

MODÉLISATION DES CONTRAINTES D'INTERFACE DANS LES POUTRES EN BÉTON ARMÉ RENFORCÉES PAR DES PLAQUES COMPOSITES

A. TOUNSI^{*}, S. BENYOUCEF^{**}, E. ADDA BEDIA^{***}, S. A MEFTAH^{****}
^{*}Maître de conférences, ^{**}Magister en génie civil, ^{***}Professeur, ^{****}Maître assistant
 Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université Djillali Liabès, Sidi Bel Abbès

RÉSUMÉ

Dans ces dernières années, l'utilisation des matériaux composites dans la réparation des ouvrages en génie civil est devenue une solution prometteuse et efficace. Cette méthode de réparation consiste à coller des plaques composites sur des poutres. Cependant, le mode de rupture le plus important de ces poutres renforcées est le décollement de la plaque composite en raison des contraintes d'interface élevées à la proximité du bord de la plaque collée. Des prédictions exactes de telles contraintes sont donc nécessaires pour prévoir ce mode de ruine. Le présent travail présente une méthode analytique pour l'analyse des contraintes d'interface dans les poutres en béton armé réhabilité par des plaques en composites.

Dans cette étude, la nature anisotrope des matériaux composites a été prise en compte dans l'analyse théorique en supposant une répartition linéaire des contraintes à travers l'épaisseur de l'adhésif. Les résultats de cette méthode coïncident parfaitement avec ceux issus de la littérature.

Mots-Clés

Matériaux composites, Renforcement, Béton armé, Contraintes d'interface, Décollement.

1. INTRODUCTION

Parmi les nouvelles techniques de construction, la réhabilitation des ouvrages existants (ouvrages conçus selon les anciens codes de calcul) au moyen des matériaux composites se présente comme une solution efficace pour parer à certains phénomènes naturels tel que les séismes. Le but du présent papier est l'étude du comportement mécanique des poutres en béton armé renforcées par les matériaux composites. Cette méthode de réparation consiste à coller des plaques composites sur ces poutres. Ces dernières années, plusieurs travaux ont été effectués sur la méthode de réhabilitation [An et al. [1], Saadatmanesh et Ehsani [2], Sharif et al. [3], Chajes et al. [4], Smith et Teng [11], Tounsi et al. [12], Meftah et al. [10] et Benyoucef et al. [13]. Ainsi, les composites constituent une solution prometteuse au problème de réhabilitation. Cependant, le mode de rupture le plus important de ces poutres renforcées est le décollement de la plaque composite (FRP), en raison des contraintes d'interface élevées à la proximité du bord de la plaque collée. Dans ce papier, une méthode améliorée pour le calcul des contraintes d'interface a été développée. La nature anisotrope des matériaux composites a été prise en compte dans l'analyse théorique en supposant une répartition linéaire des contraintes à travers l'épaisseur de la couche d'adhésive. Nous avons remarqué à travers les résultats obtenus que les contraintes d'interface maximales calculées par la présente méthode coïncident parfaitement avec ceux issus de la littérature.

2. ANALYSE

Un élément dx de la poutre renforcée (Fig 1) est représenté dans la figure 2 montre d'une part, les contraintes de cisaillement $\tau(x)$ et les contraintes normales d'interface $\sigma(x)$; d'autre part, elle indique la convention de signe utilisée pour le moment de flexion, l'effort tranchant, l'effort normal et le chargement appliqué. Dans la présente analyse, un comportement élastique linéaire est supposé pour les trois matériaux (béton, l'adhésif et la plaque composite). La couche d'adhésive est supposée jouer un rôle de transfert des contraintes du béton à la plaque composite avec des contraintes constantes à travers toute son épaisseur.

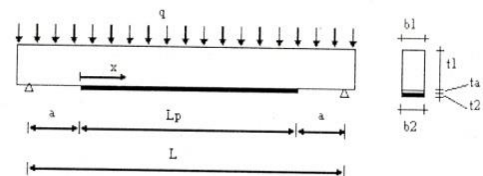


Figure 1. Poutre simplement appuyée renforcée par des plaques en matériaux composites

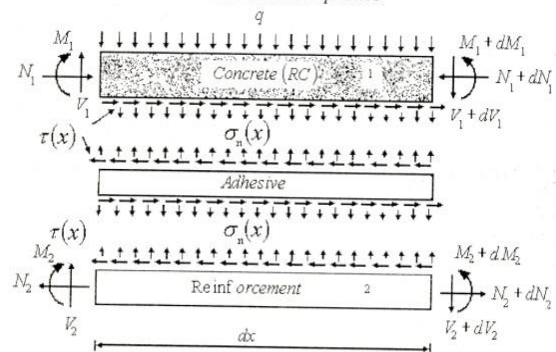


Figure 2. Un segment différentiel de la poutre renforcée

2.1 EQUATIONS D'ÉLASTICITÉ

La déformation dans $\epsilon_1(x)$ dans le béton au voisinage de la couche d'adhésive peut être exprimé par :

$$\epsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \frac{eM_1(x)}{E_1 I_1} - \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} \quad (1)$$

En se basant sur la théorie des plaques stratifiées [14], la déformation $\epsilon_2(x)$ de la plaque composite au voisinage de la couche d'adhésive est donnée par :

$$\epsilon_2(x) = \frac{du_2}{dx} = -D_{11} \frac{t_2}{2b_2} M_2(x) + A_{11} \frac{N_2(x)}{b_2} \quad (2)$$

Où $u_1(x)$ et $u_2(x)$ sont les déplacements horizontaux de la poutre en béton et la plaque composite respectivement. $M_1(x)$ et $M_2(x)$ sont respectivement les moments de flexion appliqués à la poutre en béton et la plaque composite ; E_1 est le module de Young du béton ;

I_1 le moment d'inertie, e est la distance entre l'axe neutre à la fibre inférieure du béton, N_1 et N_2 sont les forces axiales appliquées au béton et à la plaque composite respectivement, b_2 et t_2 sont la largeur et l'épaisseur de la plaque de renforcement, $[A']=[A^{-1}]$ est l'inverse de la matrice de membrane $[A]$, $[D]=[D^{-1}]$ est l'inverse de la matrice de flexion.

En écrivant les conditions d'équilibre de l'adhérant 1 (béton), nous aurons :

$$\text{Dans la direction } x : \frac{dN_1(x)}{dx} = \tau(x)b_2 \quad (3)$$

Où $\tau(x)$ est la contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésive.

$$\text{Dans la direction } y : \frac{dV_1(x)}{dx} = -[\sigma_n(x)b_2 + qb_1] \quad (4)$$

Où $V_1(x)$ est l'effort tranchant de la poutre en béton, $\sigma_n(x)$ est la contrainte normale au niveau de la couche d'adhésive, q est la charge répartie et b_1 la largeur de la poutre en béton.

$$\text{Le moment d'équilibre : } \frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - \tau(x)b_2e \quad (5)$$

L'équilibre de la plaque de renforcement dans les directions x , y ainsi que le moment d'équilibre s'écrivent comme suit :

$$\text{Dans la direction } x : \frac{dN_2(x)}{dx} = \tau(x)b_2 \quad (6)$$

$$\text{Dans la direction } y : \frac{dV_2(x)}{dx} = \sigma_n(x)b_2 \quad (7)$$

$$\text{Le moment d'équilibre : } \frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - \tau(x)b_2 \frac{t_2}{2} \quad (8)$$

Où $V_2(x)$ est l'effort tranchant de la plaque de renforcement.

2.2 DISTRIBUTION DES CONTRAINTES DE CISAILLEMENT DANS L'INTERFACE COMPOSITE-BÉTON

On considère dans ce qui suit, la rigidité de la plaque de renforcement est nettement inférieure à celle de la poutre en béton à renforcer. Le moment de flexion dans la plaque composite peut être négligé pour simplifier les opérations de dérivation de la contrainte de cisaillement.

La contrainte de cisaillement au niveau de la couche d'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\tau(x) = K_s \Delta u(x) = K_s [u_2(x) - u_1(x)] \quad (9)$$

Où K_s est la rigidité au cisaillement de la couche d'adhésive par unité de longueur. A partir de l'équation (9) on peut en déduire l'expression de K_s , qui est donnée par :

$$K_s = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)} = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)/t_a} \frac{1}{t_a} = \frac{G_a}{t_a} \quad (10)$$

$\Delta u(x)$ est le déplacement relatif à l'interface de l'adhésif, G_a et t_a sont respectivement le module et l'épaisseur de la couche d'adhésive.

En différenciant les équations (9), (1) et (2) par rapport à x , et en négligeant le moment de flexion de la plaque composite nous aurons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[A'_{11} \frac{N_2(x)}{b_2} + \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} - \frac{e M_1(x)}{E_1 I_1} \right] \quad (11)$$

Le moment total d'équilibre de l'élément différentiel de la figure 2 est donné par :

$$M_T(x) = M_1(x) + N(x) \left(e + t_a + \frac{t_2}{2} \right) \quad (12)$$

$M_T(x)$ est le moment total et $N(x)$ est donné par l'expression suivante :

$$N(x) = N_1(x) = N_2(x) = b_2 \int_0^x \tau(x) dx \quad (13)$$

Le moment de flexion de la poutre renforcée exprimé en fonction du moment total appliqué et des contraintes de cisaillement d'interface est donné par :

$$M_1(x) = M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x) \left(e + t_a + \frac{t_2}{2} \right) dx \quad (14)$$

La première dérivée de l'équation (14) est :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_T(x) - b_2 \tau(x) \left(e + t_a + \frac{t_2}{2} \right) \quad (15)$$

En différenciant l'équation (11) nous aurons :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = K_s \left(\frac{A'_{11}}{b_2} \frac{dN_2(x)}{dx} + \frac{1}{E_1 A_1} \frac{dN_1(x)}{dx} - \frac{e}{E_1 I_1} \frac{dM_1(x)}{dx} \right) \quad (16)$$

La substitution de l'effort tranchant (eq. (15)) et l'effort normal (eq. (13)) dans l'équation (16) nous permet d'obtenir l'équation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - K_s b_2 \left(\frac{e \left(e + t_a + \frac{t_2}{2} \right)}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{A'_{11}}{b_2} \right) \tau(x) = -K_s \frac{e}{E_1 I_1} V_T(x) \quad (17)$$

La solution présentée ci-dessus est limitée pour un chargement uniformément réparti pour le quel $d^2 V_T(x)/dx^2 = 0$, et la solution générale de l'équation (17) est donnée par :

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (18)$$

Où :

$$\lambda^2 = K_s b_2 \left(\frac{A'_{11}}{b_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{e \left(e + t_a + \frac{t_2}{2} \right)}{E_1 I_1} \right) \quad (19)$$

Et :

$$m_1 = \frac{K_s}{\lambda^2} \left(\frac{e}{E_1 I_1} \right) \quad (20)$$

B_1 et B_2 sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions aux limites. Dans la présente étude, une poutre simplement appuyée sollicitée par une charge uniformément répartie est analysée (voir Fig.1). La contrainte d'interface de cisaillement pour ce cas de chargement s'écrit sous la forme suivante :

$$\tau(x) = \left[\frac{m_2 a}{2} (L-a) - m_1 \right] \frac{q e^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 q \left(\frac{L}{2} - a - x \right) \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (21)$$

Où q est la charge uniformément répartie et x , a , L et L_p sont définies par la figure 1.

La constante d'intégration m_2 est donnée par :

$$m_2 = \frac{K_s e}{E_1 I_1} \quad (22)$$

2.3 DISTRIBUTION DES CONTRAINTES NORMALES DANS L'INTERFACE COMPOSITE-BÉTON

La contrainte normale au niveau de la couche d'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_2(x) - w_1(x)] \quad (23)$$

K_n est la rigidité normale de la couche d'adhésive par unité de longueur qui est donnée par :

$$K_n = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta w(x) \cdot t_a} \left(\frac{1}{t_a} \right) = \frac{E_a}{t_a} \quad (24)$$

$w_1(x)$ et $w_2(x)$ sont respectivement les déplacements verticaux des adhérents 1 et 2.

En différenciant l'équation (23) deux fois, nous aurons :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = K_n \left[\frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right] \quad (25)$$

En écrivant l'équation de la ligne élastique pour la poutre à renforcer et pour la plaque de renforcement, nous aurons :

$$\frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} = -\frac{M_1(x)}{E_1 I_1}, \quad \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} = -\frac{D_{11} M_2(x)}{b_2} \quad (26)$$

En se basant sur les équations d'équilibre (3) (8), les équations différentielles d'équilibre des adhérents 1 et 2 exprimées en fonction des contraintes de cisaillement et des contraintes normales sont données comme suit :

Adhérent 1 :
$$\frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_1 I_1} b_2 \sigma_n(x) + \frac{e}{E_1 I_1} b_2 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_1 I_1} \quad (27)$$

Adhérent 2 :
$$\frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} = -D_{11} \sigma_n(x) + D_{11} \frac{t_2}{2} \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (28)$$

En substituant les équations (27) et (28) dans la quatrième dérivée des contraintes normales d'interface obtenues à partir de l'équation (23), nous aurons l'équation différentielle des contraintes normales d'interface :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a}{t_a} \left(D_{11} + \frac{b_2}{E_1 I_1} \right) \sigma_n(x) - \frac{E_a}{t_a} \left(D_{11} \frac{t_2}{2} - \frac{e b_2}{E_1 I_1} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q E_a}{t_a E_1 I_1} = 0 \quad (29)$$

La solution générale de cette équation est donnée par :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [C_3 \cos(\beta x) + C_4 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (30)$$

Pour des grandes valeurs de « x », il est supposé que les contraintes normales deviennent nulles, et par conséquent $C_3 = C_4 = 0$ d'où la solution générale prendra la forme suivante :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (31)$$

Où

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_a}{4 t_a} \left(\frac{b_2}{E_1 I_1} + D_{11} \right)} \quad (32)$$

$$n_1 = \left(\frac{e b_2 - D_{11} E_1 I_1 \frac{t_2}{2}}{D_{11} E_1 I_1 + b_2} \right) \quad (33)$$

Et

$$n_2 = \frac{1}{D_{11} E_1 I_1 + b_2} \quad (34)$$

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 sont données par :

$$C_1 = \frac{E_a}{2 \beta^3 t_a E_1 I_1} [V_T(0) + \beta M_T(0)] - \frac{n_3}{2 \beta^3} \tau(0) + \frac{n_1}{2 \beta^3} \left(\frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \beta \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \quad (35)$$

$$C_2 = -\frac{E_a}{2 \beta^2 t_a E_1 I_1} M_T(0) - \frac{n_1}{2 \beta^2} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \quad (36)$$

Où
$$n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{e}{E_1 I_1} - \frac{D_{11} t_2}{2 b_2} \right) \quad (37)$$

3. VÉRIFICATION DE LA MÉTHODE

La présente méthode a été validée en comparant les résultats des contraintes d'interface avec ceux obtenus à partir de la méthode de Smith et al. [11]. Pour cela, une poutre en béton simplement appuyée renforcée par des plaques en matériaux composites types CFRP est analysée. Les caractéristiques physiques et les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont rapportées au tableau 1.

Matériaux	E_{11} (MPa)	E_{22} (MPa)	G_{12} (MPa)	ν_{12}	Largueur (mm)	Hauteur (Épaisseur) (mm)
Béton	30 000	30 000	/	0.18	200	300
CFRP	140 000	10 000	5 000	0.28	200	4
Adhésif	3 000	3 000	/	0.35	200	4

Tableau 1. Propriétés des matériaux utilisés

Les résultats obtenus à partir de la méthode de Smith et al. [11] coïncident avec ceux issus de la présente méthode comme c'est illustré dans la figure 3.

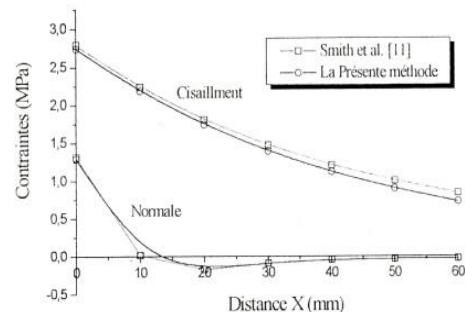


Figure 3. Comparaison des contraintes d'interface pour une poutre en béton renforcée par des plaques en CFRP

Nous remarquons que les déformations de flexion dans la plaque de renforcement ont un faible effet sur la distribution des contraintes d'interface.

4. ETUDE PARAMÉTRIQUE

Dans ce paragraphe, nous présentons des résultats numériques de la présente méthode afin d'examiner l'effet des différents paramètres qui gouvernent la distribution des contraintes au niveau de l'interface béton composite.

Ces paramètres consistent en : l'épaisseur de la couche d'adhésive t_a , l'épaisseur de la plaque de renforcement t_p et la longueur du bord de la plaque au support (l'appui) notée « a ».

4.1 EFFET DE L'ÉPAISSEUR DE LA COUCHE D'ADHÉSIVE

Onze valeurs de l'épaisseur de la couche d'adhésive se situant dans l'intervalle de 0.1 à 5 mm ont été examinées. La variation

des contraintes maximales en fonction de l'épaisseur t_a est représentée dans la figure 4.

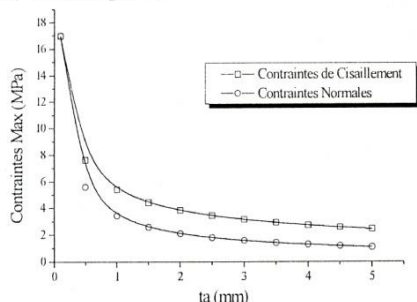


Figure 4. Influence de l'épaisseur de la couche d'adhésive t_a sur les contraintes Max.

L'accroissement de l'épaisseur de la couche d'adhésive conduit à une réduction significative de la concentration des contraintes. C'est pourquoi, il est fortement recommandé d'utiliser une couche d'adhésive plus épaisse aux voisinages des bords.

4.2 Effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement

Sur la figure 5, nous présentons la variation des contraintes d'interface maximales en fonction de l'épaisseur de la plaque de renforcement t_p .

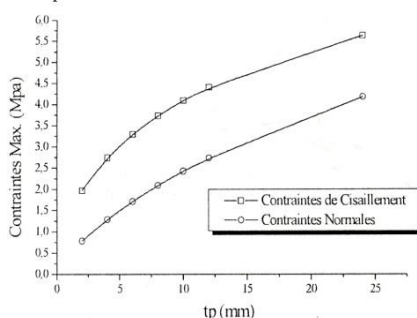


Figure 5. Influence de l'épaisseur de la plaque de renforcement t_p sur les contraintes Max.

Cette figure illustre la proportionnalité qui existe entre les deux paramètres précités.

Généralement, l'épaisseur de la plaque en composite utilisée dans les applications civiles est très petite comparée à celle de l'acier. Par exemple, l'effet d'avoir de faibles concentrations de contraintes pour de petites épaisseurs favorise l'utilisation des matériaux composite comme renforcement à la place de l'acier.

4.3 EFFET DE LA LONGUEUR NON RENFORCÉE (DISTANCE a)

L'influence de la longueur non renforcée « a » (longueur entre le bord de la plaque et le support) est présentée sur la figure 6.

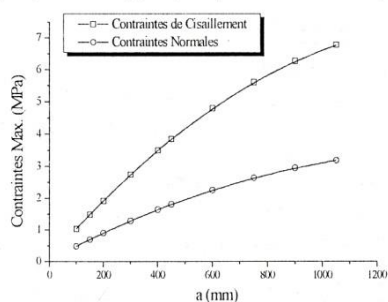


Figure 6. Influence de la longueur a sur les contraintes maximales.

Plus la longueur « a » augmente plus les contraintes maximales (contraintes aux bords de la plaque) augmentent. Ce résultats

démontre que quel que soit les cas de renforcement, même celui qui se limite au renforcement de la zone centrale où le moment de flexion est maximum, il est préférable de prolonger la plaque de renforcement le plus possible aux appuis.

5. CONCLUSION

Dans ce papier, nous avons présenté une nouvelle méthode pour le calcul des contraintes au niveau de l'interface béton composite qui sont à l'origine de nombreux problèmes notamment le phénomène de décollement de la plaque de renforcement. Les résultats sont les suivants :

- 1- Un effet de concentration des contraintes aux bords de la plaque est constaté ; ces contraintes diminuent ensuite rapidement pour atteindre la valeur de zéro à mi-travée.
- 2- L'augmentation de l'épaisseur de la couche d'adhésive réduit énormément l'intensité des contraintes d'interface.
- 3- L'augmentation de l'épaisseur de la plaque de renforcement favorise l'accroissement des contraintes.
- 4- Prolonger le plus possible la longueur de la plaque de renforcement dans le but d'abaisser l'intensité des concentrations des contraintes aux bords.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] An W, Saadatmanesh H, and Ehsani M.R. "RC beams strengthened with FRP plates: II. Analysis and parametric study". Journal of Structural Engineering, ASCE 1991, 117(11), 3434-3455.
- [2] Saadatmanesh H, and Ehsani M.R. "RC beams strengthened with GFRP plates: I. Experimental study". Journal of Structural Engineering, ASCE 1991, 117(11), 3417-3433.
- [3] Sharif A, Al Sulaimani G.J., Basunbul I.A., Baluch M.H, and Ghaleb B.N. "Strengthening of initially loaded reinforced concrete beams using FRP plates". ACI Structural Journal 1994, 91(2), 160-168.
- [4] Chajes M.J, Thomson T.A. Jr, Januszka T.F, and Finch W.W. Jr. "Flexural strengthening of concrete beams using externally bonded composite materials". Construction and Building Materials 1994, 8(3), 191-201.
- [5] Arduini M, and Nanni A. "Parametric study of beams with externally bonded FRP reinforcement". ACI Structural Journal 1997, 94(5), 493-501.
- [6] Smith S.T., and Teng J.G. "FRP strengthened RC beams. I: Review of debonding strength models". Engineering Structures. 2002, 24(4), 385-395.
- [7] Smith S.T, and Teng J.G. "FRP strengthened RC beams. II: Assessment of debonding strength models". Engineering Structures 2002, 24(4), 397-417.
- [8] Yuan H., Teng J.G., Seracino R., Wu Z.S., Yao J. "Full range behavior of FRP to concrete bonded joints". Engineering Structures 2004, 26, 553-565.
- [9] Gao B., Leung CKY., Kim J.K. "Prediction of concrete cover separation failure for RC beams strengthened with CFRP strips". Engineering Structures. 2005, 27, 177-189.
- [10] Meftah S.A., Tounsi A., Adda bedia E. A. "Lateral stiffness and vibration characteristics of RC shear walls bonded with thin plates" Int Journal of Composite Structures, (In press).
- [11] Smith S.T., and Teng J.G. "Interfacial stresses in plated RC beams". Engineering Structures. 2001, 23(7), 857-871.
- [12] Tounsi A "Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate" International Journal of Solids and Structures (In press).
- [13] Benyoucef S, Tounsi A., Meftah S. A, Adda bedia E. "Approximate analysis of the interfacial stress concentrations in FRP-RC hybrid beams", Composites interface Journal, accepted, 2005.
- [14] Hyer M. W. "Stress analysis of fiber reinforced composite material". Edition MC Graw Hill, 1998.