussée, par l'approche d'une étude statistique qui ne suppose pas que la variabilité est spatiale (c.à.d. la rigidité du sol support est la même dans une simulation Monte-Carlo -Homogène-) ce qui est n'est pas le cas.

Pour convaincre cette limitation, dans ce chapitre on a essayé d'utiliser d'autre outil de simulation. Puisque la théorie de Burmister suppose l'homogénéité du sol support il n'était pas possible de simuler la variabilité spatiale. La méthode la plus flexible pour tenir compte d'une variabilité spatiale tridimensionnelle est la méthode des éléments finis tridimensionnelle.

Notre but dans ce chapitre est de quantifier la variabilité de la réponse d'une chaussée souple reposant sur un sol support de rigidité spatialement variable, comme 1^{ère} étape, On valide notre modèle d'éléments finis dans le cas homogène en le comparant avec les résultats obtenue par la théorie de Burmister. Puis on explique comment étendre notre modèle pour tenir compte des rigidités de sols support spatialement, et après l'exposition des résultats obtenus par Monte-Carlo on compare ces résultats par les résultats du chapitre précédent et on termine par des conclusions.

6.2 Validation du modèle d'éléments finis

Dans la mécanique des chaussées la méthode des éléments finis est très utilisée quel que soit formulé en un problème axisymétrique ou un problème tridimensionnel, et malgré que l'analyse bidimensionnel axisymétrique est plus légère en terme de temps de développement et utilisation des ressources de calcul (ce qui a un très grand intérêt

pour un grand nombre de simulation-Monte-Carlo-) mais elle n'est pas capable de simuler convenablement l'effet de la variabilité spatiale dans un sol, c'est ce qui nous a poussé à utiliser un modèle d'éléments finis tridimensionnel

Pour valider notre modèle d'éléments finis on prend la même structure utilisée dans le 5^{ème} chapitre .voir tableau (5.2)

Cette structure est exposée à un chargement circulaire de rayon de 17.5 cm et de pression uniforme égale à 675 KPa.

Avec un maillage tétraédrique obtenu à l'aide du logiciel informatique open-source Gmsh 2.28 [27] et avec l'utilisation des bibliothèques (elle est sous forme d'un langage dans les dernières versions) open-source freefem++ que sont écrites en C++ et Fortran et avec l'utilisation des éléments tétraédriques à polynôme de Lagrange du 2^{ème} degré avec des quadratures de Gauss utilisant 4 points d'intégration qui donne des résultats exacts pour un polynôme d'ordre 2 [28].

Après plusieurs simulations La géométrie qui s'approche en résultats à la solution de Burmister et qui minimise le temps de calcul était un disque de rayon externe de 3m et une profondeur de sol support prise à 5m, ce maillage de 16781 tétraèdres et 3290 nœuds. Comme conditions aux frontières on impose une pression de 675KPa à la région circulaire de rayon 17.5 cm comme indiqué dans la figure, au fond du sol support on impose les déplacements $U_x, U_y, U_z = 0$, à la région latérale ($x^2+y^2=25$) on impose les déplacements $U_x, U_y=0$.

Et voici une vue globale du maillage et une coupe qui illustre la région du chargement et les limites entre les couches ainsi que les points critiques

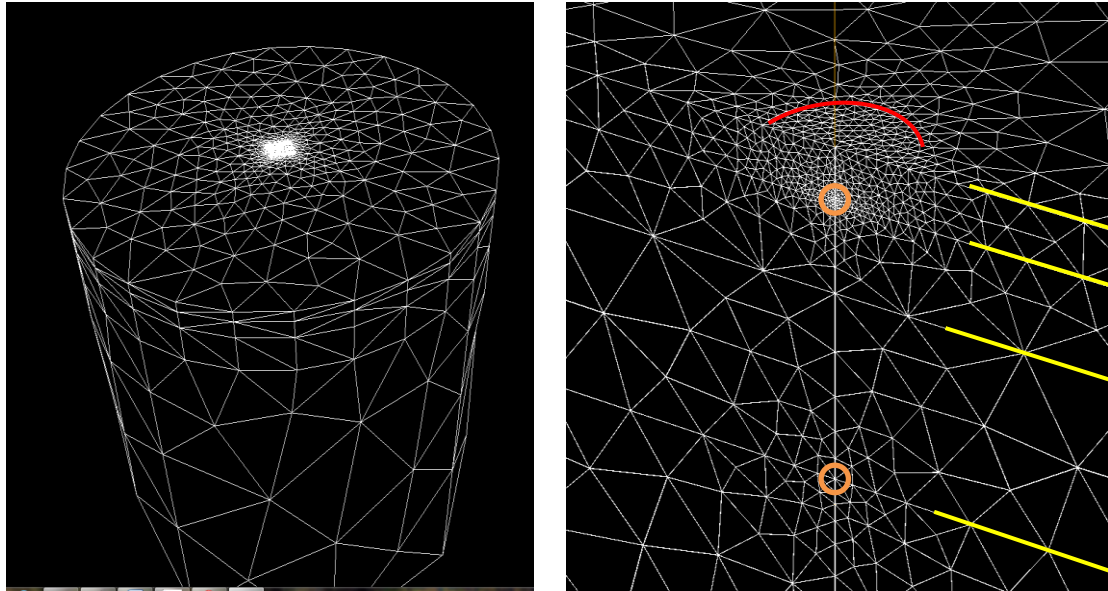


Figure 6.1 *Vue globale et détaillé du maillage d'éléments finis choisi pour les simulations*

On a obtenu les résultats suivants :

Déformations	Résultats avec KenLayer (μ)	Résultats avec la MEF (μ)	Erreurs relatives
ϵ_c max sol support	233,5	231,55	0,86 %
ϵ_t max Couche bitumineuse	184,2	185,5	0.7%

Tableau 6.1 *résultats de validation du modèle d'élément finis*

On remarque que les différences entre les 2 modèles sont négligées, alors le modèle d'éléments finis est valide.

6.3 Démarche suivie :

Après avoir validé le modèle en éléments finis on veut étudier l'effet de la variabilité spatiale de la rigidité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussées. On veut quantifier l'incertitude sur la réponse de la structure de chaussée souple reposant sur un sol de rigidité spatialement variable et sa durée de vie en fonction des incertitudes de l'entrée. Pour quantifier la variabilité sur la sortie, on utilise la méthode de Monte-Carlo combinée à la méthode des éléments finis, Nous exposons ici l'application de cette méthode à notre problème :

- 1- Variables aléatoires d'entrées sont NP variables aléatoires indépendantes qui suivent la même loi de probabilité avec ses paramètres. Chaque variable aléatoire exprime la rigidité du sol dans un point d'intégration (le nombre des points d'intégration étant NP)
- 2- Les paramètres de la V.A ainsi que la structure exemple sont présentés par la suite
- 3- Création de NP Générateurs de valeurs aléatoires initiées par des seed différents (aléatoire), ces NP Générateurs de valeurs aléatoires suivent une loi log-normale de mêmes paramètres.
 - moteur de génération de nombre est basé sur l'algorithme de Mersenne-Twister
 - le passage de la loi uniforme à la loi log-normale se fait par implicitement avec la template classe `lognormal_distribution<double>` présente dans le fichier en-tête `<random>` de la bibliothèque standard du langage C++ supportant la norme C++11(ou dit extended C++).
- 4- Evaluation automatique N fois du problème d'une manière déterministe. à chaque exécution, lors de l'évaluation de la matrice de rigidité si l'élément appartient au sol support alors ses points d'intégration appartiennent aussi, alors la rigidité du sol support dans ce point est égale à la valeur que donne le moteur de génération de nombre aléatoire liée à ce point. Enfin pour faire N simulation Monte-Carlo il faut que NP générateur de nombre pseudo-aléatoire génèrent N valeurs chacun, c.à.d. NPxN nombre générés.
- 5- Après évaluation de chaque matrice de rigidité on peut calculer les déformations maximale qui ne sont pas dans ce cas forcément sur le fond de la couche bitumineuse ou au plafond du sol support sous l'axe du chargement comme il est le cas dans les structures à sol homogène.
- 6- On tire les informations statistiques de la sortie (reposes critiques de la structures de chaussées puis les durée de vie) par
 - Estimation des paramètres
 - Vérification de conformité aux distributions théorique usuelles

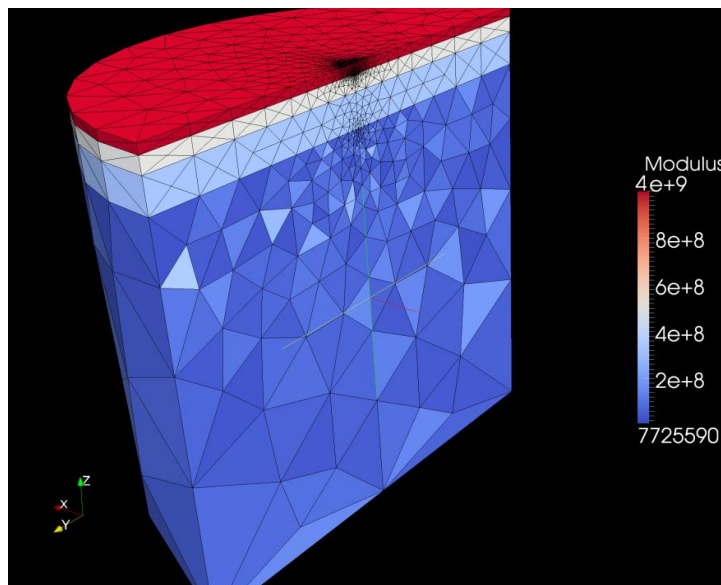
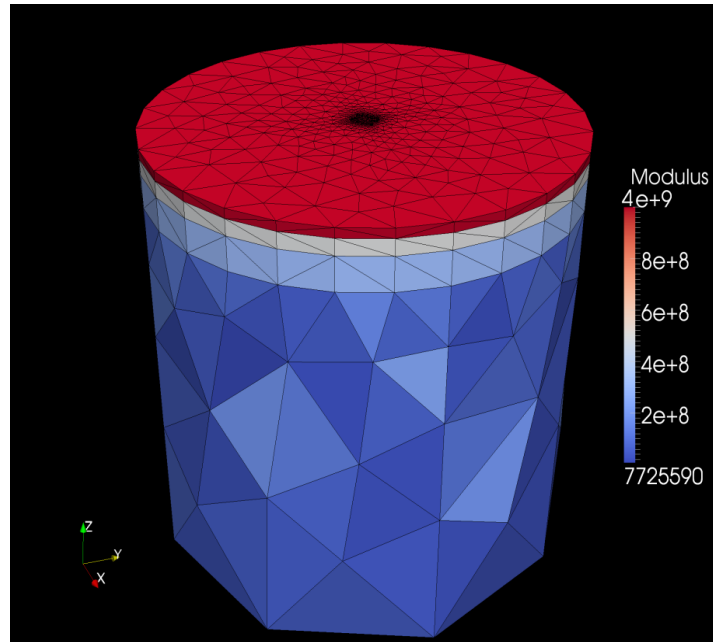
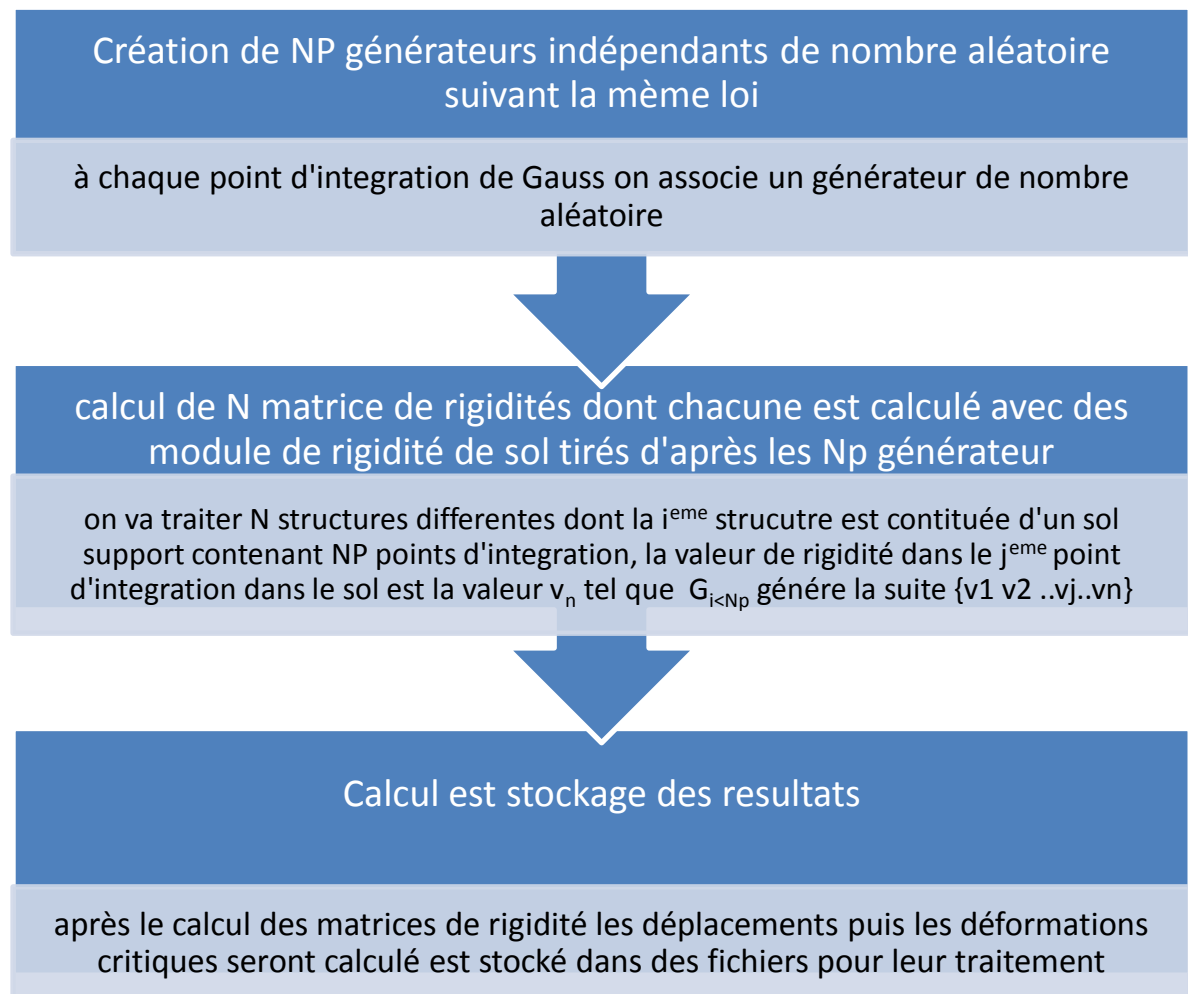


Figure 6.2 *Illustration des structures analysées dans chaque simulation Monte-Carlo*

Le travail fait, peut être englobé dans l'organigramme suivant



6.4 Nombre des simulations

La méthode Monte-Carlo converge vers la bonne solution théoriquement si le nombre de simulation N tend vers l'infini. Pratiquement si N est trop grand la méthode donne de bons résultats. [29] proposent d'utiliser directement 1000 simulations,

Pour choisir N , on simule pour 10 échantillon, chaque échantillon contient N valeurs simulés, puis on calcul les moyennes et les écarts-types entre les moyenne des 10 échantillons on a obtenue pour la structures décrite en 5.1

La rigidité du sol support étant une variable aléatoire log-normale qui donne une moyenne de 125MPa et un coefficient de variation de 30% (écart type de 37.5MPa)

Cette structure subit un chargement circulaire de rayon de 17.5 Cm et d'une pression statique uniforme de 675KPa.

Les résultats de simulations en fonction de N sont illustrés dans les figures suivantes :

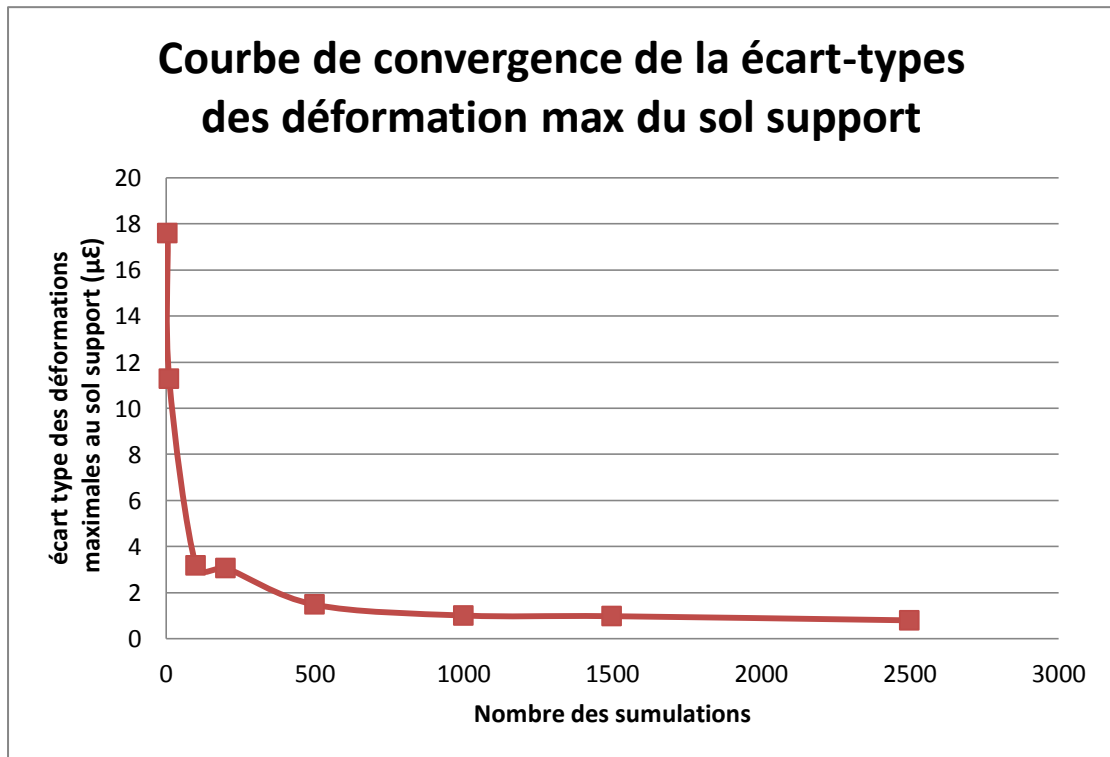
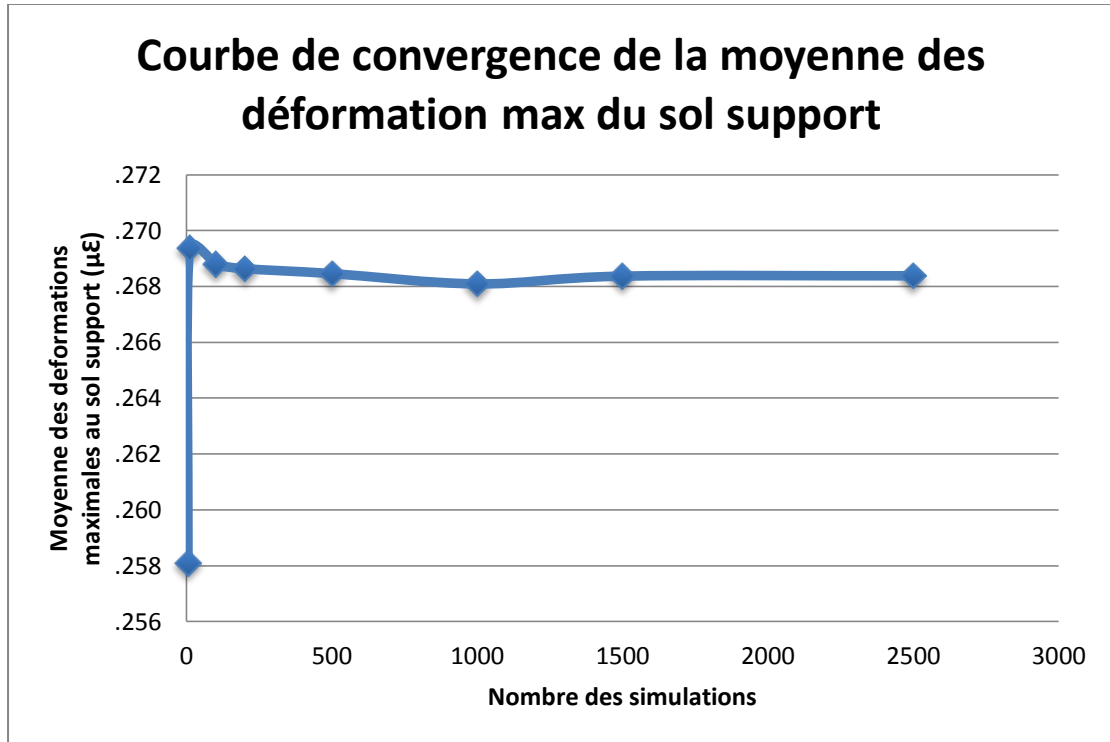


Figure 6.3 *Courbe de convergence des moyennes et des écart-types des déformations max du sol support*

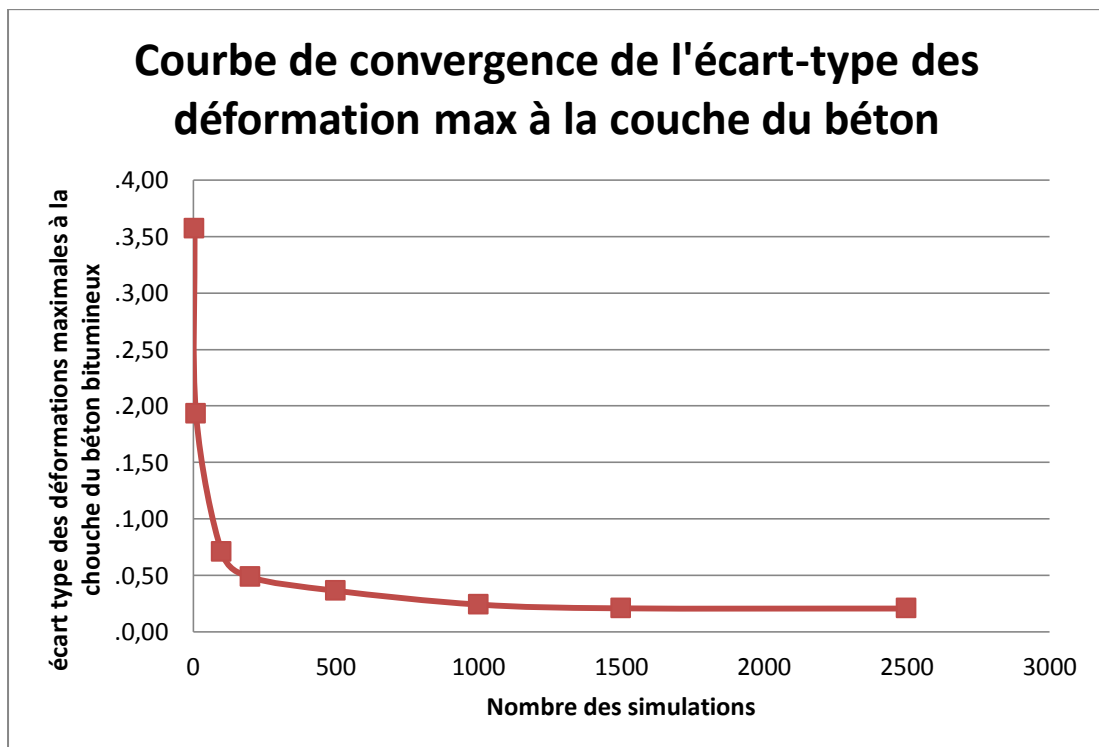
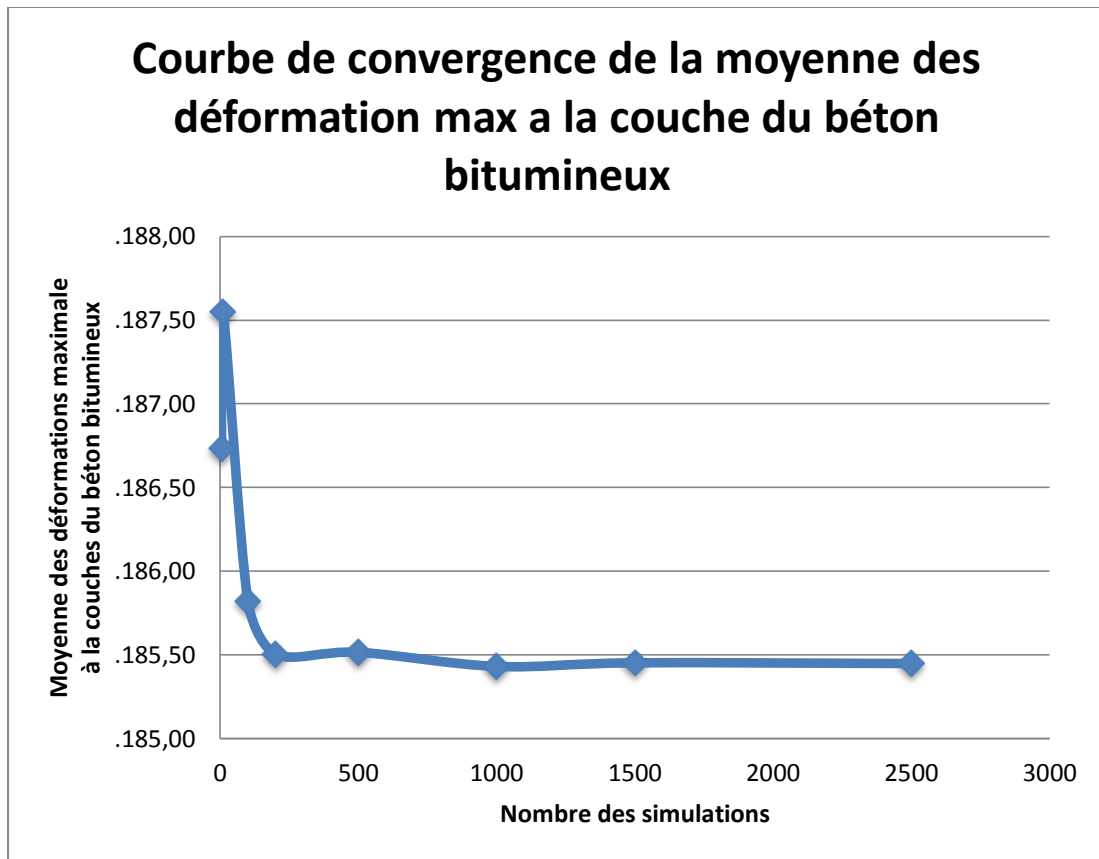


Figure 6.4 Courbe de convergence des moyennes et des écart-types des déformations max de la couche de BB

On remarque qu'après 500 simulations toutes les moyennes se stabilisent approximativement alors que les écart-type ne se stabilisent qu'à peu près 1000 simulation.

Dans la suite de ce chapitre on continue à travailler avec 1500 simulation pour plus de précisions même avec des coefficients de variations plus élevés.

6.5 Effets de la variabilité spatiale de rigidité du sol support sur la réponse et la durée de vie d'une structure de chaussée souple

Afin d'illustrer l'effet de variabilité spatiale du module d'élasticité du sol support sur la réponse d'une structure de chaussée et sur sa durée de vie, On considère la même structure de chaussée utilisé précédemment qui subit un chargement circulaire de rayon de 17.5 Cm et d'une pression statique uniforme de 675KPa.

Et on effectue les démarches précédemment expliqué avec un sol-support de module d'élasticité log-normalement variable.

On prend comme moyenne pour la rigidité du sol support 125 MPa et on prend 3 valeurs de coefficient de variation 15%, 30% et 45 %. Si on suit la démarche précédemment cité avec un nombre de simulation de 1500 simulation pour chaque coefficient de variation on obtient les résultats suivants

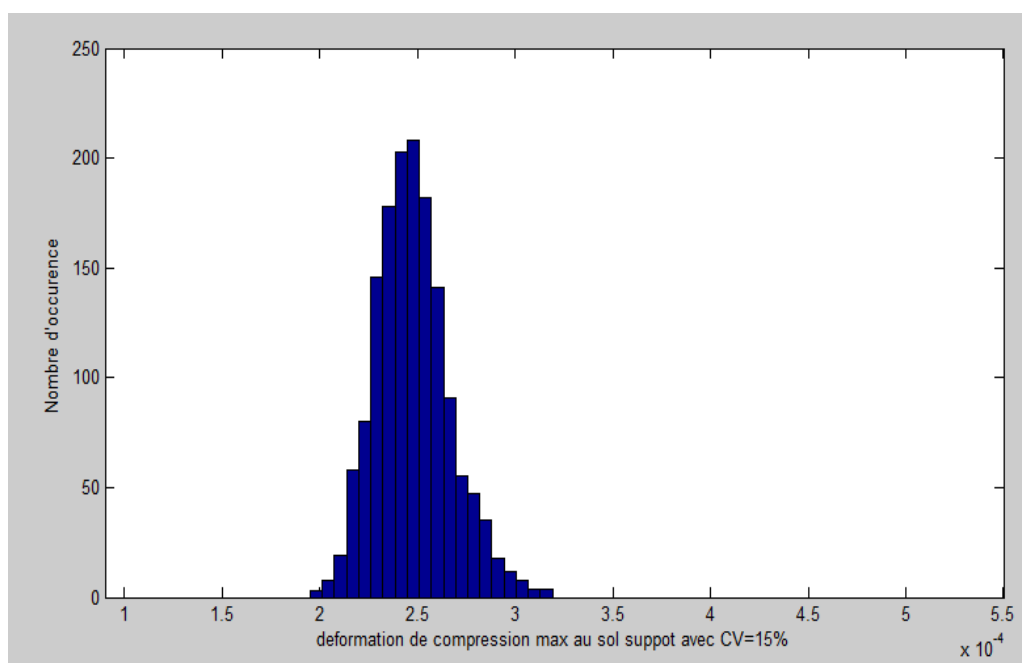


Figure 6.5 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%*

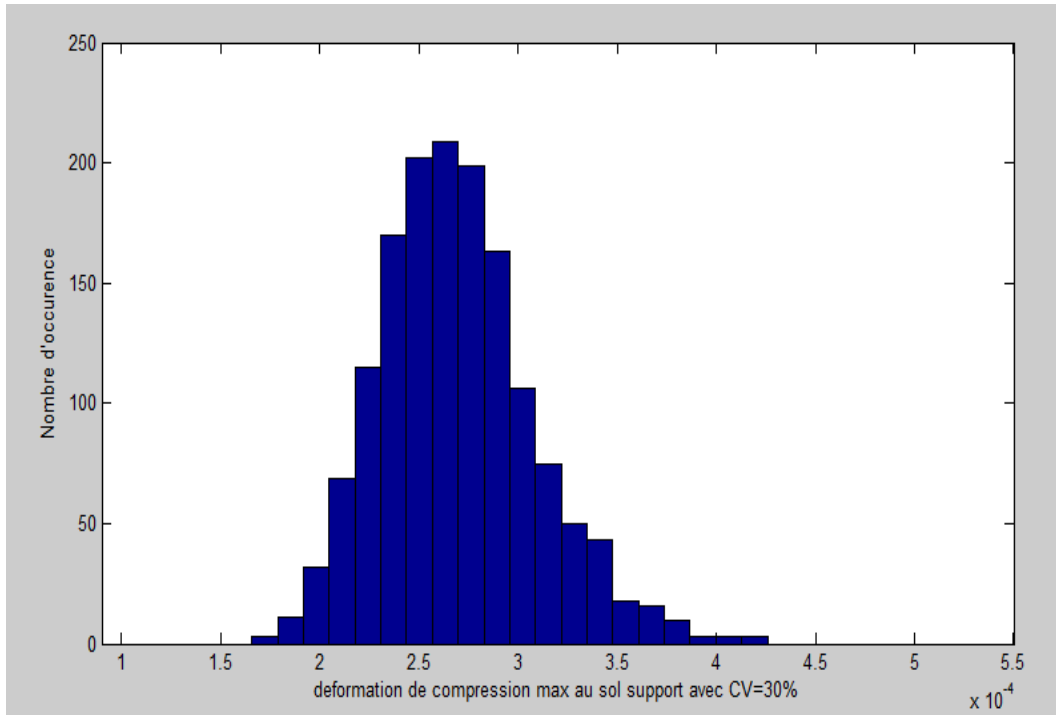


Figure 6.6 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%*

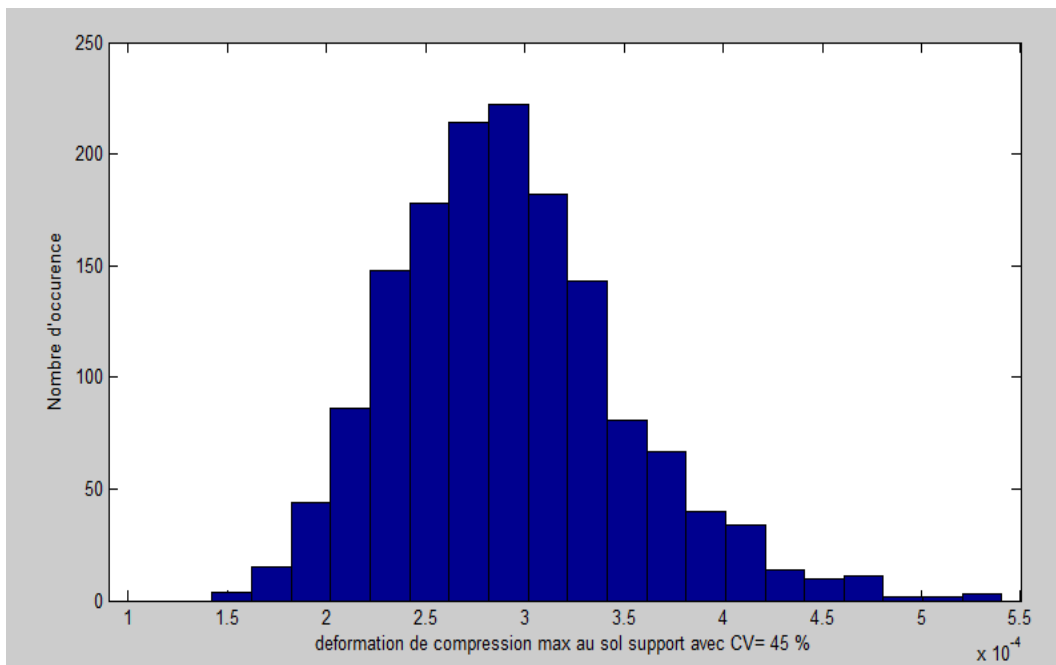


Figure 6.7 *Distribution de la déformation de compression maximale du sol de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%*

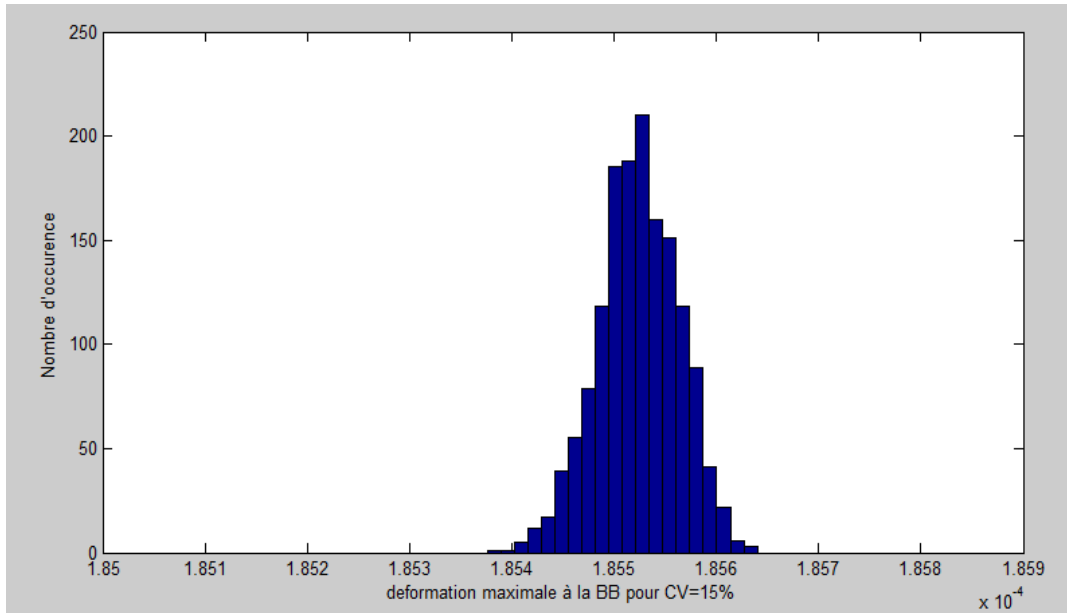


Figure 6.8 *Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%*

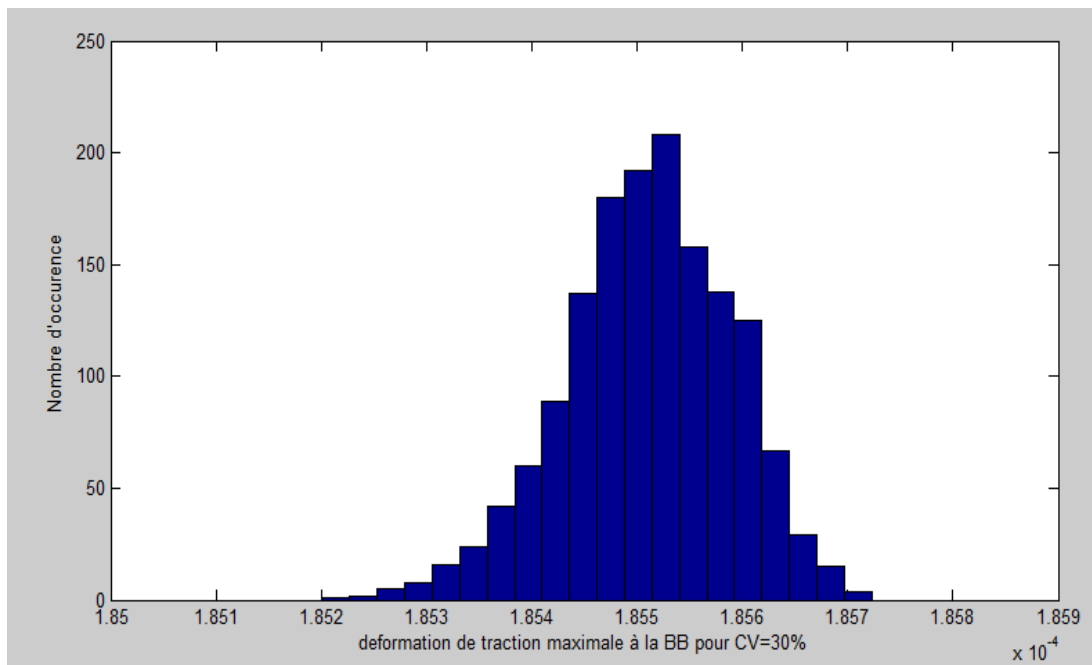


Figure 6.9 *Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%*

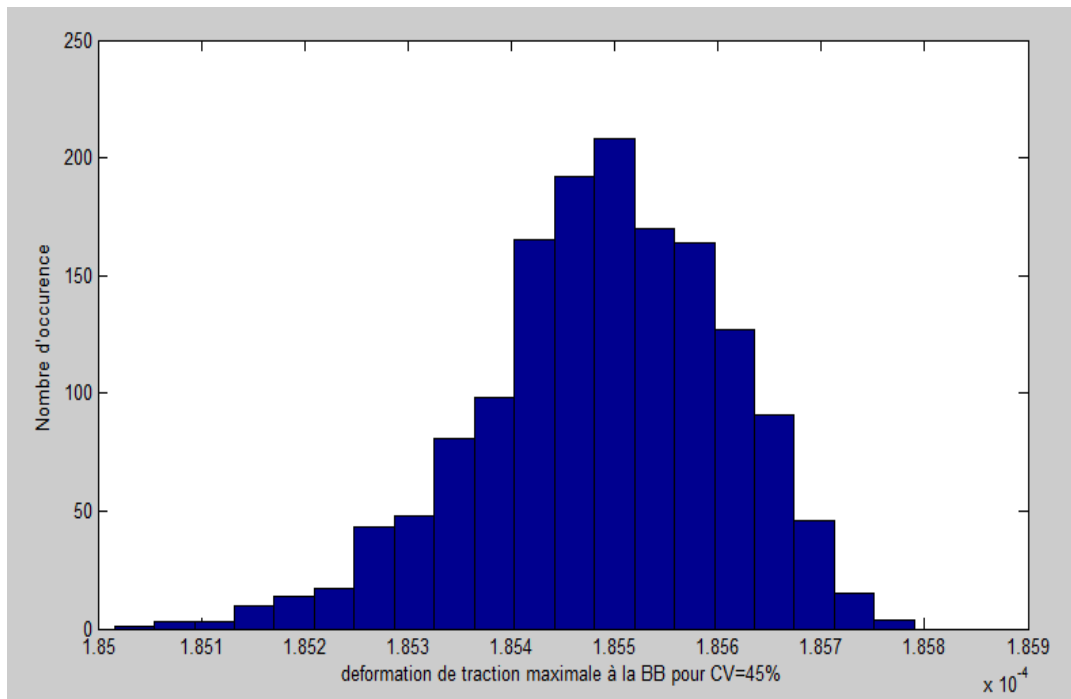


Figure 6.10 *Distribution de la déformation de traction maximale au B.B de la chaussée avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%*

Le tableau qui suit résume les résultats

Problème	ϵ_c sol (μ strain) MOY	ϵ_c sol COV(%)	ϵ_t BB (μ strain) MOY	ϵ_t BB COV(%)
déterministe	231,55 err(0,86 %)	/	185,55 err(0.7%)	/
COV=15%	247.73	7.70	185.52	0.0214
COV=30%	269.03	14.55	185.51	0.0429
COV=45%	292.05	20.27	185.49	0.0643

Tableau 6.2 *réponse (en termes de déformations) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité spatialement variable suivant une loi log-normal*

On constate d'après ces résultats que plus l'incertitude dans le sol support est grande plus l'incertitude sur réponse de la chaussées est plus en plus grande.

La 2^{ème} remarque qu'on peut tirer est que la variabilité dans la déformation de traction de la couche bitumineuse n'est pas significative c'est pour ça on va s'intéresser après qu'à la durée de vie d'orniérage

Pour le calcul de la durée de vie d'orniérage estimée on utilise l'équation (1.2) avec les paramètres d'Asphalt Institute et du catalogue algérien de dimensionnement des chaussées.

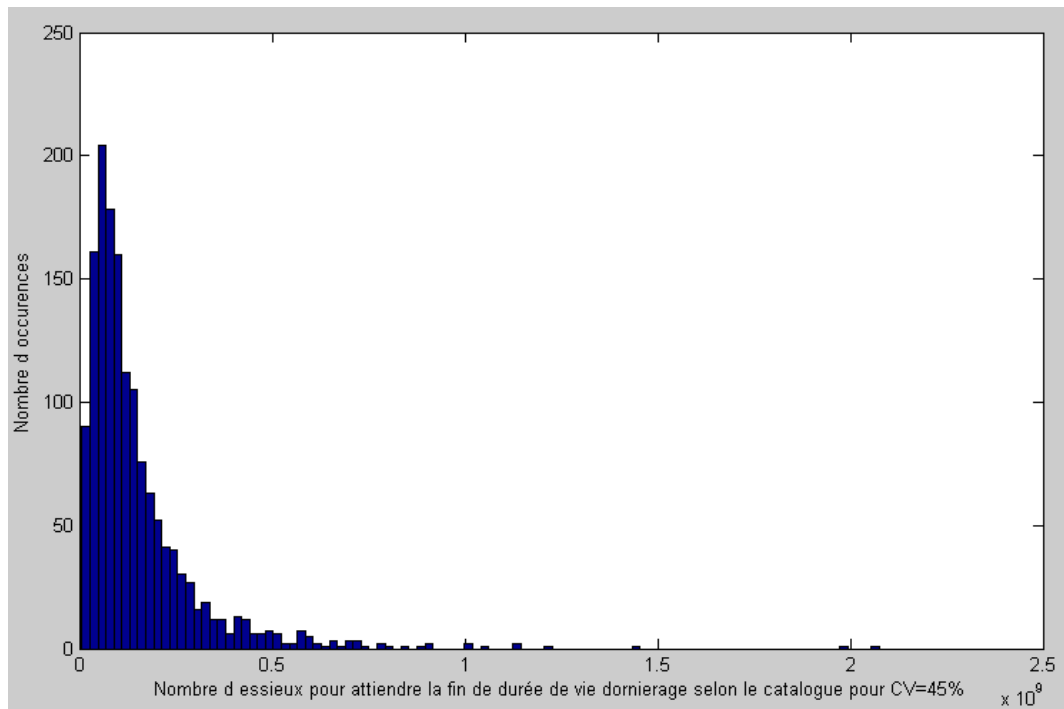


Figure 6. 11 *Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%*

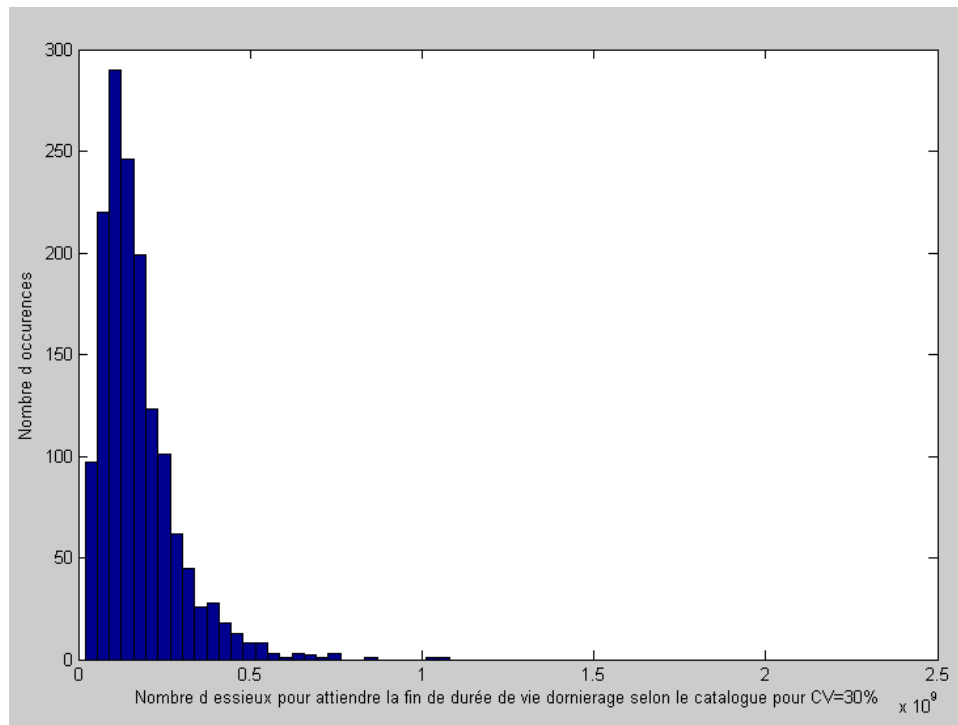


Figure 6.12 *Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%*

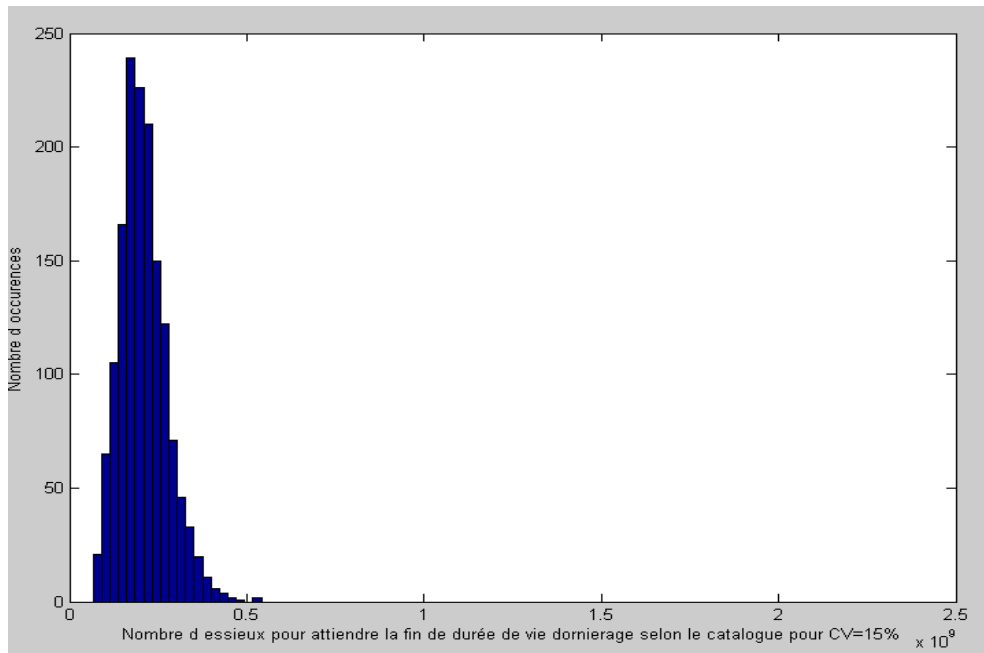


Figure 6.13 *Distribution de la durée de vie calculé selon le catalogue algérien de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%*

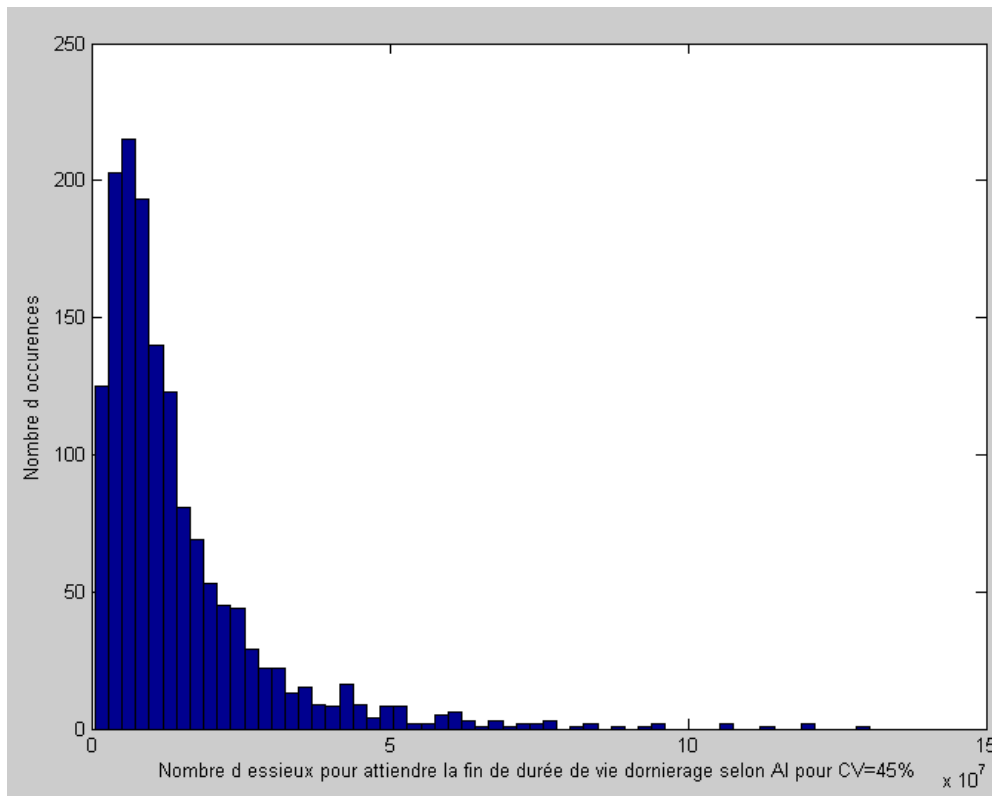


Figure 6.14 *Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=45%*

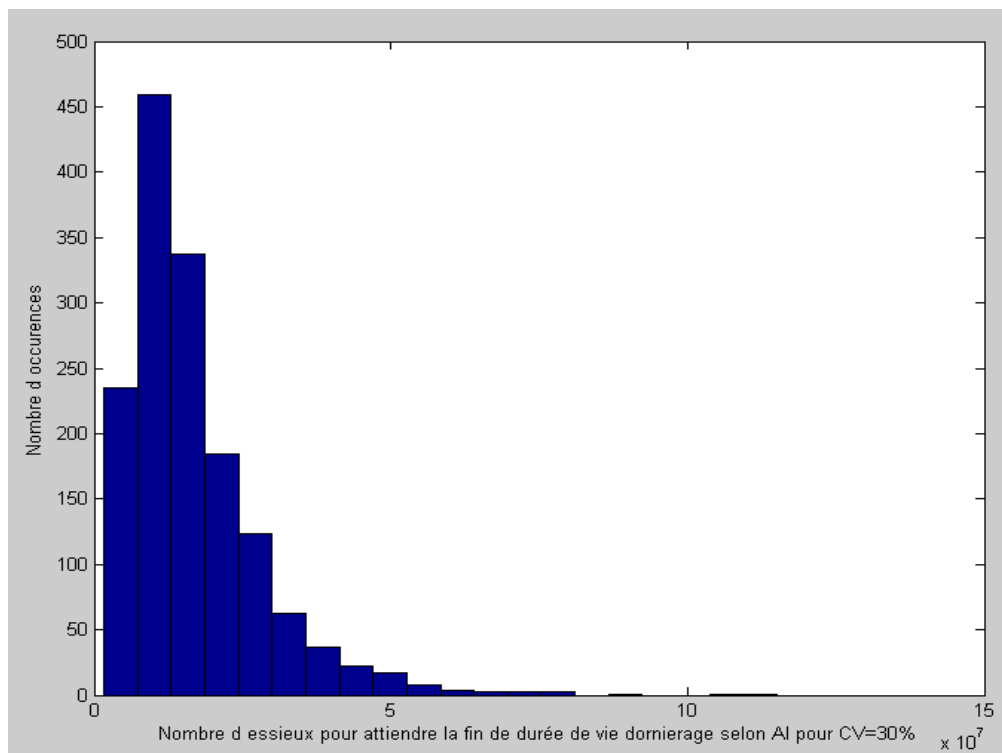


Figure 6.15 *Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=30%*

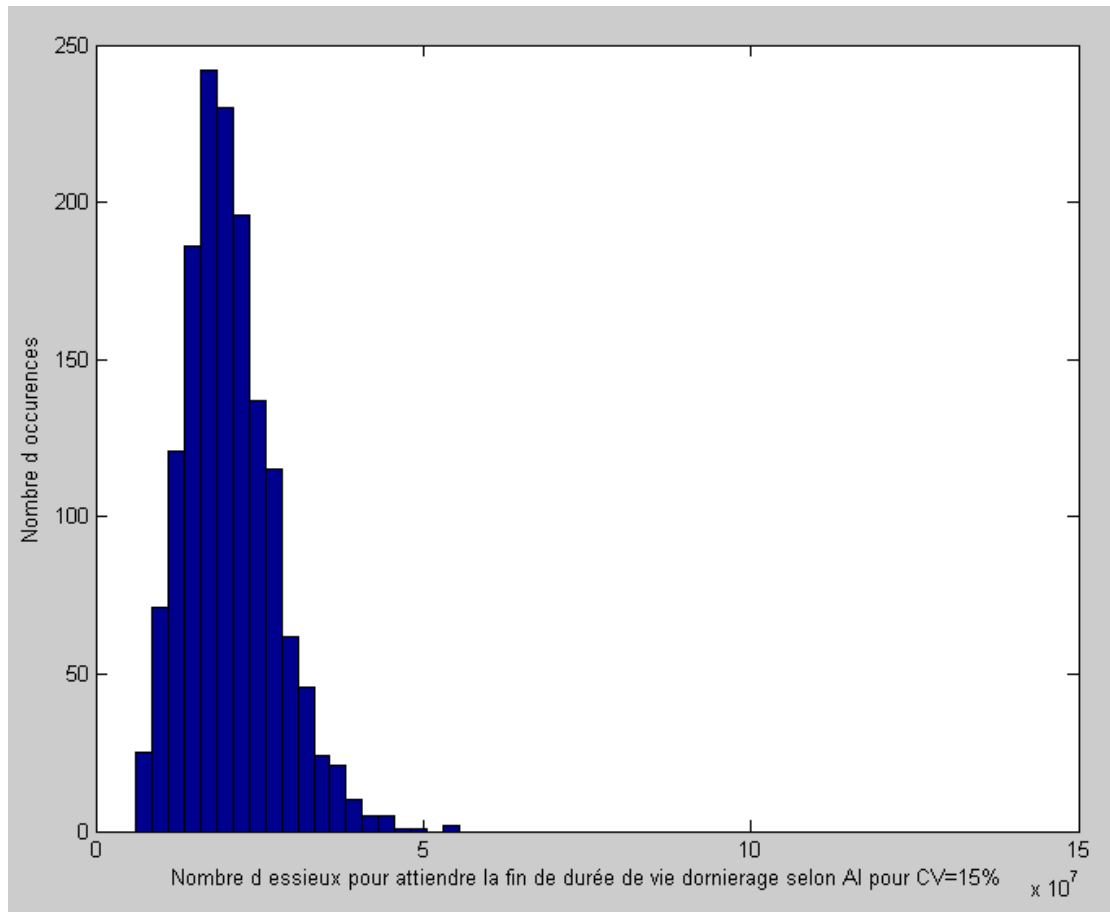


Figure 6.16 *Distribution de la durée de vie calculé selon le AI de la chaussé avec un module de rigidité de sol spatialement variable de CV=15%*

Ce tableau résume les résultats exprimés en durées de vie en termes d'essieu standard équivalent :

Problème	Moyenne Nr Catalogue(10^6 ESE)	COV Nr Catalogue (%)	Moyenne Nr AI (10^6 ESE)	COV Nr AI (%)
Déterministe FEM	260.4	/	25.76	/
CV=15%	208.3	31.93	20.4	33.6
CV=30%	172.7	65.56	16.86	69.63
CV=45%	152.5	106.63	14.94	114.94

Tableau 6.3 *réponse (en nombre d'E.S.E calculé selon le catalogue et AI) d'une structure de chaussée reposante sur un sol support de rigidité spatialement variable suivant une loi log-normal*

De ce fait, on a expliqué comment tenir compte des incertitudes des mesures de rigidité des sols supports, et on a fait ça de 2 manières :

- 1- Traiter le problème comme étant une analyse statistique de la relation rigidité du sol support – réponse de la chaussée (déformation et durée de vie). Dans cette approche, dans chaque simulation Monte-Carlo le sol support prend une valeur.
- 2- Traiter le problème comme un problème de variabilité spatiale. dans chaque simulation Monte-Carlo le sol support prend des rigidités variables d'un point d'intégration de gauss à un autre.

Les histogrammes qui suivent comparent les résultats obtenue par les 2 manières :

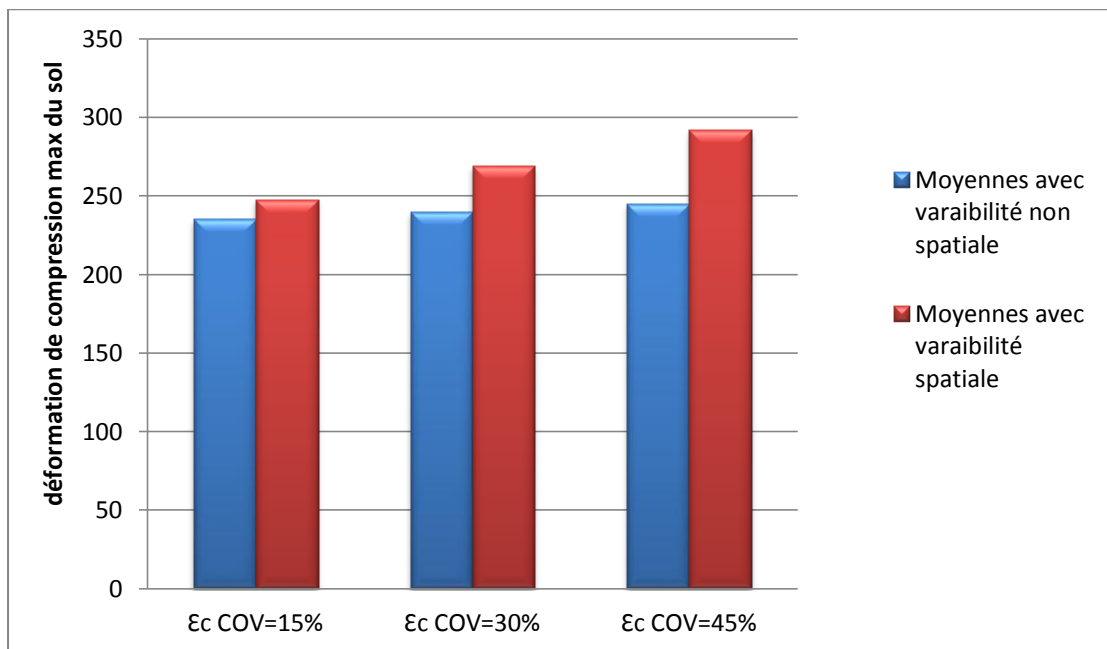


Figure 6.17 comparaison des moyennes des déformations de compression max du sol support calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support

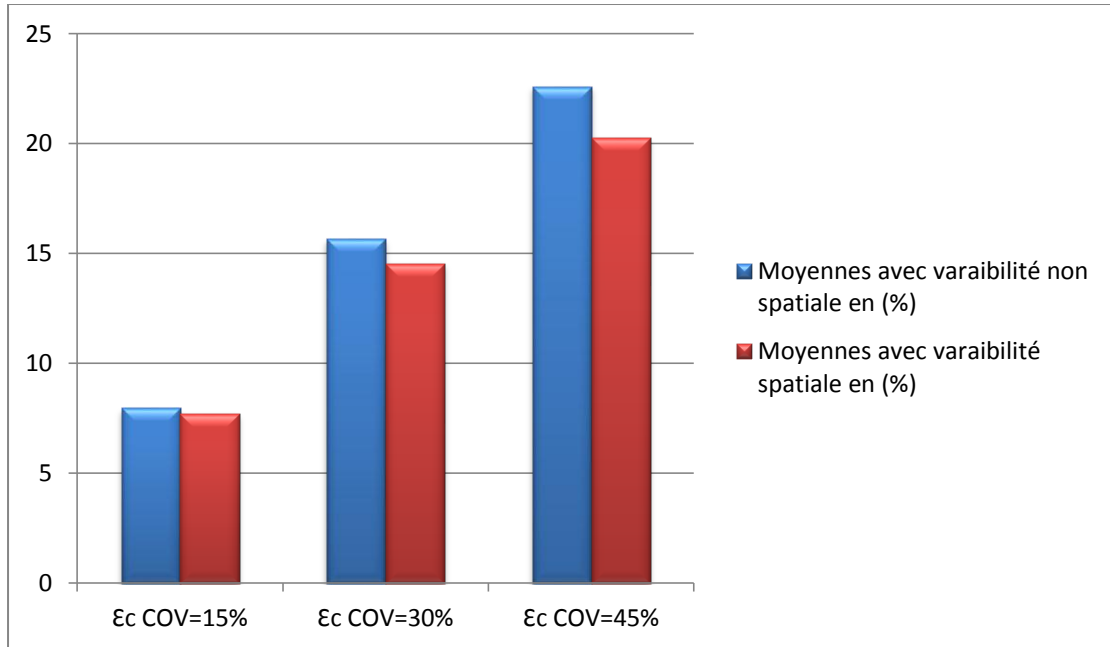


Figure 6.18 comparaison des coefficients de variation des déformations de compression max du sol support calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support

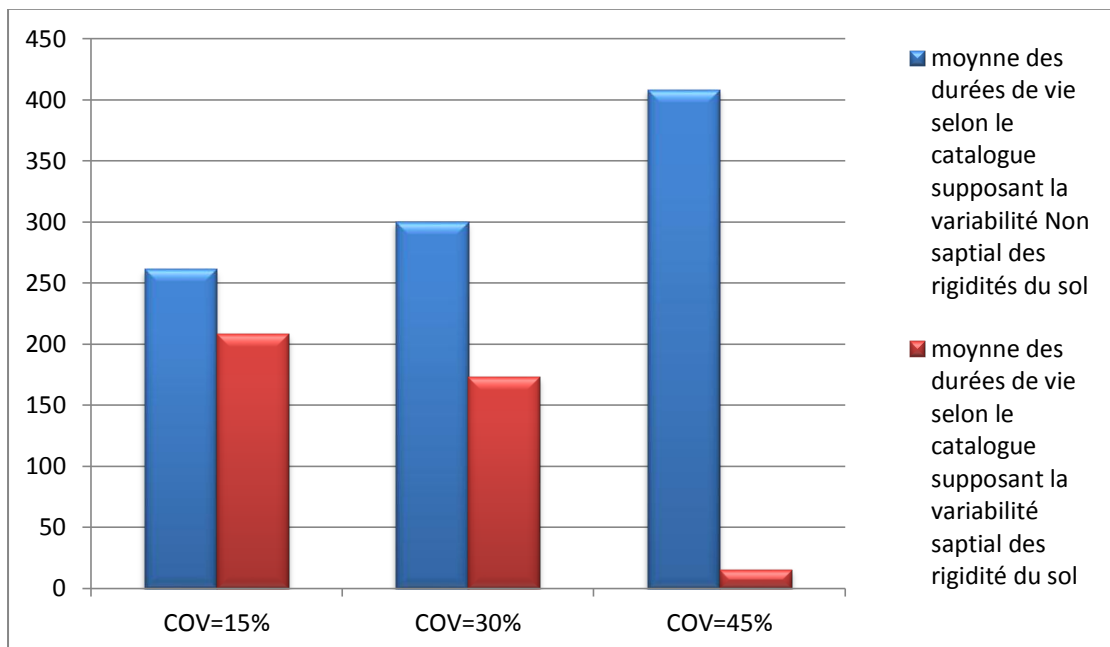


Figure 6.19 Comparaison des Moyennes des durées de vie selon le catalogue calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support

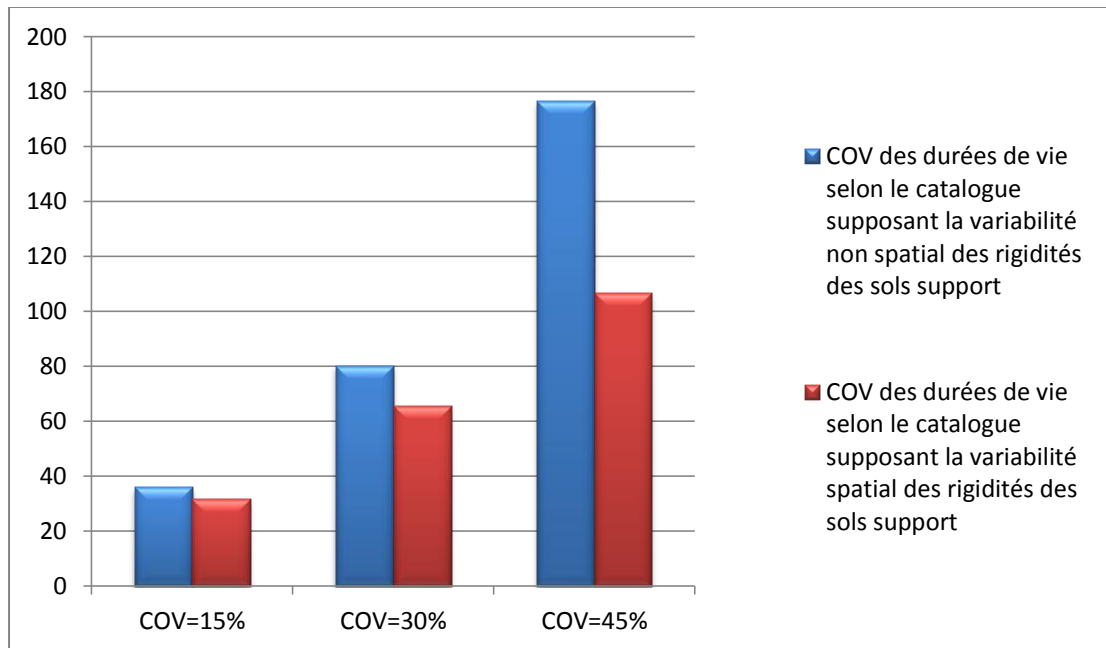


Figure 6.20 comparaison des coefficients de variation des durées de vie selon le catalogue calculées supposant la variabilité spatiale et non-spatiale des rigidités des sols support

On remarque que :

- Plus la variabilité du sol support augmente plus la variabilité sur les réponses de la chaussée (déformation et durée de vie) augmente.
- Concernant les déformations, plus la variabilité de la rigidité du sol support est élevé. Plus les déformations moyennes estimées en supposant que la variabilité de la rigidité est non-spatiale son élevé tout en restant inférieurs à celle estimé en supposant que la rigidité du sol support est spatiale.
- Pour les durées de vie moyenne, on constate que plus la variabilité de la rigidité du sol support est élevée, alors la durée de vie estimée supposant que la variabilité du sol est spatiale est plus faible, par contre avec les calculs effectué supposant que la variabilité dans la rigidité du sol support n'est pas spatiale donnent des durée de vie plus en plus élevé lorsque la variabilité du sol support augmente.

6.6 Traitement statistique des résultats

Afin de bien exploiter ces résultats et aller vers une estimation probabiliste des durées de vie d'ornièrage des chaussées, il faut qu'on fasse un traitement statistique pour :

- Déterminer la loi de probabilité la plus conforme aux résultats
- Estimation des paramètres de la loi de probabilité à laquelle obéissent les résultats si les résultats suivent une loi donnée.

Pour la détermination de la loi que suivent les résultats ainsi que l'estimation de ses paramètres on effectue des régressions non-linéaires par rapport à la loi normale et la loi log-normale et on constate leurs coefficients d'ajustements pour déduire la distribution à choisir. On effectue ce travail pour les déformations de compression max du sol support puis pour les durées de vies d'orniérage.

Résultats	Loi normal			Loi log-normal		
	m	σ	R^2	m	σ	R^2
ϵ_c CV=15%	246.6	18.09	0.9983	5.507	0.07362	0.9993
ϵ_c CV=30%	266.6	37.04	0.9980	5.582	0.1401	0.9997
ϵ_c CV=45%	287.9	55.41	0.9977	5.657	0.1948	0.9997
N_r catalogue CV=15%	203.2 ^{e6}	62.55 ^{e6}	0.9968	19.11	0.3133	0.9993
N_r catalogue CV=30%	153.1 ^{e6}	84.65 ^{e6}	0.9820	18.79	0.596	0.9997
N_r catalogue CV=45%	116.4 ^{e6}	84.19 ^{e6}	0.9634	18.48	0.829	0.9997
N_r AI CV=15%	19.83 ^{e6}	6.4 ^{e6}	0.9963	16.79	0.3296	0.9993
N_r AI CV=30%	14.74 ^{e6}	8.51 ^{e6}	0.9801	16.45	0.627	0.9997
N_r AI CV=45%	11.07 ^{e6}	8.32 ^{e6}	0.9601	16.11	0.8722	0.9997

On voit clairement que les déformations de compression et les durées de vie suivent une loi log-normale.

6.7 Calcul des risques sur les durées de vie d'orniérage d'une chaussée

Comme décrit dans l'objectif de ce mémoire, tout le travail effectué jusqu'ici a pour objet de quantifier le risque pour lequel nos chaussées sont construites.

En réalité, la rigidité d'un sol n'est pas la même dans tous ses points, et aussi ne varie pas d'un point à un autre indépendamment, mais, elle varie d'un point à un autre selon une relation qu'on ne maîtrise pas actuellement. Dans les chapitres 5 et 6 on a traité les 2 cas extrêmes :

- tous les points d'un sol ont la même rigidité (sol homogène dans une seule simulation) (chapitre 5)
- la rigidité varie indépendamment d'un point à un autre (chapitre 6)

On estime maintenant que les risques réels sont inscrits entre les 2 courbes pour chaque graph des graphs suivants

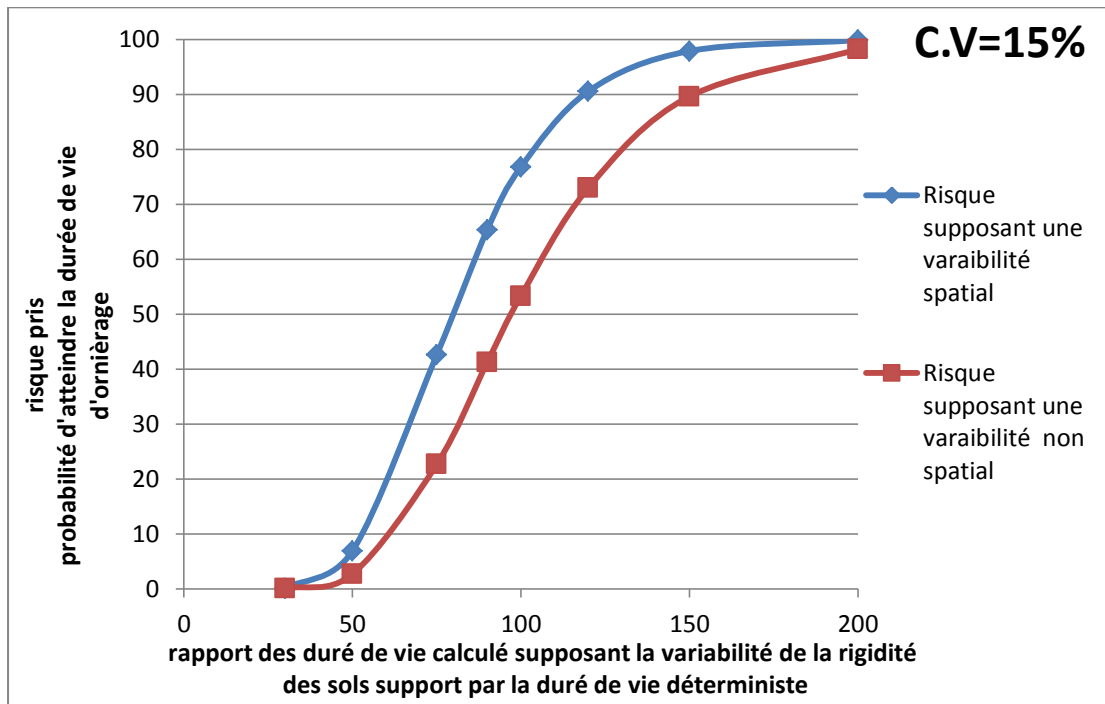


Figure 6.21 Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 15%

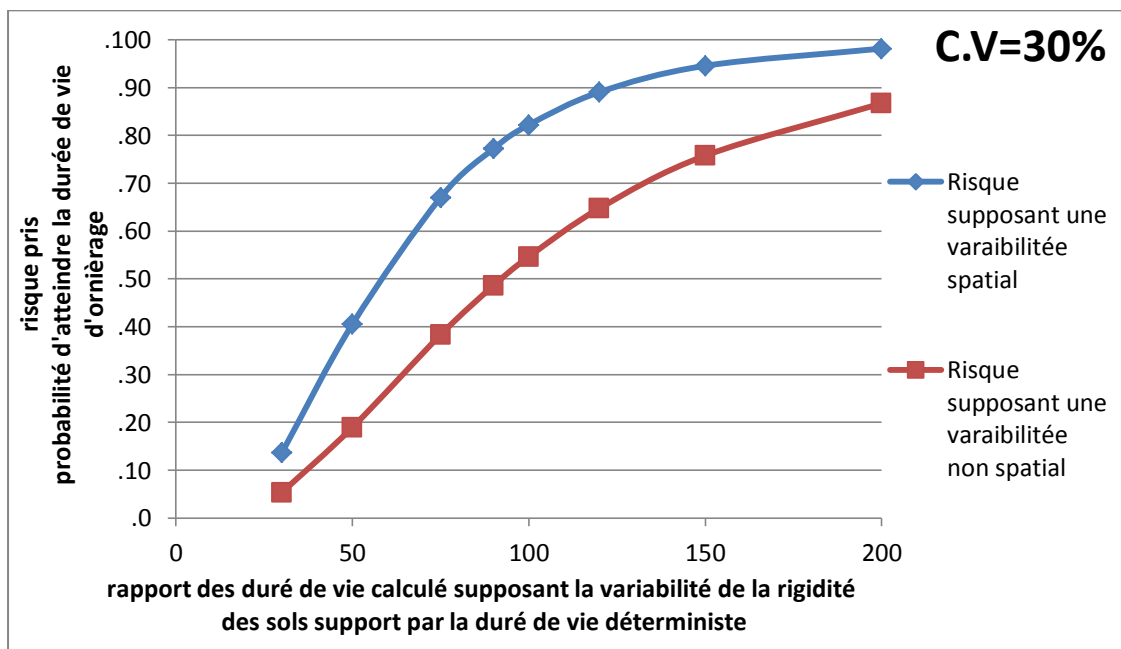


Figure 6.22 Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 30%

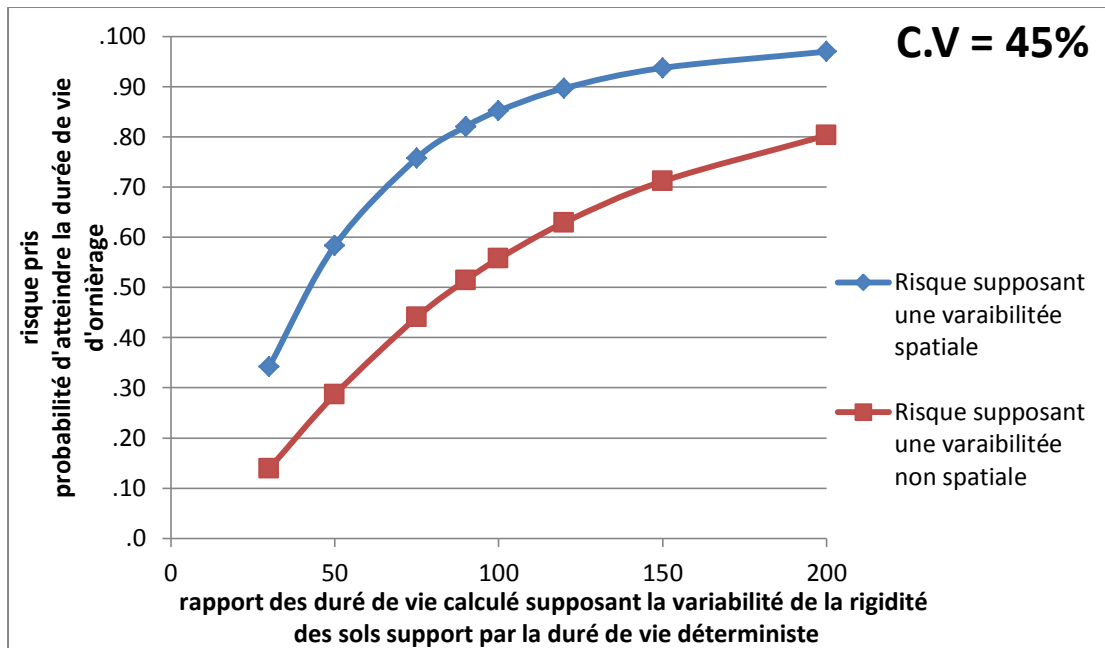


Figure 6.23 Risque pris pour de sols ayant un C.V de rigidité = 45%

On peut tirer des remarques de ces graphs :

- 1- l'hypothèse que la variabilité de la rigidité du sol support n'est pas spatiale donne des risques plus faibles que l'hypothèse inverse (la variabilité est spatiale)
- 2- l'hypothèse que la variabilité de la rigidité du sol support n'est pas spatiale donne que le risque d'ornièrage avec lequel on construit nos chaussées est de 55%. Ce risque varie de 75-85% (selon coefficient de variation de la rigidité du sol support) si on suppose que la rigidité du sol support est variable spatialement indépendamment d'un point à un autre.

Conclusions générales :

Tout au long de ce mémoire de magister, on s'est intéressé à la détermination de la réponse d'une structure de chaussée reposant sur un sol présentant une variabilité, et pour atteindre ce but 6 chapitres s'avèrent nécessaires à présenter, le 1^{er} chapitre présente des généralités sur les chaussées ainsi que leurs méthodes de dimensionnement, le 2^{ème} chapitre présente toutes les notions de statistiques utilisées dans les chapitres qui suivent, et comme on a utilisé la méthode des éléments finis pour le calcul des réponses des structures de chaussées, on a présenté cette méthode dans le chapitre 3.

Dans le chapitre 4 un traitement statistique détaillé sur des rigidités des sols support tirées de la littérature qui nous a permis de conclure que la meilleure loi de distribution probabiliste à choisir pour modéliser la rigidité d'un sol support est la log-normale mais l'utilisation de la loi normale est toujours possible, et nous a permis de conclure aussi que les paramètres d'une distribution sont mieux estimés par régression. La méthodologie qu'on a suivie peut être utilisée pour n'importe quel sol.

Dans le 5^{ème} chapitre une étude statistique sur l'effet de variabilité - supposée non spatiale - de la rigidité du sol support sur la réponse d'une chaussée puis sur sa durée de vie estime via le catalogue Algérien de dimensionnement des chaussées souples et aussi avec les formules d'Asphalt-Institute et a été faite. Une démarche qui nous a permis de calculer les paramètres statistiques de la réponse de la chaussée ainsi que sa durée de vie d'orniérage en fonction des paramètres statistiques qui décrivent la variabilité -non spatiale- de la rigidité du sol support. D'après ce chapitre on peut dire que la méthode Monte-Carlo dans notre problème converge à peu près à 1500 simulations, aussi on peut dire que les réponses critiques liées au sol support suivent une loi normale par contre la durée de vie suivent une loi log-normale. Comme conclusions qu'on peut tirer de ce chapitre est que plus la variabilité sur le sol-support est forte plus la variabilité sur sa réponse et sur sa durée de vie est forte et que cette variabilité sur la réponse n'est pas significative par rapport à la déformation de traction de la couche bitumineuse. La durée de vie d'orniérage augmente en moyenne et en variance plus la variabilité du sol support augmente.

Le chapitre 6 prend comme hypothèse de base que la variabilité du sol support est spatiale, et afin de modéliser ses effets sur la réponse d'une structure de chaussée on a établi un modèle d'éléments finis linéaire tridimensionnel, et après validation de ce

modèle avec celui de Burmister dans le cas homogène, on a supposé que chaque point d'intégration de Gauss est une variable aléatoire indépendante des autres.

Avec ces hypothèses on a suivi une démarche générale qui nous a permis à la fin, de calculer les paramètres statistiques de la réponse d'une chaussée ainsi que sa durée de vie en fonction des paramètres statistiques décrivant la variabilité spatiale de la rigidité du sol support d'une structure d'une chaussée souple. D'après ce chapitre on peut dire que la méthode Monte-Carlo dans notre problème converge à peu près à 1500 simulations, aussi on peut dire que les réponses critiques liées au sol support et la durée de vie suivent une loi log-normale.

Comme conclusions qu'on peut tirer de ce chapitre, est que, plus la variabilité sur le sol-support est forte plus la variabilité sur sa réponse et sur sa durée de vie est forte et que cette variabilité sur la réponse n'est pas significative par rapport à la déformation de traction de la couche bitumineuse. Et contrairement au chapitre précédent, les moyennes des durées de vie d'orniérage diminuent plus la variabilité du sol support augmente. La variance des durées de vie reste toujours proportionnelle à la variance de la rigidité du sol support mais reste toujours inférieure aux variances obtenues avec les hypothèses du chapitre 5.

À la fin du chapitre 6, une comparaison a été faite entre les hypothèses du chapitre 5 et celle du chapitre 6 dans le calcul du risque d'orniérage à une structure exemple, et qui donne pour un coefficient de variation de 30% un risque de 55% avec les hypothèses du chapitre 5 et donne 82% avec les hypothèses du chapitre 6. Ce qui veut dire qu'on a selon les hypothèses du chapitre 5, 45% de chance d'atteindre la durée de vie calculée d'une manière déterministe et on a selon les hypothèses du chapitre 6 seulement 18% de chance d'atteindre la durée de vie calculée par la voie usuelle des techniciens et les projecteurs. Ces résultats illustrent l'importance qu'il faut donner à la prise en compte de la variabilité du sol support dans le dimensionnement des structures chaussées souples.

On peut résumer les résultats obtenus dans ce mémoire comme en :

- Les modules de rigidité des sols support affectent d'une manière importante le comportement et la durée de vie d'une chaussée, et puisqu'elles présentent une variabilité importante il faut bien les caractériser d'une manière statistique
- La loi log-normal peut être utilisée pour modéliser le caractère aléatoire de la rigidité des sols support car la rigidité a une valeur positive d'une part et les

rigidités des sols support s'ajustent bien à la loi log-normale. En tous cas la loi normale peut être utilisée pour des faibles coefficients de variation

- On a pu faire un modèle d'élément finis tridimensionnelle pour calculer la réponse d'une structure seulement avec des outils libres et open-source. Ce modèle a été validé puis étendu pour tenir compte de la variabilité spatiale de la rigidité du sol support dans le calcul de la réponse d'une structure de chaussées.
- L'étude statistique de l'effet de la variabilité -considéré non spatiale- du rigidité du sol support sur la durée de vie d'une chaussées nous permet de dire plus la variabilité de rigidité du sol support est forte plus la durée de vie de la chaussées est forte en moyenne et en variance.
- Si cette variabilité est supposé spatiale et indépendante d'un point à un autre alors la variance de la durée de vie augmente plus la variabilité du sol support augmente au contraire des moyenne des durée de vie.
- Dans des simulations de Monte-Carlo pour ce type de problème il suffit un nombre de simulations de l'ordre 1000-1500.
- La démarche qu'on a suivie est générale quel que soit la structure, type des matériaux, lois de distribution de probabilités, méthode de dimensionnement mécanistique-empirique ...
- La démarche qu'on a suivie permet de calculer le risque de ne pas atteindre les durées de vie d'orniérage calculé pour les structures en service, et avec un calcul itératif permet de dimensionner de nouvelles structures de chaussées avec la fixation d'un risque à priori.

Perspectives et travaux futures

A la fin de ce mémoire, certaines recommandations peuvent être citées pour les futurs travaux dans ce sujet, il s'agit de :

- 1- Dans ce travail 2 hypothèses extrêmes sont faites : la 1^{ère} est celle du chapitre 5 est que, dans une simulation Monte-Carlo le sol a une même valeur de rigidité, la 2^{ème} est celle, du 6^{ème} chapitre est que, la rigidité est indépendante d'un point à un autre (même si ces 2 point sont très proches). Or on réalité la valeur de la rigidité diffère d'un point à un autre mais d'une manière corrélé

(covariance) et pour modéliser ce type de problème il faut aller vers la théorie de champs aléatoire.

- 2- Pour présenter la démarche on a effectué nos calculs sur une structure exemple, et avec la présence d'une base de données des sols Algérien et des bons outils de calculs le facteur de risque lié à la variabilité de rigidité du sol support peut être intégré dans la formule du catalogue qui limite les déformations du sol support.

Références

- [1] M. Tchamakdji « *Comportement non-linéaire des chaussées souples et effets des conditions d'interface : Application à la construction routière en Algérie* » thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique (2008)
- [2] CTTTP_Direction des routes « *Catalogue de Dimensionnement des Chaussées Neuves* » Algérie (2000).
- [3] A. Papagiannakis, E. Masad « *Pavement Design and Materials* » John Wiley & Sons (2008)
- [4] P.Ullidzt « *Pavement Analysis* » Elsevier (1987).
- [5] S. Thyagarajan « *Improvements to strain computation and reliability analysis of flexible pavements in the Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide* ». PhD thesis, Washington university.USA (2009)
- [6] LCPC « *Conception et dimensionnement des structures de chaussées* » Guide Technique LCPC-SETRA (1994)
- [7] Habib-Allah T.M « *Modélisation des déformations permanentes des graves non traitées* » Thèse de Doctorat, Université de Limoges
- [8] Y. H. Huang « *Pavement Design and Analysis* » Prentice Hall (2004)
- [9] N. Thom « *Principles of Pavement Engineering* » 2nd ICE Publishing (2014)
- [10] C.Y. Ali-Haimoud « *Simulation numérique du comportement non-linéaire des chaussées souples à base de matériaux granulaires non-traités* » Mémoire de Master, Ecole Nationale Polytechnique (2012).
- [11] R. Veysseyre « *Aide-mémoire : Statistique et Probabilités pour l'Ingénieur* » Dunod (2006)
- [12] A. Nowak, K. Collins « *Reliability of structures* » Mc Graw-Hill USA(2000)
- [13] P. Micheaux, R. Drouilhet, B. Liquet « *Le logiciel R : Maitriser le langage, Effectuer des analyses statistiques* » Springer(2011)
- [14] R. Saucier « *Computer Generation of Statistical Distributions* » research report, army research laboratory (2000).
- [15] J. Benjamin , A. Cornell « *Probability ,Statistics and Decision for Civil Engineer*» Mc Graw-Hill USA (1970).
- [16] R Core Team « *R: A Language and Environment for Statistical Computing* » R Foundation for Statistical Computing (2014)

- [17] M. Kalos, P. Whitlock « *Monte Carlo Methods* » Wiley-VCH (2008)
- [18] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling « *Numerical recipes the art of scientific computing* » 3rd edition, Cambridge University Press (2007)
- [19] N. Josuttis « *The C++ Standard Library A Tutorial and Reference* » Addison-Wesley (2012)
- [20] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor « *The Finite Element Method* » 6th edition Butterworth-Heinemann (2006)
- [21] G. Dhatt, G. Touzot « *Une présentation de la méthode des éléments finis* » Les presses de l'Université Laval, Quebec, (1981).
- [22] S.P Timoshenko, J.N. Goodier « *The theory of elasticity* » Mc Graw-Hill, USA (1970).
- [23] K. Bath « *Finite Element Procedures* » Prentice Hall (1996).
- [24] A. Ern « *Aide-Mémoire Eléments Finis* », Dunod (2005)
- [25] A. Fortin, A. Garon « *Les éléments finis : de la théorie à la pratique* » livre électronique (2011).
- [26] J. Wang « *Three-dimensional finite element analysis of flexible pavements* » Master thesis, Mine University Chine (1996)
- [27] C. Geuzaine, J. Remacle « *Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities* » International journal for numerical methods in engineering (2009).
- [28] F. Hecht « *New development in FreeFem++* » Journal of Numerical Mathematics (2012)
- [29] A. Ali, A. Abbas, M. Nazzal « *Incorporation of Subgrade Modulus Spatial Variability in Performance Prediction of Flexible Pavements* » note technique, J. Pavement Res (1997).
- [30] N. Razali, Y. Wah « *Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests* ». Journal of Statistical Modeling and Analytics (2011).
- [31] H.M.A. Salem « *Effect of excess axle weights on pavement life* » Emirates Journal for Engineering Research (2008)
- [32] B. Stroustrup « *The C++ Programming Language* » 4th édition , Addison-Wesley (2008)

[33] B. Tiliouine, K. Sandjak, C.Y. Ali-Haimoud « *Effects of Interface Condition on Performance of Road Pavements with Non-linear Granular Materials* » Trans Tech Publications, Switzerland (2012)

Annexes :

Résultat d'ajustement des modules d'élasticité aux lois.

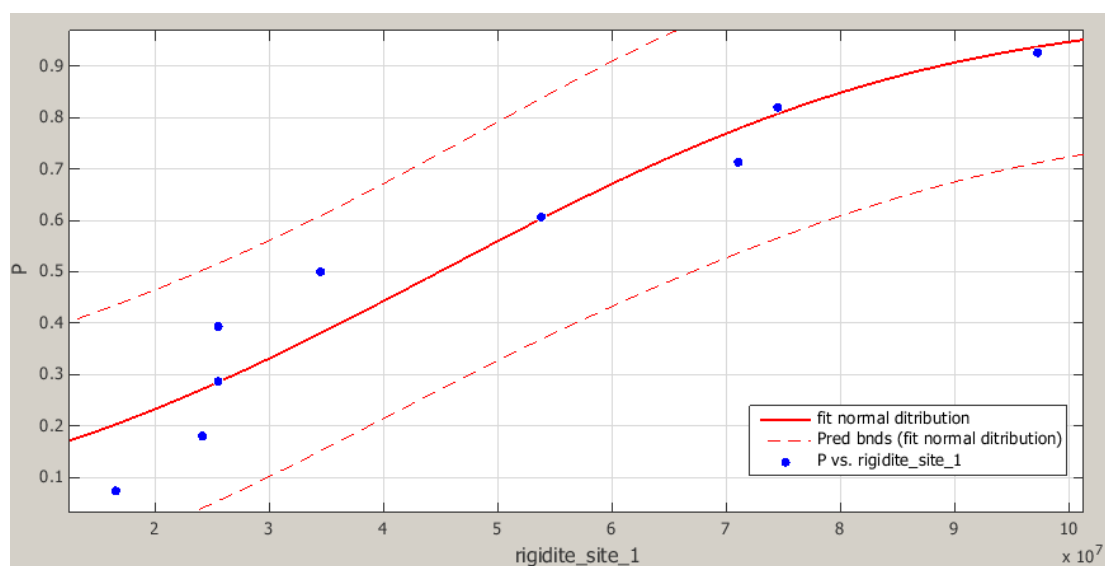


Figure A.1 : ajustement (régression) des rigidités du site1 à une loi normale

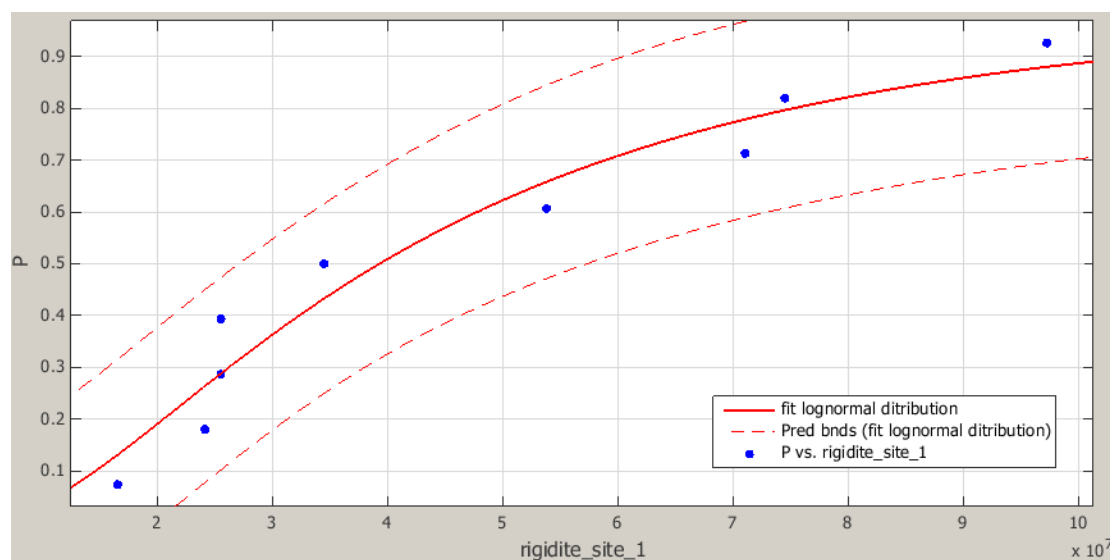


Figure A.2 : ajustement (régression) des rigidités du site1 à une loi log-normale

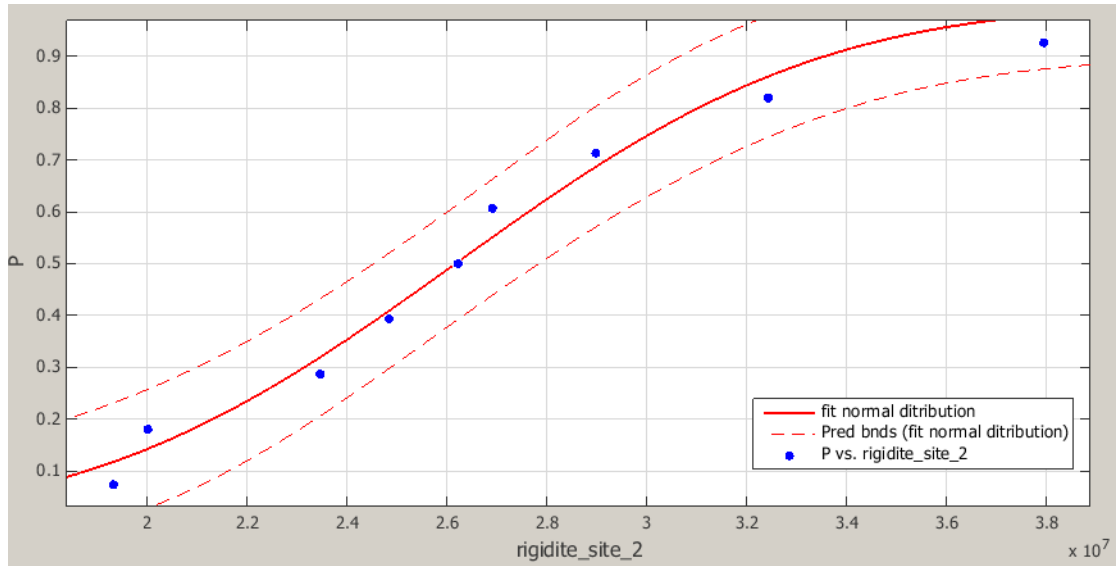


Figure A.3 : ajustement (régression) des rigidités du site2 à une loi normale

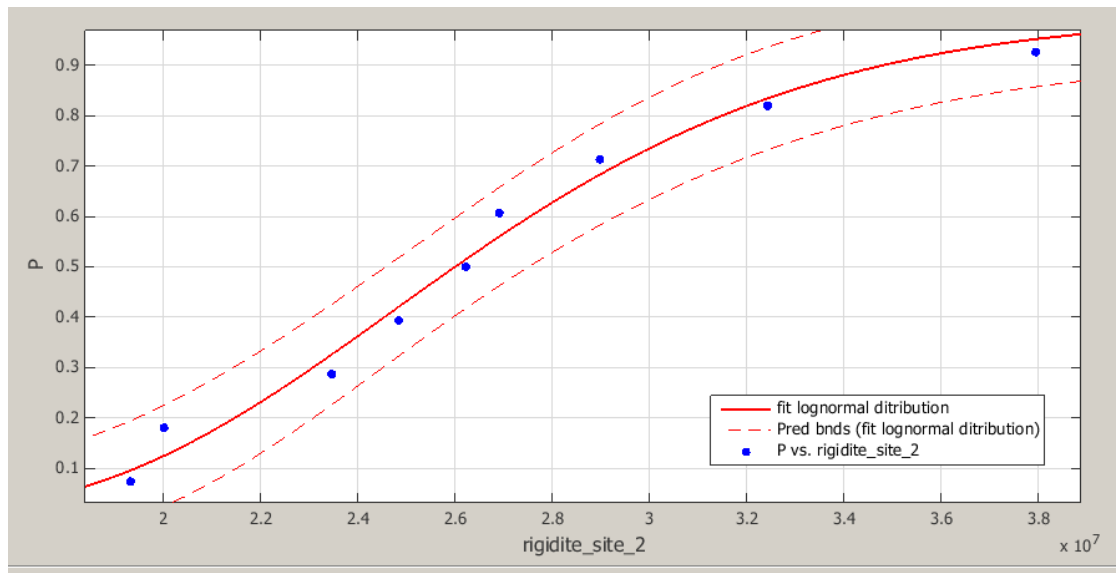


Figure A.4 : ajustement (régression) des rigidités du site2 à une loi log-normale

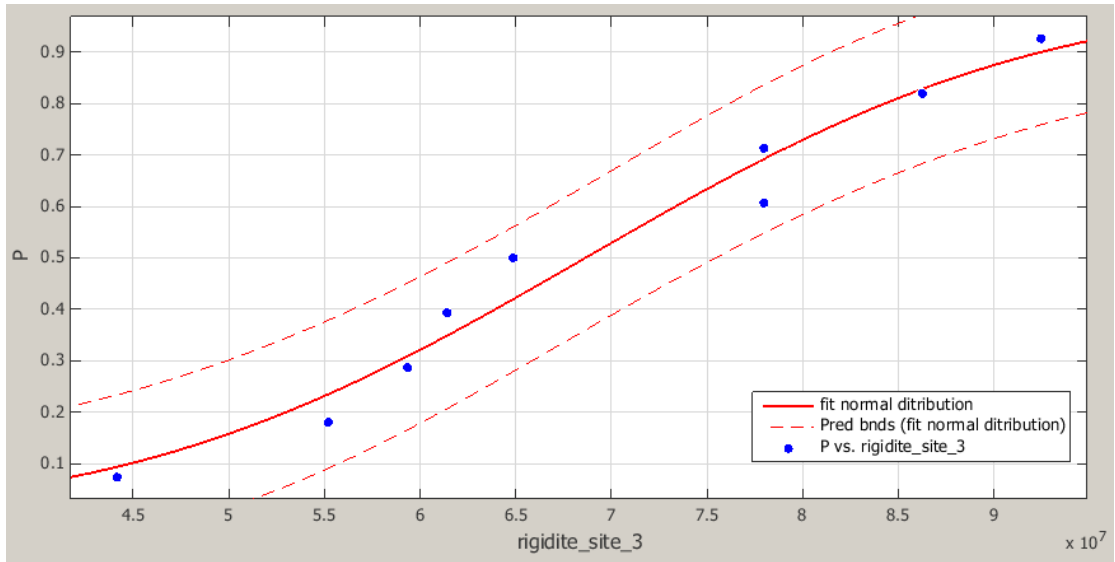


Figure A.5 : ajustement (régression) des rigidités du site3 à une loi normale

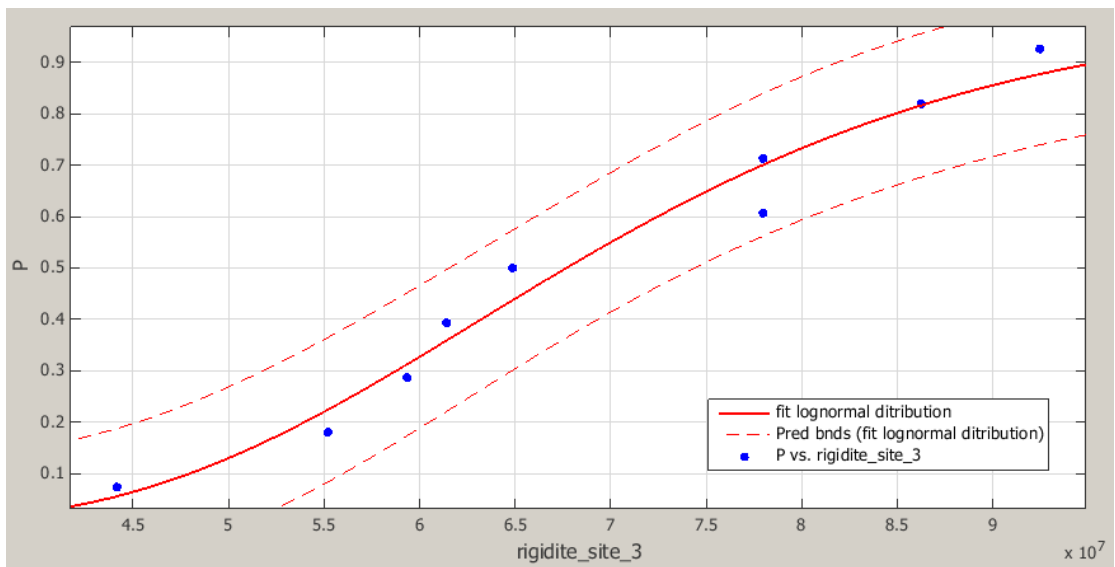


Figure A.6 : ajustement (régression) des rigidités du site3 à une loi log-normale

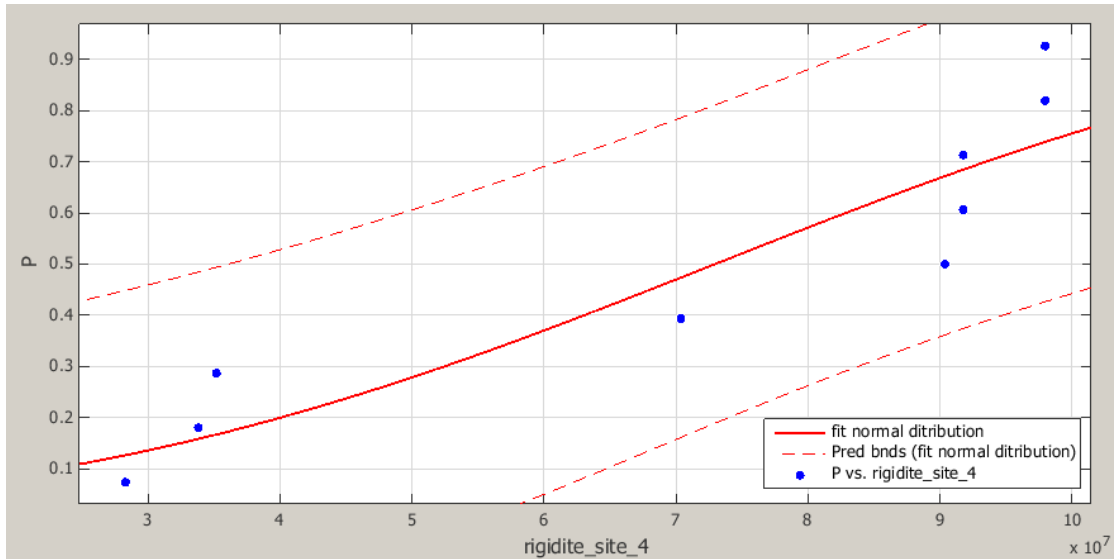


Figure A.7 : ajustement (régression) des rigidités du site4 à une loi normale

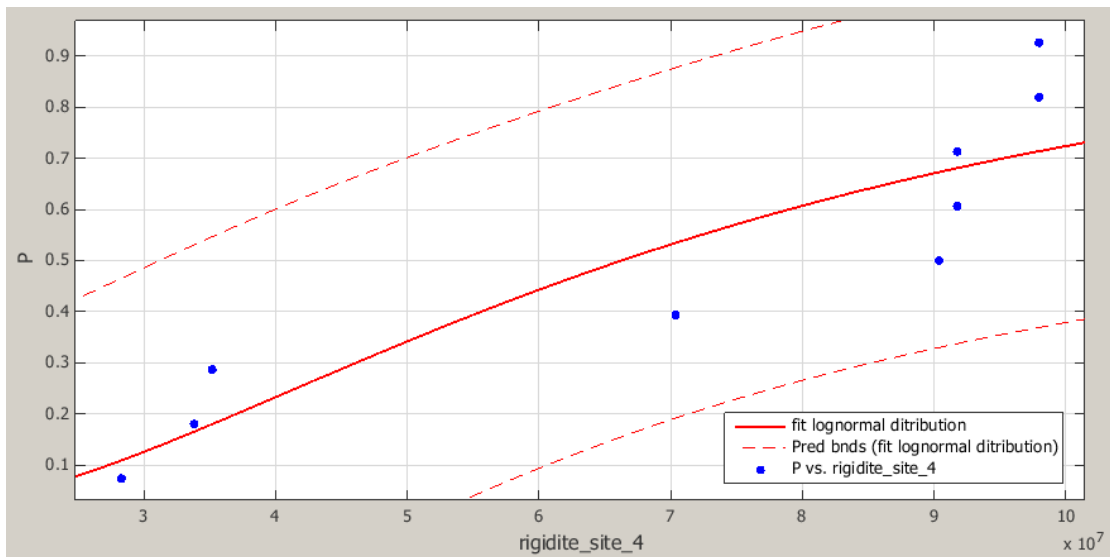


Figure A.8 : ajustement (régression) des rigidités du site4 à une loi log-normale

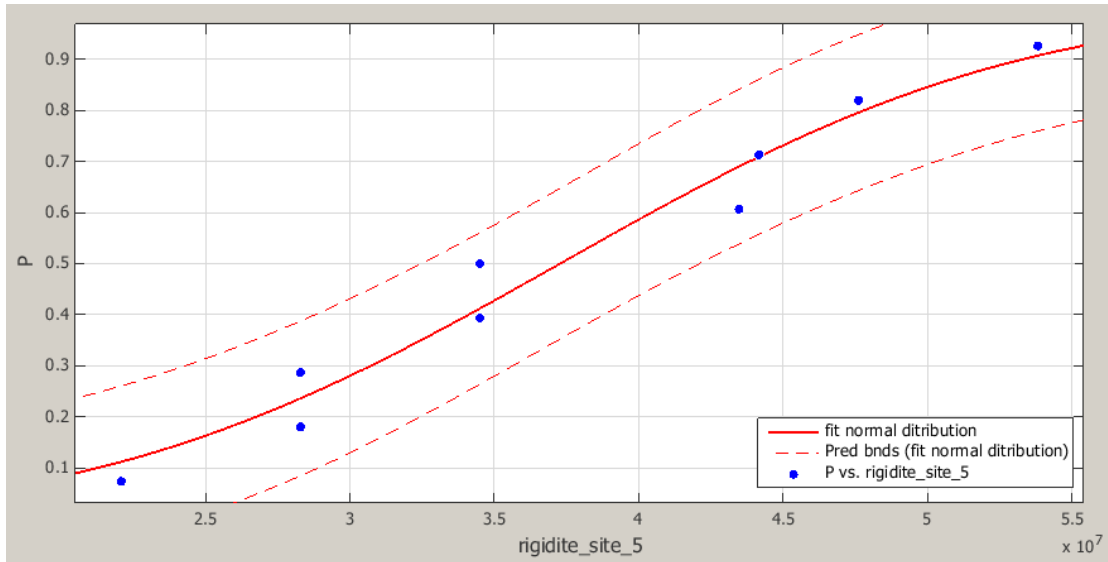


Figure A.9 : ajustement (régression) des rigidités du site5 à une loi normale

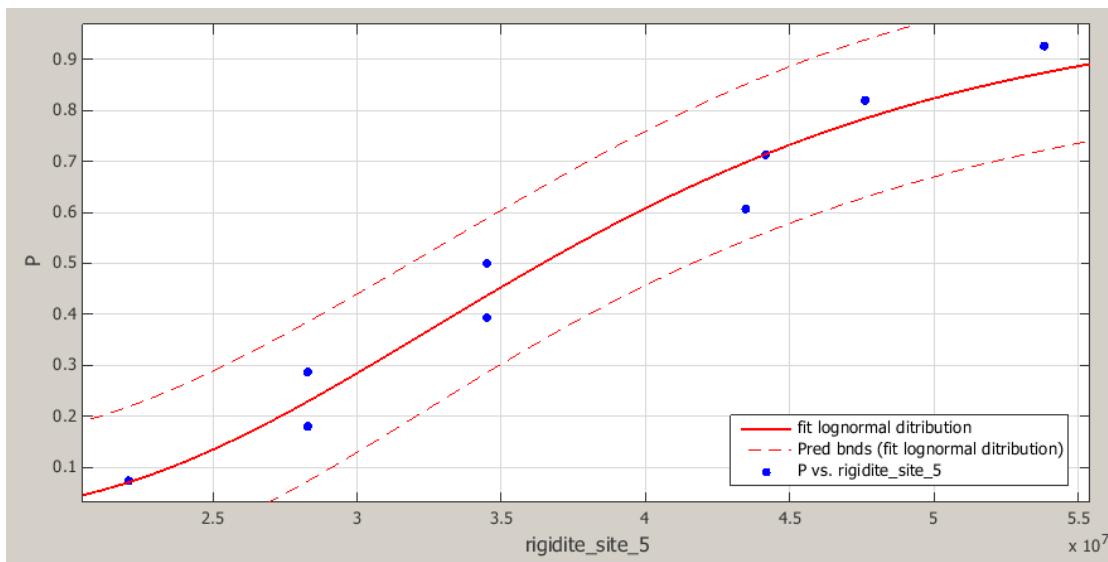


Figure A.10 : ajustement (régression) des rigidités du site5 à une loi log-normale

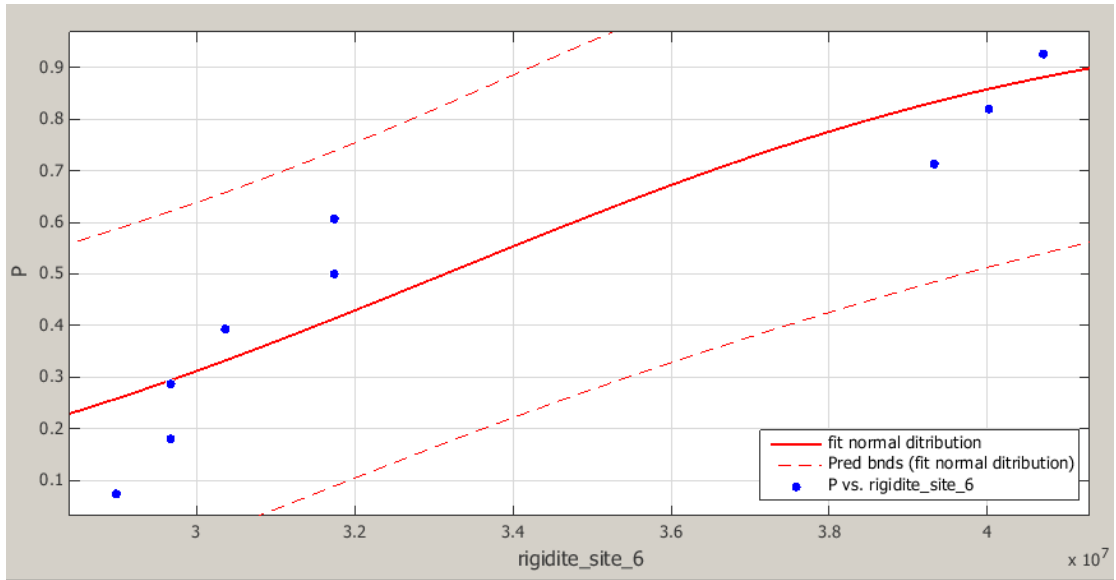


Figure A.11 : ajustement (régression) des rigidités du site6 à une loi normale

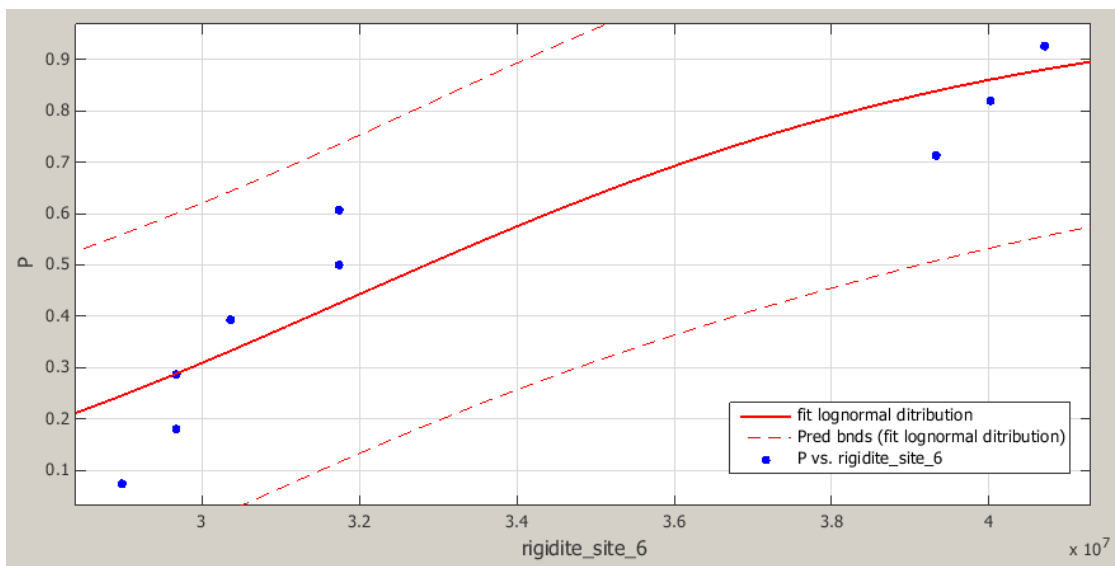


Figure A.12 : ajustement (régression) des rigidités du site6 à une loi log-normale